

Mateusz Koziol

STEROWANIE
TŁUMIENIEM WEWNĘTRZNYM WIRNIKA
O PIEZOELEKTRYCZNIE AKTYWOWANEJ
STRUKTURZE



WYDAWNICTWA AGH

KRAKÓW 2023

Wydawnictwa Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie

© Wydawnictwa AGH, Kraków 2023

ISBN 978-83-67427-26-5

Dyrektor Wydawnictw AGH: *Jan Sas*

Komitety Naukowe Wydawnictw AGH:

Marek Gorgoń (przewodniczący)

Barbara Gąciarz

Elżbieta Pamuła

Bogdan Sapiński

Stanisław Stryczek

Tadeusz Telejko

Recenzenci: *dr hab. inż. Krzysztof Mendrok, prof. AGH*

prof. dr hab. inż. Jerzy Świder

Afiliacja autora

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki

Katedra Automatyzacji Procesów

Opieka wydawnicza: *Agnieszka Rusinek*

Projekt okładki i strony tytułowej: *Paweł Sepielak*

Skład: *ANDRE*

Wydawnictwa AGH

al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

tel. 12 617 32 28, 12 636 40 38

e-mail: redakcja@wydawnictwoagh.pl

www.wydawnictwo.agh.edu.pl

Spis treści

Streszczenie	7
Summary	8
Wykaz oznaczeń i skrótów	9
1. Wprowadzenie	13
2. Teza oraz cele pracy	15
3. Przegląd literatury	18
3.1. Tłumienie wewnętrzne	18
3.2. Zarys metod i rozwiązań stosowanych w aktywnej redukcji drgań układów wirnikowych	20
3.3. Materiały piezoelektryczne jako elementy wykonawcze w układach aktywnej redukcji drgań układów wirnikowych	21
4. Analityczny model wirnika Jeffcotta z elementami piezoelektrycznymi	25
4.1. Podstawowe równania ruchu w stacjonarnym oraz obrotowym układzie odniesienia	25
4.2. Tłumienie w dynamice układów wirnikowych i jego wpływ na stabilność	29
4.2.1. Tłumienie zewnętrzne, tłumienie wewnętrzne	29
4.2.2. Tłumienie a drgania samowzbudne	30
4.2.3. Tłumienie w równaniach ruchu w modelu Jeffcotta	30
4.3. Analiza z wykorzystaniem zapisu zespolonego	32
4.3.1. Równania ruchu w zapisie zespolonym w stacjonarnym i obrotowym układzie odniesienia	32
4.3.2. Analiza stabilności – drgania własne tłumione	33
4.3.3. Wpływ tłumienia na stabilność układu	36

4.4. Modelowanie piezoelektrycznych czujników i elementów wykonawczych	38
4.4.1. Element piezoelektryczny jako czujnik	40
4.4.2. Element piezoelektryczny jako aktuator	42
4.5. Badania symulacyjne układu sterowania wpływającego na tłumienie	45
4.5.1. Algorytm sterowania	45
4.5.2. Układ regulacji wpływający na tłumienie	46
4.5.3. Analiza stabilności aktywnego wirnika	47
4.6. Wpływ aktywnego sterowania tłumieniem na drgania wymuszone wirnika	50
4.6.1. Odpowiedź aktywnego wirnika na niewyważenie	50
4.6.2. Odpowiedź aktywnego wirnika na siłę ciężkości	51
5. Modelowanie i analiza dynamiki wirnika z elementami piezoelektrycznymi z wykorzystaniem MES	53
5.1. Możliwości i ograniczenia programu Ansys w zakresie modelowania dynamiki układów wirnikowych	53
5.1.1. Warunki typowych analiz układów wirnikowych w Ansysie	54
5.1.2. Modelowanie tłumienia w układach wirnikowych w Ansysie	54
5.1.3. Modelowanie efektu piezoelektrycznego	55
5.2. Podejście kombinowane do analiz MES wirnika o aktywnej strukturze ...	56
5.2.1. Przygotowanie macierzy w Ansysie i odtworzenie modelu w Matlabie	57
5.2.2. Modelowanie tłumienia	60
5.2.3. Modelowanie elementów piezoelektrycznych jako czujników oraz elementów wykonawczych	64
5.2.4. Modelowanie wymuszeń	65
5.3. Weryfikacja metody kombinowanej – przykład numeryczny	65
5.3.1. Geometria i własności materiałowe	66
5.3.2. Wpływ sprzężenia żyroskopowego	66
5.3.3. Oddziaływanie piezoelektryczne	67
5.3.4. Tłumienie Rayleigha i tłumienie modalne	70
5.3.5. Graniczna prędkość utraty stabilności	73
6. Badania symulacyjne algorytmów sterowania wpływających na tłumienie wewnętrzne	75
6.1. Algorytm sprzężenia prędkościowego DVF	75
6.2. Algorytm dodatkiego sprzężenia od położenia PPF	82
6.3. Algorytm sprzężenia od położenia z kompensacją fazy PCPF	85

6.4. Przemieszczenie jako sygnał sprzężenia zwrotnego	88
6.5. Podsumowanie	92
7. Badania eksperymentalne	93
7.1. Opis stanowiska do badania układów o aktywnej strukturze wirnika	93
7.1.1. Wał wirnika z elementami piezoelektrycznymi oraz dyskiem	94
7.1.2. Podpory i uchwyty	96
7.1.3. Schemat stanowiska laboratoryjnego	97
7.1.4. Wykorzystanie czujników laserowych jako sygnału sprzężenia w układzie sterowania	99
7.2. Omówienie najważniejszych metod analizy danych pomiarowych	100
7.2.1. Widmo dwustronne (ang. <i>Full FFT</i>)	100
7.2.2. Pomiar szybkości zaniku drgań	102
7.3. Wpływ aktywnego sterowania na efektywne tłumienie wewnętrzne w strukturze	104
7.3.1. Aktywna modyfikacja tłumienia przy braku wirowania	106
7.3.2. Aktywna modyfikacja tłumienia wewnętrznego w trakcie ruchu obrotowego	107
7.4. Porównanie wyników eksperymentalnych i symulacyjnych	112
7.4.1. Wpływ podatności podpór na układ sterowania w modelu MES ...	113
7.4.2. Porównanie aktywnego wpływu na tłumienie przy braku wirowania	115
7.4.3. Porównanie aktywnego wpływu na tłumienie przy prędkości obrotowej 28 obr/s	116
7.4.4. Ocena badanych modeli symulacyjnych i dyskusja	117
8. Podsumowanie i kierunki dalszych badań	119
Załączniki	123
Załącznik A: Wybrane pojęcia z zakresu dynamiki układów wirnikowych	123
A.1. Wirnik i układ wirnikowy	123
A.2. Prędkość krytyczna	124
A.3. Prędkość graniczna utraty stabilności	124
A.4. Precesja współbieżna i przeciwbieżna	124
A.5. Tłumienie wewnętrzne i zewnętrzne	125
Załącznik B: Eksportowanie macierzy MES w programie Ansys	126
Załącznik C: Analizy uzupełniające	128
C.1. Wał o przekroju kwadratowym	128
C.2. Wpływ uchwytów tokarskich na dynamikę układu	129

Załącznik D: Szczegóły techniczne stanowiska laboratoryjnego	132
D.1. Pierścienie ślizgowe	132
D.2. Serwonapęd	133
D.3. Czujniki laserowe	135
D.4. Wzmacniacze wysokich napięć	136
D.5. Wzmacniacze ładunku	137
D.6. Separacja galwaniczna	138
D.7. Kontroler pomiarowo-sterujący	139
Załącznik E: Opis kodu programu kontrolera	141
E.1. Zadania układu FPGA	141
E.2. Zadania kontrolera czasu rzeczywistego	143
Bibliografia	145

MATEUSZ KOZIOŁ

Sterowanie tłumieniem wewnętrznym wirnika o piezoelektrycznie aktywowanej strukturze

Streszczenie

Praca przedstawia koncepcję sterowania układem wirnikowym, którego wał ma w swojej strukturze elementy aktywne. Jako elementy wykonawcze wykorzystano ceramikę piezoelektryczną, którą umieszczono na powierzchni wału wirnika. Ideą stosowanego sterowania jest aktywne modyfikowanie efektywnego tłumienia wewnętrznego. Analizowany jest wpływ zaproponowanych algorytmów sterowania na dynamikę oraz stabilność układu. Dla nadkrytycznych prędkości wirowania tłumienie wewnętrzne wykazuje działanie destabilizujące i jego aktywne zmniejszanie poprawia własności dynamiczne wirnika.

Zaproponowana koncepcja sterowania w układzie wirnikowym z aktywnym wałem została wyjaśniona za pomocą możliwie prostego modelu, który opisuje podstawowe własności takich układów, tj. modelu Jeffcotta. Umożliwia on m.in. uwzględnienie wpływu tłumienia w układzie wirnikowym łącznie z powodowanym przez nie zjawiskiem drgań samowzbudnych. Oprócz modelu analitycznego utworzono model MES wirnika z aktywnym wałem, który powstał z wykorzystaniem autorskiej metody. Na jego podstawie zaproponowano trzy algorytmy sterowania, które umożliwiają aktywne wpływanie na efektywne tłumienie wewnętrzne w układzie. Wykonano szereg badań symulacyjnych, analizując wpływ zaproponowanego rozwiązania na stabilność pierwszych trzech postaci drgań.

Wyniki symulacji zostały potwierdzone w badaniach eksperymentalnych, przeprowadzonych na zbudowanym stanowisku laboratoryjnym. Wykonano serię pomiarów szybkości zaniku drgań, przy różnych parametrach algorytmu sterowania. Dla nadkrytycznych prędkości wirowania uzyskano znaczące oddziaływanie układu sterowania na odpowiedź wirnika.

Uzyskane wyniki potwierdzają korzystny wpływ aktywnego zmniejszania tłumienia wewnętrznego na stabilność pierwszej postaci drgań w warunkach, gdy układ wiruje z nadkrytyczną prędkością obrotową. Uzyskano szybszy zanik wzbudzonych drgań w warunkach, gdy efektywne tłumienie wewnętrzne zostało zmniejszone. Działanie przeciwne, tj. zwiększanie tego tłumienia, potwierdziło możliwość aktywnej destabilizacji układu wirnikowego.

MATEUSZ KOZIOŁ

Control of the internal damping of a rotor with a piezoelectrically activated structure

Summary

This work presents a concept of the control of a rotor whose shaft has active elements in its structure. Piezoelectric ceramics are used as actuators placed on the surface of the shaft. The idea of control is to actively modify the effective internal damping of the rotor. The effects of the proposed control algorithms on the dynamics and stability of the system have been studied. For supercritical rotational speeds, the internal damping has a destabilising effect, therefore its active reduction improves the operating properties of the rotor.

The proposed concept of the control of a rotor with an active shaft is explained using the simplest model that describes the salient properties of such systems, i.e., the Jeffcott model. This model, among other things, allows for the accounting of damping's effect and the phenomenon of self-excited vibrations caused by it. Besides the analytical model, a finite element model of the active rotor has been created using the author's own approach. Based on the FE model, three control algorithms were proposed that actively influence the effective internal damping of the system. A number of simulation studies were performed with a view to studying the influence of the proposed solution on the stability of the three lowest vibration modes.

Next, the simulation results have been confirmed by experiments done on a test stand built for this purpose. A series of measurements of decay rates were carried out for different parameters of the control algorithm. For supercritical rotation speeds, there was a significant influence of the control system on the rotor response.

The results obtained confirm the positive effect of the active reduction of internal damping on the stability of the first mode of vibration for operation at supercritical rotational speeds. A faster decay of vibrations was obtained when the effective internal damping was reduced. On the contrary, by increasing internal damping, the possibility of actively destabilising the rotor has been demonstrated.

Wykaz oznaczeń i skrótów

Wielkości skalarne

- b_p – szerokość czujnika piezoelektrycznego
- c_z, c_w – współczynniki tłumienia, odpowiednio zewnętrznego i wewnętrznego, omówione szerzej w podrozdziale 4.2
- C_f – pojemność w obwodzie sprzężenia wzmacniacza operacyjnego (rys. 4.8)
- e_{31} – stała piezoelektryczna
- f_{\max} – maksymalne ugięcie w środku analizowanej belki (strzałka ugięcia)
- $F_E, F_{E\rho}$ – siła zastępcza, siła zastępcza w zapisie zespolonym
- F_x, F_y – składowe siły zewnętrznej
- h_m – odległość od osi obojętnej do środka grubości elementu piezoelektrycznego
- k – sztywność zredukowana
- $k_{\text{DVF}}, k_{\text{PPF}}, k_{\text{PCPF}}$ – współczynnik wzmocnienia dla algorytmów, odpowiednio: DVF, PPF i PCPF
- K_{zast} – zbiorcza stała uwzględniająca własności materiałowe, wymiary i położenie zarówno czujników, jak i aktuatorów piezoelektrycznych
- L, z_1, z_2 – długość wirnika, odległość od punktu zamocowania do dwóch krawędzi elementu piezoelektrycznego (rys. 4.6)
- m – masa zredukowana

- $Mp(V_A)$ – moment skupiony generowany przez element piezoelektryczny w wyniku działania napięcia V_A
- r_C – zespolone przemieszczenie w stacjonarnym układzie odniesienia $Oxyz$
- $s = \sigma + i\omega$ – pierwiastek równania charakterystycznego; σ część rzeczywista, ω część urojona
- $V_A, V_{A\xi}, V_{A\eta}, V_{A\rho}$ – napięcia sterujące, odpowiednio, we wzorach ogólnych, w kierunku ξ i η oraz w zapisie zespolonym
- $V_S, V_{S\xi}, V_{S\eta}, V_{S\rho}$ – napięcia wyjściowe wzmacniacza ładunku, odpowiednio, we wzorach ogólnych, w kierunku ξ i η oraz w zapisie zespolonym
- $w(z)$ – linia ugięcia belki
- $w'(z_1)$ – kąt pochylenia linii ugięcia belki w punkcie z_1
- x_C, y_C – przemieszczenie geometrycznego środka tarczy w stacjonarnym układzie odniesienia $Oxyz$
- α, β – współczynniki tłumienia Rayleigha
- ε – promień niewyważenia
- ζ_f – współczynnik tłumienia stosowany w algorytmie sterowania
- ζ_w, ζ_z – względne współczynniki tłumienia, odpowiednio wewnętrznego i zewnętrznego (tab. 4.1)
- η_C, ξ_C – przemieszczenie geometrycznego środka tarczy w obrotowym układzie odniesienia $O\xi\eta\zeta$
- λ_i – wartości własne
- ρ_C – zespolone przemieszczenie w obrotowym układzie odniesienia $O\xi\eta\zeta$
- σ^* – bezwymiarowy współczynnik zaniku drgań (tab. 4.1)
- ω^* – znormalizowana częstość drgań własnych (tab. 4.1)
- ω_f – częstość własna stosowana w algorytmie sterowania
- ω_0 – częstość drgań własnych nietłumionych przy braku wirowania
- Ω – stała prędkość obrotowa wirnika
- Ω^* – względna prędkość obrotowa wirnika (tab. 4.1)

Wielkości macierzowe i wektorowe

- $[B_M], [B_{mM}]$ – cyrkulacyjna macierz tłumienia modalnego, odpowiednio dla pełnego układu oraz dla części mechanicznej
- $[B_R], [B_{mR}]$ – cyrkulacyjna macierz tłumienia Rayleigha, odpowiednio dla pełnego układu oraz dla części mechanicznej
- $[C], [D]$ – macierze występujące w równaniu wyjść, odpowiednio macierz wyjść oraz macierz przejścia
- $[C_C], [C_{mC}]$ – macierz tłumienia zawierająca elementy wynikające z przyspieszenia Coriolisa, odpowiednio całej struktury elektromechanicznej oraz części mechanicznej
- $[C_{mMz}], [C_{mMw}]$ – macierz tłumienia modalnego, odpowiednio zewnętrznego oraz wewnętrznego dla mechanicznej części struktury
- $[C_M], [C_{mM}]$ – macierz tłumienia modalnego, odpowiednio dla pełnego układu oraz dla części mechanicznej
- $[C_R], [C_{mR}]$ – macierz tłumienia Rayleigha, odpowiednio dla pełnego układu oraz dla części mechanicznej
- $[E], [A], [B]$ – macierze tworzące uogólnione równania stanu, odpowiednio: deskryptor, macierz stanu oraz macierz wejść
- $\{F(t)\}, \{Q(t)\}, \{W(t)\}$ – wektory, odpowiednio siły zewnętrznej i ładunku zewnętrznego oraz łączny wektor wymuszeń zewnętrznych
- $[H], [H_m]$ – macierz cyrkulacyjna o pełnym wymiarze oraz dla wydzielonej części mechanicznej
- $[K_S]$ – macierz sztywności całej struktury elektromechanicznej w obrotowym układzie odniesienia
- $[K_{Suu}]$ – macierz sztywności części mechanicznej struktury z uwzględnieniem sił odśrodkowych
- $[K_{u\phi}], [K_{\phi u}], [K_{\phi\phi}]$ – macierze sprzęgające mechaniczne i elektryczne stopnie swobody oraz macierz pojemności elektrycznej
- $[M], [M_m]$ – macierz mas, odpowiednio całej struktury elektromechanicznej oraz części mechanicznej
- $\{U\}, \{\Phi\}, \{V\}$ – wektory, odpowiednio przemieszczeń węzłowych, potencjałów elektrycznych oraz wektor utworzony z połączenia tych dwóch wektorów

- $[V_m]$ – macierz zawierająca w kolumnach postacie drgań (macierz modalna)
 $\{\phi_i\}$ – postacie drgań

Skróty i akronimy

- DVF – ang. *Direct Velocity Feedback*, algorytm sprzężenia prędkościowego
- ER – ang. *ElectroRheological*, ciecz o własnościach elektoreologicznych
- FPGA – ang. *Field-Programmable Gate Array*, programowalny układ logiczny, który realizuje operacje logiczne i arytmetyczne, wykorzystując warstwę sprzętową
- GMM – ang. *Giant Magnetostrictive Material*, materiał o gigantycznej magnetostrykcji
- GP – filtr górnoprzepustowy
- MES – metoda elementów skończonych
- MR – ang. *MagnetoRheological*, ciecz o własnościach magnetoreologicznych
- OOU – obrotowy układ odniesienia $O\xi\eta\zeta$
- PCPF – ang. *Phase Compensated Position Feedback*, algorytm sprzężenia od położenia z kompensacją fazy
- PPF – ang. *Positive Position Feedback*, algorytm dodatniego sprzężenia od położenia
- SMA – ang. *Shape Memory Alloy*, materiał z pamięcią kształtu
- SUO – stacjonarny układ odniesienia $Oxyz$
- 1X, 3X itp. – częstotliwości, które odpowiadają krotności prędkości obrotowej układu wirnikowego

1. Wprowadzenie

Otoczające nas maszyny i urządzenia, w których dominuje ruch obrotowy, są podstawą funkcjonowania współczesnej nam cywilizacji. Obecne są we wszystkich dziedzinach naszego życia, od transportu, przez urządzenia gospodarstwa domowego, aż do energetyki i przemysłu ciężkiego. Najbardziej znaczącymi przykładami urządzeń bazujących na ruchu obrotowym są turbiny parowe w elektrowniach, silniki turbodoładowane w samolotach, silniki samochodowe, wiatraki na farmach wiatrowych itp. Spektakularne skoki cywilizacyjne, jak np. lot na księżyc, były możliwe dzięki wysokiej gęstości mocy turbopompy, której zadaniem jest intensywne tłoczenie mieszanki paliwowej i zapewnienie przez to odpowiedniego ciągu silnika. Protoplasta raket kosmicznych, rakiet V2, bazowała na turbinie parowej jako źródle dużej mocy mechanicznej, co stało się podstawą technologii raket kosmicznych. Przykładem wszechobecności urządzeń z ruchem obrotowym może być to, że stałym akompaniamentem pisania tej pracy był szum pochodzący od ruchu obrotowego podzespołów komputerowych.

Ogromne znaczenie oraz powszechność urządzeń obrotowych wystarczająco uzasadnia konieczność ich ciągłego rozwoju i doskonalenia. Niemniej, aktualne wyzwania cywilizacyjne w postaci np. transformacji energetycznej są kolejnym ważnym argumentem za prowadzeniem dalszych badań. Odnawialne źródła energii charakteryzują się wysoką nieprzewidywalnością działania i dlatego aktualnie niemal oczywisty jest fakt ich współpracy z magazynami energii. Przykładem coraz bardziej popularnego (na nowo) wykorzystania ruchu wirowego są zamachowe akumulatory energii (ang. *flywheel energy storage*), wykorzystujące ruch obrotowy właśnie do magazynowania energii. Argumentem za ich stosowaniem jest wieloletnia trwałość, niezależna od długości i intensywności okresów ładowania. Rozwiązania te są znane od dawna – wykorzystywano je np. w żyrobusach spotykanych w latach pięćdziesiątych XX wieku, jednak wraz z rozwojem współczesnych technologii urządzenia te stały się bardzo wydajne. Jako przykład nowoczesnego wykonania można podać akumulator NASA G2, którego kompozytowe koło zamachowe zamontowane jest na łożyskach magnetycznych i wiruje z prędkością 60 000 obr/min. Przy masie wirnika równej około 22,7 kg (cały akumulator waży 113,4 kg) potrafi ono zmagazynować około 1,89 MJ energii (Jansen i Dever 2004).

Urządzenie zaprojektowano do pracy poniżej pierwszej prędkości krytycznej, a ograniczenie strat uzyskano dzięki umieszczeniu wirnika w obudowie próżniowej. Podobne rozwiązania są aktualnie dostępne komercyjnie (głównie na rynku amerykańskim), a jako przykładowe urządzenie wykorzystujące materiały konwencjonalne można podać akumulator o pojemności 32 kWh, mocy 8 kW i masie całkowitej 4,7 tony (M32 Data Sheet 2020).

Przytoczony przykład wskazuje na jeden z aktualnych kierunków w technice, w którym wykorzystuje się osiągnięcia w dziedzinie dynamiki układów wirnikowych. Niniejsza praca poszerza wiedzę o wpływie jednego z podstawowych parametrów opisujących maszyny wirnikowe na ich ogólną dynamikę. Prezentowana w monografii koncepcja dotyczy możliwości zmiany efektywnego tłumienia wewnętrznego w układzie wirnikowym, z wykorzystaniem w tym celu aktywnego podejścia. Pełne spektrum możliwości płynących z takiego rozwiązania aktualnie nie jest znane i wymaga dalszych badań. Jako przykład, w pracy rozważana jest możliwość poszerzenia zakresu stabilnego ruchu układu, co z kolei umożliwia zwiększenie osiągnięć i być może sprawności. W opinii autora rozwiązanie to ma obiecujące perspektywy nie tylko w rozważaniach naukowych, ale również w pracach o charakterze wdrożeniowym.

Studiowana struktura wpisuje się w nowoczesne trendy w naukach inżyniersko-technicznych. Rozważany w niej układ wirnikowy ma wał o aktywnej strukturze, co w języku angielskim można opisać popularnym obecnie słowem *'smart structure'*. Fakt wykonywania ruchu obrotowego przez badany układ prowadzi do powstania złożonej problematyki badawczej, obejmującej zagadnienia związane zarówno z dynamiką układów wirnikowych, jak i ze sterowaniem w strukturach mechanicznych. Wyniki zawarte w niniejszej rozprawie obejmują jedynie część zaplanowanych badań, a ich kontynuacja jest niezbędna w celu poznania wszystkich aspektów związanych z funkcjonowaniem prezentowanego rozwiązania.

2. Teza oraz cele pracy

Celem pracy jest opracowanie metody sterowania wirnikiem o aktywnej strukturze, jaka powstaje w wyniku umieszczenia elementów piezoelektrycznych na powierzchni wału wirnika. W proponowanym rozwiązaniu aktuatory współpracują jedynie z wałem i razem z nim wykonują ruch obrotowy. Z tego powodu studiowane i rozwijane prawa sterowania będą nakierowane na możliwość modyfikacji własności wirnika i następnie badany będzie wpływ tych zmian na ogólną dynamikę układu (systemu) wirnikowego. Modyfikowanym parametrem będzie tłumienie wewnętrzne, a spodziewanym rezultatem pracy układu sterowania – ograniczenie występujących drgań. W szczególnym przypadku, gdy występuje problem ze stabilnością ruchu wirnika, wynikający z tłumienia (tarcia) wewnętrznego w układzie, proponowane rozwiązanie może ograniczyć te problemy i poszerzać zakres prędkości obrotowych, dla których taki układ pracuje stabilnie.

Niniejsza praca prezentuje nowatorską koncepcję poprawy stabilności układu wirnikowego pracującego w zakresie nadkrytycznym, którą uzyskuje się w wyniku aktywnego redukcji tłumienia wewnętrznego. Według najlepszej wiedzy autora skuteczność takiego podejścia nie została wykazana w znanych mu pracach o charakterze eksperymentalnym. Spośród analiz teoretycznych, oprócz publikacji autora odnaleziono jeden artykuł, który wskazuje na potencjalne korzyści wynikające z aktywnego zmniejszania tłumienia wewnętrznego. Artykuł ten (omówiony szerzej w rozdziale 3) opisuje istotnie odmienną strukturę układu i został odnaleziony dopiero na końcowym etapie badań, dlatego nie miał wpływu na ich przebieg.

Tezy pracy przedstawiono poniżej. Sformułowano je, wychodząc od stwierdzeń ogólnych do coraz bardziej szczegółowych, przy czym w pewnej części ich zakres się pokrywa.

Teza 1: Przez sterowanie aktywną strukturą wału wirnika, która powstaje w wyniku umieszczenia elementów piezoelektrycznych na jego powierzchni, możliwe jest zredukowanie drgań oraz zwiększenie stabilności pracy układu wirnikowego.

Teza 2: Przez odpowiednie sterowanie aktywną strukturą wału wirnika możliwe jest wpływanie na efektywne tłumienie wewnętrzne w układzie, a przez to na ogólny ruch układu wirnikowego.

Teza 3: Zmniejszanie efektywnego tłumienia wewnętrznego pierwszej postaci współbieżnej w układzie wirnikowym, pracującym z nadkrytyczną prędkością wirowania, zwiększa szybkość zaniku drgań tej postaci oraz poprawia stabilność układu wirnikowego.

Cele szczegółowe pracy:

- 1) utworzenie modeli analitycznych i numerycznych giętkich wirników z elementami piezoelektrycznymi umieszczonymi na wale, z uwzględnieniem tłumienia oraz z zastosowaniem algorytmów sterowania,
- 2) opracowanie algorytmów pozwalających na wpływanie na tłumienie wewnętrzne w układzie wirnikowym z aktywnym wałem,
- 3) symulacyjne zbadanie możliwości aktywnego poszerzenia zakresu stabilnych prędkości wirowania giętkich wirników,
- 4) budowa stanowiska pomiarowego o cechach zbliżonych do modelu Jeffcotta, z giętkim wirnikiem,
- 5) badania eksperymentalne wpływu zaproponowanych praw sterowania, które modyfikują efektywne tłumienie wewnętrzne, na odpowiedź całego układu,
- 6) badania eksperymentalne nad zjawiskiem drgań samowzbudnych oraz nad możliwością aktywnego poszerzenia zakresu prędkości obrotowych ze stabilną pracą układu.

Badania nad zaproponowaną koncepcją rozpoczęto od przeglądu literatury, który zawarto w **rozdziale 3**. W proponowanym rozwiązaniu rozważa się wpływanie na efektywne tłumienie wewnętrzne, dlatego rozpoczęto od prac, które omawiają znaczenie tego tłumienia w dynamice maszyn wirnikowych. Oprócz tego, przybliżono trendy w redukcji drgań układów wirnikowych oraz wskazano często spotykane rozwiązania konstrukcyjne. W dalszej części przedstawiono najważniejsze badania, w których zastosowano sterowaną strukturę wirnika aktywowaną za pomocą materiału piezoelektrycznego. W pracach tych omówiono i zestawiono zakres oddziaływania układu sterowania.

Rozdział 4 wprowadza podstawowe równania oraz wyjaśnia istotę działania proponowanej koncepcji sterowania. W tym celu wykorzystano możliwie prosty model wirnika z aktywną strukturą wału.

Bardziej złożone analizy ruchu wału aktywnego wirnika dokonane z wykorzystaniem metody elementów skończonych przedstawiono w **rozdziale 5**. Wykorzystano w nim autorską metodę analizy struktury, gdyż ze względu na implementację układu sterowania w obrotowym układzie odniesienia, zastosowanie komercyjnego oprogramowania MES prowadziło do niefizycznych rezultatów.

W rozdziale 6 zaproponowano trzy algorytmy, które generują pożądane oddziaływania i modyfikują efektywne tłumienie wewnętrzne w układzie wirnikowym. Przeana-

lizowano wpływ tych algorytmów na najniższe postacie drgań w modelu MES i wskazano wady i zalety użycia każdego z nich.

Rozdział 7 prezentuje przebieg badań oraz wyniki prac eksperymentalnych. Opisuje również szczegóły budowy opracowanego wirnika, schemat stanowiska oraz sposób analizy danych pomiarowych, który prowadzi do uzyskania wielkości charakteryzującej zapas stabilności. Rozdział kończy dyskusja i porównanie uzyskanych wyników.

W rozdziale 8 podsumowano zrealizowane badania oraz uzyskane wyniki. Dodatkowo wskazano słabe strony tych badań oraz przedstawiono kierunki dalszych badań.

Ze względu na to, że w pracy często stosuje się kilka terminów z obszaru dynamiki układów wirnikowych, wybrane pojęcia zdefiniowano w **załączniku A**. Czytelników na co dzień niezwiązanych z dynamiką wirników zachęca się do zapoznania się z nimi w pierwszej kolejności.

3. Przegląd literatury

Rozdział ten rozpoczyna przegląd prac wskazujących na tłumienie wewnętrzne jako źródło problemów związanych ze stabilnością układów wirnikowych. Istnieje szereg innych mechanizmów powodujących problemy ze stabilnością, jednak ze względu na problematykę pracy nie będą one omawiane. W dalszej części rozdziału zarysowano często spotykane metody aktywne, które poprawiają własności użytkowe urządzeń wirnikowych. W ostatnim podrozdziale skoncentrowano się na wykorzystaniu materiału piezoelektrycznego jako członu wykonawczego oraz przeanalizowano zakres publikacji prezentujących badania, w których wykorzystano aktywną strukturę wirnika z elementami piezoelektrycznymi na powierzchni. Podobna struktura była przedmiotem badań opisanych w niniejszej pracy i dlatego znajduje się w obszarze szczególnego zainteresowania.

3.1. Tłumienie wewnętrzne

Pierwsze prace, które rozważały znaczenie tłumienia wewnętrznego w maszynach wirnikowych, pojawiły się na początku XX wieku. W ówczesnej technice coraz częściej budowano urządzenia pracujące z nadkrytyczną prędkością obrotową i zaczęto obserwować znaczące, a nawet niszczące drgania tych maszyn.

W 1924 roku A.L. Kimball opisał jeden z mechanizmów powstawania drgań samowzbudnych w układach pracujących z nadkrytyczną prędkością, który jest wywołany przez tłumienie wewnętrzne (za: Gunter 1966; za: Ishida i Yamamoto 2012). W kolejnej pracy wskazał on, że tłumienie materiałowe (które częściowo tworzy tłumienie wewnętrzne) w powszechnie stosowanej w tym czasie stali jest bardzo małe. Jednocześnie zaznaczył, że tarcie konstrukcyjne wynikające z umieszczenia tarcz na wale (wykorzystujące pasowanie skurczowe) jest głównym czynnikiem zwiększającym wartość tłumienia wewnętrznego oraz prowadzącym do drgań samowzbudnych (Kimball 1925). Cytowane prace A.L. Kimballa mają charakter eksperymentalny i podsumowują uzyskane wyniki, ale nie wprowadzają opisu matematycznego tych zjawisk.

Występowanie w materiale wału sił odpowiedzialnych za obserwowane zjawisko drgań samowzbudnych udowodnili Jacob Den Hartog (1971) oraz Stephen Timoshenko (1937). W swoich książkach wyjaśnili oni źródło siły prowadzącej do utraty stabilności, używając do tego pętli histerezy materiału wału (wydania tych książek z lat trzydziestych XX wieku już zawierały to uzasadnienie).

Kolejną istotną pracą była publikacja Michaiła Kuszula (Kushul' 1964), która próbowała omówić przyczyny problemów ze stabilnością wrzecion w maszynach przędzalniczych. Książka ta zawiera zaawansowaną część teoretyczną, opisującą występowanie nieliniowości w równaniach ruchu, oraz część eksperymentalną. Badania doświadczalne przeprowadzano z wykorzystaniem – zapewne z uwagi na niewielkie wymiary wrzecion – specjalnego układu optycznego. Do końca wrzeciona M. Kuszul przymocowywał małą igłę, którą oświetlał intensywnym światłem. W odpowiednio ustawionym obiektywie otrzymywał biały punkt na końcu igły. Wykonując fotografie przy dużej prędkości obrotowej wrzeciona, uzyskiwał trajektorie ruchu wrzeciona. Na podstawie tych obrazów oraz znajomości wartości prędkości obrotowej mógł ustalić składniki tworzące obserwowany ruch. We wnioskach Kuszul stwierdza m.in., że drgania samowzbudne zachodzą z częstotliwością bliską pierwszej częstotliwości własnej, utrata stabilności występuje wyłącznie powyżej pierwszej prędkości krytycznej, a zwiększenie tłumienia zewnętrznego zwiększa stabilność. Warto zaznaczyć, że na problematyczne wrzeciona zakładane były drewniane szpule, co skutkowało powstawaniem dużego tarcia konstrukcyjnego.

Znaczącą i często cytowaną książką, która podejmuje szereg problemów związanych z układami wirnikowymi jest praca Aleša Tondla (1965). W części analitycznej autor rozważa m.in. problem modelu tłumienia wewnętrznego oraz jego wpływ na graniczną wartość prędkości obrotowej, a także na amplitudę ustalonych drgań samowzbudnych (stosując analizę nieliniową). Tondl analizował osobno wpływ tarcia materiałowego oraz konstrukcyjnego, stosując modele tłumienia, które są niezależne od częstotliwości (tłumienie zewnętrzne jest jednak najczęściej modelowane jako proporcjonalne do prędkości). Badał wpływ amplitudy ugięcia, siły grawitacji oraz wstępnych naprężeń, a także wielkości mimośrodu na wartość granicznej prędkości utraty stabilności. Uzyskał szereg rozwiązań, w których najczęściej występują dwa (rzadziej jeden) przedziały niestabilności. W części eksperymentalnej dotyczącej tłumienia wewnętrznego Tondl zbadał trzy wirniki z jednym dyskiem oraz kilkoma dyskami, które podparł za pomocą łożysk tocznych. Wirnik z pojedynczą tarczą, w którym dominowało tarcie materiałowe, tracił stabilność dopiero przy wartości prędkości równej czterokrotności częstotliwości własnej. W drugiej wersji bardzo podobny wirnik wyposażony został w rozwiązanie mocujące dysk wprowadzające istotne tarcie konstrukcyjne, co spowodowało znaczące zredukowanie wartości prędkości granicznej do około dwukrotności wartości częstotliwości pierwszej postaci. Poza tym badany był wpływ szybkości zwiększania

i zmniejszania prędkości obrotowej na obserwowane drgania, w tym drgania samowzbudne.

Podobny przebieg eksperymentu, wykorzystującego zmianę tłumienia wewnętrznego, zrealizowali Donald Bently i Agnieszka Muszyńska (1985). Zwiększenie tłumienia wewnętrznego uzyskali oni w wyniku umieszczenia materiału tłumiącego na powierzchni wału, co zwiększyło występujące tarcie materiałowe. W efekcie zaobserwowano pogorszenie stabilności układu i zredukowanie wartości granicznej prędkości obrotowej, powyżej której występują drgania samowzbudne. Dodatkowo wskazano, że zwiększone tłumienie wewnętrzne zwiększyło również amplitudy drgań samowzbudnych (w cyklu granicznym).

Włodzimierz Kurnik (1987) oraz Jinsiang Shaw i Steven W. Shaw (1989) rozszerzyli badania nad wartością graniczną prędkości obrotowej o analizę zachowania wirnika po jej przekroczeniu. Uwzględniając człony nieliniowe w równaniach ruchu, zastosowali teorię bifurkacji i uzyskali oscylacyjne położenie równowagi, tj. cykl graniczny obserwowany również w eksperymentach. Zagadnienie to rozszerzano w kolejnych pracach, uwzględniając m.in. różne typy nieliniowości oraz obciążenia wału (Kurnik 1997).

3.2. Zarys metod i rozwiązań stosowanych w aktywnej redukcji drgań układów wirnikowych

Zagadnienie aktywnej redukcji drgań układów wirnikowych zyskało stosunkowo duże zainteresowanie środowiska naukowego, przez co liczba dostępnych prac dotyczących tej tematyki jest znacząca. Pewną ich systematykę zaproponował Zdzisław Gosiewski (1989) i zostanie ona wykorzystana również w niniejszej pracy.

W tematyce aktywnej redukcji drgań układów wirnikowych wydzielić można prace, które dotyczą następujących obszarów.

- Automatyczne wyważanie wirników – publikacje z tego obszaru koncentrują się na redukcji podstawowego źródła drgań w układach wirnikowych. Istnieje szereg rozwiązań konstrukcyjnych oraz metod wyważania przeznaczonych dla wirników sztywnych lub podatnych (Gosiewski 1985, 1987; Mańka i Uhl 2009). Ich przegląd można odnaleźć również np. w pracy Shiyu Zhou i Jianjun Shi (2001).
- Wprowadzenie sterowanych tłumików drgań – prace opisują dodatkowe aktywne tłumienie, które najczęściej jest wprowadzane z wykorzystaniem oddziaływania elektromagnetycznego (np. Kasarda i in. 2005; Nikolajsen i in. 1979; Przybyłowicz 2017).

- Modyfikacja parametrów układu wirnikowego – prace dotyczą głównie własności podpór (znacznie rzadziej spotykana jest modyfikacja własności wirnika (np. Kurnik 1995)). Spośród dostępnych rozwiązań wymienić można sterowanie ciśnieniem cieczy podpierającej łożysko (El-Shafei i Hathout 1995), wykorzystanie elektrycznych silników liniowych (Nonami i in. 1989), sił elektromagnetycznych (Bradfield i in. 1991), stosu i materiału piezoelektrycznego, materiału z pamięcią kształtu SMA (Lees i in. 2007), materiału o gigantycznej magnetostrykcji GMM (Lau i in. 2009) itp. Warto również wspomnieć o rozwiązaniach semiaktywnych, wykorzystujących sterowaną zmianę własności cieczy tłumiącej, magnetoreologicznej MR lub elektroteologicznej ER (np. Zhu i in. 2001).
- Wprowadzanie zewnętrznych sił sterujących – obejmuje prace, których nie można zakwalifikować do poprzednich kategorii, m.in. ze względu na wielofunkcyjność algorytmu. W obszar ten wpisują się głównie aktywne łożyska magnetyczne, które przenoszą również stałe obciążenia (Maslen i Schweitzer 2009), a także układy z zaawansowanymi algorytmami sterowania (Mystkowski 2010), oraz rzadziej spotykane metody redukcji drgań, np. poprzez wymuszenie parametryczne (Dohnal i Markert 2011).

Spośród najczęściej spotykanych rozwiązań konstrukcyjnych należy wskazać na elektromagnetyczne generowanie sił jako dominujący sposób oddziaływania. Aktywne łożyska magnetyczne są przykładem zaawansowanego wykorzystania tego rozwiązania i aktualnie jest ono na tyle dojrzałe, że sporo firm ma je w ofercie swoich produktów. Zestawienie innych, często spotykanych rozwiązań konstrukcyjnych stosowanych w sterowanych układach wirnikowych zawarł w swojej pracy Chong-Won Lee (2006).

Współczesne trendy w sterowanych układach wirnikowych obejmują aktywne monitorowanie stanu urządzenia (ang. *Machine Active Health Monitoring*), gdzie rozważa się generowanie sił mających znaczenie jedynie diagnostyczne lub też użycie odpornych, wielowymiarowych układów sterowania, które uwzględniają również aktualny stan dynamiczny urządzenia (Sawicki 2013). Autor cytowanej pracy wskazuje np. na technologię szybkoobrotowej obróbki, gdzie współczesne osiągnięcia w postaci złożonego sterowania aktywnymi łożyskami magnetycznymi znajdują zastosowanie i umożliwiają poprawę szybkości i stabilności procesu skrawania.

3.3. Materiały piezoelektryczne jako elementy wykonawcze w układach aktywnej redukcji drgań układów wirnikowych

Materiały piezoelektryczne początkowo były wykorzystywane jako elementy wykonawcze w układach laserowych do wytwarzania precyzyjnego ruchu soczewek i luster.

W układach redukcji drgań znalazły zastosowanie przede wszystkim w strukturach niewirujących, np. belkach, gdzie umieszczanie były w postaci warstwy na strukturze (Bailey i Hubbard 1985; Tylikowski 1993). Cechą tego materiału, która zaważyła o jego dużej popularności w zagadnieniach redukcji drgań, jest szerokie pasmo oddziaływania.

Pierwsze zastosowanie w układach wirnikowych zaproponowali Alan Palazzolo ze współautorami (Palazzolo i in. 1989). Wykorzystali oni dwa stopy piezoelektryczne do podparcia obudowy jednego z łożysk kulkowych. Taka struktura układu dawała obiecujące wyniki i rozpowszechniła się w środowisku naukowym. Późniejsze prace tego zespołu badawczego dotyczyły rozbudowy oraz praktycznej implementacji algorytmów sterowania wpływających na tłumienie (Barrett i in. 1995; Lin i in. 1990). Autorzy ci zaproponowali również aktuator hybrydowy, w którym stos piezoelektryczny generuje siłę, która z kolei poprzez układ hydrauliczny przekazywana jest na obudowę łożyska (Tang i in. 1995). Rozwiązanie takie może chronić stos przed siłami poprzecznymi, które pojawiają się w przypadku drgań wzdłużnych wirnika. Oprócz zastosowań do współpracy z łożyskami tocznymi stopy piezoelektryczne zaczęto wykorzystywać również w układach z łożyskami ślizgowymi (Carmignani i in. 2001; Tuma i in. 2013) oraz gazowymi (Kwon i in. 2000) do poprawy ich stabilności. Ciekawym zastosowaniem elementów piezoelektrycznych jest wykorzystanie ich jako sterowanych zaworów kontrolujących przepływ gazu w łożyskach aerostatycznych (Morosi i Santos 2011) oraz jako włącznik/sprzęgło zmieniające sztywność podpory (Cavalini i in. 2011). Korzystne cechy dynamiczne piezoelektrycznych elementów wykonawczych spowodowały, że stosowano je również w bardziej zaawansowanych układach sterowania optymalnego (Simões i in. 2007), przeznaczonych dla urządzeń wirnikowych.

Koncepcję umieszczenia elementów piezoelektrycznych na powierzchni wału zapoczątkował Piotr M. Przybyłowicz (1999). W tej oraz w kolejnych pracach (np. Przybyłowicz 2003) pokazuje on, że na graniczną prędkość utraty stabilności takiego układu można wpływać, stosując algorytm sprzężenia od prędkości. Pewnym uproszczeniem w cytowanych pracach jest użycie w równaniach ruchu stacjonarnego układu odniesienia (co zaniedbuje fakt wirowania elementów piezoelektrycznych wraz z wałem), przez co uzyskane efekty pracy algorytmu sterowania odpowiadają zwiększeniu efektywnego tłumienia zewnętrznego w strukturze. Oprócz modelu liniowego Przybyłowicz wprowadza analizę nieliniową z rozwiązaniem bifurkacyjnym. Podobną analizę teoretyczną przedstawił Ohseop Song ze współautorami (Song i in. 2002), którzy przedstawili rozwiązania analityczne dla kompozytowego wału z warstwami piezoelektrycznymi. W pracy tej zbadano również wpływ algorytmu, który stosuje sprzężenie od przemieszczenia.

Pierwsze badania eksperymentalne wirnika o aktywnej strukturze wału zaprezentował Holger Kunze wraz z zespołem (Kunze i in. 2003), który zastosował elementy piezoelektryczne (jako kompozyt MFC) na wale napędowym samochodu. Pracę swą

badacze skoncentrowali na ograniczeniu drgań pierwszej postaci, przyjmując, że postać ta będzie wymuszana przez silnik tłokowy pracujący ze zmienną prędkością obrotową. H-G. Horst i H.P. Wölfel (2004) analizowali wirnik z tarczą oraz elementami piezoelektrycznymi umieszczonymi na powierzchni wału, zarówno symulacyjnie, jak i eksperymentalnie. Zbudowali model MES analizowanej struktury, uwzględniając w nim efekty żyroskopowe pochodzące od tarczy. W pracy zaimplementowali sterowanie optymalne, osiągając znaczącą redukcję drgań, szczególnie podczas przechodzenia przez prędkości krytyczne. Zagadnienie stabilności układu nie było przez nich omawiane. Peter J. Sloetjes i Andre De Boer (2008) wykorzystali podobną, aktywną strukturę do badań nad możliwościami redukcji drgań w układach wirnikowych. Praca ta rozważa kilka algorytmów sterowania oraz ich wpływ na stabilność i prędkość graniczną, analizując ten układ symulacyjnie oraz eksperymentalnie. Podstawowe wyniki przedstawiono dla algorytmu modyfikującego efektywne tłumienie zewnętrzne (określanego przez autorów jako *virtual stator damping*), wykazując wzrost stabilności wraz ze wzrostem wartości tego tłumienia. Dodatkowo autorzy zaproponowali algorytm, który redukuje drgania jedynie przy przejściu przez prędkość krytyczną oraz rozważyli wykorzystanie aktywnej struktury wirnika do redukcji niewyważenia, przez aktywnie generowane odkształcenie/ugięcie wału. Zespół ten nie rozważał aktywnego wpływu na tłumienie wewnętrzne, ponieważ we wcześniejszej publikacji (Sloetjes i De Boer 2006) wykazał, że użycie typowych praw sterowania w obrotowym układzie odniesienia zwiększa to tłumienie i pogarsza stabilność. Podobne wnioski podali dla próby odzyskania energii z drgań wału, który wiąże się ze zwiększeniem tłumienia wewnętrznego. Najprawdopodobniej niezależnie koncepcję wyrównywania wirników za pomocą elementów piezoelektrycznych znajdujących się na wale przedstawił również Arthur Lees (2011). W swojej pracy zawarł rozważania teoretyczne oraz przykład numeryczny.

Podjęcie polegające na aktywnym zmniejszaniu efektywnego tłumienia wewnętrznego w układzie wirnikowym przedstawili, najprawdopodobniej po raz pierwszy, Abhro Mukherjee i Sabyasachi Sengupta (2011). Zaproponowali oni wykorzystanie sterowanego sprzęgła składającego się ze sztywnych tarcz oraz elementów wykonawczych pomiędzy nimi, które umieszczone są na obwodzie tych tarcz (sugerowali stosowanie aktuatorów piezoelektrycznych lub elektromagnetycznych). Siły generowane przez aktulatory, za pośrednictwem tarcz sprzęgła, powodują ugięcie wałów. Wykorzystując prosty model symulacyjny, autorzy pokazali m.in., że aktywne zmniejszanie tłumienia wewnętrznego może być korzystne ze względu na stabilność rozważanego wirnika. Całkowicie niezależnie zbliżoną koncepcję generowania sił, które modyfikują tłumienie wewnętrzne, zaproponowali autor niniejszej rozprawy wraz z promotorem (Cupiał i Kozioł 2013), stosując do badań wirnik o aktywnej strukturze. Niniejsza monografia bazuje na idei przedstawionej we wspomnianym wcześniej artykule.

Wykorzystana podstawowa koncepcja układu sterowania jest w pracy poddana szerokiej analizie teoretycznej i uzupełniona o badania doświadczalne, które potwierdzają poprawność modelowania zjawisk fizycznych oraz oczekiwany skutek, czyli możliwość wpływania na efektywne tłumienie wewnętrzne.

Zbadany został również wpływ sprzężenia żyroskopowego na poprawność działania proponowanego układu sterowania. Dla przewieszzonego wirnika z tarczą (nazywanego wirnikiem Stodoli–Greena) uzyskano obiecujące wyniki symulacyjne, które opublikowano w pracy Mateusza Koziola i Piotra Cupiała (2022).

4. Analityczny model wirnika Jeffcotta z elementami piezoelektrycznymi

W niniejszym rozdziale rozważania na temat możliwości redukcji drgań wirników za pomocą elementów piezoelektrycznych umieszczonych na wale przeprowadzono z wykorzystaniem najprostszego modelu dynamiki wirników – wirnika Jeffcotta. Na podstawie tego modelu zostanie omówiona koncepcja układu sterowania, co pozwoli na zachowanie prostych i czytelnych równań, a wpływ poszczególnych parametrów będzie widoczny w uzyskanych zależnościach. Odbędzie się to jednak kosztem dokładności odwzorowania i zgodności z wynikami rzeczywistych pomiarów.

Pomimo wielu uproszczeń występujących w modelu Jeffcotta jest on powszechnie omawiany w literaturze opisującej dynamikę układów wirnikowych m.in. dlatego, że pozwala on na wyjaśnienie podstawowych zjawisk i problemów w ruchu wirników (np. niewyważenia, samocentrowania, przejścia przez prędkość krytyczną czy ugięcia statycznego osi wału), a także umożliwia jakościową analizę wpływu tłumienia, które może prowadzić do zjawiska utraty stabilności i drgań samowzbudnych.

Niniejszy rozdział rozpoczyna szczegółowy opis modelu Jeffcotta. Następnie model ten jest rozszerzony o oddziaływanie piezoelektryczne pochodzące od umieszczonych na wale elementów piezoelektrycznych. Końcowa część rozdziału opisuje pełną strukturę układu, algorytm sterowania oraz przedstawia wyniki analiz aktywnego układu redukcji drgań wirników uzyskanych dla modelu aktywnego wirnika Jeffcotta.

4.1. Podstawowe równania ruchu w stacjonarnym oraz obrotowym układzie odniesienia

Powszechna nazwa analizowanego w podrozdziale modelu dynamiki wirników – model Jeffcotta – pochodzi od nazwiska naukowca, który rozważał prosty model do opisu zjawiska przekraczania prędkości krytycznej wału i wyjaśnił znaczenie niewyważenia (Jeffcott 1919). Praca ta (jak również inne z tego okresu) inspirowana była turbiną parową de Laval, która posiadała elastyczny wirnik (rzadko wtedy stosowany),

pracowała z nadkrytyczną prędkością obrotową i której obserwowane wibracje były niezrozumiałe dla ówczesnych inżynierów oraz naukowców. Warto podkreślić, że praca ta nie była pierwszą, która modelowała i analizowała te zjawiska, wcześniej powstały prace A. Föppla (w 1895 roku), S. Dunkerleya (w 1895 roku), G. Belluzza (w 1905 roku), A. Stodoli (w 1910 roku) (za: Genta 2005; za: Krämer 1993), jednak najprawdopodobniej ze względu na anglojęzyczną publikację oraz na graficzne i przejrzyste wyjaśnienia to właśnie praca Jeffcotta jest aktualnie najpopularniejsza. Niektórzy autorzy książek (np. Friswell i in. 2010), aby podkreślić znaczenie wynalezienia turbiny, nazywają omawiany poniżej układ równań modelem de Laval.

Model Jeffcotta składa się z nieważkiego, elastycznego wału swobodnie podpartego na końcach oraz z masy punktowej umieszczonej w środku długości tego wału. Wpływ dynamiki podpór na wirnik jest pomijany poprzez modelowanie ich jako elementy sztywne. Masa punktowa jest przesunięta poprzecznie względem osi geometrycznej nieodkształconego wału, co uzupełnia model o niewyważenie statyczne występujące w rzeczywistych układach. Ostatnim elementem upraszczającym równania ruchu jest założenie stałej prędkości wirowania układu. W rezultacie jest to model o parametrach skupionych, który ma dwa stopnie swobody i opisuje drgania poprzeczne pierwszych dwóch postaci drgań układu.

Przedstawienie równań ruchu wymaga określenia układu odniesienia, względem którego opisywany jest ten ruch. W literaturze dotyczącej drgań wirników najczęściej jest wykorzystywany układ stacjonarny czy też inercjalny, w którym uzyskane wyniki są zgodne z obserwacjami badacza prowadzącego doświadczenie. W niniejszej pracy układ inercjalny definiowany będzie przez układ współrzędnych $Oxyz$, gdzie oś z pokrywa się z osią nieodkształconego wału, oś x jest pozioma, oś y pionowa, a dodatkowo osie xy tworzą płaszczyznę, na której opisywany jest ruch geometrycznego środka wirnika (rys. 4.1). Ponieważ praca koncentruje się na wirnikach, które mają wał o aktywnej strukturze, większość prezentowanych w niej równań ruchu będzie zapisywana w obrotowym układzie odniesienia. Układ ten powstaje wskutek powiązania osi układu współrzędnych z wirującym wałem. Zdefiniowany w ten sposób obrotowy układ oznaczany będzie jako $O\xi\eta\zeta$, gdzie ζ pokrywać się będzie z osią nieodkształconego wału, zaś osie $\xi\eta$ wykonują taki sam obrót jak wał i wyznaczają płaszczyznę, w której przemieszcza się masa.

Szczegółowe wyprowadzenie równań ruchu modelu Jeffcotta można znaleźć w wielu pozycjach literaturowych (np.: Genta 2005; Ishida i Yamamoto 2012; Krämer 1993), dlatego nie będzie tu powtarzane.

Równania wirnika Jeffcotta w stacjonarnym układzie odniesienia z uwzględnieniem tłumienia mają postać jak w równaniu (4.1), a w formie macierzowej – jak w równaniu (4.2) (Genta 2005). Równania te opisują ruch punktu C, to jest środka

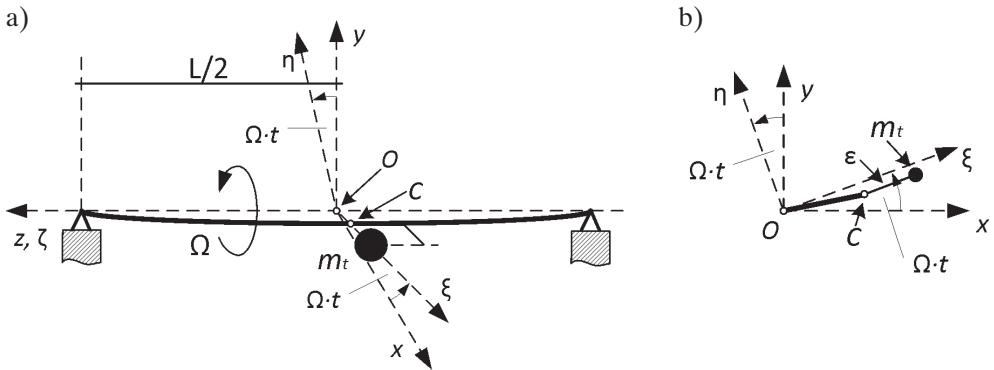
geometrycznego wału (lub współosiowej tarczy), który zwykle jest mierzony w trakcie eksperymentu.

$$\begin{cases} m\ddot{x}_C + (c_z + c_w)\dot{x}_C + kx_C + (\Omega c_w)y_C = m\varepsilon\Omega^2 \cos(\Omega t) + F_x \\ m\ddot{y}_C + (c_z + c_w)\dot{y}_C + ky_C - (\Omega c_w)x_C = m\varepsilon\Omega^2 \sin(\Omega t) + F_y \end{cases} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_C \\ \ddot{y}_C \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_z + c_w & 0 \\ 0 & c_z + c_w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_C \\ \dot{y}_C \end{Bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} 0 & c_w \\ -c_w & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} x_C \\ y_C \end{Bmatrix} = \\ = \begin{Bmatrix} m\varepsilon\Omega^2 \cos(\Omega t) \\ m\varepsilon\Omega^2 \sin(\Omega t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.2)$$

gdzie:

- m – masa zredukowana uwzględniająca masę skupioną (masę tarczy) oraz masę wału,
- k – sztywność zredukowana,
- Ω – stała prędkość obrotowa wirnika,
- c_z, c_w – współczynniki tłumienia, odpowiednio zewnętrznego i wewnętrznego, omówione szerzej w podrozdziale 4.2,
- ε – promień niewyważenia,
- F_x, F_y – składowe siły zewnętrznej.



Rys. 4.1. Wirnik Jeffcotta ze zdefiniowanymi układami współrzędnych:
a) schemat ogólny; b) płaszczyzna przechodząca przez środek wału

W prezentowanych równaniach masa traktowana jest jako punktowa, stąd momenty bezwładności były są równe zero i sprzężenie żyroskopowe nie występuje. Podobne zachowanie można uzyskać, stosując sztywną tarczę znajdującą się dokładnie

w środku długości wału, przy dodatkowym założeniu, że płaszczyzna, w której obraca się tarcza, jest stała (tj. stale prostopadła do osi obrotu i nie występuje jej wychylenie związane np. z błędnym montażem). Dzięki temu wektor krętu bryły również nie zmienia się, zarówno co do wartości, jak i kierunku, momenty żyroskopowe nie występują i równania ruchu są takie same jak dla punktu materialnego. Po prawej stronie równań (4.1) i (4.2) znajdują się wyrażenia opisujące niewyważenie statyczne oraz siłę zewnętrzną. Na tym etapie wpływ przyspieszenia grawitacyjnego pominięto.

Analogiczne równania można również wyprowadzić względem obrotowego układu odniesienia. Jest to układ nieinercyjny, który wykonuje ruch obrotowy, dlatego też zarówno wyprowadzenie, jak i końcowe równania są bardziej złożone. Jako przykład wzrostu złożoności można rozważyć operację różniczkowania przemieszczeń względem układu odniesienia, który wykonuje ruch obrotowy – w takim układzie otrzymuje się dodatkowe wyrazy opisujące przyspieszenie Coriolisa.

Możliwe jest również przekształcenie równania z układu stacjonarnego, w tym celu należy wykorzystać zależności pomiędzy współrzędnymi w układach $Oxyz$ i $O\xi\eta\zeta$.

$$\begin{Bmatrix} x_C \\ y_C \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) & -\sin(\Omega t) \\ \sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_C \\ \eta_C \end{Bmatrix} \quad (4.3)$$

Po zróżniczkowaniu równania (4.3) uzyskuje się zależności wiążące prędkości oraz przyspieszenia pomiędzy obrotowym i stacjonarnym układem odniesienia. Następnie po podstawieniu wszystkich zależności do równania (4.2) oraz uproszczeniu otrzymuje się:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\xi}_C \\ \ddot{\eta}_C \end{Bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} c_z + c_w & 0 \\ 0 & c_z + c_w \end{bmatrix} + 2\Omega \begin{bmatrix} 0 & -m \\ m & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \dot{\xi}_C \\ \dot{\eta}_C \end{Bmatrix} + \\ & + \left(\begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} - \Omega^2 \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} 0 & -c_z \\ c_z & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \xi_C \\ \eta_C \end{Bmatrix} = \\ & = \begin{Bmatrix} m\varepsilon\Omega^2 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_x \cos(\Omega t) + F_y \sin(\Omega t) \\ F_x \sin(\Omega t) + F_y \cos(\Omega t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Równanie (4.4) opisuje model Jeffcotta w obrotowym układzie odniesienia, w którym dodatkowo uwzględniono tłumienie (siłę grawitacji pominięto). Porównując je z równaniem (4.2), można zaobserwować pojawienie się dwóch nowych wyrażeń: pierwsze z nich, proporcjonalne do prędkości względem obrotowego układu odniesienia, opisuje siły pochodzące od wspomnianego przyspieszenia Coriolisa; drugie to wy-

rażenie związane z przyspieszeniem dośrodkowym (proporcjonalne do Ω^2), które generuje siły w przypadku wychylenia masy poza oś obrotu.

Po prawej stronie równania (4.4) można zaobserwować, że wymuszenie pochodzące od niewyważenia reprezentowane jest dla stałej prędkości obrotowej przez stałą siłę, zaś siły zewnętrzne, które miały wartość stałą w układzie stacjonarnym, są synchronicznie zmienne.

4.2. Tłumienie w dynamice układów wirnikowych i jego wpływ na stabilność

Cechą wyróżniającą układy wirnikowe od innych struktur dynamicznych jest konieczność rozdzielenia ogólnego tłumienia w układzie na tłumienie zewnętrzne oraz wewnętrzne. Podział ten wynika z jakościowo różnego wpływu każdego z tych tłumień na ruch wirnika, szczególnie przy zmiennych warunkach pracy (przy różnych prędkościach obrotowych układu).

4.2.1. Tłumienie zewnętrzne, tłumienie wewnętrzne

Przez tłumienie zewnętrzne należy rozumieć zjawisko rozpraszania energii mechanicznej układu, które zachodzi pomiędzy elementami wirującymi a elementami niewirującymi (stacjonarnymi), np. w wyniku oporów aero- lub też hydrodynamicznych pomiędzy wirnikiem a ośrodkiem, w którym się znajduje. Tłumienie zewnętrzne obejmuje więc również tarcie w łożyskach oraz rozpraszanie energii w podporach łożyskowych. Niestety ze względu na złożoność wymienionych zjawisk przybliżona wartość rzeczywistych sił tłumienia oraz charakter ich zmian są zwykle nieznane. W literaturze do modelowania tłumienia zewnętrznego najczęściej stosuje się liniowy model wiskotyczny i przyjmuje się, że siły tłumienia są proporcjonalne do prędkości obserwowanej w stacjonarnym układzie odniesienia. Ten sam model jest również stosowany w niniejszej pracy (równania (4.1) lub (4.2)).

Tłumienie wewnętrzne uwzględnia rozpraszanie energii wyłącznie w elementach, które wykonują ruch obrotowy. Tłumienie wewnętrzne obejmuje więc rozpraszanie energii w materiale wału (tarcie materiałowe) oraz tarcie konstrukcyjne (strukturalne) występujące pomiędzy odkształcanym wałem a umieszczonymi na nim pasowanymi elementami, np. tarczami. Do modelowania tłumienia wewnętrznego w literaturze najczęściej stosuje się, oprócz modelu wiskotycznego (ze względu na prostotę użycia), również model histerezowy. W niniejszym rozdziale, dla utrzymania czytelności równań, użyty będzie model wiskotyczny, a wartość odpowiadających mu sił tłumienia

będzie proporcjonalna do prędkości obserwowanej w obrotowym układzie odniesienia (co można zauważyć w równaniu (4.4)). Mimo uproszczonego opisu tłumienia, przy odpowiednim doborze współczynników tego tłumienia, możliwe jest przybliżenie zachowania układu fizycznego (np. Vervisch i in. 2016).

4.2.2. Tłumienie a drgania samowzbudne

Wraz z upowszechnieniem się wirników pracujących w zakresie nadkrytycznych prędkości wirowania pojawił się problem stabilności takich wirników. W urządzeniach tych zaczęto obserwować drgania samowzbudne, często o gwałtownym charakterze, prowadzące do uszkodzenia maszyny. W 1924 roku A.L. Kimball przedstawił jedną z przyczyn powstawania drgań samowzbudnych wirników dla nadkrytycznych prędkości wirowania. Według niego było nią tłumienie wewnętrzne, które przy ruchu z nadkrytyczną prędkością obrotową działa destabilizująco na wirujący układ.

W uproszczony sposób mechanizm powstawania drgań samowzbudnych można przedstawić jako przepływ energii od ruchu obrotowego (napędu) do ruchu drgającego, w wyniku występowania sił tarcia (tłumienia). W przypadku nadkrytycznych prędkości wirowania siły pochodzące od tłumienia wewnętrznego mają składową styczną do orbity w ruchu precesyjnym, o zwrocie zgodnym z kierunkiem precesji. Składowa ta dostarcza więc energię do ruchu precesyjnego i w przypadku gdy tłumienie zewnętrzne jest niewystarczające, powstają drgania o narastającej amplitudzie. W zakresie podkrytycznych prędkości wirowania składowa styczna siły tłumienia wewnętrznego ma zwrot przeciwny i hamuje ruch precesyjny (orbitalny) wału. W efekcie, w tym zakresie tłumienie wewnętrzne ma działanie stabilizujące.

W przypadku tłumienia zewnętrznego taka zależność od prędkości wirowania nie występuje i tłumienie to korzystnie wpływa na stabilność. Ta wyraźna różnica pomiędzy wpływem tłumienia zewnętrznego i wewnętrznego uzasadnia konieczność rozdziału sił tłumienia w maszynach wirnikowych.

4.2.3. Tłumienie w równaniach ruchu w modelu Jeffcotta

Podsumowując dotychczasowy opis, można stwierdzić, że tłumienie zewnętrzne jest proporcjonalne do ruchu względem stacjonarnego układu odniesienia, zaś tłumienie wewnętrzne – do ruchu w układzie obrotowym, co oznacza konieczność przekształcenia odpowiednich sił do układu odniesienia, w którym przedstawione jest dane równanie ruchu. Do wyznaczenia tłumionych równań ruchu dla modelu Jeffcotta w stacjonarnym układzie odniesienia konieczne jest zatem przekształcenie sił tłumienia wewnętrznego, które definiowane są w obrotowym układzie odniesienia. Przekształcenia

tego można dokonać, wykorzystując zależności pomiędzy prędkościami w obydwu układach odniesienia:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\xi}_C \\ \dot{\eta}_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_C \\ \dot{y}_C \end{Bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_C \\ y_C \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

W wyniku tego przekształcenia, oprócz typowej zależności od prędkości w układzie stacjonarnym, powstaje dodatkowo skośnie symetryczna macierz, która jest proporcjonalna do prędkości obrotowej wirnika (por. równanie (4.2)). Jest to tak zwana macierz cyrkulacyjna lub pseudożyroskopowa (Muszyńska 1979), której elementy sprzęgają ruch w dwóch kierunkach, i dlatego macierz ta jest ściśle powiązana z ruchem obiegowym (precesyjnym) wirnika. W przypadku granicznym, gdy tłumienie wewnętrzne nie występuje, ruch w prostopadłych kierunkach odbywa się całkowicie niezależnie.

Wpływ poszczególnych macierzy równania (4.2) na stabilność został zbadany w pracy Z. Kozaneckiego (2008), gdzie wyznaczono pracę sił tłumienia i sprężystości w trakcie jednego obrotu w ruchu orbitalnym (precesyjnym) wirnika. W pracy tej wykazano, że symetryczne elementy w macierzy sztywności oraz skośnie symetryczne elementy macierzy tłumienia mają charakter zachowawczy i nie powodują rozpraszania energii. Następnie symetryczne elementy z macierzy tłumienia powodują dyssypację energii, a więc skutkują powstawaniem sił niezachowawczych, które są stabilizujące dla układu wirnikowego. Ostatni przypadek, tj. przypadek skośnie symetrycznych elementów w macierzy sztywności, jest bardziej złożony, gdyż może powodować zarówno rozpraszanie, jak i dostarczanie energii do ruchu drgającego. Oprócz samych wartości w macierzy cyrkulacyjnej czynnikiem, który decyduje o kierunku przekazywania energii, jest zależność pomiędzy prędkością obrotową wirnika a prędkością obrotową w ruchu orbitalnym (precesyjnym) wirnika. Gdy prędkość wirowania wału jest mniejsza niż prędkość krytyczna (zakres podkrytyczny), to prędkość w ruchu precesyjnym jest większa niż w ruchu obrotowym i elementy skośnie symetryczne powodują dyssypację energii. Natomiast dla nadkrytycznej prędkości wirowania prędkość w ruchu orbitalnym jest mniejsza niż prędkość obrotowa wału, co skutkuje dostarczaniem energii do ruchu precesyjnego. Jednym z założeń prezentowanego modelu jest stała prędkość obrotowa wału, co oznacza, że do całego układu stale dostarczana jest energia, która po części jest dyssypowana, a po części transferowana do ruchu drgającego, i możliwe jest powstanie drgań samowzbudnych.

Należy zaznaczyć, że w równaniu w obrotowym układzie odniesienia występuje podobna macierz cyrkulacyjna, jednak jej wpływ na stabilność jest jakościowo inny (m.in. dlatego że występują w niej współczynniki tłumienia zewnętrznego). Powyższe spostrzeżenia dotyczące zachowawczego charakteru członów nie mogą być bezpośrednio wykorzystane w obrotowym układzie odniesienia, ponieważ jest to układ nieinercjalny.

4.3. Analiza z wykorzystaniem zapisu zespolonego

Dotychczas omawiane równanie modelu Jeffcotta składało się z układu dwóch równań, w którym ruch w każdym z kierunków opisuje równanie różniczkowe zwyczajne drugiego rzędu. W literaturze dotyczącej poruszanych zagadnień często można spotkać zapis równań dynamicznych ruchu z wykorzystaniem zmiennej zespolonej. Podejście to bazuje na wykorzystaniu do opisu położenia punktu C nie dwóch wartości rzeczywistych (np. prostopadłych współrzędnych x oraz y), ale jednej wartości zespolonej, tj. wektora na płaszczyźnie zespolonej. Oprócz uproszczenia równań ruchu zyskuje się przede wszystkim informację o kierunkowości postaci drgań wirnika, na co zwraca uwagę C.-W. Lee (1993). Szczegóły i przykłady wyjaśniające tę własność zostaną przedstawione w kolejnych akapitach.

4.3.1. Równania ruchu w zapisie zespolonym w stacjonarnym i obrotowym układzie odniesienia

W analizowanym układzie wirnikowym zarówno podpory, jak i wał mają własności izotropowe, co pozwala na znaczące uproszczenie równań modelu Jeffcotta. W przypadku występowania anizotropii zapis z wykorzystaniem zmiennej zespolonej jest nadal możliwy, jednak przekształcanie równań staje się wyraźnie trudniejsze. Mimo to często korzyści z uzyskanej informacji o kierunkowości postaci drgań przesądzają o użyciu tego zapisu również dla nieizotropowych modeli.

W wyniku pomnożenia drugiego równania (4.1) przez jednostkową liczbę urojoną li , a następnie dodania go do pierwszego równania otrzymuje się:

$$m\ddot{r}_C + (c_z + c_w)\dot{r}_C + (k - ic_w\Omega)r_C = m\epsilon\Omega^2 e^{i\Omega t} + F_s \quad (4.6)$$

gdzie:

$$r_C = x_C + iy_C \quad (4.7)$$

W ten sposób układ równań (4.1) został przekształcony do jednego równania różniczkowego o zespolonych współczynnikach. Symetryczne elementy macierzy z równania (4.2) mają rzeczywistą wartość w równaniu zespolonym, zaś elementy skośnie symetryczne w tych macierzach są urojone (Genta 2005).

Analogicznie możliwe jest przekształcenie równań w obrotowym układzie odniesienia. Po zdefiniowaniu wektora zespolonego w układzie obrotowym:

$$\rho_C = \xi_C + i\eta_C \quad (4.8)$$

otrzymuje się:

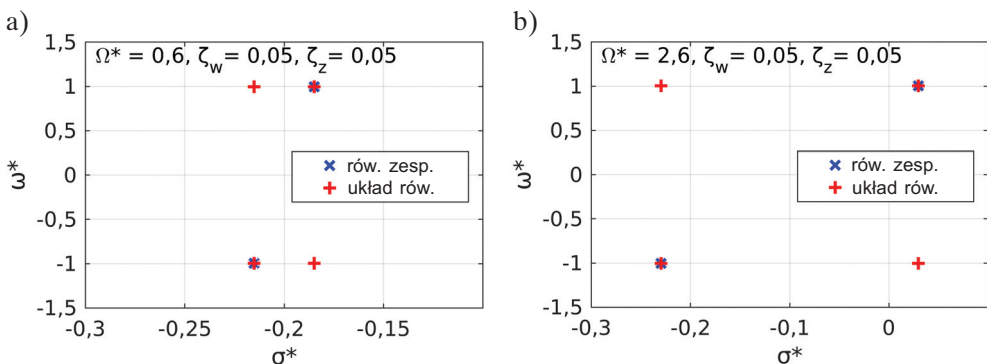
$$m\ddot{\rho}_C + (c_z + c_w + i2m\Omega)\dot{\rho}_C + (k - m\Omega^2 + ic_z\Omega)\rho_C = m\varepsilon\Omega^2 + F_s e^{-i\Omega t} \quad (4.9)$$

Z uwagi na numeryczne wyznaczanie odpowiedzi czasowych modeli zapis zespolony może być niekorzystny i utrudniać realizowanie symulacji czasowej. Jednak w przypadku analizy stabilności układu liniowego wykorzystanie równania zespolonego niesie ze sobą istotne korzyści.

4.3.2. Analiza stabilności – drgania własne tłumione

Stabilność tworzonych modeli układów wirnikowych badana będzie za pomocą analizy położenia pierwiastków równania charakterystycznego. W związku z tym kryterium decydującym o stabilności będą wartości części rzeczywistych tych pierwiastków, które powinny być ujemne (pierwiastki znajdują się w lewej półpłaszczyźnie zmiennej zespolonej s).

Równanie charakterystyczne dla układu dwóch równań różniczkowych drugiego rzędu (równanie (4.1)) ma cztery pierwiastki. Spośród nich można wybrać dwie pary sprzężone, które różnią się jedynie znakiem części urojonej pierwiastka. Zastosowanie równań wykorzystujących zmienne zespolone redukuje liczbę rozwiązań równania różniczkowego jednorodnego do dwóch pierwiastków. W celu zobrazowania opisywanych własności rozwiązań na rysunku 4.2 przedstawiono wykresy zawierające pierwiastki układu równań (4.1) oraz pierwiastki równania zespolonego (4.6) na płaszczyźnie zespolonej. Wykresy te używają bezwymiarowych wielkości, które przedstawiają jakościowy wpływ wirowania na ruch swobodny tłumiony modelu Jeffcotta. Znaczenie poszczególnych wielkości bezwymiarowych podano w tabeli 4.1.



Rys. 4.2. Pierwiastki (bieguny) równania zespolonego (4.6) oraz układu równań (4.1) dla wielkości bezwymiarowych (tab. 4.1): a) podkrytyczna prędkość obrotowa; b) nadkrytyczna prędkość obrotowa – układ niestabilny

Tabela 4.1

Definicje zmiennych bezwymiarowych

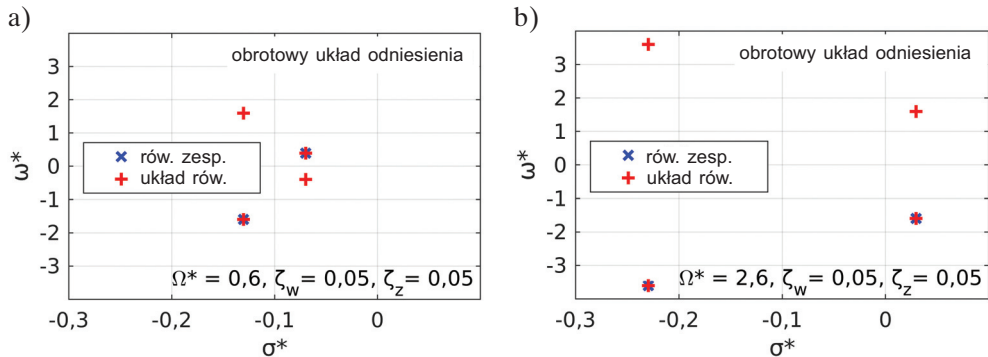
$\Omega^* = \Omega/\sqrt{k/m}$	prędkość obrotowa odniesiona do częstości drgań własnych układu niewirującego (wartość bliska* 1 oznacza prędkość krytyczną)
$\zeta_w = c_w/2\sqrt{km}$	względny współczynnik tłumienia wewnętrznego
$\zeta_z = c_z/2\sqrt{km}$	względny współczynnik tłumienia zewnętrznego
$s = \sigma + i\omega$	pierwiastek równania charakterystycznego
$\sigma^* = \sigma/\sqrt{k/m}$	bezwymiarowy współczynnik zaniku drgań (bezwymiarowa część rzeczywista pierwiastka)
$\omega^* = \omega/\sqrt{k/m}$	znormalizowana, odniesiona do częstości drgań własnych układu niewirującego, częstość drgań własnych wirnika w ruchu obrotowym

* występowanie tłumienia nieznacznie zmniejsza częstość drgań

Wartości pierwiastków otrzymane dla dwóch różnych postaci równań ruchu pokrywają się, przy czym każde rozwiązanie pochodzące z równania zespolonego pojawia się dwukrotnie (drugi raz z przeciwną wartością części urojonej rozwiązania), jako pierwiastki układu równań rzeczywistych. Wartościom biegunów uzyskanym dla zespolonej postaci równania różniczkowego przypisuje się interpretację fizyczną dla każdej z otrzymanych wartości. Czynnikiem decydującym o rodzaju postaci jest znak wartości urojonej pierwiastka – dodatnia wartość oznacza postać z precesją współbieżną, ujemna zaś z precesją przeciwbieżną. Oznacza to, że równanie z zespolonymi współczynnikami ma dwie postacie drgań o przeciwnych kierunkach precesji. Ponieważ układ równań o współczynnikach rzeczywistych ma bieguny sprzężone, stale występujący względem badanego biegun sprzężony uniemożliwia jednoznaczne nadanie takiej interpretacji. Dlatego na rysunku 4.2b dla pierwiastków pochodzących z układu równań o rzeczywistych współczynnikach nie jest możliwe wskazanie, która z postaci (współbieżna czy przeciwbieżna) jest niestabilna (dwa pierwiastki oznaczone ‘+’ z różnymi wartościami urojonymi są niestabilne). Analiza stosująca zmienną zespoloną wskazuje, że postać z precesją współbieżną (z dodatnią wartością części urojonej) jest niestabilna i taki ruch precesyjny będzie obserwowany w przypadku utraty stabilności przez układ.

Wspomniana na początku podrozdziału 4.3 kierunkowość postaci drgań jest rozumiana jako możliwość jednoznacznego przypisania kierunku precesji do danej postaci i częstości drgań ruchu (*‘the directivity information of modes’* w: Lee 1993). W analizowanym modelu Jeffcotta częstość drgań własnych jest taka sama dla każdej z postaci i nie zależy od prędkości obrotowej wału (ze względu na brak sprzężenia żyroskopowego), dlatego też użycie go jako przykładu wykorzystania informacji o kierunkowości może wydawać się sztuczne. W przypadku bardziej złożonych układów zastosowanie zapisu zespolonego jest wręcz niezbędne do jednoznacznej interpretacji postaci drgań.

Postępując analogicznie, rozwiązań równań jednorodnych można poszukiwać przy zapisie równań względem obrotowego układu odniesienia. Położenie biegunów dla tych samych warunków oraz przy wykorzystaniu tych samych wielkości bezwymiarowych pokazano na rysunku 4.3.



Rys. 4.3. Pierwiastki (bieguny) równania zespolonego (4.9) oraz układu równań (4.4) – równania względem obrotowego układu odniesienia, użyto wielkości bezwymiarowych (tab. 4.1): a) prędkość obrotowa podkrytyczna; b) prędkość obrotowa nadkrytyczna – układ niestabilny

Otrzymane w ten sposób wartości pierwiastków charakteryzuje znacząca różnica wartości urojonych względem wyników uzyskanych w układzie stacjonarnym. W wyniku analizy ruchu wirnika względem obrotowego układu odniesienia otrzymuje się częstości własne, które liniowo zależą od prędkości obrotowej układu (Genta 2005). Aby otrzymać wartość częstości drgań względem obrotowego układu odniesienia, od wartości otrzymanej podczas analizy w stacjonarnym układzie odniesienia należy odjąć wartość prędkości obrotowej (np. minimalna wartość częstości na rysunku 4.3b wynosi około $-3,6 = -1 - 2,6$).

Analizując z kolei części rzeczywiste pierwiastków, można zaobserwować, że wartości te są takie same (porównanie z rozwiązaniami analitycznymi pokazuje, że są dokładnie takie same). Oznacza to, że określenie stabilności układu jest możliwe niezależnie od układu odniesienia, w którym zapisano równania ruchu. Własność ta będzie wykorzystywana do określania stabilności układu z aktywnym układem sterowania.

Podana wcześniej dla równań w stacjonarnym układzie odniesienia zasada ustalania kierunku precesji ruchu nie znajduje zastosowania w przypadku równań w obrotowym układzie odniesienia. Jednocześnie nadal jest możliwe (w przypadku równania o współczynnikach zespolonych) przypisanie kierunkowości do postaci, które będzie spójne z wynikami otrzymanymi w stacjonarnym układzie odniesienia. Interpretacja fizyczna kierunkowości postaci w obrotowym układzie odniesienia jest inna (można ją rozpatrywać jako częstość deformacji wału przy precesji współbieżnej i przeciwbieżnej),

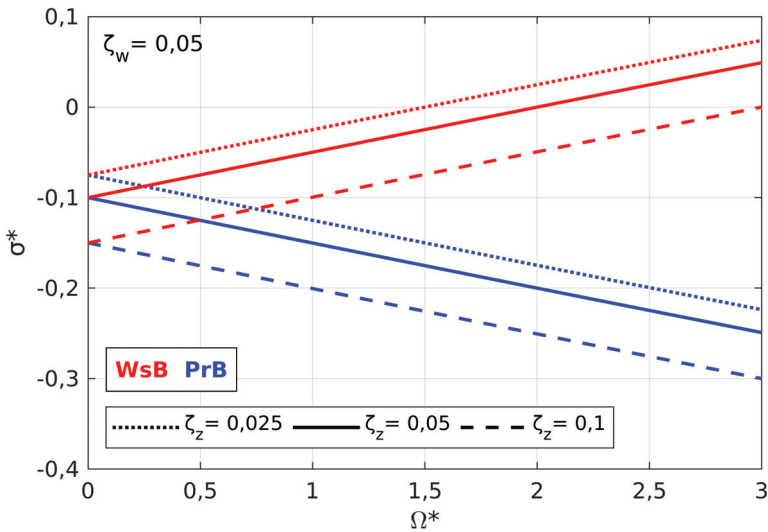
jednak przez dodanie wartości prędkości obrotowej możliwy jest powrót do interpretacji ze stacjonarnego układu odniesienia.

4.3.3. Wpływ tłumienia na stabilność układu

Wpływ tłumienia na stabilność układów wirnikowych został dotychczas opisany jakościowo, z ograniczeniem do stwierdzeń mówiących o stabilizującym czy też destabilizującym działaniu danego rodzaju tłumienia. Opis ten zostanie usystematyzowany za pomocą analizy części rzeczywistych pierwiastków równania charakterystycznego w zależności od prędkości obrotowej wirnika, dla różnych warunków tłumienia. Przedstawione na rysunkach 4.4 i 4.5 wykresy ponownie używają wielkości bezwymiarowych opisanych w tabeli 4.1.

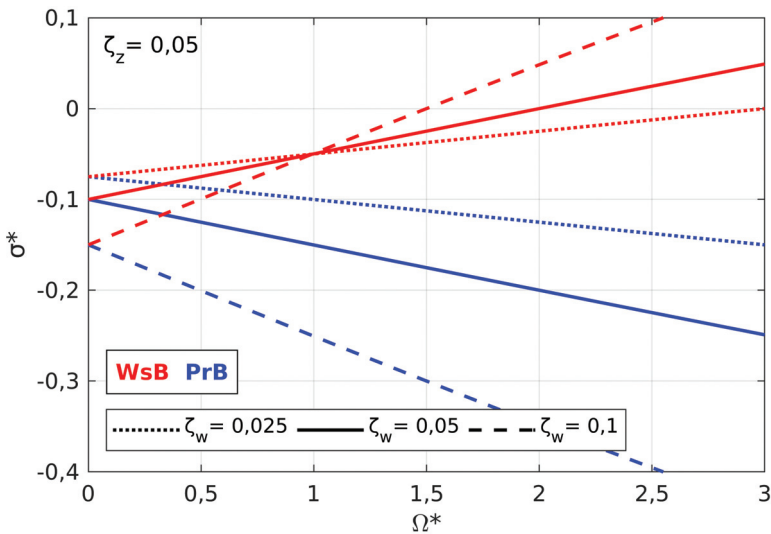
Zwiększenie wartości współczynnika tłumienia zewnętrznego (rys. 4.4) skutkuje wzrostem szybkości zaniku drgań niezależnie od prędkości obrotowej wirnika. Oznacza to, że w wyniku zwiększania współczynnika tłumienia zewnętrznego uzyskuje się również wzrost wartości prędkości granicznej, powyżej której ruch wirnika staje się niestabilny. Jednak zwiększanie tłumienia zewnętrznego niesie ze sobą konsekwencje w postaci zwiększenia oporów ruchu, zmniejszenia sprawności maszyny, a nawet zwiększenia zapotrzebowania na moc. Duża ilość rozprasanej energii może skutkować dalszymi problemami związanymi np. z chłodzeniem, przez co w praktyce taki sposób poprawy stabilności jest stosowany w ograniczonym stopniu. W czasie projektowania ułożyskowania zwykle poszukuje się kompromisu pomiędzy wielkością tłumienia w podporach a amplitudą drgań (stanem dynamicznym układu) przy przejściu przez pierwszą (lub wyższą) prędkość krytyczną i/lub podczas typowej pracy układu wirnikowego.

Wpływ zmian tłumienia wewnętrznego na szybkość zaniku drgań dla różnych prędkości obrotowych został przedstawiony na rysunku 4.5. Dla przeciwbieżnej postaci drgań (PrB) zwiększenie tłumienia wewnętrznego skutkuje wzrostem szybkości zaniku drgań tej postaci i poprawą stabilności, niezależnie od prędkości wirowania. W przypadku postaci współbieżnej (WsB), dla podkrytycznej prędkości wirowania ($\Omega^* < 1$) wpływ na stabilność jest korzystny, ale w znacznie mniejszym stopniu niż dla postaci przeciwbieżnej. Dla nadkrytycznej prędkości wirowania ($\Omega^* > 1$) wpływ tłumienia wewnętrznego jest niekorzystny (destabilizujący), gdyż ze wzrostem wartości współczynnika tłumienia drgania swobodne zanikają coraz wolniej, a prędkość graniczna, przy której układ traci stabilność, maleje. Stąd, gdy tłumienie wewnętrzne jest największe, układ ma najmniejszy zakres prędkości obrotowych ze stabilną pracą wirnika. Natomiast dla najmniejszego współczynnika tłumienia wewnętrznego drgania swobodne zanikają najwolniej, ale zakres prędkości obrotowych ze stabilną pracą wirnika jest największy.



Rys. 4.4. Wpływ zmian tłumienia zewnętrznego na stabilność.

WsB (linie czerwone) – postać ze współbieżnym ruchem precesyjnym,
PrB (linie niebieskie) – postać z przeciwbieżnym ruchem precesyjnym



Rys. 4.5. Wpływ zmian tłumienia wewnętrznego na stabilność.

WsB (linie czerwone) – postać ze współbieżnym ruchem precesyjnym,
PrB (linie niebieskie) – postać z przeciwbieżnym ruchem precesyjnym

Charakter przedstawionych wykresów (rys. 4.4 i 4.5) ściśle wynika z wiskotycznego modelu tłumienia stosowanego do opisu tłumienia wewnętrznego i zewnętrznego. Model ten nie odwzorowuje rzeczywistych sił tarcia, jednak pozwala możliwie prosto opisać znaczenie sił tłumienia podczas analizy stabilności wirnika. Używanie tego modelu

proceeds to a frequently encountered dependence (4.10) (np. Bolotin 1963), determining the limiting angular velocity, whose exceeding results in the appearance of self-excited vibrations:

$$\Omega_{gr} = \sqrt{\frac{k}{m}} \left(1 + \frac{c_z}{c_w} \right) \quad (4.10)$$

where Ω_{gr} – limiting angular velocity of the rotor

The basic idea of this work is the active influence on the effective damping coefficient in the rotor system. It is expected that, independently of the actual value of this coefficient, its active reduction will lead to an increase in the rate of vibration decay (in the supercritical range) and an increase in the range of angular velocities of rotation with stable rotor operation. Under consideration is also the case of active increase of internal damping resulting in a decrease in the rate of vibration decay, which may lead to a loss of stability. The use of piezoelectric elements mounted on the rotor shaft will enable the generation of counteractions in the elements, which perform a rotational motion and in this way imitate the internal damping forces.

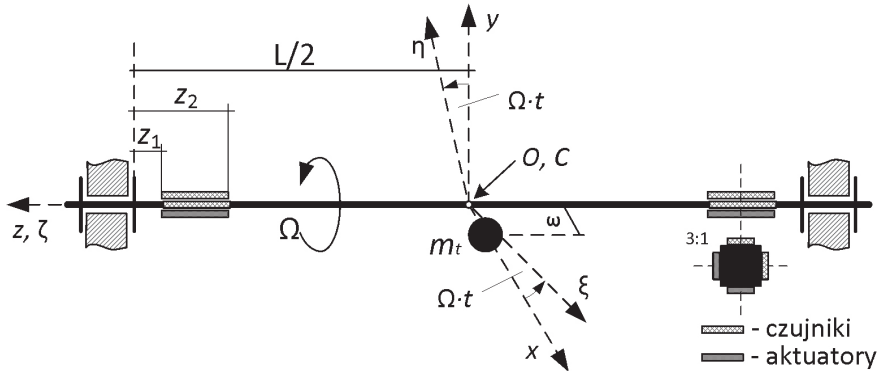
4.4. Modelowanie piezoelektrycznych czujników i elementów wykonawczych

The model presented in section 4.1 will now be extended by taking into account the influence of piezoelectric elements. In figure 4.6 a schematic of the analyzed, active rotor is shown. Piezoelectric elements are mounted symmetrically relative to the center of the shaft length. In order to obtain a significant coupling between the piezoelectric elements and the mass motion, the support points of the shaft are shifted by z_1 relative to the mounting point. The way of conducting the experiment is planned according to the above.

In addition to the introduced changes, the active rotor can still be modeled as a Jeffcott rotor. The isotropy of the shaft and the rotor (local increase of stiffness of the shaft by piezoelectric elements) and the position of the mass in the center of the shaft length leads to the same form of the equations as for the analyzed earlier model of the Jeffcott rotor.

In order to obtain the analytical dependence describing the action of piezoelectric elements, the approximate approach presented in the work of Andre Preumont (2018) will be used. In the course of the presentation of the subsequent subsections, it will be assumed that the piezoelectric element works in cooperation with the structure (shaft), and the thickness of the piezoelectric element is much smaller than the thickness

belki. Pozwala to na przyjęcie jednorodnych odkształceń na całej grubości elementu piezoelektrycznego oraz na zaniechanie wpływu umieszczenia elementu piezoelektrycznego na położenie osi neutralnej belki. W analizie odkształceń belki jako struktury nośnej stosowano założenia teorii zginania Eulera–Bernoulliego.

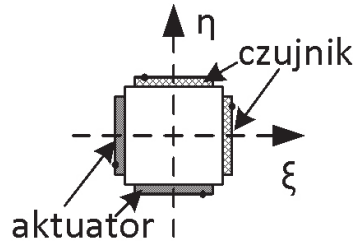


Rys. 4.6. Analizowany układ z elementami piezoelektrycznymi zamocowanymi na wale wirnika

W pracy jako materiał piezoelektryczny rozpatrywana jest ceramika PZT. Materiał ten ma właściwości anizotropowe, dlatego też istotne jest określenie jego położenia względem struktury nośnej. Materiał piezoelektryczny jest umieszczony tak, aby jego polaryzacja (określająca kierunek 3) następowała na zewnątrz od płaszczyzny przylegania do belki, dla każdego elementu piezoelektrycznego występującego w układzie. Płytkę PZT jest naklejona na powierzchni belki, przez co ulega odkształceniu razem z zewnętrzną warstwą belki (grubość i odkształcalność warstwy kleju jest pominięta). W efekcie przyłożenie pola elektrycznego w kierunku 3 prowadzi do odkształcenia elementu piezoelektrycznego i tym samym do odkształcenia belki. Ze względu na smukły kształt belki dominujące odkształcenie będzie miało miejsce w kierunku 1, tj. wzdłuż belki, co charakteryzuje stała piezoelektryczna e_{31} . Działanie elementu piezoelektrycznego jako czujnika warunkuje ta sama stała piezoelektryczna, a sygnałem wyjściowym jest napięcie elektryczne pomiędzy elektrodami lub wygenerowany ładunek.

W kolejnych podpunktach przedstawione zostanie modelowanie elementów piezoelektrycznych w układzie aktywnego wirnika. W obrotowym układzie odniesienia osie układu współrzędnych są związane i poruszają się wraz w wałem, dlatego w układzie tym, przy opisie oddziaływania materiału piezoelektrycznego i wału, ruch obrotowy wału może zostać pominięty. Położenie osi ξ i η ustalono tak, aby były prostopadłe do boków przekroju nieodkształconego wału (rys. 4.7). W wyniku tego w każdym z kierunków (tj. ξ i η) i na każdym z końców wału znajduje się czujnik i aktuator piezoelektryczny, a przedstawione w dalszych podrozdziałach zależności będą obowiązywały dla każdego z kierunków. Możliwość użycia belki o przekroju kwadratowym jako wału wirnika została wykazana w załączniku C.1.

Przedstawione na rysunku 4.7 szczegółowe rozmieszczenie elementów piezoelektrycznych względem osi układu współrzędnych umożliwia jednoznaczne ustalenie znaku wyznaczanych wielkości (kropką zaznaczono kierunek polaryzacji).



Rys. 4.7. Położenie elementów piezoelektrycznych w układzie $O\xi\eta\zeta$

4.4.1. Element piezoelektryczny jako czujnik

Wspomniane wyżej założenie o niewielkiej grubości elementu piezoelektrycznego względem struktury nośnej pozwala przedstawić sygnał wyjściowy czujnika jako proporcjonalny do różnicy kątów nachylenia linii ugięcia belki, w miejscach odpowiadających końcom (krawędziom) elementu piezoelektrycznego (wzór (4.11)). Równanie (4.11) zakłada również, że pole elektryczne pomiędzy elektrodami czujników jest równe 0, co wymaga użycia np. wzmacniacza ładunku, który sprowadza napięcie pomiędzy elektrodami do zera (rys. 4.8). W efekcie wygenerowany przez materiał piezoelektryczny ładunek jest równy (Preumont 2018):

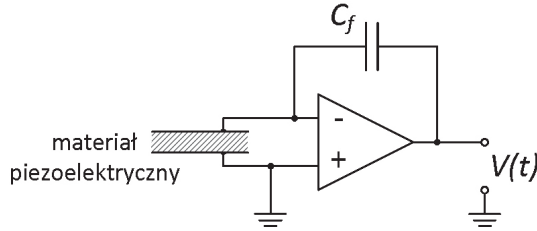
$$Q(t) = -e_{31}h_m b_p [w'(z_2) - w'(z_1)] \quad (4.11)$$

zaś napięcie wyjściowe wzmacniacza ładunku:

$$V(t) = \frac{e_{31}h_m b_p}{C_f} [w'(z_2) - w'(z_1)] \quad (4.12)$$

gdzie:

- $Q(t)$ – ładunek wygenerowany przez element piezoelektryczny,
- $V(t)$ – napięcie wyjściowe wzmacniacza ładunku (idealny wzmacniacz operacyjny),
- e_{31} – stała piezoelektryczna,
- h_m – odległość od osi obojętnej belki do środka grubości elementu piezoelektrycznego,
- b_p – szerokość czujnika (elementu piezoelektrycznego),
- C_f – pojemność w obwodzie sprzężenia wzmacniacza operacyjnego,
- $w'(z_1), w'(z_2)$ – kąty pochylenia linii ugięcia belki na końcach elementu piezoelektrycznego.



Rys. 4.8. Schemat idealnego wzmacniacza ładunku

Ponieważ w modelu Jeffcotta stopnie swobody związane są tylko z przemieszczeniem masy znajdującej się w środku, kąty nachylenia linii ugięcia w miejscach występowania krawędzi czujników muszą być wyznaczone w funkcji ugięcia środka wału. Do przybliżenia wartości tych kątów użyto rozwiązań dla statycznie obciążonych belek. Zależność opisująca linię ugięcia belki dwustronnie wspornikowej jako funkcję położenia (z) oraz strzałki ugięcia w jej środku (f_{\max}) przedstawia się następująco:

$$w(z) = \left[12 \left(\frac{z}{L} \right)^2 - 16 \left(\frac{z}{L} \right)^3 \right] f_{\max} \quad z \in \left\langle 0, \frac{L}{2} \right\rangle \quad (4.13)$$

gdzie:

- L – długość wirnika,
- f_{\max} – ugięcie w środku wału, które odpowiada przemieszczeniu względem danej osi.

Poszukiwane wartości kątów nachylenia linii belki $w'(z)$ otrzymuje się po zróżniczkowaniu równania (4.13) względem z .

Ze względu na symetrię w układzie ładunki generowane przez każdy z czujników (po lewej i po prawej stronie) będą takie same. Aby uprościć końcową postać równań wirnika, zdecydowano się na zwarcie elektrod elementów piezoelektrycznych, które pracują w tym samym kierunku na dwóch końcach wału, w wyniku czego generowany przez parę płytek piezoelektrycznych ładunek będzie dwukrotnie większy.

Ostatecznie w wyniku odpowiedniego przekształcenia równań (4.12) i (4.13) oraz uwzględnienia pracy czujników w parach otrzymuje się następującą zależność opisującą napięcie wyjściowe wzmacniacza ładunku w jednym z kierunków:

$$V_S = 2 \frac{e_{31} b_p h_m}{C_f} \frac{24(z_2 - z_1) [L - 2(z_1 + z_2)]}{L^3} f_{\max} \quad (4.14)$$

Sygnały wyjściowe generowane w każdym z kierunków oznaczono jako $V_{S\xi}$ i $V_{S\eta}$, które w zapisie zespolonym oznaczono jako $V_{Sp} = V_{S\xi} + iV_{S\eta}$.

4.4.2. Element piezoelektryczny jako aktuator

Przyłożenie napięcia sterującego do elementu piezoelektrycznego powoduje jego odkształcenie wraz z belką/wałem. Można wykazać (Preumont 2018), że dla elementu piezoelektrycznego o stałej szerokości odkształcenie to jest równoważne odkształceniu spowodowanemu przez parę momentów skupionych działających na końcach płytki piezoelektrycznej. W wyniku wyznaczenia odpowiedniej wartości momentów zginających otrzymuje się jednakowe odkształcenie struktury nośnej jak podczas oddziaływania elementu piezoelektrycznego.

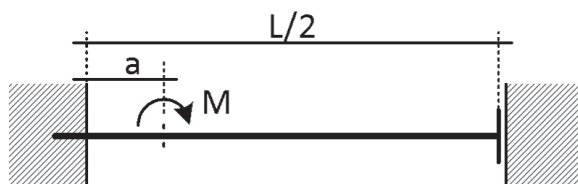
Zgodnie z końcową zależnością (Preumont 2018) wartość tego momentu jest proporcjonalna do przyłożonego napięcia, wymiarów oraz stałych opisujących własności materiału piezoelektrycznego:

$$M_p(V_A) = -e_{31} b_p h_m V_A \quad (4.15)$$

Z uwagi na to, że model Jeffcotta posiada stopnie swobody opisujące jedynie przemieszczenie liniowe, poszukuje się równoważnej wartości siły, która ma taki sam wpływ na układ jak momenty zginające generowane przez aktulatory piezoelektryczne. W celu uproszczenia tej analizy wykorzystana będzie symetria, zarówno rozmieszczenia (wymiarów), jak i obciążenia badanego układu. Podobnie jak czujniki, aktulatory piezoelektryczne znajdujące się na tej samej powierzchni (boku) również będą ze sobą połączone, co spowoduje, że będą generować symetryczne pary momentów na każdym z końców belki. Symetria w układzie pozwala na przyjęcie przedstawionych na rysunku 4.9 warunków brzegowych, dla których otrzymano następujące zależności funkcyjne opisujące strzałkę oraz linię ugięcia dla pojedynczego momentu skupionego:

$$f_{\max} = \frac{M(aL - 2a^2)}{4EI} \quad (4.16)$$

$$w(z) = \begin{cases} \frac{2z^2}{aL} f_{\max} & z \in \langle 0, a \rangle \\ \frac{-4z^2 + 4Lz - 2La}{L(L-2a)} f_{\max} & z \in \langle a, \frac{L}{2} \rangle \end{cases} \quad (4.17)$$



Rys. 4.9. Uproszczony schemat połowy belki

Wykorzystując zasadę superpozycji, można wyznaczyć poszukiwaną wartość ugięcia belki. W tym celu należy wykorzystać wzór (4.16) i wyznaczyć wartość strzałki ugięcia f_{\max} dla każdego z momentów pary generowanej przez pojedynczy element piezoelektryczny, a następnie dodać (przy uwzględnieniu zwrotów momentów) otrzymane wyniki. Ostatnim krokiem jest wyznaczenie wartości równoważnej siły skupionej, której działanie będzie skutkowało takim samym ugięciem układu. Stosując dostępne w literaturze wzory określające strzałkę ugięcia przy obciążeniu siłą skupioną (dla przyjętych warunków brzegowych), ostatecznie otrzymuje się:

$$F_E = \frac{48(z_2 - z_1)[L - 2(z_1 + z_2)]}{L^3} Mp(V_A) \quad (4.18)$$

gdzie:

F_E – wartość równoważnej siły zewnętrznej działającej w środku wału,
 $Mp(V_A)$ – wartość momentu skupionego odpowiadająca oddziaływaniu płytki piezoelektrycznej, zależna od napięcia sterującego V_A .

Jak wspomniano, analizy oddziaływania elementów piezoelektrycznych z wałem dokonano w obrotowym układzie współrzędnych. Po uwzględnieniu zastępczych sił w odpowiednich równaniach ruchu otrzymuje się zatem:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\xi}_C \\ \ddot{\eta}_C \end{Bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} c_z + c_w & 0 \\ 0 & c_e + c_i \end{bmatrix} + 2\Omega \begin{bmatrix} 0 & -m \\ m & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \dot{\xi}_C \\ \dot{\eta}_C \end{Bmatrix} + \\ & + \left(\begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} - \Omega^2 \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} 0 & -c_z \\ c_z & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \xi_C \\ \eta_C \end{Bmatrix} = \\ & = \begin{Bmatrix} m\epsilon\Omega^2 \\ 0 \end{Bmatrix} + \frac{48(z_2 - z_1)(L - 2(z_2 + z_1))}{L^3} \begin{Bmatrix} Mp(V_{A\xi}) \\ Mp(V_{A\eta}) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.19)$$

gdzie:

$V_{A\xi}$ – napięcie sterujące w kierunku ξ ,
 $V_{A\eta}$ – napięcie sterujące w kierunku η .

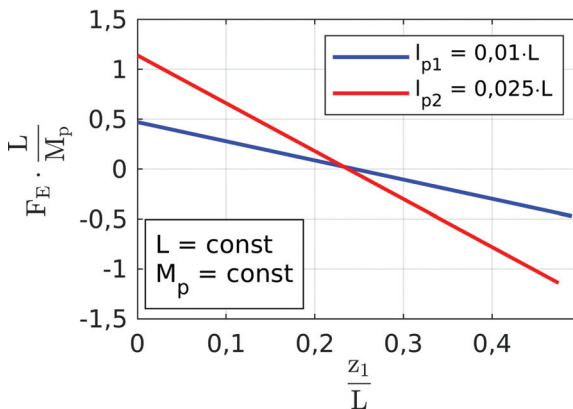
Ze względu na symetrię bez większych trudności uzyskuje się analogiczne równanie w zapisie zespolonym:

$$\begin{aligned} m\ddot{\rho}_C + (c_z + c_w + i2m\Omega)\dot{\rho}_C + (k - m\Omega^2 + ic_z\Omega)\rho_C = \\ = m\epsilon\Omega^2 + \frac{48(z_2 - z_1)(L - 2(z_2 + z_1))}{L^3} \cdot Mp(V_{Ap}) \end{aligned} \quad (4.20)$$

gdzie $V_{Ap} = V_{A\xi} + iV_{A\eta}$ – zespolone napięcie sterujące.

Zespolona zastępcza siła powstająca w wyniku przyłożenia napięcia V_{Ap} będzie oznaczona jako F_{Ep} .

Wykorzystując zależność (4.18), można przybliżyć wpływ umiejscowienia i rozmiaru elementów piezoelektrycznych na wartość zastępczej siły. Jakościowo wpływ ten zobrazowano na rysunku 4.10, używając względnych wielkości. Odległość z_1 (rys. 4.6) określa położenie krawędzi elementu piezoelektrycznego od miejsca utwierdzenia. Otrzymany wykres pokazuje, że aby uzyskać możliwie duże wartości równoważnej siły, płytki piezoelektryczne powinny znajdować się albo przy podporze (utwierdzeniu), albo w środku długości wału. Oś pozioma na wykresie obejmuje jedynie niecałą połowę długości, gdyż konsekwentnie założono symetrię w drugiej połowie wału. Zmiany położenia płytek piezoelektrycznych w kierunku środka wału mogą zatem prowadzić do ich nałożenia się na siebie w środku długości. Aby wykluczyć taką możliwość, dla elementu piezoelektrycznego o większej długości (l_{p2}) linia wykresu kończy się wcześniej. Niepoprawne umieszczenie elementów piezoelektrycznych, tj. w okolicy 1/4 długości, sprawi, że wpływ oddziaływania piezoelektrycznego na układ jest pomijalny, należy jednak uściślić, że chodzi o wpływ na pierwszą postać drgań, która jest jedyną postacią uwzględnioną w analizowanym modelu.



Rys. 4.10. Wpływ względnego położenia elementu piezoelektrycznego na względną wartość zastępczej siły

Należy zaznaczyć, że w przedstawionym modelu oddziaływania elementów piezoelektrycznych i wału wykorzystuje się szereg założeń, które upraszczają analizę i końcowe zależności. W przypadku stosowania tych zależności do układów rzeczywistych należy liczyć się z tym, że im większe są odstępstwa od założeń przyjętych podczas modelowania, tym mniej dokładne są uzyskane w sposób analityczny wyniki. Zaprezentowany model analityczny wykorzystano również w kolejnym rozdziale, w którym porównano wyniki uzyskane z jego udziałem z wynikami uzyskanymi z analiz MES. Otrzymano wysoką zgodność, która świadczy o poprawności omówionych zależności.

4.5. Badania symulacyjne układu sterowania wpływającego na tłumienie

Elementy piezoelektryczne w zaproponowanym układzie, w porównaniu do innych sposobów oddziaływania na układ wirnikowy, np. łożysk magnetycznych, powodują względnie niewielkie odkształcenia oraz generują nieznaczne siły. Dlatego też praca przede wszystkim rozważa algorytmy sterowania o niskim autorytecie (ang. *Low-Authority Control*, LAC). Algorytmy te nie kształtują dynamiki układu przez np. lokowanie zer i biegunów, a jedynie w pewnym stopniu modyfikują występujące parametry układu, głównie tłumienie.

Układ aktywnego wirnika zaprojektowany został tak, aby nie naruszać izotropowych własności wału. Elementy piezoelektryczne lokalnie zwiększają jego sztywność, jednak nie wprowadzają anizotropii własności wału, gdyż na każdym jego boku rozmieszczone są identycznie. Oznacza to, że elementy piezoelektryczne pracujące jako czujniki oraz jako aktuatory oddziałują w tych samych miejscach, dodatkowo są dualne (tj. iloczyn sygnału pomiarowego oraz sygnału sterującego opisuje wymianę energii między strukturą a układem sterowania), co w efekcie sprawia, że układ jest kolokowany (Preumont i Seto 2008).

W przedstawionych w tym podrozdziale analizach stosowany będzie model wirnika opisany w obrotowym układzie odniesienia, który wykorzystuje zapis zespolony.

4.5.1. Algorytm sterowania

Jako podstawowe prawo sterowania zostanie wykorzystany algorytm bezpośredniego sprzężenia prędkościowego (ang. *Direct Velocity Feedback*, DVF) (Preumont i Seto 2008). Do implementacji algorytmu DVF wymagany jest sygnał opisujący szybkość zmian położenia struktury w punkcie pomiarowym (tj. uogólnioną prędkość). W przypadku utworzonego modelu aktywnego wirnika sygnał wyjściowy ze wzmacniacza ładunku jest proporcjonalny do uogólnionego przemieszczenia (kąta obrotu) wału i dlatego jego użycie wiąże się z koniecznością wyznaczenia pochodnej mierzonego sygnału napięciowego.

Zależność ustalająca sygnał wyjściowy algorytmu jest następująca:

$$V_A(t) = -k_{\text{DVF}} \frac{dV_S(t)}{dt} = -k_{\text{DVF}} \dot{V}_S(t) \quad (4.21)$$

gdzie:

$V_S(t)$ – sygnał wyjściowy ze wzmacniacza ładunku (równanie (4.14)),

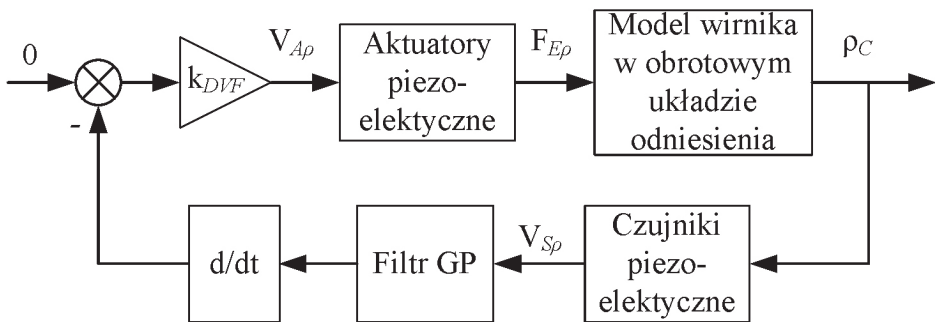
k_{DVF} – współczynnik wzmocnienia.

Znak minus w zależności (4.21) odpowiada ujemnemu sprzężeniu zwrotnemu w powstałym układzie zamkniętym. Dlatego dla dodatnich wartości wzmocnienia k_{DVF} uzyskuje się typowe działanie polegające na zwiększeniu efektywnego tłumienia w układzie.

Ponieważ stosowany model analityczny aktywnego wirnika uwzględnia jedynie pierwszą postać drgań, istotna część problemów związanych ze stosowaniem algorytmu bezpośredniego sprzężenia prędkościowego nie występuje. W dalszej części pracy, gdy badany będzie model MES takiego układu, pojawią się pewne problemy związane z implementacją takiego algorytmu. Stąd też, na tym etapie, bardziej zaawansowane prawa sterowania nie będą omawiane, ponieważ argumenty za ich użyciem wymagają odwoływania się do modeli o większej liczbie stopni swobody.

4.5.2. Układ regulacji wpływający na tłumienie

Schemat uwzględniający wszystkie elementy układu regulacji wraz ze strukturą aktywnego wirnika przedstawiono na rysunku 4.11.



Rys. 4.11. Schemat układu regulacji aktywnego wirnika

Schemat ten wykorzystuje zdefiniowane wcześniej zmienne zespolone, dzięki czemu sygnały mogą zostać zaprezentowane w postaci pojedynczej linii, a całość układu zyskuje czytelną strukturę. W przypadku wykorzystania układu równań o rzeczywistych współczynnikach schemat miałby dwie niezależne pętle sprzężenia zwrotnego, po jednej dla każdego z kierunków ξ i η .

Na schemacie jest widoczny dotychczas nieomawiany filtr górnoprzepustowy (filtr GP; d/dt oznacza różniczkowanie). Celem użycia tego filtra jest usunięcie z sygnału składowych, stałych oraz bardzo wolno zmiennych i tym samym przybliżenie rzeczywistego sygnału pochodzącego z czujnika piezoelektrycznego (wzmacniacza ładunku). Przedstawione wcześniej równanie opisujące napięcie wyjściowe wzmacniacza ładunku (4.14) jest równaniem elektrostatycznym, niezawierającym jakiegokolwiek mechanizmu rozpraszania energii. W rzeczywistym materiale piezoelektrycznym występu-

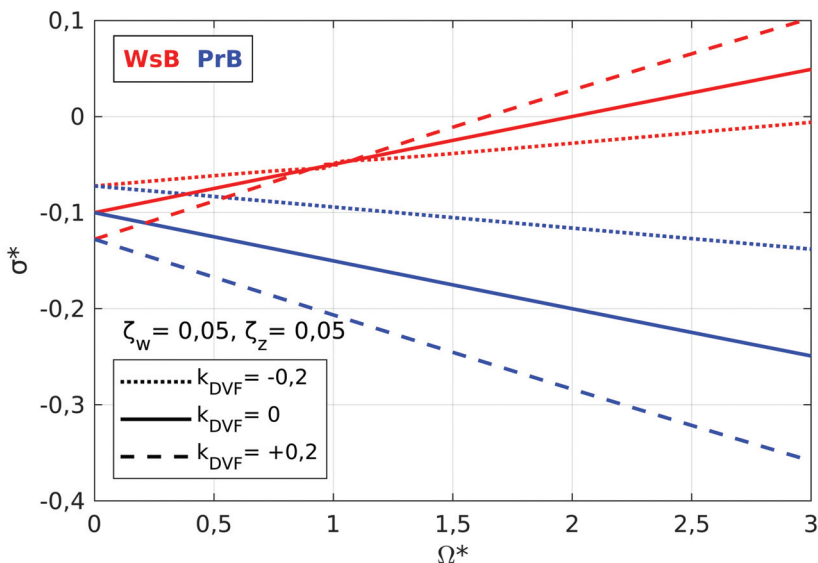
ją straty związane z rozpraszaniem wygenerowanego ładunku, dodatkowo ładunek ten jest rozpraszany przez układ pomiarowy, w wyniku czego informacja o stałym odkształceniu jest tracona. Omawiany filtr stosowany jest jedynie podczas symulacji do odtworzenia rzeczywistego funkcjonowania czujników. Podczas eksperymentu górno-przepustowe działanie wzmacniacza pracującego z czujnikiem piezoelektrycznym jest samoistne.

W symulacjach, w których wykorzystywane są wielkości bezwymiarowe, stosowany będzie filtr górnoprzepustowy pierwszego rzędu o częstotliwości granicznej równej $0,1 \omega_0$, gdzie $\omega_0 = \sqrt{k/m}$. Natomiast w rozdziałach, które zawierają przykład numeryczny, stosowana częstotliwość graniczna tego filtra wynosi 2 Hz.

4.5.3. Analiza stabilności aktywnego wirnika

W wyniku aktywnego oddziaływania na wartości efektywnego tłumienia w układzie otrzymuje się zmianę szybkości zaniku drgań oraz zmianę zakresów stabilnej pracy układu. Wpływ ten zostanie pokazany przy wykorzystaniu płaszczyzny zespolonej oraz zmiennych bezwymiarowych zdefiniowanych w tabeli 4.1. Aby ułatwić porównanie wyników, zachowano dotychczas stosowane zakresy osi.

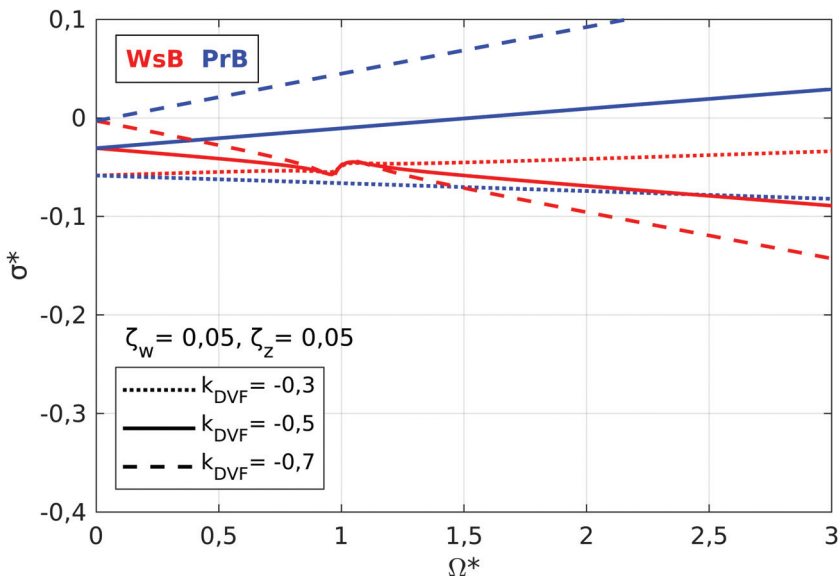
Ponieważ głównym celem jest jakościowe zobrazowanie wpływu układu sterowania, zdecydowano się na arbitralne przyjęcie pewnych wartości, pozwalających na użycie wyników przedstawionych na wykresie na rysunku 4.12.



Rys. 4.12. Wpływ algorytmu sterowania na bezwymiarowy współczynnik zaniku drgań dla różnych wzmocnień

Wzmocnienie $k_{DVF} = 0$ oznacza, że układ regulacji jest wyłączony, gdyż momenty sił generowane przez elementy piezoelektryczne również będą wynosiły 0 Nm (w przypadku układu rzeczywistego zadawanie napięcia 0 V nie jest całkowicie neutralne dla struktury). Dodatnia wartość wzmocnienia oznacza, że efektywny współczynnik tłumienia wewnętrznego jest aktywnie zwiększany. Na podstawie porównania prostych z dodatnim wzmocnieniem z wartościami widocznymi na wcześniejszych wykresach (rys. 4.4 i 4.5), można zaobserwować te same efekty jak w przypadku zwiększenia współczynnika tłumienia wewnętrznego. Z kolei ujemna wartość wzmocnienia oznacza, że efektywne tłumienie wewnętrzne zostaje zmniejszone i przez to zakres prędkości obrotowej, dla której ruch układu jest stabilny, został powiększony kosztem mniejszej szybkości zaniku drgań. Wyniki dla przypadku, gdy struktura nie wiruje ($\Omega^* = 0$), ułatwiają jednoznaczne określenie wpływu znaku wzmocnienia, gdyż przedstawiają efekty pracy tego algorytmu na częściej spotykanej, niewirującej strukturze.

Zastosowane dotychczas wartości wzmocnień powodują zmianę położenia biegunów o kilkadziesiąt procent, przez co (w porównaniu z innymi pracami) wzmocnienia te można zaklasyfikować jako umiarkowane. Na rysunku 4.13 zaprezentowano efekt stosowania w układzie sterowania ujemnych wzmocnień o jeszcze większej wartości bezwzględnej. Wraz ze wzrostem wartości bezwzględnej wzmocnienia szybkość zaniku drgań w przypadku braku wirowania jest coraz mniejsza. Dla wartości $k_{DVF} = -0,3$ zakres stabilnej pracy jest największy ze wszystkich dotychczas przedstawianych.



Rys. 4.13. Wpływ algorytmu sterowania na bezwymiarowy współczynnik zaniku drgań dla skrajnie ujemnych wartości wzmocnienia

Dalej, dla $k_{\text{DVF}} = -0,5$, zaobserwować można interesujące zjawisko zmiany niestabilnej postaci ruchu. W wyniku aktywnego zmniejszenia tłumienia wartość efektywnego tłumienia wewnętrznego staje się ujemna, co prowadzi do utraty stabilności przez, do tej pory stabilną, postać przeciwbieżną. Skrajna wartość wzmocnienia ($k_{\text{DVF}} = -0,7$) pokazuje, że układ może okazać się niestabilny również przy braku wirowania. Otrzymane wyniki sugerują, że teoretycznie możliwe jest takie dobranie wartości wzmocnienia, które spowoduje, że efektywny współczynnik tłumienia wewnętrznego osiągnie wartość 0, a tym samym wyeliminuje ryzyko powstania drgań samowzbudnych, których pochodzenie jest związane z tłumieniem wewnętrznym.

Na rysunku 4.13 można również zauważyć, że w przypadku współbieżnej postaci drgań, przy prędkości obrotowej $\Omega^* \approx 1$, występują zniekształcenia prostoliniowego charakteru linii pierwiastkowych. W obrotowym układzie odniesienia przy tej prędkości obrotowej częstotliwość drgań własnych pierwszej postaci współbieżnej ma wartość bliską zeru, a składowe o małej częstotliwości są usuwane przez filtr górnoprzepustowy (rys. 4.11). Dlatego przy prędkości bliskiej pierwszej prędkości krytycznej układ sterowania dla postaci z precesją współbieżną zachowuje się, jakby był nieaktywny, i zaobserwować można narastający fragment, jak w warunkach, gdy oddziaływanie układu sterowania na postać współbieżną nie występuje (rys. 4.5). Efekt ten jest wyraźny jedynie na rysunku 4.13, z uwagi na bardzo duże wartości bezwzględne wzmocnień i dominujący, opadający trend dla tej postaci drgań.

Duże wartości wzmocnień wymagają stosowania bardzo dużych napięć sterujących, co sprawia, że uzyskanie zbliżonych wyników eksperymentalnych jest mało prawdopodobne. Ocena możliwości doświadczalnego uzyskania zbliżonych wyników będzie dokonana w kolejnym rozdziale, gdzie wykorzystany zostanie model MES. Model ten pozwoli na ilościowe określenie warunków pracy elementów piezoelektrycznych.

Zaprezentowane wyniki badań symulacyjnych wskazują, że dzięki wykorzystaniu aktywnej struktury wirnika jest możliwe wpływanie na efektywne tłumienie wewnętrzne w układzie. Działanie algorytmu DVF generuje oddziaływanie odpowiadające tłumieniu wiskotycznemu, stąd zaobserwować można wpływ tego algorytmu, który skutkuje takimi samymi zmianami jak zmniejszenie wartości współczynnika tłumienia wewnętrznego w układzie. Przy pominięciu wpływu filtra górnoprzepustowego, następnie podstawieniu w odpowiedniej kolejności zależności opisujących pracę czujników i aktuatorów oraz uwzględnieniu algorytmu sterowania można otrzymać następującą postać równania (4.20):

$$m\ddot{\rho}_C + (c_z + c_w + k_{\text{DVF}} \cdot K_{\text{zast}} + i2m\Omega)\dot{\rho}_C + (k - m\Omega^2 + ic_z\Omega)\rho_C = m\varepsilon\Omega^2 \quad (4.22)$$

gdzie K_{zast} – zbiorcza stała uwzględniająca wszystkie stałe materiałowe, wymiary i położenie zarówno czujników, jak i aktuatorów piezoelektrycznych.

Otrzymana postać wyraźnie wskazuje na wiskotyczny charakter zaimplementowanego układu sterowania, co w połączeniu z wiskotycznym modelem tłumienia w modelu skutkuje zmianą kąta nachylenia prostych na wykresach (rys. 4.12 i 4.13).

Pracę rzeczywistych elementów piezoelektrycznych jako czujników cechuje brak przenoszenia informacji o stałym odkształceniu. Również maksymalna częstotliwość przenieszonego sygnału zależy od parametrów układu scalonego tworzącego wzmacniacz ładunku. W przypadku pracy tych elementów jako aktuatorów, do ich wystereowania konieczny jest wzmacniacz wysokich napięć, który w praktyce ma charakterystykę liniową jedynie w pewnym zakresie częstotliwości. Uwzględnienie tych ograniczeń (oraz szeregu innych) wymusza użycie równania/równań w obrotowym układzie odniesienia.

4.6. Wpływ aktywnego sterowania tłumieniem na drgania wymuszone wirnika

Dotychczasowe rozważania dotyczące dynamiki wirnika Jeffcotta koncentrowały się na drganiach swobodnych i stabilności układu. Drgania te dla układu stabilnego mają charakter przejściowy i w warunkach pracy mają niewielki udział w obserwowanym ruchu układu wirnikowego. W stanach ustalonych dominuje odpowiedź wymuszona, wynikająca z obciążenia roboczego, niewyważenia, sił ciężkości i innych czynników.

W kolejnych akapitach omówiony zostanie wpływ zaproponowanego układu sterowania na drgania sterownego wirnika pochodzące od niewyważenia oraz od siły ciężkości.

4.6.1. Odpowiedź aktywnego wirnika na niewyważenie

Jak zaznaczono w opisie równania (4.4), siły generowane przez niewyważenie statyczne w wyniku transformacji do obrotowego układu odniesienia sprowadzają się do siły o stałej wartości i kierunku. Oznacza to, że w stanie ustalonym, przy braku innych wymuszeń, wał wirnika odkształca się i w takiej postaci wiruje, zachowując stałe odkształcenie. W warunkach stałego odkształcenia oraz braku ruchu względem obrotowego układu odniesienia układ sterowania nie generuje żadnych sygnałów i przez to nie wpływa na dynamikę wirnika (podobnie jak współczynnik tłumienia wewnętrzznego). W rozważanych warunkach równanie (4.22) redukuje się do postaci:

$$(k - m\Omega^2 + ic_z\Omega)\rho_C = m\varepsilon\Omega^2 \quad (4.23)$$

Szczególnym przypadkiem odpowiedzi na niewyważenie jest przekraczanie prędkości krytycznej. W takich warunkach prędkość wirowania odpowiada częstości drgań

własnych układu (w układzie inercjalnym). Gdy wał porusza się z prędkością krytyczną, w obrotowym układzie odniesienia częstość drgań własnych jest równa 0, a odpowiedź układu zależy jedynie od wartości współczynnika tłumienia zewnętrznego. W warunkach tych ponownie obserwuje się jedynie stałe siły, które odkształcają wał, co oznacza brak występowania sił tarcia wewnętrznego. Tym samym tłumienie wewnętrzne nie wpływa na szybkość zaniku drgań w układzie, co można zaobserwować na rysunku 4.5, gdzie dla $\Omega^* \approx 1$ część rzeczywista postaci współbieżnej jest taka sama niezależnie od wartości współczynnika tłumienia wewnętrznego. W sytuacji gdy układ sterowania pracuje, informacja o stałym odkształceniu wału nie jest mierzona przez elementy piezoelektryczne, ruch względny nie występuje i dlatego układ aktywny nie wpływa na wirnik w takich warunkach. Można to zaobserwować analogicznie jak wcześniej, jako przecięcie się czerwonych linii na rysunku 4.12.

Gdy w stanach przejściowych wartość prędkości obrotowej jest różna od wartości częstości własnej, w obrotowym układzie odniesienia obserwuje się odkształcanie wału tłumione również przez tłumienie wewnętrzne. Jednak po wygaszeniu tych stanów przejściowych ponownie zachodzi ruch ustalony (wirowanie stale odkształconego wału), który określane jest również jako drgania synchroniczne, obserwowane w stacjonarnym układzie odniesienia.

4.6.2. Odpowiedź aktywnego wirnika na siłę ciężkości

Stać siła w układzie stacjonarnym, jak np. siła grawitacji, transformuje się do siły okresowo zmiennej w obrotowym układzie odniesienia. Oznacza to, że siła ta będzie powodowała synchroniczne odkształcanie wału względem obrotowego układu współrzędnych, z częstotliwością odpowiadającą prędkości obrotowej układu wirnika i tym samym będzie generowała ruch, który skutkuje powstaniem siły tłumienia wewnętrznego. Zaproponowany układ sterowania również będzie mierzył synchroniczne odkształcanie wału i przez to będzie generował oddziaływanie.

Jakościowo wpływ algorytmu sterowania na odpowiedź spowodowaną siłą ciężkości można przybliżyć za pomocą równania (4.22), w którym jako wymuszenie przyjmie się jedynie siłę grawitacji. Prowadzi to do równania:

$$m\ddot{\rho}_C + (c_z + c_w + k_{DVF} \cdot K_{zast} + i2m\Omega)\dot{\rho}_C + (k - m\Omega^2 + ic_z\Omega)\rho_C = F_{Ep}e^{-i\Omega t} \quad (4.24)$$

Zakładając rozwiązanie $\rho_C = \rho_{C0}e^{-i\Omega t}$, równanie (4.24) można uprościć do postaci:

$$\rho_{C0} [k - i\Omega(c_w + k_{DVF} \cdot K_{zast})] = F_{Ep} \quad (4.25)$$

Otrzymany wynik potwierdza występowanie oddziaływania układu sterowania na odpowiedź wirnika przy obciążeniu siłą ciężkości. Wynik ten wskazuje, że zarówno

tłumienie wewnętrzne, jak i oddziaływania generowane przez układ sterowania wpływają na położenie punktu centralnego, wokół którego wykonywany jest ruch. Siły pochodzące od efektywnego tłumienia wewnętrznego powodują poprzeczne przesunięcie tego punktu w porównaniu z jego położeniem przy braku wirowania. Na takie oddziaływanie wskazuje część urojona współczynnika w równaniu (4.25).

Opisane działanie układu sterowania powodowane siłą grawitacji, pod względem drgań w układzie, jest niemal neutralne. Aktywnie uzyskiwana zmiana amplitudy drgań jest niewielka, a wpływ siły ciężkości na stabilność, w stosowanym izotropowym modelu Jeffcotta, nie występuje.

5. Modelowanie i analiza dynamiki wirnika z elementami piezoelektrycznymi z wykorzystaniem MES

W poprzednim rozdziale zaproponowano model analityczny wirnika o aktywnej strukturze, w którym zaimplementowano układ sterowania. Model ten powstał przy wykorzystaniu szeregu założeń, które pozwoliły na uzyskanie możliwie prostej jego postaci, jednak kosztem zgodności z eksperymentalnymi obserwacjami. Szczególnie istotnym uproszczeniem, ze względu na implementację algorytmu sterowania, było zredukowanie dynamiki ciągłej struktury wirnika jedynie do pierwszej postaci drgań. W niniejszym rozdziale założenie to, jak i część pozostałych, zostaną porzucone i będzie analizowany model aktywnego wirnika z dużo większą liczbą stopni swobody.

W celu sprawdzenia modelu analitycznego aktywnej struktury wirnika oraz potwierdzenia dotychczas uzyskanych wyników utworzono dalsze modele, tym razem wykorzystujące metodę elementów skończonych. Do prac tych wykorzystano komercyjne oprogramowanie Ansys w wersji 17.2, które dostępne jest w ramach uczelnianych licencji przeznaczonych do kształcenia oraz badań naukowych.

Na pierwszym etapie oprogramowanie to zostało sprawdzone pod kątem możliwości modelowania i symulowania badanej w niniejszej pracy struktury. W kolejnych podrozdziałach przedstawiono kroki, które pozwoliły na otrzymanie poprawnych dynamicznie modeli MES i na poddanie ich analizom. Rozdział kończy przykład numeryczny weryfikujący poprawność zaproponowanego podejścia.

5.1. Możliwości i ograniczenia programu Ansys w zakresie modelowania dynamiki układów wirnikowych

W oprogramowaniu Ansys dynamika wirników może być badana zarówno w stacjonarnym (inercjalnym), jak i obrotowym układzie odniesienia. Analizy w każdym z wymienionych układów odniesienia wymagają spełnienia pewnych założeń o charakterze ograniczającym, które pozwalają otrzymać poprawne ze względu na modelowane

zjawiska fizyczne wyniki. Nie każda wirująca struktura może być poprawnie analizowana w tym programie.

5.1.1. Warunki typowych analiz układów wirnikowych w Ansysie

Podręcznik oprogramowania (ANSYS 17.2 Help 2016) informuje, że w stacjonarnym układzie odniesienia geometria będąca w ruchu obrotowym powinna być osiowo-symetryczna. W przypadku modeli trójwymiarowych oznacza to, że wał ma symetrię obrotową i tym samym jego przekrój poprzeczny jest pierścieniowy lub kołowy. Jak wskazuje Erwin Krämer (1993), do grupy wałów typu kołowe zaliczyć można m.in. wały o przekroju kwadratowym, a kryterium decydującym o przynależności do tej grupy jest zachowanie stałej wartości geometrycznych momentów bezwładności przekroju względem dowolnej osi przechodzącej przez środek ciężkości tego przekroju (więcej informacji w załączniku C.1). Tym samym wał o przekroju kwadratowym ma odpowiednie własności i może być poprawnie analizowany w stacjonarnym układzie odniesienia.

W analizach realizowanych w stacjonarnym układzie odniesienia generowana jest macierz żyroskopowa, dzięki czemu wpływ tarcz i dysków na dynamikę jest zawarty w równaniach modelu. Zaletą jest możliwość analizowania pracy wirnika wraz z nieruchomą obudową. Część, która nie wiruje, może mieć dowolne kształty, podobnie łożyska – nie muszą być symetryczne i mogą mieć różne własności w różnych kierunkach.

Z kolei w obrotowym układzie odniesienia struktura nie musi być osiowosymetryczna. Można jednak analizować układy, które wirują w całości, tzn. wszystkie elementy układu wykonują ruch obrotowy. Istotnym czynnikiem ograniczającym jest brak macierzy żyroskopowej w równaniach ruchu. Podręcznik użytkownika przestrzega przed stosowaniem obrotowego układu odniesienia w przypadku znaczących wartości masowych momentów bezwładności w strukturze.

W przypadku analiz typowych dla wirnika Jeffcotta ograniczenie to nie wpływa na ich poprawność (momenty żyroskopowe pochodzące od masy wału mają znikomy wpływ na pierwszą postać), natomiast dla wirnika z przesuniętą tarczą (np. dla wirnika Stodoli–Greena) oprogramowanie to generuje nawet błędy jakościowe i nie powinno być używane.

5.1.2. Modelowanie tłumienia w układach wirnikowych w Ansysie

Program Ansys daje możliwość wydzielenia tłumienia wewnętrznego i zewnętrznego w układzie wirnikowym. Rozróżnienie to jest jednak możliwe jedynie w stacjonar-

nym układzie odniesienia, gdzie równania ruchu MES zawierają cyrkulacyjną macierz tłumienia (nazywaną w dokumentacji Ansysa '*rotating damping matrix*'). Uzupełnienie równań ruchu o tę macierz warunkowane jest użyciem wyłącznie modelu tłumienia proporcjonalnego do macierzy sztywności jako tłumienia wewnętrzznego. Inny model tłumienia musi zostać użyty do reprezentowania tłumienia zewnętrznego, gdyż całkowite tłumienie, które jest proporcjonalne do macierzy sztywności, jest stosowane do wyznaczenia macierzy cyrkulacyjnej. W przypadku analizy (np. modalnej) dostępnych jest kilka opcji modelu tłumienia (np. tłumienie strukturalne), które może być użyte jako tłumienie zewnętrzne. Jednak w przypadku analizy czasowej opcje te redukują się do tłumienia proporcjonalnego do macierzy mas, co prowadzi do wykorzystania tłumienia Rayleigha w modelu.

W obrotowym układzie odniesienia odpowiednia macierz cyrkulacyjna w ogóle nie występuje w równaniach ruchu modelu MES. Oznacza to, że jedynie tłumienie wewnętrzne może być uwzględnione w tym układzie. Ponieważ macierz sztywności w obrotowym układzie odniesienia jest modyfikowana przez siły odśrodkowe, dla niektórych modeli tłumienia końcowy efekt może być inny niż np. dla modelu analitycznego – dla tych samych warunków efektywność tłumienia w Ansysie będzie najczęściej mniejsza. Stąd też stosowanie tłumienia w obrotowym układzie odniesienia może prowadzić do błędnych interpretacji. Efekt ten zostanie zobrazowany w dalszej części rozdziału na przykładzie obliczeniowym (zob. rys. 5.4).

Ze względu na rozważaną w pracy możliwość aktywnego wpływania na tłumienie wewnętrzne, model tłumienia użyty w analizach MES będzie bezpośrednio wpływał na uzyskane wyniki. Pełna reprezentacja tłumienia dla układu wirnikowego w programie Ansys wymaga użycia stacjonarnego układu odniesienia, a wybór modelu tłumienia dla analiz czasowych zawiąże się do tłumienia Rayleigha. W stosowanym podejściu z tłumieniem Rayleigha wiąże się zawiązanie tłumienia postaci, które znajdują się powyżej obszaru o ustalonej wartości tłumienia. Efekt ten istotnie wpływa na algorytm sterowania i zostanie zobrazowany w dalszej części rozdziału.

5.1.3. Modelowanie efektu piezoelektrycznego

Modelowanie własności piezoelektrycznych w programie Ansys jest jasno udokumentowane. Ze względu na własności anizotropowe materiału piezoelektrycznego należy zadbać o odpowiednią orientację (polaryzację) elementów piezoelektrycznych w tworzonym modelu MES. Model materiału piezoelektrycznego, podobnie jak we wcześniejszej analizie, nie uwzględnia żadnego mechanizmu rozpraszania energii.

Oprócz samego materiału piezoelektrycznego rozważenia wymaga również jego opis na wirującym elemencie, tj. na wale wirnika. Wykonano szereg symulacji, które

badają możliwość zadawania i odczytywania ładunku/napięcia na elektrodach, w trakcie ruchu obrotowego, w każdym z dostępnych układów odniesienia. Otrzymane wyniki można podsumować w następujący sposób.

- Wykorzystanie stacjonarnego układu odniesienia skutkuje uzyskaniem нефizycznych wartości sygnałów wyjściowych z elementów piezoelektrycznych. Otrzymane wartości przebiegów tych sygnałów są proporcjonalne do wartości odkształceń wału w stacjonarnym układzie odniesienia, co jest wynikiem sztucznym (wynik ten można interpretować jako brak wykonywania ruchu obrotowego przez elementy piezoelektryczne, które w rzeczywistości wirują wraz z wałem).
- Wykorzystanie obrotowego układu odniesienia umożliwia uzyskanie prawidłowych wyników, sygnały wyjściowe są proporcjonalne do ruchu względem obrotowego układu odniesienia.

Otrzymany нефizyczny sygnał elektryczny pochodzący ze stacjonarnego układu odniesienia może zostać przekształcony do obrotowego układu odniesienia i mieć poprawny ze względu na zachodzące zjawiska fizyczne przebieg. Jest to jednak możliwe jedynie w przypadku, gdy nie występuje układ sterowania oraz gdy materiał piezoelektryczny jest bezstratny. Próba wykonania jakiegokolwiek filtracji sygnałów elektrycznych wymusza użycie do analiz wyłącznie obrotowego układu odniesienia – filtracja sygnałów elektrycznych pochodzących ze stacjonarnego układu odniesienia prowadzi do utraty ich znaczenia i wymiaru fizycznego. Wynika to z faktu, że w wyniku transformacji zmienia się widmo częstotliwościowe tych sygnałów.

Podsumowując powyższe obserwacje, stwierdzono, że oprogramowanie Ansys nie pozwala na przeprowadzenie analizy złożonej, tłumionej struktury wirnika wraz z układem sterowania. Rozwiązaniem, które umożliwiło wykonywanie planowanych analiz MES, było podejście kombinowane, które wykorzystuje program Ansys do przygotowania podstawowych macierzy układu, a program Matlab do pozostałych kroków, w tym do implementacji układu sterowania i symulacji układu. Dzięki takiemu podejściu ręczne generowanie modelu MES nie jest konieczne.

5.2. Podejście kombinowane do analiz MES wirnika o aktywnej strukturze

Podejście to oznacza, że model MES badanego układu zostanie utworzony dwuetapowo. Pierwszy etap obejmuje przygotowanie modelu MES układu z pominięciem tłumienia, aż do wygenerowania i wyeksportowania macierzy układu. Drugi etap wiąże się z wczytaniem utworzonych macierzy do Matlaba, uzupełnieniem brakujących w równaniu macierzy, np. związanych z tłumieniem, i utworzeniem modelu symulacyj-

nego. Tym samym do czynności związanych z utworzeniem i dyskretyzacją geometrii, przypisaniem własności materiałowych oraz agregacją macierzy wykorzystane zostaną narzędzia programu Ansys, a wszystkie dalsze operacje na macierzach oraz analiza modelu będą przeprowadzone w programie Matlab. Szczegóły każdego etapu zostaną wyjaśnione w kolejnych akapitach, ze zwróceniem uwagi na operacje, które różnią się względem typowych analiz.

5.2.1. Przygotowanie macierzy w Ansysie i odtworzenie modelu w Matlabie

Początkowe kroki realizowane są w standardowy dla oprogramowania Ansys sposób. Definiowana jest geometria oraz własności materiałowe. Wybierane są elementy skończone i przeprowadzana jest dyskretyzacja geometrii. Tłumienie w modelu nie jest zadawane. Oddziaływanie pomiędzy elementami piezoelektrycznymi i wałem pomija wpływ występowania kleju i zakłada idealne połączenie. Przygotowując model, należy zadbać o polaryzację materiału piezoelektrycznego, która na każdym boku wału jest inna. Elektrody tworzone są przez połączenie (zwarcie) elektrycznych stopni swobody znajdujących się na odpowiednich powierzchniach, z uwzględnieniem pracy w parach. Elektrody przylegające do powierzchni wału są łączone z masą w wyniku zadania potencjału elektrycznego o wartości 0 V. Końcowym etapem jest zapewnienie strukturze podparcia przez zablokowanie odpowiednich stopni swobody w węzłach znajdujących się na końcach wału. Podobnie jak w modelu analitycznym, przyjęto sztywne podparcie wału. Dla przygotowanego modelu, po dokonaniu wstępnej analizy w programie Ansys, możliwe jest wyeksportowanie macierzy tworzących model MES i zaimportowanie ich w Matlabie. Więcej szczegółowych informacji dotyczących eksportu/importu znajduje się w załączniku B.

Analizowana struktura jest układem elektromechanicznym, w którym występują sprzężenia pomiędzy elektrycznymi i mechanicznymi stopniami swobody. Ponieważ w modelu materiału piezoelektrycznego pomijane są straty elektryczne, układ równań opisujących strukturę zawiera równania różniczkowe drugiego rzędu dla części mechanicznej i jedynie statyczne równania dla części elektrycznej.

Wszystkie zaimportowane macierze mają wymiar, który odpowiada liczbie wszystkich stopni swobody, łącznie z elektrycznymi. Dlatego w uproszczonej i uporządkowanej postaci układ równań struktury można przedstawić następująco (Allik i Hughes 1970):

$$\begin{bmatrix} [M_m] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U} \\ \dot{\Phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_{mC}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U} \\ \dot{\Phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{Suu}] & [K_{u\phi}] \\ [K_{\phi u}] & [K_{\phi\phi}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ \Phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F(t) \\ Q(t) \end{Bmatrix} \quad (5.1)$$

Objaśnienia oznaczeń we wzorze (5.1) są następujące:

- $[M_m]$ – macierz mas części mechanicznej struktury,
- $[C_{mC}]$ – macierz tłumienia (Coriolisa) części mechanicznej struktury,
- $[K_{Suu}]$ – macierz sztywności części mechanicznej struktury z uwzględnieniem sił odśrodkowych (ang. *spin-softening*),
- $[K_{u\phi}], [K_{\phi u}]$ – macierze sprzęgające elektryczne i mechaniczne stopnie swobody,
- $[K_{\phi\phi}]$ – macierz pojemności elektrycznej,
- $\{U\}$ – wektor przemieszczeń węzłowych,
- $\{\Phi\}$ – wektor potencjałów elektrycznych,
- $\{F(t)\}, \{Q(t)\}$ – wektory odpowiednio siły zewnętrznej i ładunku zewnętrznego.

Zaprezentowany powyżej układ równań można przedstawić w bardziej ogólny sposób:

$$[M]\{\ddot{V}\} + [C_C]\{\dot{V}\} + [K_S]\{V\} = \{W(t)\} \quad (5.2)$$

gdzie:

- $[M]$ – pełna macierz mas struktury elektromechanicznej,
- $[C_C]$ – pełna macierz tłumienia (zawiera siły Coriolisa),
- $[K_S]$ – pełna macierz sztywności,
- $\{V\}$ – łączny wektor obejmujący przemieszczenia i potencjały elektryczne,
- $\{W(t)\}$ – wektor wymuszeń zewnętrznych.

Wprowadzenie uogólnionej postaci równania ma na celu zobrazowanie sposobu utworzenia równań układu bezpośrednio z macierzy zaimportowanych z Ansysa, ponieważ macierze te nie mają uporządkowanych stopni swobody jak w równaniu (5.1). W zaimportowanych macierzach elektryczne i mechaniczne stopnie swobody przeplatają się, co znacząco wpływa na sposób, w jaki tworzony jest model obliczeniowy oraz realizowane są jakiegokolwiek przekształcenia macierzy.

Z tego względu zastosowano podejście bazujące na uogólnionej postaci równań stanu, w której występuje dodatkowa macierz deskryptora E . Używając tej reprezentacji, równania stanu oraz równania wyjść można przedstawić następująco:

$$\begin{aligned} [E]\{\dot{x}\} &= [A]\{x\} + [B]\{u\} \\ y &= [C]\{x\} + [D]\{u\} \end{aligned} \quad (5.3)$$

gdzie:

- $[E]$ – deskryptor,
- $[A]$ – macierz stanu,
- $[B]$ – macierz wejść,
- $[C]$ – macierz wyjść,
- $[D]$ – macierz przejścia.

Cechą uogólnionej postaci równań stanu jest możliwość modelowania układów, w których rząd macierzy deskryptora nie jest pełny (Kaczorek 1999). Używając tej reprezentacji, równania (5.1) i (5.2) można przedstawić jako:

$$\begin{bmatrix} [I] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [0] \\ [C_m C] & [0] & [M_m] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{\phi}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{\phi}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [0] & [I] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [I] \\ -[K_{uu}] & -[K_{u\phi}] & [0] & [0] \\ -[K_{\phi u}] & -[K_{\phi\phi}] & [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ \phi_1 \\ u_2 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & [0] \\ [I] & [0] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F(t) \\ Q(t) \end{Bmatrix} \quad (5.4)$$

$$\begin{bmatrix} [I_0] & [0] \\ [C_C] & [M] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ [K_S] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] \\ [I] \end{bmatrix} \{W(t)\} \quad (5.5)$$

gdzie:

$[I]$ – macierz jednostkowa,

$[0]$ – macierz zerowa,

$[I_0]$ – macierz jednostkowa częściowo wyzerowana (wyjaśnienie w tekście).

Macierz deskryptora składa się z dwóch zaimportowanych macierzy układu, jednej macierzy zerowej i z częściowo zmodyfikowanej macierzy jednostkowej (wzór (5.5)). Modyfikacje te uwzględniają fakt, że pochodne potencjałów elektrycznych nie są wykorzystywane w równaniach i polegają na wyzerowaniu jedynek na głównej przekątnej macierzy jednostkowej dla każdego elektrycznego stopnia swobody. Z tego powodu elektryczne stopnie swobody mają tylko zerowe elementy w macierzy deskryptora. W równaniu (5.4) zastosowano zapis z uporządkowanymi stopniami swobody i efekt opisywanego zerowania elementów diagonalnych jest wyraźnie widoczny.

Z praktycznego punktu widzenia uogólniona postać nie wymaga jakiegokolwiek ingerencji w zaimportowane macierze, a kolejność występowania stopni swobody w importowanych macierzach nie ma większego znaczenia.

Równania (5.4) i (5.5) odtwarzają dynamikę struktury nietłumionego wirnika z elementami piezoelektrycznymi, którego równania ruchu opisane są w obrotowym układzie odniesienia. Elementy piezoelektryczne wirnika znajdują się na powierzchni wału. Zjawiska żyroskopowe są pominięte. Pozostałe brakujące oddziaływania zostaną uzupełnione w kolejnych krokach.

5.2.2. Modelowanie tłumienia

Jak wspomniano w podrozdziale 5.1, w programie Ansys modelowanie tłumienia w obrotowym układzie odniesienia może być mylące i dlatego podczas tworzenia plików z macierzami układu (eksportowania) nie stosowano żadnego modelu tłumienia. W niniejszym kroku brakujące macierze zostaną utworzone i dodane do modelu.

Tłumienie Rayleigha

Jako wstępne zastosowano rozwiązanie zapożyczone z oprogramowania Ansys, polegające na użyciu do modelowania tłumienia zewnętrznego i wewnętrznego modelu Rayleigha. Założono, że część tłumienia proporcjonalna do elementów macierzy mas będzie przybliżać tłumienie zewnętrzne, zaś część proporcjonalna do macierzy sztywności – tłumienie wewnętrzne. Motywacją do użycia tak zdefiniowanych tłumień była możliwość porównania wyników i sprawdzenia poprawności funkcjonowania modelu MES. Występujące w modelu Rayleigha wartości współczynników α i β dobrano dla pierwszej częstości własnej wirnika.

Aby uzupełnić model o tłumienie w obrotowym układzie odniesienia, należy utworzyć dwie macierze. Pierwsza jest typową macierzą tłumienia, która uwzględnia tłumienie wewnętrzne i zewnętrzne. Ponieważ zaimportowana w obrotowym układzie odniesienia macierz sztywności obejmuje oddziaływanie sił odśrodkowych, efekt ten należy usunąć przed wyznaczeniem macierzy tłumienia (stąd czynnik proporcjonalny do kwadratu prędkości obrotowej w równaniu (5.6)). Inną możliwością jest eksportowanie/importowanie macierzy wirnika, który nie wiruje. Co istotne, zaimportowana do Matlab'a macierz sztywności zawiera wiersze i kolumny opisujące również elektryczne stopnie swobody. Żeby uniknąć sztucznego tłumienia sygnałów elektrycznych, odpowiednie wiersze i kolumny należy wyzerować. Pierwsza z generowanych macierzy przedstawia się zatem następująco:

$$\begin{bmatrix} [C_{Rm}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} = \alpha \cdot \begin{bmatrix} [M_m] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} + \beta \cdot \left(\begin{bmatrix} [K_{Suu}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} + \Omega^2 \cdot \begin{bmatrix} [M_m] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \right) \quad (5.6)$$

$$[C_R] = \alpha \cdot [M] + \beta \cdot \left([K_{S0}] + \Omega^2 \cdot [M] \right) \quad (5.7)$$

gdzie:

- $[C_{Rm}]$, $[C_R]$ – odpowiednio macierz tłumienia Rayleigha dla części mechanicznej oraz macierz tłumienia Rayleigha pełnego układu,
- α , β – współczynniki tłumienia Rayleigha,
- Ω – stała prędkość obrotowa,
- $[K_{S0}]$ – macierz sztywności pełnego układu z wyzerowanymi wierszami i kolumnami dla elektrycznych stopni swobody.

Druga z wymaganych macierzy powstaje w wyniku transformacji sił tłumienia zewnętrznego do obrotowego układu odniesienia (por. równanie (4.4)). Do jej zdefiniowania, oprócz macierzy tłumienia zewnętrznego wymagana jest macierz cyrkulacyjna, która sprzęga ruch wału pomiędzy prostopadłymi kierunkami ruchu (jak w równaniu (4.5)). Macierz cyrkulacyjna może zostać wyznaczona na podstawie macierzy Coriolisa, przy czym konieczne jest odwrócenie osobliwej macierzy mas pełnego układu (wymagany jest podział pełnych macierzy układu na część elektryczną i mechaniczną). Ze względu na to, że w proponowanym podejściu używane jest tłumienie α , odwracanie macierzy może zostać pominięte. Cyrkulacyjna macierz tłumienia w układzie obrotowym może zostać wyznaczona z poniższych równań:

$$\begin{bmatrix} [B_{mR}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} = \alpha \cdot \begin{bmatrix} [M_m] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [H_m] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} = \alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} [C_{mC}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$[B_R] = \alpha \cdot [M] \cdot [H] = \alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot [C_C] \quad (5.9)$$

gdzie:

$[B_{mR}]$, $[B_R]$ – odpowiednio cyrkulacyjna macierz tłumienia dla części mechanicznej oraz cyrkulacyjna macierz dla pełnego układu, dla tłumienia Rayleigha,

$[H_m]$, $[H]$ – odpowiednio macierz cyrkulacyjna dla części mechanicznej struktury oraz cyrkulacyjna macierz dla pełnego układu.

Równania (5.8) i (5.9) bazują na założeniu, że do modelowania tłumienia zewnętrznego użyto współczynnika α modelu Rayleigha oraz ta sama skośnie symetryczna macierz cyrkulacyjna jest uzyskiwana przy transformacji prędkości i przyspieszeń do obrotowego układu współrzędnych (siły Coriolisa wynikają z transformacji przyspieszeń, a siły tłumienia zewnętrznego w obrotowym układzie odniesienia wynikają z transformacji prędkości: $[C_C] = 2 \cdot [M] \cdot [H]$).

Używając dwóch przygotowanych powyżej macierzy, układ równań wirnika z tłumieniem w obrotowym układzie odniesienia można zapisać następująco:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [M_m] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U} \\ \dot{\Phi} \end{Bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} [C_{mC}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_{mR}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \dot{U} \\ \dot{\Phi} \end{Bmatrix} + \\ & + \left(\begin{bmatrix} [K_{Suu}] & [K_{u\varphi}] \\ [K_{\varphi u}] & [K_{\varphi\varphi}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [B_{mR}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} U \\ \Phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F(t) \\ Q(t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (5.10)$$

$$[M] \{\ddot{V}\} + ([C_C] + [C_R]) \{\dot{V}\} + ([K_S] + [B_R]) \{V\} = \{W(t)\} \quad (5.11)$$

Tłumienie modalne

Cechą prezentowanego podejścia wykorzystującego tłumienie Rayleigha jest zażywanie sił tłumienia dla postaci znajdujących się poza obszarem, dla którego to tłumienie zostało zdefiniowane. Efekt ten w przypadku analizy układu sterowania, który modyfikuje tłumienie w układzie, jest bardzo niekorzystny, gdyż może maskować negatywny wpływ sterowania na wyższe postacie drgań. Dlatego też zdecydowano się na uwzględnienie modalnego modelu tłumienia. Tłumienie modalne umożliwi zadanie porównywalnych warunków tłumienia dla wszystkich postaci w modelu.

Zaimplementowanie modelu tłumienia wymaga wykonania analizy modalnej oraz znajomości macierzy cyrkulacyjnej. W związku z tym, w celu określenia tłumienia części mechaniczna układu musi zostać wydzielona. Osiągnięto to po usunięciu ze wszystkich macierzy wierszy i kolumn odpowiadających elektrycznym stopniom swobody, z zastrzeżeniem, że numery tych wierszy i kolumn zostały zapisane w odpowiedniej kolejności. Umożliwi to późniejsze odtworzenie macierzy do ich pełnego wymiaru.

Dysponując wydzieloną częścią mechaniczną układu przy braku wirowania, można wyznaczyć wartości własne λ_i i postacie drgań $\{\phi_i\}$ (Preumont i Seto 2008):

$$\left(\left([K_{Suu}] + \Omega^2 [M_m] \right) - \lambda_i^2 [M_m] \right) \{\phi_i\} = 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (5.12)$$

Ponieważ zaimportowana macierz sztywności $[K_{Suu}]$ uwzględnia działanie sił ośrodkowych, uzyskanie macierzy sztywności dla niewirującego układu wymaga wyeliminowania tego wpływu albo przez wykonanie operacji przeciwnej, albo przez zaimportowanie macierzy sztywności, gdy struktura nie wiruje.

Zagadnienie własne (równanie (5.12)) można wygodnie rozwiązać w Matlabie, używając polecenia *eig* – otrzymuje się wtedy dwie macierze: pierwsza $[\Lambda]^2$ zawiera wartości własne λ_i^2 na głównej przekątnej, druga $[V_M]$ zawiera w kolumnach kolejne postacie drgań $\{\phi_i\}$. Aby uprościć dalsze rozważania, przyjęto, że wektory własne są unormowane względem macierzy mas, a więc:

$$[I] = [V_M]^T [M_m] [V_M] \quad (5.13)$$

Zewnętrzne tłumienie modalne we współrzędnych modalnych definiowane jest przy użyciu bezwymiarowego współczynnika drgań jako:

$$[C_{m\Lambda z}] = 2\zeta_z [\Lambda] \quad (5.14)$$

Po ponownym wykorzystaniu znormalizowanych macierzy postaci drgań $[V_M]$ uzyskuje się macierz tłumienia we współrzędnych fizycznych (Bianchi i in. 2010):

$$[C_{mMz}] = ([M_m] [V_M]) [C_{m\Lambda z}] ([M_m] [V_M])^T \quad (5.15)$$

Wykorzystany w równaniu (5.15) zapis pomija konieczność wyznaczania macierzy odwrotnej.

Modalną macierz tłumienia wewnętrznego można wyznaczyć na podstawie znajomości macierzy $[C_{mMz}]$, stosując zależność pomiędzy zakładanymi wartościami bezwymiarowego współczynnika tłumienia drgań, wewnętrznego i zewnętrznego:

$$[C_{mMw}] = \frac{\zeta_w}{\zeta_z} [C_{mMz}] \quad (5.16)$$

Do wyznaczenia macierzy cyrkulacyjnej $[H_m]$ wykorzystuje się macierz Coriolisa:

$$[H_m] = \frac{1}{2} [M_m]^{-1} [C_{mC}] \quad (5.17)$$

Cyrkulacyjną macierz tłumienia wynikającą z transformacji sił tłumienia zewnętrznego do obrotowego układu odniesienia wyznacza się z zależności:

$$[B_{mM}] = [C_{mMz}] [H_m] \quad (5.18)$$

Ostatnim krokiem jest odtworzenie wymiaru utworzonych macierzy. Polega on na wpisywaniu wierszy i kolumn wypełnionych zerami na odpowiednich (zapisanych wcześniej) pozycjach. Operacja ta jednocześnie zapewnia, że – podobnie jak dla tłumienia Rayleigha – żadne sztuczne tłumienie elektrycznych stopni swobody nie występuje.

Po realizacji wszystkich kroków końcową postać równań z tłumieniem modalnym można zapisać następująco:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [M_m] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U} \\ \ddot{\Phi} \end{Bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} [C_{mC}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_{mM}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \dot{U} \\ \dot{\Phi} \end{Bmatrix} + \\ & + \left(\begin{bmatrix} [K_{Su}] & [K_{u\phi}] \\ [K_{\phi u}] & [K_{\phi\phi}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [B_{mM}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} U \\ \Phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F(t) \\ Q(t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$[M] \{\ddot{V}\} + ([C_C] + [C_M]) \{\dot{V}\} + ([K_S] + [B_M]) \{V\} = \{W(t)\} \quad (5.20)$$

gdzie:

$[C_{mM}] = [C_{mMz}] + [C_{mMw}]$ – łączna macierz tłumienia modalnego dla części mechanicznej struktury,

$[C_M]$ – łączna macierz tłumienia modalnego o pełnym wymiarze,

$[B_{mM}]$, $[B_M]$ – odpowiednio cyrkulacyjna macierz dla części mechanicznej oraz cyrkulacyjna macierz dla pełnego układu, dla tłumienia modalnego.

5.2.3. Modelowanie elementów piezoelektrycznych jako czujników oraz elementów wykonawczych

Prosty efekt piezoelektryczny występuje w pewnych materiałach i polega na generowaniu ładunku podczas zmiany odkształcenia wskutek mechanicznego obciążenia. Wygenerowany ładunek odkłada się na elektrodach i może być obserwowany jako napięcie pomiędzy nimi. Prosty efekt piezoelektryczny wykorzystywany jest, gdy materiał stosowany jest do budowy czujników. Z przybliżonej zasady działania wynikają dwie metody pomiaru sygnałów wyjściowych pochodzących z czujników piezoelektrycznych: pierwsza polega na pomiarze napięcia pomiędzy elektrodami, a druga, która wykorzystuje wzmacniacz ładunku, na uzyskaniu napięciowego sygnału wyjściowego proporcjonalnego do wygenerowanego w materiale ładunku.

Pierwsza z metod przy implementacji MES nie wymaga modyfikowania macierzy i sprowadza się do pomiaru potencjału elektrycznego na odpowiednim węźle elektrody. Ponieważ podczas definiowania elektrod w programie Ansys jedna z nich była zwierana do masy, wartość napięcia wyjściowego odpowiada wartości potencjału elektrycznego obserwowanego na drugiej z nich. Oznacza to, że w celu uzyskania napięcia wyjściowego wystarczy uwzględnić wyznaczony potencjał dla odpowiedniego węzła w równaniu wyjść.

Użycie wzmacniacza ładunku implikuje pewne zmiany w macierzach układu. Przy wykorzystaniu idealnego wzmacniacza operacyjnego do budowy wzmacniacza ładunku napięcie pomiędzy jego wejściami odwracającym i nieodwracającym dąży do zera, a więc elektroda, na której poprzednio mierzony był potencjał, musi zostać zwarta do masy. W modelu MES oznacza to wyzerowanie wszystkich elementów w odpowiednim wierszu w macierzy stanu $[A]$ (równania (5.3)–(5.5)). W celu pomiaru ładunku wyjściowego wyzerowany wiersz wcześniej musi zostać skopiowany do macierzy wyjścia $[C]$. Gdy elektroda wyjściowa jest zwarta do masy, ładunek wyjściowy będzie zależał tylko od odkształceń, zaś wartość napięcia na wyjściu wzmacniacza ładunku od wartości pojemności kondensatora znajdującego się w sprzężeniu zwrotnym układu wzmacniacza (rys. 4.8). Ze względu na stosowanie wzmacniacza ładunku w eksperymencie ten sposób pomiaru będzie używany w symulacjach jako podstawowy.

W przypadku pracy materiału piezoelektrycznego jako elementu wykonawczego jest wykorzystywany odwrotny efekt piezoelektryczny. Zewnętrzne pole elektryczne generuje mechaniczne odkształcenie elementu. Pole elektryczne kształtowane jest przez zadawanie napięcia pomiędzy elektrodami. Jak wspomniano, jedna elektroda jest uziemiona, stąd zadana wartość napięcia ustala wartość potencjału na drugiej. Oznacza to, że równanie elektrostatyczne związane z tym węzłem elektrody nie powinno być rozwiązywane (to wartość zadana) i dlatego odpowiedni wiersz w macierzy stanu $[A]$ lub też macierzy sztywności należy wyzerować. Wpływ napięcia wejściowego na strukturę następuje przez macierz wejścia $[B]$, którą tworzą elementy z odpowiedniej

kolumny macierzy stanu (tj. dla elektrycznego stopnia swobody węzła elektrody) – elementy te należy przenieść z macierzy stanu $[A]$ do macierzy wejść $[B]$, a po przeniesieniu kolumna ta w macierzy stanu zostaje wyzerowana. Ważne jest, aby element utworzonej kolumny wejściowej odpowiadający węzłowi sterowanej elektrody był zerowy – w przeciwnym wypadku układ równań jest sprzeczny.

Opisane sposoby implementacji elementów piezoelektrycznych w modelu MES zakładają, że wyjściowe sygnały podłączone są do woltomierza o nieskończonej impedancji lub do idealnego wzmacniacza operacyjnego. Z kolei zadawanie napięcia sterującego odbywa się za pomocą idealnego źródła napięcia.

5.2.4. Modelowanie wymuszeń

Siłami wymuszającymi, które zostaną uwzględnione w analizowanej strukturze, będą niewyważenie i siła ciężkości. Jak pokazano dla modelu analitycznego (równanie (4.4)), niewyważenie w obrotowym układzie odniesienia sprowadza się do siły o stałej wartości i kierunku. Siła ta będzie oddziaływać w środku długości wału i wymaga ustalenia węzła, w którym będzie przyłożona. Do macierzy wejść $[B]$ dodano dwie kolumny jako składowe w kierunku ξ i η , co ma zapewnić dowolny kierunek działania tej siły.

Siła ciężkości z kolei będzie okresowo zmienna z częstotliwością odpowiadającą prędkości obrotowej. W pierwszym przybliżeniu można przyjąć, że będzie ona oddziaływała jedynie na tarczę wirnika, co umożliwi wykorzystanie już przygotowanych dla niewyważenia kolumn macierzy wejść $[B]$. W takiej sytuacji uwzględnienie siły ciężkości działającej na tarczę oraz niewyważenia będzie wymagało jedynie przygotowania odpowiedniego sygnału wejściowego. Z kolei uwzględnienie oddziaływania siły ciężkości również na wał wirnika wymaga przygotowania kolejnych wektorów (kolumn) w macierzy wejść, które będą modelować siłę ciężkości we wszystkich węzłach posiadających masę. Synchroniczna zmiana kierunku tej siły wymaga ustalenia dwóch składowych (kolumn) dla każdego węzła posiadającego masę, co umożliwi okresową zmianę kierunku w zależności od kąta obrotu wału. Podejście to zostało użyte w analizach badających wpływ siły grawitacji na algorytmy sterowania, których wyniki znajdują się w rozdziale 6.

5.3. Weryfikacja metody kombinowanej – przykład numeryczny

W celu zobrazowania omawianych w tekście własności i czynności zostanie zbadana dynamika przykładowego wirnika z elementami piezoelektrycznymi. Wymiary analizowanego układu będą zbliżone do tych, które użyto w eksperymencie. Utworzony

model MES, po zweryfikowaniu za pomocą modelu analitycznego, zostanie wykorzystany w rozdziale 6 do badania algorytmów sterowania, które wpływają na tłumienie wewnętrzne w układzie wirnikowym.

Większość prezentowanych w niniejszym rozdziale wyników otrzymano po zastosowaniu równań opisujących ruch w obrotowym układzie odniesienia (OUO) i dlatego najczęściej względem tego układu będą przedstawiane. W literaturze obrotowy układ odniesienia jest stosowany znacznie rzadziej niż układ inercjalny, dlatego wyniki opisujące ruch w układzie obrotowym wyróżniono skrótem OUO w prawym górnym rogu.

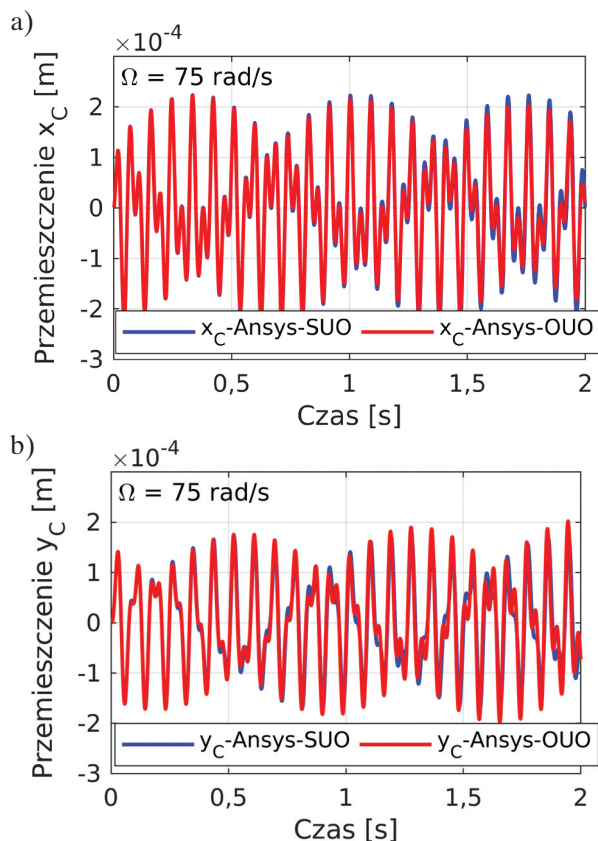
5.3.1. Geometria i własności materiałowe

Badany wirnik tworzy pręt aluminiowy o przekroju kwadratowym i o boku tego przekroju równym 15 mm. Długość wału wynosi 1540 mm. Dysk o masie 470 g znajduje się dokładnie w środku długości wału i ma mimośród równy 0,5 mm. Elementy piezoelektryczne o wymiarach 12,5 mm × 12,5 mm × 1 mm z materiału Pz26 umieszczone są na powierzchni i znajdują się w odległości $z_1 = 6$ mm od końców wału (rys. 4.6). Wał jest utwierdzony wspornikowo, a podpory modelowane są jako elementy sztywne.

5.3.2. Wpływ sprzężenia żyroskopowego

Jak zaznaczono wcześniej, użycie obrotowego układu odniesienia w oprogramowaniu Ansys oznacza brak występowania momentów żyroskopowych w modelu struktury. Ze względu na umieszczenie tarczy w środku długości wału oraz niewielkie wymiary przekroju wału pominięcie oddziaływań żyroskopowych nie wpływa istotnie na otrzymywane rezultaty. W celu potwierdzenia powyższego stwierdzenia przeprowadzono dwie analizy czasowe wirnika, tj. ze sprzężeniem żyroskopowym oraz bez niego. Analizy te wykonano z pominięciem elementów piezoelektrycznych i przy założeniu, że nie występuje tłumienie. Warunki takie umożliwiają porównanie wyników uzyskanych wyłącznie w oprogramowaniu Ansys – pierwszą analizę wykonano w stacjonarnym układzie odniesienia, drugą zaś w obrotowym (rys. 5.1). Jako wymuszenie ustalono skokowo przyłożone niewyważenie, wirnik jest nieodkształcony i nie ma prędkości liniowej w momencie rozpoczęcia symulacji.

Występujące nieznaczne sprzężenie żyroskopowe pochodzi od wirującej masy wału (zmiana promienia tarczy nie wpływa na otrzymywane wyniki). Zastosowane wymuszenie wzbudza drgania głównie nieparzystych postaci, co jest zgodne z typowymi warunkami obciążenia dla układu o takiej strukturze. Wyniki pochodzą z różnych układów odniesienia i dlatego konieczne jest przekształcenie rezultatów dla jednego z nich. Dokonano przekształcenia wyników z obrotowego układu odniesienia (OUO, gdzie efekty żyroskopowe są całkowicie pominięte) do układu stacjonarnego (SUO). Analizy wykonano dla identycznej geometrii oraz przy takich samych parametrach symulacji.



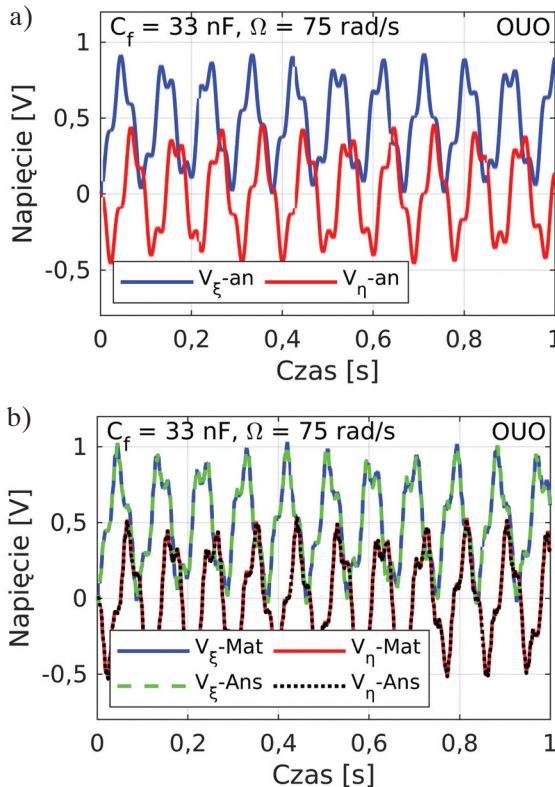
Rys. 5.1. Wpływ pominięcia sprzężenia żyroskopowego na odpowiedź badanego układu, wyniki otrzymano w Ansysie; analiza w stacjonarnym układzie odniesienia (SUO) – efekty żyroskopowe uwzględnione; analiza w obrotowym układzie odniesienia (OUO) – efekty żyroskopowe pominięte; a) wyniki w kierunku x ; b) wyniki w kierunku y

5.3.3. Oddziaływanie piezoelektryczne

W kolejnym kroku sprawdzono poprawność modelowania elementów piezoelektrycznych w układzie, w szczególności w modelu wykorzystującym podejście kombinowane. Na powierzchni wirnika, w stosowanych modelach MES, umieszczone są elementy piezoelektryczne. Tłumienie w układzie ponownie zostało pominięte, co pozwala na wykonanie w Ansysie dodatkowej analizy w obrotowym układzie odniesienia.

W celu porównania dynamicznej odpowiedzi czujników piezoelektrycznych jako wymuszenie przyjęto skokowo pojawiające się niewyważenie. Czujniki te są połączone z idealnym wzmacniaczem ładunku, w którym kondensator o pojemności 33 nF tworzy obwód sprzężenia (rys. 4.8). Przed rozpoczęciem symulacji wirnik wykonywał jedynie niezakłócony ruch obrotowy – założono zerowe warunki początkowe.

Wyniki (rys. 5.2b) dla modelu MES rozwiązanego w Matlabie są takie same jak dla modelu rozwiązanego w Ansysie (w Ansysie jest możliwy pomiar wygenerowanego ładunku przy zwarciu elektrod czujnika). Zatem eksportowanie/importowanie oraz modelowanie współpracy elementów piezoelektrycznych ze wzmacniaczem ładunku jest poprawne. Natomiast porównując te wyniki z wynikami uzyskanymi dla modelu analitycznego, można zaobserwować pewne różnice. Model analityczny nie uwzględnia wpływu umieszczenia elementów piezoelektrycznych na powierzchni wału, co skutkuje lokalnym zwiększeniem sztywności układu oraz pewnym zniekształceniem linii ugięcia. Różnice te, zarówno jakościowe, jak i ilościowe, można pominąć (są niewielkie), pamiętając o istotnej zaletce tego modelu, którą jest bardzo prosta struktura.

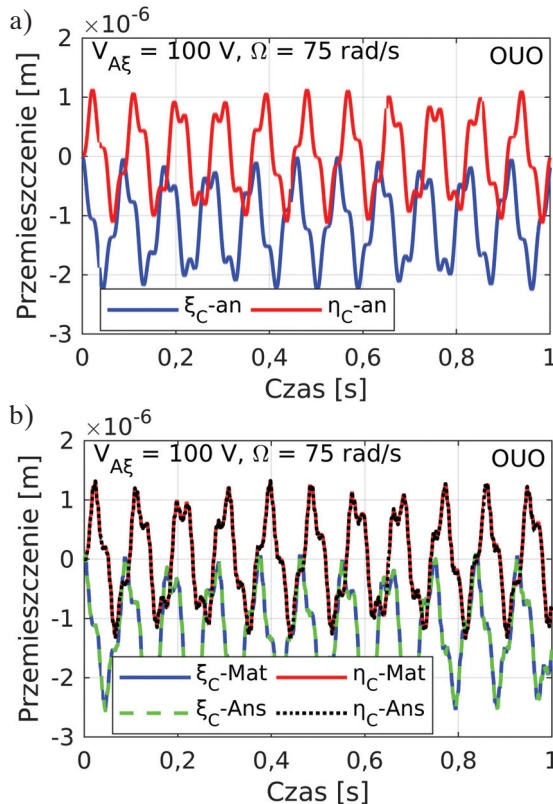


Rys. 5.2. Porównanie napięć wyjściowych ze wzmacniaczy ładunku czujników piezoelektrycznych dla trzech modeli struktury: a) model analityczny (an); b) model MES rozwiązany w Matlabie (Mat) lub w Ansysie (Ans)

Na rysunku 5.2 można zaobserwować przesunięcie o składową stałą jednego z sygnałów. Na tym etapie straty w materiale piezoelektrycznym i układzie kondycjonującym są pominięte, przez co składowa stała jest obserwowana. Co ciekawe, dla podkrzytycznej prędkości wirowania składowa ta wskazuje kierunek, w którym występuje niewyważanie.

W celu zweryfikowania poprawności modelowania piezoelektrycznych aktuatorów wykonano analizy czasowe przedstawiające odpowiedź układu na skokową zmianę napięcia na elektrodach w kierunku ξ . W analizie tej pominięto stosowane wcześniej niewyważenie oraz konsekwentnie nie modelowano tłumienia, co pozwoliło na otrzymanie rozwiązania w programie Ansys. Warunki początkowe są zerowe, układ wykonywał niezakłócony ruch obrotowy.

Wyniki analiz pokazane na rysunku 5.3 potwierdzają poprawność modelowania aktuatorów piezoelektrycznych. Podobnie jak wcześniej, przebiegi uzyskane dla modelu analitycznego wykazują niewielkie różnice, które można zaniedbać. Dodatkowo otrzymane rezultaty mogą być użyte do uzasadnienia wyboru algorytmów sterowania, które nie wymagają silnego oddziaływania na strukturę – obserwuje się bardzo małe odkształcenie w środku wału dla napięcia równego 100 V podanego na jedną parę elementów piezoelektrycznych. Zwiększenie wpływu na strukturę wymaga wprowadzenia zmian w badanej strukturze. Zmiany te mogłyby polegać m.in. na zwiększeniu wymiarów elementów piezoelektrycznych lub wykorzystaniu większej ich liczby.

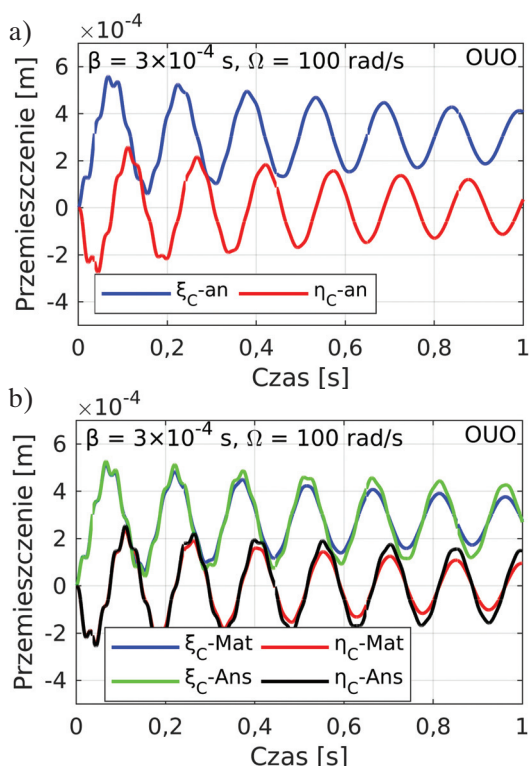


Rys. 5.3. Odpowiedź na skokową zmianę napięcia sterującego przy pominięciu niewyważenia dla trzech modeli struktury: a) model analityczny (an); b) model MES rozwiązany w Matlabie (Mat) lub w Ansysie (Ans)

5.3.4. Tłumienie Rayleigha i tłumienie modalne

Jak podano w podrozdziale 5.1.2, próba modelowania tłumienia w Ansysie, w obrotowym układzie odniesienia, prowadzi do niepoprawnych wyników i dlatego też we wcześniejszych analizach tłumienie było pomijane. Poniżej przedstawiono analizę czasową wirnika, w której tłumienie wewnętrzne zostało zdefiniowane jako proporcjonalne do macierzy sztywności. Wirnik ma zerowe warunki początkowe i zostaje wzbudzony skokowoadaną siłą odpowiadającą wielkości niewyważenia, przy czym nie są zadawane żadne napięcia sterujące. W analizach tych, w modelu tłumienia Rayleigha użyto zawyżonej wartości współczynnika β , aby uwypuklić omawiane problemy.

Wyniki przedstawione na rysunku 5.4 wskazują na wyraźnie mniejszą efektywność tłumienia w rozwiązaniu pochodzącym z Ansysa, mimo że dokładnie takie same warunki zostały zadane podczas symulacji. Zmniejszenie efektywności tłumienia wynika z występowania sił odśrodkowych w macierzy sztywności, która następnie jest używana do wyznaczenia macierzy tłumienia. W Matlabie do wyznaczenia tłumienia wykorzystywana jest macierz z pominięciem tych sił, która jest równa macierzy sztywności w warunkach, gdy układ nie wiruje. Poprawność takiego rozwiązania potwierdza model analityczny.

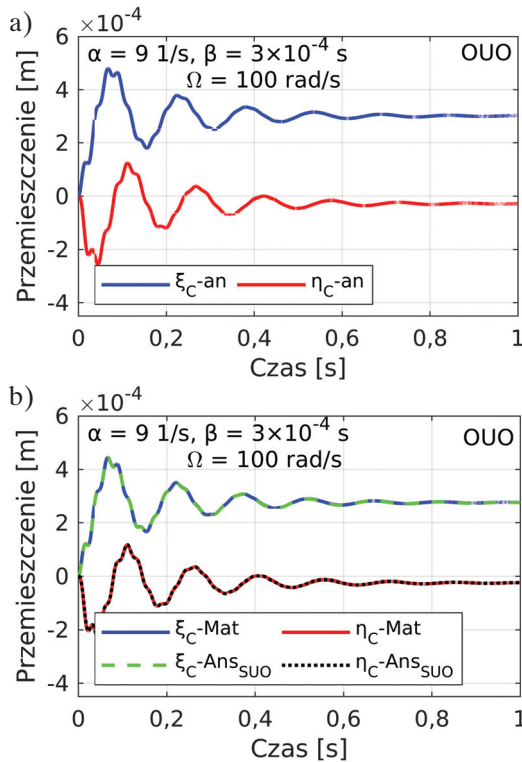


Rys. 5.4. Tłumienie wewnętrzne modelowane jako proporcjonalne do macierzy sztywności (β), odpowiedź dla trzech modeli: a) model analityczny (an); b) model MES rozwiązany w Matlabie (Mat) lub w Ansysie (Ans)

Ze względu na podaną w podręczniku użytkownika (ANSYS 17.2 Help 2016) informację o braku tłumienia cyrkulacyjnego w obrotowym układzie odniesienia, analogiczne analizy dla tłumienia zewnętrznego nie zostaną przedstawione (wyniki z Ansysa są w tym przypadku niepoprawne).

Poprawność modelowania tłumienia Rayleigha zostanie sprawdzona przez porównanie z wynikami dla modelu analitycznego, a także dla modelu MES rozwiązanego w Ansysie, ale w stacjonarnym układzie odniesienia. W analizach użyto zawyżonych wartości tłumienia, wykorzystując to samo co wcześniej wymuszenie.

Porównania wyników dokonano w obrotowym układzie odniesienia (rys. 5.5), dlatego wyniki z Ansysa zostały odpowiednio przekształcone. Dla modeli MES uzyskano identyczne warunki tłumienia, co potwierdza poprawność modelowania tego tłumienia w podejściu kombinowanym. Dodatkowo model analityczny wykazuje wysoką zgodność z modelami MES.



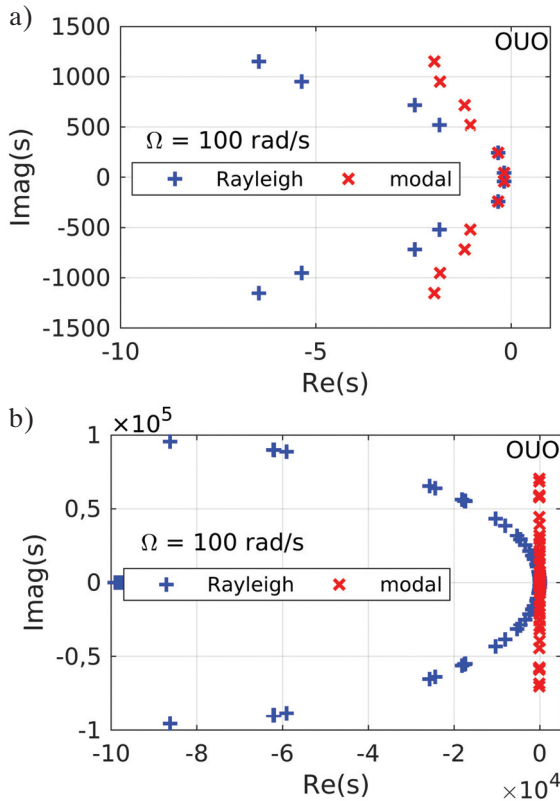
Rys. 5.5. Tłumienie Rayleigha w badanych modelach:

- a) model analityczny (an); b) model MES rozwiązany w Matlabie (Mat) lub w Ansysie (Ans_{SUO} – wyniki po przekształceniu ze stacjonarnego układu odniesienia)

Ostatnim zagadnieniem poruszonym w tym podrozdziale będzie zobrazowanie wpływu modelu tłumienia na symulacje modeli MES. W realizowanych w tym celu symulacjach przyjęto, że całkowity, bezwymiarowy współczynnik tłumienia ma wartość 0,0018

oraz stosunek współczynników tłumienia wewnętrznego do tłumienia zewnętrznego jest równy 0,7. Konieczność rozdzielania i zdefiniowania tłumienia zewnętrznego i wewnętrznego w przypadku tłumienia Rayleigha oznacza, że tylko jedna postać ruchu będzie miała zakładane warunki tłumienia – zależność pomiędzy tłumieniem wewnętrznym i zewnętrznym oraz wartość całkowitego tłumienia (gdy układ nie wiruje) jednoznacznie ustalają wartości parametrów α i β w modelu tłumienia Rayleigha. Wartości te dobrano dla pierwszej postaci drgań.

Przedstawione bieguny (rys. 5.6) pochodzą z modelu MES implementowanego w Matlabie, a ruch opisany jest względem obrotowego układu odniesienia OUO (są więc analogiczne jak te na wykresie na rysunku 4.3a). Model MES używa zapisu rzeczywistego równań ruchu, stąd pierwszej postaci odpowiadają cztery bieguny (jak na rysunku 4.3). Jak omówiono w podrozdziale 4.3.2, prędkość obrotowa Ω modyfikuje część urojoną biegunów, stąd też bieguny te mają różne wartości urojone, mimo że opisują jedną postać drgań (cztery bieguny na każdą postać drgań).



Rys. 5.6. Rozmieszczenie biegunów tłumionego wirnika na płaszczyźnie zespolonej s dla tłumienia Rayleigha oraz dla tłumienia modalnego: a) pierwsze trzy postaci; b) kilkadziesiąt pierwszych postaci

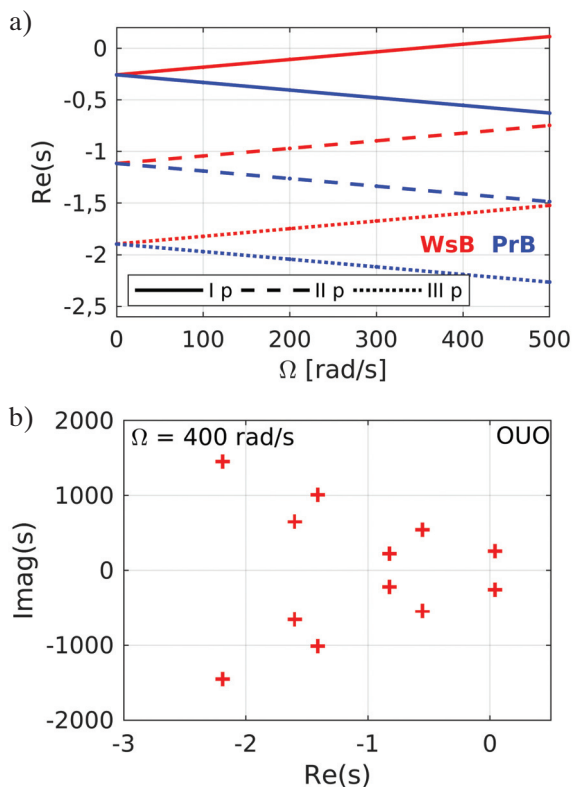
Jak widać na rysunku 5.6a, dla pierwszej postaci położenie biegunów jest takie samo niezależnie od użytego modelu tłumienia. Potwierdza to poprawność zamodelowania rozdziału tłumienia i wyznaczenia jego parametrów – układ wykonuje ruch obrotowy i dlatego błędne ustalenie zależności pomiędzy tłumieniem wewnętrznym i zewnętrznym byłoby widoczne.

Dla drugiej postaci (kolejne cztery bieguny o najmniejszych częściach urojonych) różnica w występujących warunkach tłumienia jest wyraźna. Użycie tłumienia Rayleigha skutkuje niemal dwukrotnie mniejszymi wartościami części rzeczywistych pierwiastków (a więc większą szybkością zaniku drgań). Dla wyższych postaci różnica ta jest jeszcze większa, co oznacza, że przyjęty model tłumienia Rayleigha generuje bardzo duże wartości tłumienia, przez co są one niezgodne z eksperymentalnymi obserwacjami. Nienaturalnie duże tłumienie wyższych postaci widoczne dla modelu Rayleigha może maskować problemy typowe dla układów sterowania opartych na elementach piezoelektrycznych.

5.3.5. Graniczna prędkość utraty stabilności

Dla przedstawionej struktury oraz dla zadanych warunków tłumienia modalnego (tj. $\zeta_s = \zeta_z + \zeta_w = 0,0018$, $\zeta_w/\zeta_z = 0,7$) możliwe jest określenie granicznej prędkości obrotowej, powyżej której pojawiają się drgania samowzbudne i układ przestaje być stabilny. Jako podstawowy model do wyznaczenia tej wartości przyjęto model MES, a dodatkowo, jedynie dla porównania, zostanie podana wartość dla modelu analitycznego.

Wartość ta została wyznaczona na podstawie serii analiz mających na celu określenie położenia biegunów dla różnych wartości prędkości obrotowej. Uzyskane wyniki zostały zestawione na rysunku 5.7a. Wykres ten przedstawia położenie części rzeczywistej pierwiastków układu dla trzech pierwszych postaci ruchu w funkcji prędkości obrotowej układu. Punkt przecięcia się linii pierwszej postaci współbieżnej z wartością 0 określa prędkość graniczną utraty stabilności. Wynosi ona 345,9 rad/s (około 3300 obr/min) i jej przekroczenie wiąże się z powstaniem drgań samowzbudnych w układzie. Drgania te zachodzą z częstością odpowiadającą pierwszej postaci współbieżnej, przy czym jej wartość zależy od układu odniesienia, w którym jest realizowana obserwacja. Położenie biegunów dla prędkości 400 rad/s przedstawiono na wykresie na rysunku 5.7b. Wartość rzeczywistą większą niż 0 mają dwa bieguny, które są ze sobą sprzężone – jest to efektem użycia równań rzeczywistych. Z wykresu można odczytać częstość drgań własnych niestabilnej postaci w obrotowym układzie odniesienia (257 rad/s) – wartość ta byłaby obserwowana np. na wyjściu czujników piezoelektrycznych.



Rys. 5.7. Utrata stabilności układu: a) wartości części rzeczywistej pierwiastków dla różnych prędkości obrotowych; b) pierwiastki trzech najniższych postaci na płaszczyźnie zespolonej s dla prędkości obrotowej 400 rad/s (większa niż wartość graniczna)

W badanym układzie, wzorowanym na modelu Jeffcotta, możliwe jest użycie zależności (4.10) do wyznaczenia wartości granicznej prędkości obrotowej. Otrzymuje się wynik równy 345,9 rad/s, zaś dla modelu analitycznego wartość ta jest nieznacznie niższa – 342,5 rad/s. Warto dodać, że prędkości krytyczne (pierwszego rodzaju) wynoszą: dla modelu MES 142,5 rad/s, a dla modelu analitycznego 141,0 rad/s.

6. Badania symulacyjne algorytmów sterowania wpływających na tłumienie wewnętrzne

Rozdział zawiera analizę algorytmów sterowania, których praca prowadzi do aktywnej modyfikacji efektywnego tłumienia wewnętrznego w układzie. Rozważono trzy algorytmy realizujące odpowiednie oddziaływanie, jednak wyróżnia je inny wpływ na pozostałe postacie drgań w strukturze. Jako pierwszy zostanie zbadany stosowany w podrozdziale 4.5 algorytm DVF i będzie on stanowił odniesienie do kolejno wprowadzanych praw sterowania.

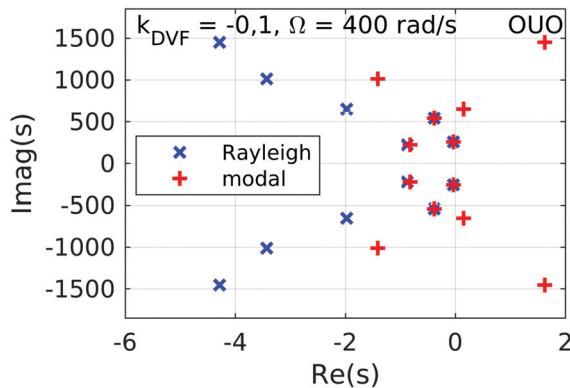
Prezentowane niżej wyniki uzyskano z zastosowaniem podejścia kombinowanego, a więc symulacje oraz analizy wykonano w środowisku Matlab. Używany model MES został wprowadzony w rozdziale 5 (jako przykład numeryczny) i wykorzystuje głównie obrotowy układ odniesienia. Aby uniknąć nieporozumień wynikających z rzadziej stosowanego podejścia, wyniki konsekwentnie oznaczano skrótem OUO w prawym górnym rogu wykresów.

6.1. Algorytm sprzężenia prędkościowego DVF

Implementacja algorytmu DVF (ang. *Direct Velocity Feedback*) w modelu MES wiąże się z pewnymi trudnościami, które krótko zostaną omówione poniżej. Na pierwszym etapie algorytm ten zostanie zaimplementowany dokładnie tak, jak opisano w podrozdziale 4.5. Dla rzeczywistej struktury oraz modelu o większej liczbie postaci drgań obserwuje się niekorzystne zjawiska wynikające z użycia tego prawa sterowania.

Przykład takiego działania został przedstawiony na rysunku 6.1. Algorytm DVF zastosowano z ujemną wartością wzmocnienia, zatem zmniejszono efektywne tłumienie wewnętrzne. Początkowo niestabilna pierwsza postać współbieżna (por. rys. 5.7b) w efekcie działania algorytmu stała się stabilna. Jednocześnie algorytm ten zredukował tłumienie wewnętrzne trzeciej postaci tak bardzo, że stała się ona niestabilna – cztery niestabilne bieguny oznaczone ‘+’ odpowiadają trzeciej postaci, z precesją współbieżną oraz przeciwbieżną. Widoczny efekt pracy algorytmu wynika z silniejszego wpływu układu sterowania na trzecią postać – m.in. działanie różniczkujące zapewnia większe wzmocnienie dla postaci o większej częstotliwości, tym samym skuteczniej dla nich zmniejsza efektywne tłumienie wewnętrzne.

Na rysunku 6.1, w przypadku użycia tłumienia Rayleigha w modelu MES, można zaobserwować istotnie inne niż dla tłumienia modalnego rezultaty. Zastosowanie tego modelu tłumienia niweluje problemy ze stabilnością trzeciej postaci, co jest skutkiem zawyżania sił tłumienia, dla wyższych niż pierwsza postaci. W analogicznym do symulacji eksperymencie wykazane przy użyciu tłumienia modalnego problemy są powszechnie spotykane, również przy braku wirowania. Jest to silny argument za stosowaniem tłumienia modalnego w omawianych badaniach symulacyjnych.



Rys. 6.1. Położenie pierwiastków zamkniętego układu sterowania z algorytmem DVF w modelu MES, ujemna wartość wzmocnienia

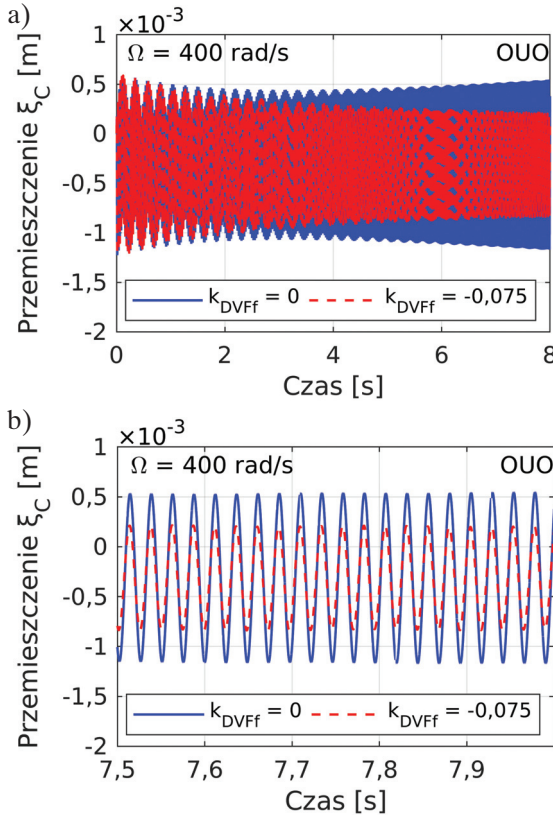
Odwołując się do celów pracy, należy zaznaczyć, że układ sterowania powinien działać jedynie na pierwszą postać, gdyż to ona jako pierwsza traci stabilność, a jego oddziaływanie na wyższe postaci powinno zostać ograniczone. Dlatego do układu wprowadzone zostaną filtry dolnoprzepustowe, które będą modyfikowały widmo sygnałów pochodzących z czujników piezoelektrycznych. Użycie takiej filtracji z jednej strony umożliwi rozwiązanie problemów z niestabilnymi, wyższymi postaciami, ale z drugiej strony wiąże się z ograniczeniem zakresu, w którym drgania samowzbudne będą aktywnie zredukowane (przy stałych parametrach algorytmu). Wybór parametrów tych filtrów jest kompromisem pomiędzy zapewnieniem stabilności wyższych postaci a zakresem prędkości obrotowych, w którym praca wirnika jest stabilna.

Wszystkie wyniki od tego miejsca zostały uzyskane dla układu sterowania zawierającego filtrowanie dolnoprzepustowe. W wyniku prób symulacyjnych oraz eksperymentalnych ustalono, że wystarczająco skuteczny i możliwie prosty w budowie jest filtr drugiego rzędu. W analizach numerycznych przyjęto, że częstość własna tego filtru wynosi 600 rad/s, a współczynnik tłumienia jest równy 0,4 (dobór tych wartości zostanie uzasadniony poniżej). W celu wyróżnienia występowania filtrowania wzmocnienie układu sterowania na wykresach oznaczane będzie symbolem z dodatkową literą – k_{DVF} .

Efekt działania układu sterowania najczytelniej można przedstawić w postaci przebiegów czasowych przemieszczenia środka wału. Analiz dokonano przy prędkości

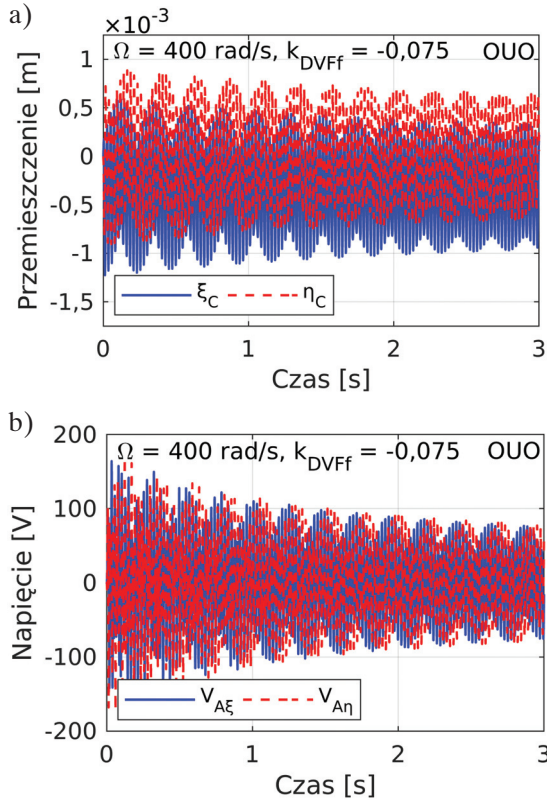
obrotowej równej 400 rad/s, a więc powyżej wartości granicznej oznaczającej utratę stabilności. Przeprowadzono dwie symulacje: z nieaktywnym oraz z włączonym układem sterowania. Jako wymuszenie skokowo zadawano niewyważenie w układzie, pomijając na tym etapie wpływ siły grawitacji. W chwili początkowej wirnik nie był odkształcony i poza ruchem obrotowym nie wykonywał innego ruchu.

Otrzymane wyniki w jednym z kierunków przedstawiono na rysunku 6.2. Przy nieaktywnym układzie sterowania, po stanie przejściowym widoczne jest narastanie drgań środka wału. Włączenie układu sterowania z ujemną wartością wzmocnienia odwraca trend wzrostowy amplitudy i widoczne jest systematyczne tłumienie wzbudzonej postaci. Przebiegi na rysunku 6.2b przedstawiają szczegóły ruchu środka wirnika w omawianych przypadkach. Zaobserwować można, że w końcowej fazie symulacji pozostaje ruch harmoniczny, a częstość drgań nie została zmieniona przez układ sterowania. Tym samym jest widoczna jedynie początkowo niestabilna postać (tj. pierwsza postać współbieżna), a praca układu sterowania umożliwia osiągnięcie oczekiwanego wpływu na jej tłumienie. Ujemna wartość wzmocnienia redukuje efektywne tłumienie wewnętrzne w układzie.



Rys. 6.2. Przebiegi czasowe przedstawiające stabilizujące działanie układu sterowania: a) ogólny charakter (obwiednia) przebiegów; b) powiększony fragment przebiegów

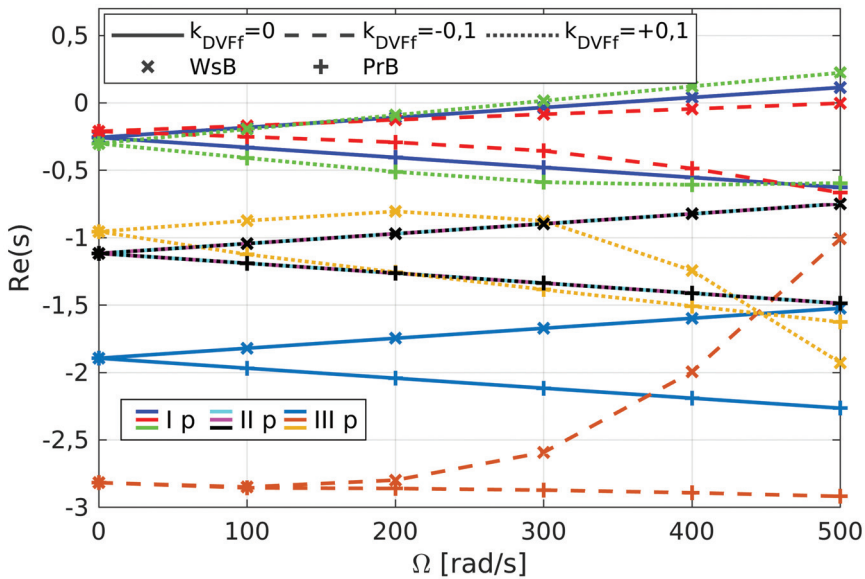
Pełną odpowiedź w kierunkach ξ i η przedstawiono na rysunku 6.3a. Składowa stała położenia jest widoczna podobnie jak wcześniej (rys. 5.5), jednak kierunek stałego przemieszczenia jest przeciwny niż kierunek siły – wirnik pracuje w nadkrytycznym zakresie prędkości obrotowych i widoczny jest efekt samocentrowania. Stałe przemieszczenie nie wpływa na omawiany układ sterowania, co można zaobserwować na przebiegach napięć na rysunku 6.3b. Napięcia te w omawianych kierunkach są do siebie zbliżone, a uzyskana wartość napięcia jest akceptowalna ze względu na własności ceramiki PZT i możliwa do realizacji w doświadczeniu.



Rys. 6.3. Przebiegi czasowe układu ze sterowaniem:
a) przemieszczenia; b) napięcia sterujące

Wpływ omawianego układu sterowania na wirnik dla różnych prędkości obrotowych przedstawiono na rysunku 6.4, gdzie oprócz ujemnego wzmocnienia rozważono również dodatnią jego wartość. Uzyskane wyniki dla pierwszej postaci jakościowo pokrywają się z wynikami przedstawionymi na rysunku 4.12 – ujemne wzmocnienie zwiększa zakres prędkości obrotowych ze stabilną pracą wirnika, ale kosztem zmniejszenia współczynnika zaniku drgań w zakresie podkrytycznym oraz dla postaci przeciw-

bieżnej. Ze względu na fakt, że omawiany algorytm współpracuje z modelem MES, można zaobserwować jego wpływ na wyższe postacie drgań. Można między innymi zauważyć, że układ aktywny nie wpływa w żaden sposób na drugą postać, niezależnie od wzmocnienia. Wynika to z faktu połączenia sensorów i aktuatorów piezoelektrycznych w parę (oraz występowania symetrii w układzie). Ze względu na takie połączenie tych elementów, dla drugiej postaci nie są możliwe zarówno jej obserwacja, jak i sterowanie. Podobna sytuacja ma miejsce dla wyższych, parzystych postaci, np. czwartej, szóstej itp.

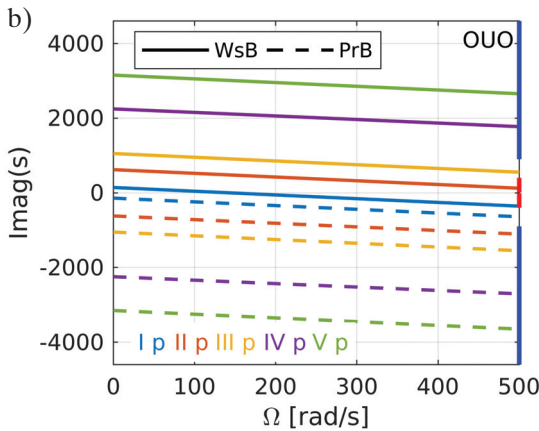
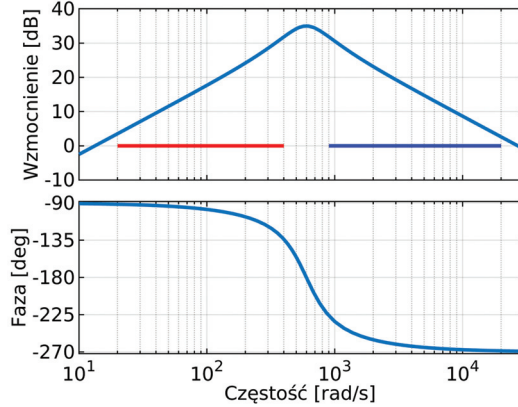


Rys. 6.4. Wpływ znaku wzmocnienia w algorytmie sterowania DVF z filtrem dolnoprzepustowym na współczynnik zaniku drgań dla pierwszych trzech postaci badanej struktury

Wpływ układu sterowania na pozostałe wyższe postacie można wyjaśnić, posługując się charakterystykami częstotliwościowymi algorytmu sterowania z uwzględnieniem filtracji dolnoprzepustowej. Na rysunku 6.5a przedstawiono charakterystyki Bodego z zaznaczonymi dwoma zakresami pracy układu. Zakres oznaczony kolorem czerwonym wiąże się z operacją różniczkowania w prawie sterowania i oznacza pożądany wpływ na układ, a więc zmniejszanie efektywnego tłumienia wewnętrznego w układzie (dla ujemnego wzmocnienia). Umownie zaznaczone granice tego zakresu wynikają z jednej strony ze znikomego wzmocnienia (i tym samym bardzo małego napięcia sterującego), z drugiej zaś ze zmiany przesunięcia fazowego, które powoduje przejście od działania wpływającego na tłumienie do działania modyfikującego sztywność (dla -180 deg). Strona opadająca charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej wynika z zastosowania filtra dolnoprzepustowego drugiego rzędu. Kolorem niebieskim

oznaczono zakres, w którym następuje aktywne zwiększanie tłumienia wewnętrznego, ze względu na zmianę fazy na przeciwną. Granice tego zakresu przyjęto podobnie jak wcześniej, posługując się tymi samymi kryteriami.

a) Charakterystyki Bodego DVF z filtrem, $k_{DVFf} = -0,075$



Rys. 6.5. Wpływ zastosowania algorytmu sterowania na strukturę w szerokim zakresie częstości: a) charakterystyki Bodego prawa sterowania z filtracją; b) częstości własne wirnika obserwowane w obrotowym układzie odniesienia (OUO)

Ponieważ algorytm sterowania operuje na sygnałach pochodzących z obrotowego układu odniesienia, wpływ na poszczególne postacie staje się jasny, gdy wartości częstości własnych również przedstawione są w OUO (rys. 6.5b). Wykres ten prezentuje wpływ prędkości obrotowej wirnika na wartości częstości własnych układu i dodatkowo, po prawej stronie, zaznaczono opisane wcześniej zakresy pracy algorytmu (dla ujemnego k_{DVFf}). W zakresie, w którym tłumienie jest redukowane, znajdują się przede wszystkim pierwsza postać. Wyższe postacie znajdują się w zakresie zwiększającym tłumienie wewnętrzne.

Wykres na rysunku 6.5b umożliwi dodatkowo określenie zachowania się struktury dla prędkości obrotowej większej niż przedstawiono na osi. Ze wzrostem prędkości obrotowej pierwsza postać współbieżna zbliża się do granicy zakresu redukującego tłumienie i dlatego układ ponownie stanie się niestabilny. Innym efektem jest zmniejszenie tłumienia wewnętrznego dla trzeciej postaci, która jest w zakresie podkrytycznym, mogące prowadzić do niestabilności (jak na rysunku 6.1).

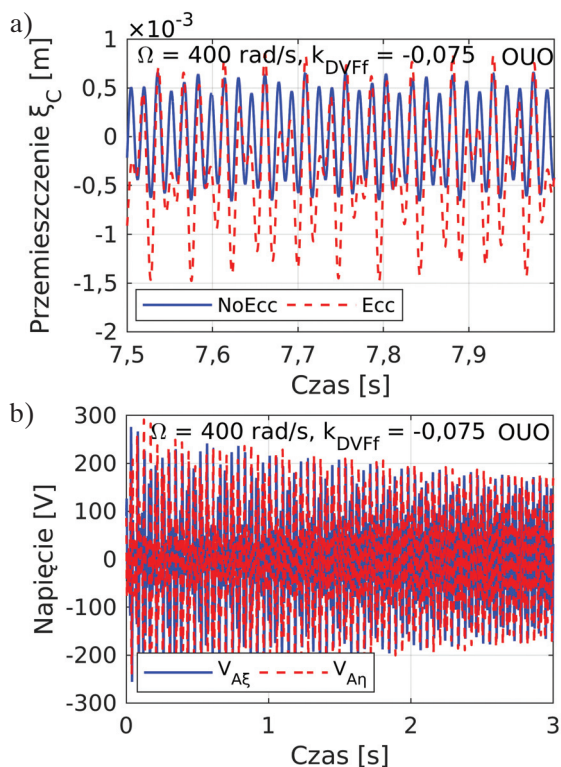
Przedstawione wykresy (rys. 6.5) pozwalają uargumentować dobór parametrów stosowanego filtra dolnoprzepustowego. Częstość własna (600 rad/s) została dobrana, aby ograniczyć negatywny wpływ sterowania na trzecią postać i zapewnić jej stabilność. Z kolei współczynnik tłumienia (0,4) został dobrany, aby przy częstości rezonansowej nastąpiła względnie szybka zmiana fazy. Większa wartość współczynnika tłumienia filtra ograniczyłaby zakres, w którym występuje aktywny wpływ sterowania na tłumienie, mniejsza zaś niebezpiecznie zwiększyłaby maksymalne wzmocnienie.

Wpływ siły grawitacji

W celu zapewnienia przejrzystości uzyskanych wyników w dotychczasowych analizach siła grawitacji nie była uwzględniana. W obrotowym układzie odniesienia jej występowanie wiąże się z okresowym odkształcaniem wału, które następnie generuje odpowiedź układu sterowania. Jak wykazano w podrozdziale 4.6.2, siła ta nie wpływa na stabilność układu, jednak może stanowić czynnik ograniczający skuteczność, np. ze względu na duże wartości generowanych napięć sterujących.

Wpływ siły grawitacji zostanie zobrazowany na przykładzie symulacji analogicznych do przeprowadzonych wcześniej (rys. 6.2 i rys. 6.3) i z wykorzystaniem takich samych parametrów tłumienia oraz wzmocnienia, ale przy stałej obecności siły grawitacji. W celu uzyskania stanu ustalonego badanego układu z algorytmem sterowania redukującym tłumienie wewnętrzne dokonano wstępnej analizy trwającej ponad 31 s, gdzie wymuszeniem była jedynie siła grawitacji. Następnie skokowo zadano siłę modelującą niewyważenie (o takiej samej wartości i kierunku jak dotychczas) i zrealizowano kolejną 8 s symulacji właściwej, której wyniki przedstawiono na rysunku 6.6.

Wykres na rysunku 6.6a przedstawia końcowy etap symulacji w przypadku braku niewyważenia w układzie ('NoEcc') oraz w sytuacji jego występowania ('Ecc'). Oscylacje przebiegu niebieskiej krzywej wynikają jedynie z występowania siły grawitacji i stanowią stały składnik drgań w obrotowym układzie odniesienia (są niegasnące). Skokowe zadanie niewyważenia skutkuje powstaniem stanu przejściowego, który w końcowej fazie jest znacząco większy niż w warunkach pominięcia oddziaływania grawitacyjnego (rys. 6.2b). Stąd też napięcia sterujące w układzie uwzględniającym grawitację są o wiele większe niż przy jej braku – minimalna amplituda napięcia w całej symulacji z niewyważeniem jest nie mniejsza niż 150 V.



Rys. 6.6. Wpływ siły grawitacji na algorytm sterowania DVF: a) przemieszczenie ξ_C przy braku niewyważenia (tylko grawitacja) ‘NoEcc’ oraz z jego uwzględnieniem ‘Ecc’; b) napięcia sterujące przy skokowo zadanym niewyważeniu i stałym oddziaływaniu siły grawitacji

Uzyskane wyniki wskazują, że występowanie odkształceń pochodzących od grawitacji może ograniczać skuteczność układu regulacji. W ustalonych podczas badań symulacyjnych warunkach stabilność układu była aktywnie podtrzymywana i występowanie siły grawitacji nie zakłóciło poprawności działania aktywnego układu. Problemy natomiast mogą się pojawić, gdy wymagane będzie zwiększenie oddziaływania układu sterowania na wirnik. Czynnikiem ograniczającym może okazać się wtedy zbyt duża wartość napięcia sterującego, która również zależy od występowania siły grawitacji. Szerokie pasmo przetwarzania algorytmu sterowania może być przeszkodą w osiągnięciu podstawowego celu w postaci aktywnej redukcji tłumienia wewnętrznego w układzie.

6.2. Algorytm dodatniego sprzężenia od położenia PPF

Algorytm ten zalecany jest do kolokowanych układów piezoelektrycznych, gdyż charakteryzuje się ograniczonym wpływem na wyższe postacie, przez co rzadko stwarza problemy podczas badań eksperymentalnych.

Skrót pochodzi od angielskiej nazwy *Positive Position Feedback*. Jego równanie przedstawia się następująco (Preumont i Seto 2008):

$$H_{PPF}(s) = k_{PPF} \cdot \frac{-\omega_f^2}{s^2 + 2\zeta_f \omega_f s + \omega_f^2} \quad (6.1)$$

gdzie:

- k_{PPF} – współczynnik wzmocnienia,
- ζ_f – współczynnik tłumienia algorytmu,
- ω_f – częstość własna algorytmu.

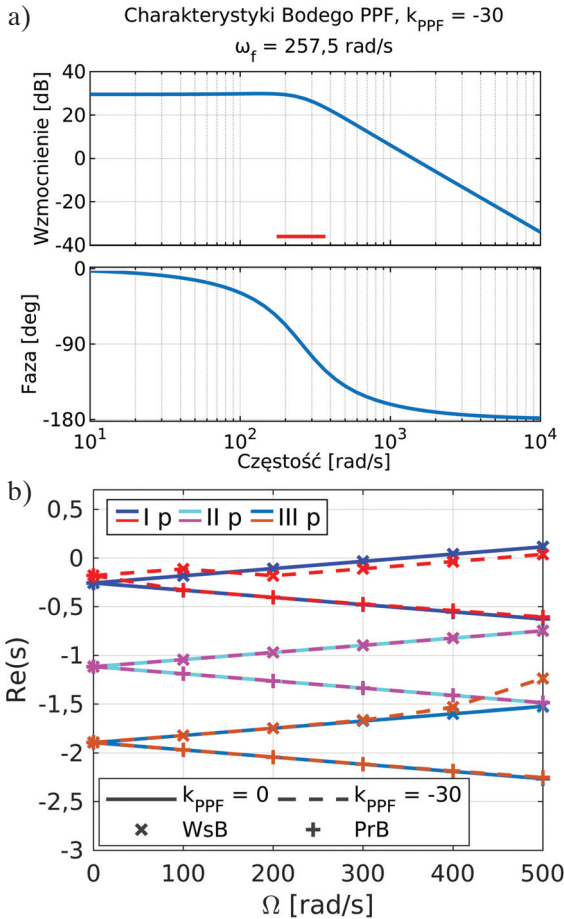
Ujemny znak w liczniku oznacza uzyskanie ostatecznie dodatniego sprzężenia zwrotnego, występującego w nazwie, przy zwykle stosowanym ujemnym znaku w węźle sumacyjnym sprzężenia. Tym samym praca układu z dodatnim sprzężeniem (i dodatnią wartością wzmocnienia) oznacza zwiększanie tłumienia, zaś ujemne wzmocnienie powoduje jego zmniejszanie (jak dla algorytmu DVF).

Algorytm ten ma postać typową dla obiektu oscylacyjnego drugiego rzędu i wymaga ustalenia wartości dwóch parametrów: tłumienia ζ_f i częstości własnej ω_f . Współczynnik tłumienia przyjmuje zwykle wartości 0,5–0,7 (Preumont i Seto 2008), zaś częstość własna powinna być dostrojona do częstości, która ma być aktywnie modyfikowana. Oznacza to, że w przypadku analizowanej w pracy koncepcji pierwsza postać współbieżna będzie postacią, do której strojony jest układ sterowania, przy czym należy pamiętać, że chodzi o częstość obserwowaną w obrotowym układzie odniesienia. Ponieważ częstości własne w obrotowym układzie odniesienia zmieniają się wraz z prędkością obrotową, konieczne jest przestrajanie układu, aby utrzymać jego skuteczne działanie.

Charakterystyki częstotliwościowe algorytmu sterowania przedstawiono na rysunku 6.7a. Czerwoną linią oznaczono zakres, w którym układ modyfikuje efektywne tłumienie w strukturze (przyjęty zakres z obu stron jest ograniczony przez przesunięcie fazowe). Poza tym zakresem algorytm w nieznacznym stopniu wpływa na sztywność struktury, przy czym jedynie poniżej częstości charakterystycznej algorytmu napięcia sterujące mają istotną wartość. Przedstawione charakterystyki dostrojono dla prędkości obrotowej ($\Omega = 400$ rad/s) oraz dla pierwszej postaci współbieżnej wirnika, wartość częstości własnej ω_f algorytmu ustalono na równą 257,5 rad/s.

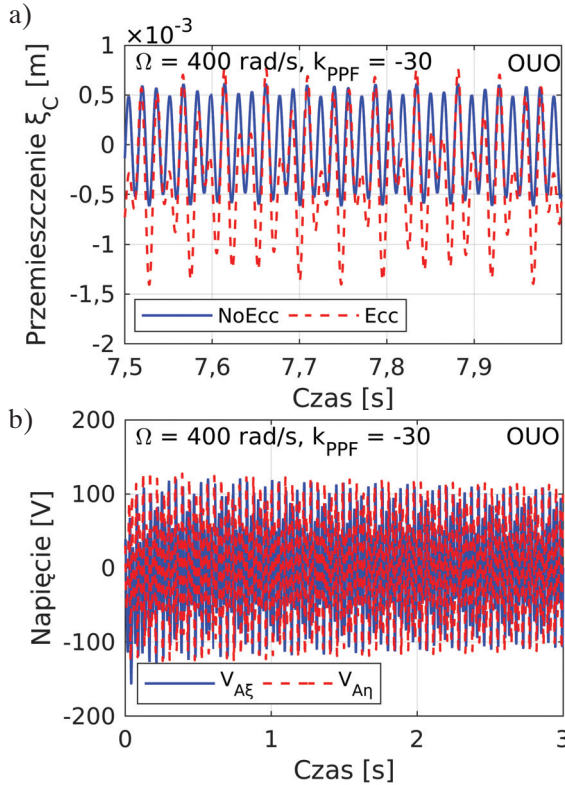
Analizując wpływ algorytmu PPF na współczynnik zaniku drgań (rys. 6.7b), zaobserwować można, że charakteryzuje się on większą selektywnością w działaniu modyfikującym tłumienie niż dotychczas analizowany algorytm DVF. Dla prędkości obrotowej mniejszej niż wartość krytyczna algorytm wpływa jedynie na pierwszą postać drgań. Ciekawym efektem jest fakt modyfikowania tłumienia wewnętrznego jedynie dla precesji współbieżnej pierwszej postaci, w pewnym zakresie prędkości obrotowej. Widoczny wpływ na trzecią postać wynika ze zbliżenia się do siebie wartości bezwzględnych

częstości dla pierwszej i trzeciej postaci, przy prędkości obrotowej równej 500 rad/s (rys. 6.5b). Ze względu na dostrajanie algorytmu sterowania dla każdej prędkości pionowe przesunięcie wartości rzeczywistych biegunów dla pierwszej postaci ma zbliżoną wartość bezwzględną.



Rys. 6.7. Charakterystyki algorytmu PPF dla $\zeta_f = 0,6$: a) charakterystyki Bodego; b) wpływ PPF na współczynnik zaniku drgań dla pierwszych trzech postaci struktury (ω_f dostrajane dla każdego Ω)

Wpływ siły grawitacji zbadany został analogicznie jak wcześniej, z wykorzystaniem takich samych warunków – badany wirnik ma zaimplementowany algorytm PPF, który aktywnie podtrzymuje stabilność przy prędkości 400 rad/s, a na strukturę działa siła grawitacji. Wykonano wstępną analizę wyznaczającą stan ustalony (trwającą ponad 31 s), a następnie przeprowadzono symulację właściwą ze skokowo zadaną siłą modelującą niewyważenie.



Rys. 6.8. Wpływ siły grawitacji na algorytm sterowania PPF: a) przemieszczenie ξ_C przy braku niewyważenia (tylko grawitacja) 'NoEcc' oraz z niewyważeniem 'Ecc'; b) napięcia sterujące przy skokowo zadanym niewyważeniu i stałym oddziaływaniu siły grawitacji

Uzyskane wyniki (rys. 6.8) ponownie potwierdzają, że siła grawitacji nie zakłóciła podstawowego zadania układu sterowania i układ pozostaje stabilny. Otrzymane przemieszczenia (rys. 6.8a) zarówno jakościowo, jak i ilościowo są podobne do przemieszczeń uzyskanych dla algorytmu DVF (rys. 6.6a). Natomiast wartości napięć sterujących są znacząco mniejsze (rys. 6.6b), co jest efektem większej selektywności algorytmu sterowania. Składniki widma odkształceń pochodzące od siły grawitacji powodują generowanie znacznie mniejszych napięć sterujących, redukując tym samym wymagane do poprawnej pracy wartości napięć i umożliwiając zwiększenie aktywnego wpływu na strukturę.

6.3. Algorytm sprzężenia od położenia z kompensacją fazy PCPF

Potrzeba zastosowania kolejnego algorytmu pojawiła się dopiero po przeprowadzeniu serii badań eksperymentalnych dotychczas omówionych algorytmów, gdzie

występujące bogate widmo drgań generowało złożony sygnał sterujący. Widmo to oprócz analizowanych składowych: niewyważenia oraz siły grawitacji, zawierało dalsze składniki ruchu pochodzące od błędów montażowych, łożysk tocznych itp. Podczas eksperymentu obserwowano duże amplitudy napięć sterujących, mimo że oczekiwany wpływ na strukturę był nieznaczny. Ze względu na to, że dotychczas omówione prawa sterowania mają dużą wartość wzmocnienia dla względnie szerokiego pasma częstotliwości, wszystkie wspomniane źródła drgań prowadziły do generowania znacznych sygnałów sterujących i tym samym utrudniały realizację badań eksperymentalnych skoncentrowanych na wpływie na tłumienie. Wskutek tych doświadczeń zaproponowano kolejne prawo sterowania.

Koncepcja omawianego układu sterowania pochodzi z pracy Mao i Pietrzki (2013) i polega na kompensacji fazy filtra pasmowoprzepustowego, koniecznej do uzyskania aktywnego wpływu na tłumienie głównie w pożądanym paśmie. Celem takiego podejścia jest dalsze ograniczenie pasma przetwarzania (dla niskich częstotliwości, tj. mniejszych niż ω_f) i tym samym uzyskanie maksymalnie selektywnego oddziaływania na układ, jedynie dla wybranego, względnie wąskiego pasma częstotliwości. W wybranym paśmie układ modyfikował będzie efektywne tłumienie w strukturze, a dla częstotliwości znajdujących się poza tym pasmem wpływ będzie znikomy i, co ważne, generowane napięcia sterujące również będą niewielkie.

Możliwie prostą realizację filtra pasmowoprzepustowego uzyskuje się dla obiektu drugiego rzędu. Konieczną korekcję fazy można osiągnąć w wyniku zastosowania filtra wszechprzepustowego (pierwszego rzędu), co prowadzi do otrzymania poniższego obiektu trzeciego rzędu:

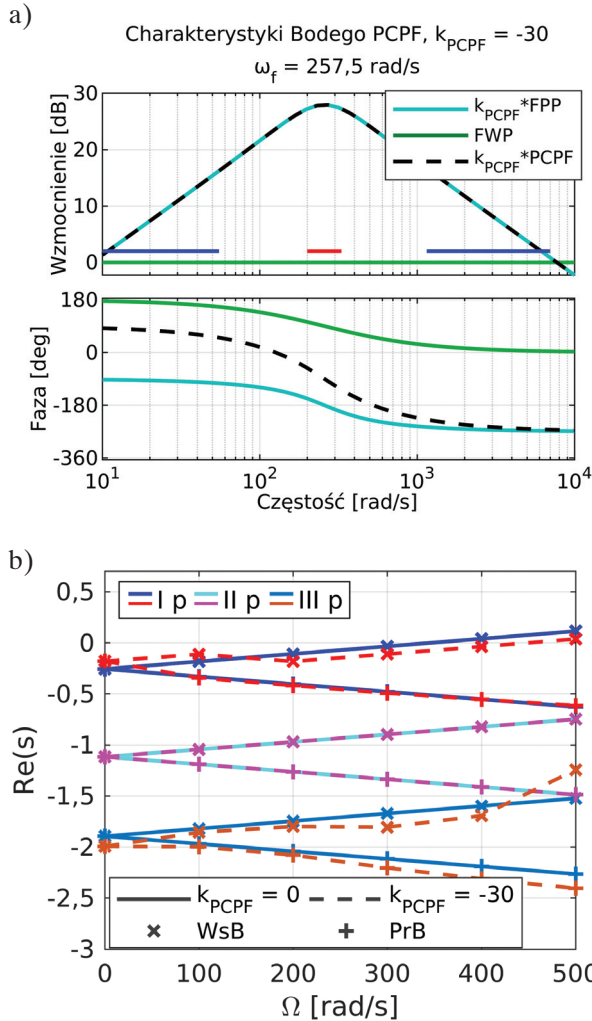
$$H_{PCPF}(s) = k_{PCPF} \cdot \frac{\omega_f s}{s^2 + 2\zeta_f \omega_f s + \omega_f^2} \cdot \frac{s - \omega_f}{s + \omega_f} \quad (6.2)$$

gdzie:

- k_{PCPF} – współczynnik wzmocnienia,
- ζ_f – współczynnik tłumienia algorytmu,
- ω_f – częstość własna algorytmu.

W równaniu występują analogiczne jak w przypadku algorytmu PPF współczynniki: współczynnik tłumienia ζ_f wpływa na szybkość zmiany fazy oraz pośrednio na wzmocnienie, a częstość własna ω_f powinna być dostrojona do częstości postaci, dla której oddziaływanie ma być najsilniejsze (filtr wszechprzepustowy nie modyfikuje charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej). W równaniu (6.2) nie występuje znak minus, ponieważ chciano utrzymać stosowaną do tej pory konwencję znaków wzmocnienia. Tym samym ujemna wartość wzmocnienia nadal będzie oznaczać aktywn-

ne zmniejszanie tłumienia wewnętrznego. Konieczność pominięcia znaku minus jest następstwem stosowania filtra wszechprzepustowego, który wpływa na końcowe przesunięcie fazowe algorytmu sterowania (rys. 6.9a).



Rys. 6.9. Charakterystyki algorytmu PCPF dla $\zeta_f = 0,6$: a) charakterystyki częstotliwościowe – FPP filtr pasmowoprzepustowy, FWP filtr wszechprzepustowy, PCPF algorytm sterowania; b) wpływ algorytmu PCPF na współczynnik zaniku drgań dla pierwszych trzech postaci struktury (ω_f dostrajane dla każdego Ω)

Wyniki otrzymane dla algorytmu PCPF (rys. 6.9) wykorzystują takie same wartości parametrów co algorytm PPF, dzięki czemu możliwe jest czytelne porównanie z wynikami przedstawionymi na rysunku 6.7. Podstawowy zakres pracy jest bardzo podobny

w każdym z algorytmów, zarówno jakościowo, jak i ilościowo. Wpływ na pierwszą postać drgań jest niemal identyczny z dominującym oddziaływaniem tych algorytmów na postać z precesją współbieżną (rys. 6.9b). W przypadku wyższych częstości widoczne są pewne różnice w funkcjonowaniu. Algorytm PPF ma większe nachylenie w części opadającej charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej i tym samym silniej redukuje wpływ na wyższe postacie. Z kolei dla algorytmu PCPF nachylenie charakterystyki jest mniejsze, ale występujące przesunięcie fazowe dla wyższych częstości ma odwrotną fazę i dlatego w zakresach zaznaczonych niebieską linią obserwuje się aktywne zwiększanie tłumienia wewnętrznego (o mniejszej intensywności niż dla dostrojonej częstości). Negatywny wpływ na trzecią postać współbieżną dla prędkości 500 rad/s widoczny jest dla dwóch porównywanych algorytmów i wynika z zastosowania takich samych parametrów oraz takiego samego strojenia (wartości bezwzględne częstości dla postaci pierwszej i trzeciej zbliżają się do siebie).

Wpływ siły grawitacji pokrywa się z wartościami uzyskanymi dla algorytmu PPF (rys. 6.8), napięcie sterujące jest jedynie nieznacznie większe (około 15%). Z uwagi na zawartość widma w warunkach występowania siły grawitacji oraz niewyważenia, a także ze względu na mniejsze nachylenie charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej jest to wynik spodziewany.

6.4. Przemieszczenie jako sygnał sprzężenia zwrotnego

Dotychczasowe analizy wykorzystywały pary elementów piezoelektrycznych jako czujniki oraz jako aktuatory i tworzyły w ten sposób układ kolokowany. Rozwiązanie to nie wymaga stosowania żadnych innych czujników, w tym czujników potrzebnych do określenia własności dynamicznych struktury czy też do ustalenia prędkości obrotowej. Ograniczeniem w takim podejściu jest niewielki i limitowany wpływ aktuatorów na strukturę, który może okazać się zbyt słaby względem wymagań. Wspomniany limit dotyczy wartości napięcia sterującego, która nie może być zbyt duża, ponieważ w przeciwnym razie może wystąpić depolaryzacja elementów piezoelektrycznych.

W przypadku analizowanej struktury przyjęte warunki tłumienia wzorowane były na wartościach podanych w literaturze (Sloetjes i De Boer 2008), dla których skuteczność kolokowanego układu sterowania okazała się wystarczająca. Natomiast ostateczne warunki tłumienia na budowanym stanowisku laboratoryjnym nie były znane i dlatego badano również możliwość wykorzystania wszystkich elementów piezoelektrycznych jako aktuatorów. W ten sposób zwiększono by wpływ na strukturę wirnika – gdyby wpływ aktuatorów uzyskany w podstawowym układzie pracy był niewystarczający, możliwe byłoby jego zwiększenie.

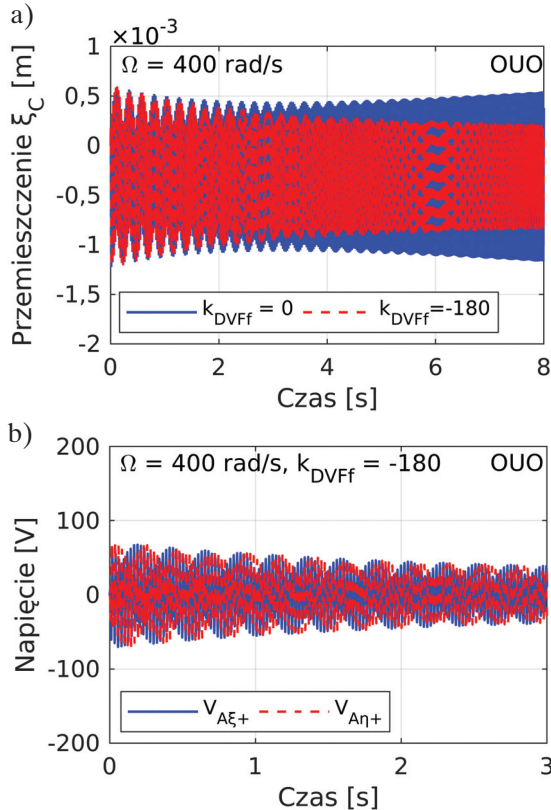
Wykorzystanie wszystkich elementów piezoelektrycznych jako aktuatorów wiąże się z koniecznością zapewnienia nowego sygnału sprzężenia zwrotnego i dodaniem do układu kolejnych czujników. Na stanowisku laboratoryjnym zdecydowano się na użycie czujników laserowych, które mierzą przemieszczenie tarczy znajdującej się w środku długości wału. Pomiar przemieszczeń zaadaptowano również do analiz numerycznych modelu MES. Pewnym ułatwieniem jest fakt, że w symulacji przemieszczenie tarczy względem obrotowego układu odniesienia jest bezpośrednio wyznaczane jako rozwiązanie dla odpowiedniego węzła modelu – w eksperymencie uzyskanie tego przemieszczenia jest nieco bardziej złożone i zostanie wyjaśnione w rozdziale 7. Zatem badania symulacyjne takiego układu sprowadzają się do modyfikacji macierzy stanu, wejść i wyjść modelu MES oraz do doboru wartości współczynników wzmocnienia algorytmów.

Rozważenia i komentarza wymaga porównanie obserwowalności postaci drgań struktury w przypadku użycia czujników piezoelektrycznych oraz czujników przemieszczenia. Elementy macierzy obserwowalności modalnej dla każdego typu czujników i najniższych, nieparzystych postaci drgań mają relatywnie duże wartości. Dla drugiej postaci drgań współczynniki opisujące obserwowalność są bliskie zeru, zarówno dla czujników piezoelektrycznych, jak i czujników przemieszczenia, co oznacza brak obserwowalności tej, jak i kolejnych parzystych, postaci. Dla wyższych postaci drgań elementy macierzy obserwowalności dla czujników przemieszczenia mają relatywnie coraz mniejszą wartość, jednak ze względu na ograniczony zakres funkcjonowania omawianych algorytmów sterowania efekt ten nie powinien być widoczny podczas pracy układu. Stosowane algorytmy oddziałują głównie na pierwszą postać drgań, a czujniki laserowe umieszczone są w miejscu występowania strzałki dla tej postaci.

Zwiększenie skuteczności dzięki pracy wszystkich elementów piezoelektrycznych jako aktuatorów przedstawiono na przykładzie symulacji analogicznej do tej pokazanej na rysunku 6.3. Wzmocnienie układu sterowania dobrano tak, aby uzyskać porównywalną szybkość zaniku drgań. Wyniki przedstawiono na rysunku 6.10.

Użycie przemieszczenia jako sygnału sprzężenia zwrotnego umożliwiła skuteczną pracę układu i aktywne podtrzymanie stabilności układu. Dobrane wzmocnienie powoduje taką samą szybkość zaniku drgań jak w przypadku przebiegu czasowego pokazanego na rysunku 6.2a. Natomiast porównując napięcia sterujące (z rys. 6.3b), można zauważyć niemal dwukrotne zmniejszenie wartości napięć sterujących podawanych na elementy piezoelektryczne. Układ sterowania jest bardziej skuteczny i ma rezerwę wzmocnienia, które może zostać wykorzystane w razie konieczności zwiększenia efektywności. Duża wartość liczbowa wzmocnienia wynika ze stosowania w modelu metra jako jednostki opisu przemieszczenia. W każdym z kierunków (ξ i η) pracują dwie pary elementów piezoelektrycznych; na wykresie na rysunku 6.10b pokazano

napięcia jedynie dla jednej pary w każdym kierunku (znajdującej się po dodatniej stronie osi). Ze względu na ich rozmieszczenie na wale i przyjętą polaryzację napięcia sterujące dla kolejnych dwóch par mają przeciwne wartości względem tych przedstawionych na wykresie.

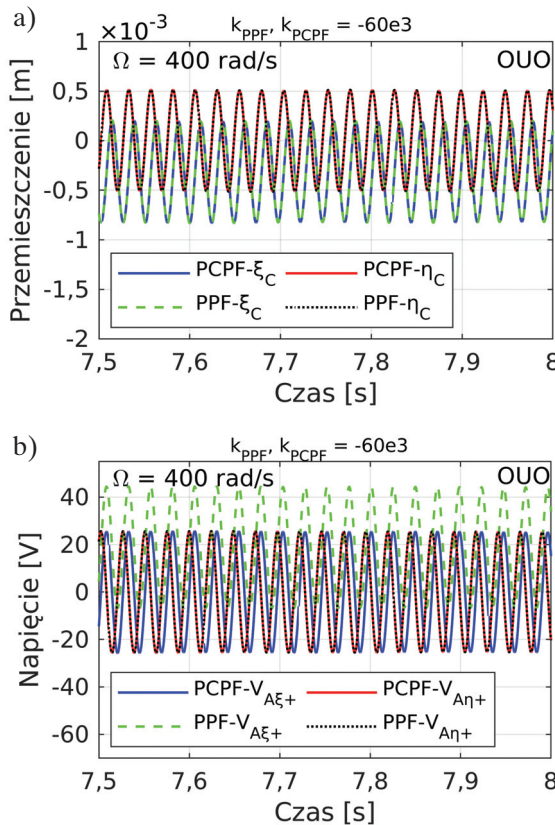


Rys. 6.10. Odpowiedzi czasowe układu w przypadku, gdy wszystkie elementy piezoelektryczne pracują jako aktuatory, algorytm DVF:
a) przemieszczenia ξ_C ; b) napięcia sterujące

Użycie przemieszczenia jako sygnału sprzężenia zwrotnego wiąże się z zachowaniem informacji o stałym przesunięciu środka wału względem położenia równowagi, np. ze względu na niewyważanie. W przypadku algorytmu PPF stałe przemieszczenie jest przenoszone przez algorytm i skutkuje powstaniem stałego napięcia sterującego. Przykład takiego funkcjonowania układu przedstawia rysunek 6.11.

Wykresy porównują funkcjonowanie algorytmów PPF i PCPF przy takich samych warunkach i parametrach algorytmów sterowania oraz symulacji. Układy sterowania pracują skutecznie, zapewniając stabilność, a wpływ występowania składowej stałej

w sygnale sprzężenia jest niezauważalny ze względu na położenie środka wału (rys. 6.11a). Stałe przesunięcie staje się istotne, gdy zostaną wzięte pod uwagę napięcia sterujące. Niewielkie przesunięcie o 0,3 mm skutkuje przesunięciem napięć sterujących o około 20 V. Algorytm PPF wymaga zatem bardzo starannego ustalenia położenia zerowego, co w przypadku praktycznej implementacji może prowadzić do dalszych trudności, np. ze względu na wstępne wygięcie wału. Występująca duża wartość składowej stałej napięcia może być niebezpieczna dla elementów piezoelektrycznych lub też znacznie obniżyć skuteczność działania układu. Co ciekawe, stałe napięcie podane na elementy piezoelektryczne powoduje w przypadku omawianej struktury stałe odkształcenie wału, co może być wykorzystane do aktywnej redukcji niewyważenia (np. Lees i Friswell 2016).



Rys. 6.11. Odpowiedzi czasowe układu z algorytmem PPF oraz PCPF ze sprzężeniem od przemieszczenia: a) przemieszczenia; b) napięcia sterujące

Algorytm PCPF ma taką samą skuteczność jak algorytm PPF i filtruje składową stałą występującą w sygnale sprzężenia.

6.5. Podsumowanie

Zbadano trzy algorytmy, które wyróżniają się następującymi własnościami.

- 1) DVF – algorytm ma szerokie pasmo oddziaływania, które z jednej strony nie wymaga jego dostrajania, z drugiej zaś wiąże się z generowaniem znacznych napięć, które w żaden sposób nie wpływają na tłumienie w układzie. Do poprawnego funkcjonowania algorytm ten wymaga filtracji dolnoprzepustowej, co redukuje niekorzystny wpływ na wyższe postacie drgań (w przypadku generowania oddziaływań zmniejszających efektywne tłumienie wewnętrzne).
- 2) PPF – algorytm w ograniczonym stopniu wpływa na wyższe postacie drgań, ma znaczące pasmo przenoszenia, jednak wpływ na tłumienie występuje jedynie w niewielkiej części tego pasma. Szerokie pasmo przenoszenia może skutkować powstawaniem napięć o dużej amplitudzie, które ograniczają wzmocnienie układu, mimo że obserwowany wpływ na tłumienie jest znikomy. Wymaga on dostrajania do częstości własnej pierwszej postaci drgań, która w obrotowym układzie odniesienia zmienia się wraz z prędkością obrotową. Algorytm wykorzystuje informacje o stałych przesunięciach i dlatego z praktycznego punktu widzenia wymaga dokładnego redukowania przesunięcia zera (ang. *offset*) dla sygnałów pochodzących z czujników.
- 3) PCPF – algorytm zaproponowany został w celu zwiększenia selektywności algorytmu PPF. Algorytm ten redukuje generowanie napięć sterujących dla częstości, które znajdują się poza podstawowym zakresem pracy, w tym dla częstości mniejszych niż ω_f . Selektywność pracy oznacza konieczność dostrajania w przypadku zmiany prędkości obrotowej. Algorytm nie wykorzystuje informacji o stałym przesunięciu, dlatego jest prostszy w praktycznej implementacji niż algorytm PPF.

Każdy omówiony algorytm sterowania umożliwia redukcję efektywnego tłumienia wewnętrznego i w badanych warunkach pozwala aktywnie utrzymać stabilność struktury. Występowanie siły grawitacji skutkuje zwiększeniem wartości napięć sterujących, mimo że współczynniki wzmocnienia zachowały taką samą wartość. Wpływ siły grawitacji prowadzi do ograniczenia skuteczności, gdyż uniemożliwia dalsze zwiększanie wzmocnienia układu sterowania. Algorytmy, które cechuje selektywność, w warunkach oddziaływania siły grawitacji w znacznie mniejszym stopniu zwiększyły napięcia sterujące.

Na wypadek, gdyby wpływ kolokowanego układu na strukturę był zbyt słaby, rozważono możliwość wykorzystania wszystkich elementów piezoelektrycznych jako aktuatorów. Zastosowanie przemieszczenia jako sygnału sprzężenia zwrotnego umożliwia poprawną implementację zbadanych (dla czujników piezoelektrycznych) algorytmów, dla analizowanych pierwszych trzech postaci drgań. Składowa stała może zakłócać pracę układu jedynie w przypadku użycia algorytmu PPF.

7. Badania eksperymentalne

Wyniki badań symulacyjnych stanowią silną przesłankę potwierdzającą tezę rozprawy doktorskiej, jednak ze względu na uproszczenia pojawiające się podczas modelowania nie mogą być traktowane jako rozstrzygające. Obserwowane w rozwiązaniach symulacyjnych zachowanie układu może być wyłącznie efektem np. przyjętego modelu tłumienia, a przez to nie być obserwowane na rzeczywistym obiekcie. Dlatego niezbędna jest weryfikacja doświadczalna przewidywanych efektów.

Niniejszy rozdział opisuje najważniejsze aspekty związane z budową stanowiska laboratoryjnego, metody analizy zebranych danych oraz najważniejsze wyniki eksperymentalne. Spośród badanych symulacyjnie konfiguracji pracy elementów piezoelektrycznych skoncentrowano się na układzie, w którym wszystkie elementy piezoelektryczne pracują jako elementy wykonawcze. Dla tej konfiguracji wyniki są najbardziej czytelne i dlatego układ ten w niniejszym rozdziale będzie traktowany jako podstawowy.

7.1. Opis stanowiska do badania układów o aktywnej strukturze wirnika

O ostatecznym kształcie zbudowanego stanowiska laboratoryjnego zdecydowały czynniki, takie jak: początkowe założenia projektowe, dostępność materiałów, dostępność sprzętu pomiarowego i sterującego, zdolności manualne, dostępność środków finansowych oraz doświadczenie systematycznie zdobywane w trakcie realizacji kolejnych eksperymentów. Wyniki przedstawione w pracy uzyskane zostały dla trzeciej wersji wału wirnika, co obrazuje złożoność problemów i aspektów, jakie należy uwzględnić przy budowie układu. Mimo pojawiających się problemów główne założenia projektowe przedstawione poniżej pozostały cały czas zachowane.

Na etapie planowania przyjęto, że badany będzie układ o strukturze wirnika Jeffcotta, w którym dominujący wpływ na dynamikę ma elastyczny wał. Podejście to zapewnia znaczące, wzajemne oddziaływanie elementów piezoelektrycznych ze strukturą, wynikające z istotnych wartości występujących w trakcie ruchu odkształceń wału.

Kolejnym istotnym założeniem jest ograniczenie wpływu tłumienia w podporach – przy dużych wartościach tego tłumienia wpływ zmian efektywnego tłumienia wewnętrznego na ogólną dynamikę byłby trudny do wykazania. Stąd też od początku zakładano użycie łożysk tocznych, które pozwoliłyby zredukować rozpraszanie energii w podporach. W trakcie eksperymentów ujawniła się jednak wada tego rozwiązania – przejście przez prędkość krytyczną układu odbywało się z bardzo silnymi drganiami i wymagało dalszych działań zapobiegawczych. Innym negatywnym skutkiem użycia takich łożysk jest złożone widmo drgań wału.

Czynnikiem ograniczającym, który również należało uwzględnić, był zakres możliwych do zrealizowania prędkości obrotowych układu. Planując stanowisko, zakładano, że maksymalna do uzyskania prędkość obrotowa układu będzie wynosić około 3000–3500 obr/min. Szacowano, że w tym zakresie możliwe będzie obserwowanie nadkrytycznej pracy wirnika, a nawet zainicjowanie zjawiska drgań samowzbudnych. Uzyskanie takich efektów wymaga ograniczenia wartości pierwszej prędkości krytycznej, co ściśle wiąże się ze zmniejszeniem wartości częstotliwości pierwszej postaci drgań wału. Użycie dysku o znaczącej masie w środku długości wału umożliwia spełnienie tych wymagań.

Kolejnym założeniem przy planowaniu stanowiska było użycie ceramicznych elementów piezoelektrycznych, ze względu na ich dostępność oraz to, że wykazują duże sprzężenie elektromechaniczne. Wymiary elementów piezoelektrycznych są wielokrotnie mniejsze niż wymiary wału, dlatego do mierzalnego oddziaływania na układ konieczne jest silne oddziaływanie piezoelektryczne.

W rozdziale opisano głównie szczegóły budowy układu wirnikowego, który ma aktywną strukturę wału. Szczegóły techniczne dalszych, niezbędnych do pracy układu podzespołów podano w załączniku D.

7.1.1. Wał wirnika z elementami piezoelektrycznymi oraz dyskiem

Z uwagi na cele pracy podstawowym elementem budowanego stanowiska jest wirnik o aktywnej strukturze, która powstaje po umieszczeniu elementów piezoelektrycznych na powierzchni wału. Dobór jego cech oraz własności wyjaśnione zostały w poniższych akapitach.

Dobór wymiarów oraz materiału wału wirnika

Prace rozpoczęto z założeniem, że jako materiał piezoelektryczny użyta zostanie ceramika piezoelektryczna, charakteryzująca się dużą kruchością i przez to wymagająca płaskiej powierzchni, na której zachodzi współpraca z wałem. Wydaje się, że wał powinien mieć przekrój kołowy, co oznacza, że współpraca takiego wału z ceramiką piezoelektryczną wymagałaby przygotowania odpowiednich płaszczyzn w miejscach, w których mają się znajdować elementy piezoelektryczne – przykład zastosowania ta-

kiego rozwiązania można odnaleźć w pracy H.-G. Horsta i H.P. Wölfela (2004). Inne podejście polega na użyciu wału o przekroju kwadratu (lub innym), przez co przygotowanie powierzchni nie wymaga żadnych prac związanych z obróbką metalu. Przykładem pracy, w której zastosowano taki wał do współpracy z ceramiką piezoelektryczną, jest publikacja P.J. Sloetjesa i A. De Boera (2008). Na ten wariant zdecydowano się również w niniejszej pracy.

Jako materiał wału rozważano stal oraz aluminium. O wyborze aluminium zdecydował mniejszy niż dla stali moduł Younga, co przy takich samych wymiarach wałów skutkuje mniejszą wartością pierwszej częstości drgań własnych. Również w przypadku oddziaływania tych wałów z elementami piezoelektrycznymi, przy założeniu takich samych wymiarów oraz napięć sterujących, większe odkształcenie uzyskuje się dla aluminium.

Wymiar boku przekroju poprzecznego ustalono na 15 mm, na podstawie doświadczeń zebranych przy wcześniejszych realizacjach wału. W celu wyznaczenia modułu Younga materiału belki wirnika zmierzono częstotliwość wzbudzonej postaci podłużnej, przy elastycznym zawieszeniu belki i otrzymano wartość 66,6 GPa. W ostatecznym kształcie całkowita długość wału wynosi około 1640 mm, przy czym odległość pomiędzy uchwytami to 1540 mm (około 50 mm wału znajduje się, z każdej strony, wewnątrz uchwytu tokarskiego).

Dobór materiału o właściwościach piezoelektrycznych

Materiał piezoelektryczny dobrano, kierując się jego uniwersalnością, a więc możliwością jego pracy i jako czujnika, i jako elementu wykonawczego. Wybrano materiał Pz26 (FerropermTM Piezoelectric), który cechuje się wysokimi wartościami współczynników sprzężenia elektromechanicznego, wysoką temperaturą Curie i niskim współczynnikiem strat. Należy on do grupy materiałów piezoelektrycznych twardych, co pozwala na stosowanie go przy znaczącym napięciu sterującym przeciwnym do kierunku polaryzacji, bez ryzyka depolaryzacji.

Szczegółowe właściwości materiału podano w tabeli 7.1. Ceramikę piezoelektryczną zakupiono w postaci płytek o wymiarach 12,7 mm × 12,7 mm × 1 mm.

Tabela 7.1
Właściwości materiału Pz26

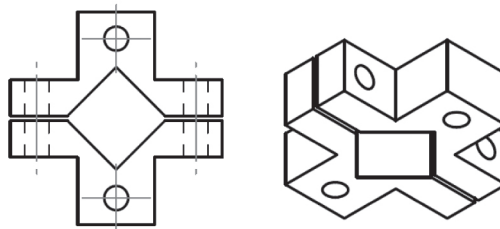
Parametr	Symbol	Wartość
Gęstość [kg/m ³]	ρ	7700
Stałe piezoelektryczne [m/V]	d_{31}	$-1,28 \cdot 10^{-10}$
	d_{33}	$3,28 \cdot 10^{-10}$
	d_{15}	$3,27 \cdot 10^{-10}$

Tabela 7.1 cd.

Parametr	Symbol	Wartość
Gęstość [kg/m ³]	ρ	7700
Stałe podatności w stałym polu elektrycznym [m ² /N]	s_{11}^E	$1,3 \cdot 10^{-11}$
	s_{33}^E	$1,96 \cdot 10^{-11}$
	s_{12}^E	$-4,35 \cdot 10^{-12}$
	s_{13}^E	$-7,05 \cdot 10^{-12}$
	s_{44}^E	$3,32 \cdot 10^{-11}$
	s_{66}^E	$3,47 \cdot 10^{-11}$
Względna przenikalność dielektryczna [-]	$\varepsilon_{11}^T / \varepsilon_0$	1190
	$\varepsilon_{33}^T / \varepsilon_0$	1330

Tarcza

Ze względu na kwadratowy przekrój wału umieszczenie tarczy wymagało przygotowania części mocujących krążki tarczy na takim wale. Zaprojektowano elementy, które unieruchamiane są na powierzchni wału w wyniku docisku i tarcia (rys. 7.1). Wszystkie elementy tarczy wykonano ze stali. Otrzymane po montażu niewyważenie potraktowano jako dopuszczalne oraz nieuniknione podczas pracy wirnika. Masa sumaryczna tarczy wynosiła 470 g.



Rys. 7.1. Element mocujący krążki tarczy do wału

7.1.2. Podpory i uchwyty

Właściwości podpór wału są istotnym czynnikiem wpływającym na ostateczny przebieg zjawisk dynamiki wirników. Modyfikacja parametrów podpór jest zwykle pierwszym krokiem w przypadku konieczności rozwiązania problemów np. ze stabilno-

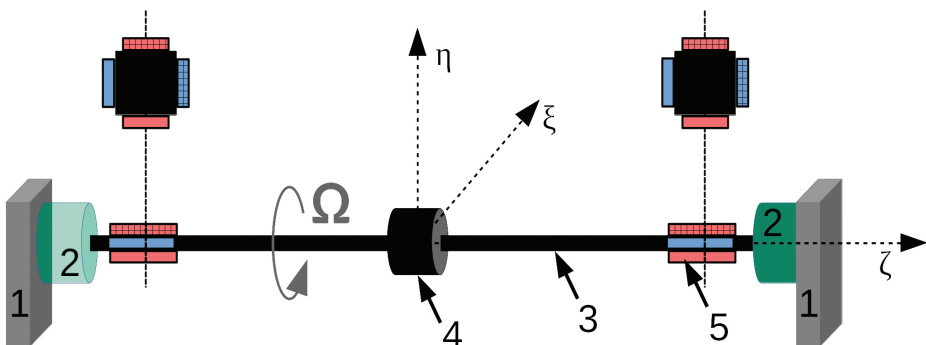
ścią. Na końcowe cechy podpór składają się własności łożysk, ich opraw oraz własności połączenia z podstawą.

Na zbudowanym stanowisku elementem pośredniczącym pomiędzy wałem a łożyskiem jest uchwyt tokarski czteroszczękowy. Każdy z uchwytów ma masę około 2,6 kg oraz średnicę 100 mm, przez co uchwyty te mają pewien wpływ na dynamikę układu (patrz załącznik C.2). Wadą ich stosowania jest konieczność ręcznego centrowania, które przeprowadzano za pomocą czujników laserowych. Z kolei zaletą ich stosowania jest fakt, że do zamocowania w uchwycie pręta o kwadratowym przekroju nie są wymagane żadne dodatkowe czynności związane z obróbką metalu.

Uchwyty tokarskie ułożyskowano z wykorzystaniem łożysk kulkowych, skośnych, dwurzędowych o oznaczeniu 3204-2RS, które umieszczono w aluminiowych oprawach. Aluminiowe bloki opraw zostały przymocowane za pomocą kątowników (45 mm × 45 mm) do profilu tworzącego podstawę o wymiarach 180 mm × 90 mm × 2000 mm. Profil ten przykręcono do metalowego bloku o masie większej niż 500 kg. Podczas eksperymentów okazało się, że takie zamocowanie opraw powodowało występowanie znaczącej anizotropii podpór. Wielkość anizotropii udało się zredukować po zastosowaniu zacisków stolarskich, które wzmocniły zamocowanie podpór do podstawy, co z kolei zmniejszyło różnice w wartościach mierzonego tłumienia oraz częstotliwości drgań własnych.

7.1.3. Schemat stanowiska laboratoryjnego

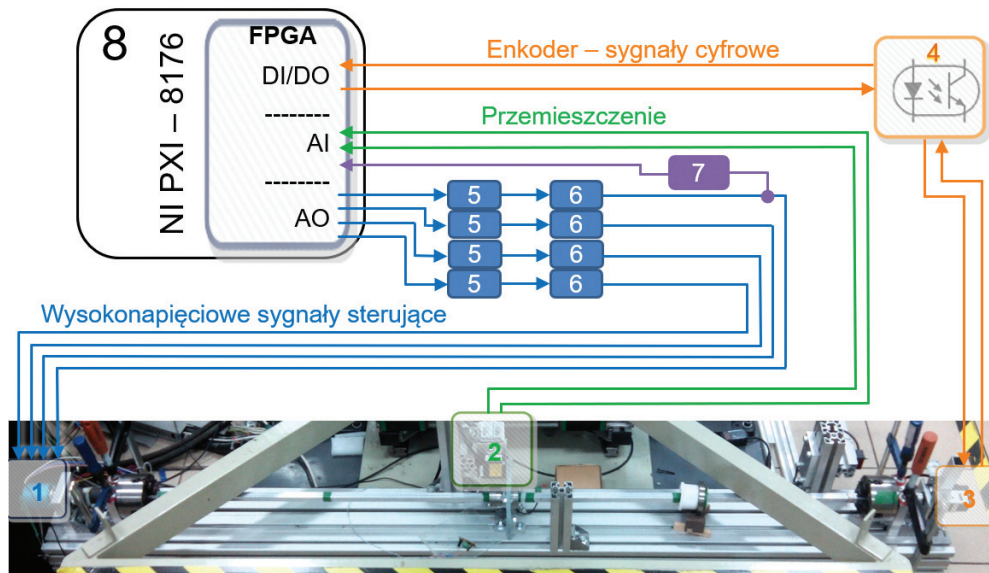
Omówione elementy tworzące badany układ wirnikowy przedstawiono na rysunku 7.2. Połączenia elektryczne pomiędzy elementami piezoelektrycznymi zostały symbolicznie przedstawione przez zastosowanie jednakowych wypełnień na reprezentujących je polach (prostokątach).



Rys. 7.2. Schemat badanego układu wirnikowego: 1 – oprawa łożyskowa, 2 – uchwyt tokarski, 3 – wał wirnika, 4 – tarcza, 5 – element piezoelektryczny (schemat nie zachowuje skali)

Konfigurację, w której wszystkie elementy piezoelektryczne pracują jako elementy wykonawcze, uzyskano po wykorzystaniu dwóch par elementów do odkształcania wału w każdym kierunku. Ze względu na przyjętą podczas montażu polaryzację (na zewnątrz od powierzchni montażu) pary elementów działających w tym samym kierunku powinny mieć przeciwne napięcia sterujące (co oznaczono na rysunku przez zastosowanie/pominięcie kreskowania). Otrzymany dla każdego z kierunków obrotowego układu odniesienia sygnał (tj. dla ξ i η) jest podawany na dwa wyjścia analogowe modułu sterującego, przy czym drugie z wyjść realizuje operację zmiany znaku tego sygnału. Każda z czterech par ma zatem inny sygnał sterujący, a dwie pary działające w jednym kierunku umożliwiają uzyskanie większego niż w układzie kolokowanym odkształcenia.

Schemat, który uwzględnia wszystkie elementy stanowiska oraz przedstawia przepływ sygnałów, znajduje się na rysunku 7.3. Na stanowisku stosowana jest separacja galwaniczna sygnałów, mająca na celu ochronę urządzeń pomiarowych i sterujących przed ewentualnym przebicciem oraz redukcję szumów (pochodzących głównie od serwonapędu). Zakładano, że wzmacnione napięcia sterujące mogą osiągnąć ± 300 V, stąd niewidoczne uszkodzenie izolacji przewodów może być niebezpieczne dla wrażliwych urządzeń i podzespołów. Przeniesienie sygnałów z układu stacjonarnego do układu obrotowego osiągnięto w wyniku zastosowania klasycznych pierścieni ślizgowych umożliwiających pracę z maksymalnie osiąganymi napięciami i prędkością obrotową.



Rys. 7.3. Schemat stanowiska badawczego: 1 – pierścienie ślizgowe, 2 – czujniki laserowe, 3 – serwonapęd, 4 – separacja optyczna (cyfrowa), 5 – separacja optyczna (analogowa), 6 – wzmacniacz wysokich napięć, 7 – sonda wysokonapięciowa, 8 – kontroler z systemem czasu rzeczywistego oraz FPGA

W celu weryfikacji poprawności wykonania zarówno torów sterujących, jak i samego algorytmu sterowania, w trakcie pracy układu za pomocą sondy różnicowej wysoko-napięciowej mierzono końcowe napięcie podawane na wybraną płytkę piezoelektryczną. Sygnał ten daje obraz tego, jak funkcjonują komponenty stanowiska i dlatego ma dużą wartość diagnostyczną.

Stosowany w pracy układ kontrolno-pomiarowy wykorzystuje komputer czasu rzeczywistego NI PXI-8176 z dostępnym jako moduł układem FPGA. Do jego zadań należy:

- synchronizacja i realizacja pomiarów,
- przetwarzanie sygnałów cyfrowych z enkodera serwonapędu,
- wyznaczanie przemieszczenia w obrotowym układzie odniesienia,
- implementacja algorytmu sterowania,
- zapis zebranych danych do pliku,
- sterowanie serwonapędem.

Więcej szczegółów na temat kontrolera oraz programu podano w załącznikach D i E.

7.1.4. Wykorzystanie czujników laserowych jako sygnału sprzężenia w układzie sterowania

Podstawową cechą stosowanych w pracy algorytmów sterowania jest ich implementacja w obrotowym układzie odniesienia – zarówno sygnały wejściowe, jak i wyjściowe odnoszą się do układu, który wiruje wraz z wałem. W eksperymencie, w konfiguracji, w której wszystkie elementy piezoelektryczne pracują jako elementy wykonawcze, sygnał sprzężenia zwrotnego musi pochodzić z czujników przemieszczenia, które mierzą położenie środka wału względem stacjonarnego układu odniesienia. Niezbędne jest zatem przeliczenie chwilowego położenia dysku z układu stacjonarnego do układu obrotowego.

Realizacja takiej operacji jest możliwa dzięki wykorzystaniu enkodera, który jest elementem serwonapędu używanego na stanowisku. Enkoder ten jest źródłem informacji o kącie obrotu wału, jednak do prawidłowego wyznaczania przemieszczeń w układzie $\xi\eta$ konieczne jest jeszcze skorygowanie położenia fazy absolutnej enkodera względem położenia układu stacjonarnego xy . Efektem poprawnie wykonanej korekcji jest pokrywanie się układów xy i $\xi\eta$, gdy wał jest ustawiony w pozycji 0° . W celu weryfikacji zadano wymuszenie tylko w kierunku x oraz sprawdzano sygnały sterujące np. dla obrotu o 90° , gdzie inne pary elementów piezoelektrycznych powinny być sterowane.

Wyznaczanie chwilowego przemieszczenia, ze względu na wymaganą dużą częstotliwość obliczeń, zaimplementowano na układzie FPGA. Układ ten z częstotliwością 40 MHz zlicza impulsy pochodzące z enkodera, które następnie z częstotliwością 50 kHz koryguje o wartość fazy względnej, wyznacza kąt i na końcu przemieszczenie w obrotowym układzie odniesienia. W oprogramowaniu zapewniono również możliwość ręcznego usunięcia składowych stałych w sygnałach pochodzących z czujników laserowych.

Stąd, mimo odkształceń pochodzących od grawitacji (i nie tylko), możliwe jest przesunięcie sygnałów z czujników laserowych o stałą wartość, tak aby ich wartości oscylowały wokół wartości zero. Dzięki temu niekorzystny wpływ siły grawitacji, analizowany w części symulacyjnej, nie występuje przy takiej realizacji sygnału sprzężenia zwrotnego.

7.2. Omówienie najważniejszych metod analizy danych pomiarowych

Zebrane w trakcie eksperymentu dane wymagają przetworzenia oraz analizy w celu otrzymania poszukiwanych wielkości. W pracy stosowanych jest kilka metod przetwarzania danych, jednak w poniższym podrozdziale zostaną opisane jedynie bardziej złożone lub rzadziej spotykane sposoby. W szczególności dotyczy to metod ściśle związanych z dynamiką wirników, które jako metody specjalistyczne mogą być mniej znane.

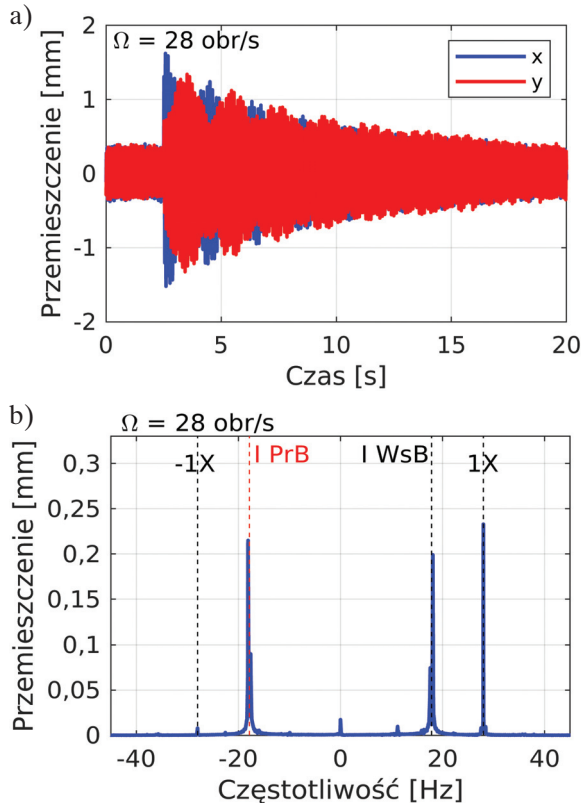
7.2.1. Widmo dwustronne (ang. *Full FFT*)

Typową dla dynamiki wirników metodą przetwarzania i prezentowania sygnałów pomiarowych jest tworzenie widma dwustronnego, które powszechnie określane jest w języku angielskim jako *Full Spectrum* lub *Full FFT*. Widmo takie wykorzystuje fakt stosowania przy pomiarach drgań maszyn wirnikowych układu dwóch czujników, umieszczonych prostopadle względem siebie, najczęściej do określenia orbity ruchu wału. Równoczesne pomiary w dwóch prostopadłych kierunkach umożliwiają na otrzymanej trajektorii określenie kierunku obrotu linii wału w ruchu precesyjnym. Widmo dwustronne poszerza te obserwacje i pozwala określić kierunek precesji składowych częstotliwościowych tworzących widmo. Widmo takie najłatwiej uzyskać, tworząc sygnał zespolony z dwóch sygnałów rzeczywistych, opisujących ruch w kierunkach prostopadłych (w pracy x i y) i poddać go następnie dyskretnemu przekształceniu Fouriera. Amplituda takiego widma nie jest symetryczna i dlatego przedstawia się jego składowe zarówno dla dodatnich, jak i ujemnych częstotliwości. Wykorzystując informacje o wzajemnym położeniu czujników oraz kierunku obrotu wału, można zinterpretować kierunkowość składowych tworzących widmo. Takie podejście do reprezentacji widma dla sygnałów z układu stacjonarnego zostało zaproponowane w pracy D. Southwicka (1993) i obecnie znajduje zastosowanie w obszarze diagnostyki maszyn wirnikowych. Warto dodać, że podobne znaczenie i interpretację mają rozwiązania modeli analitycznych wykorzystujących zapis zespolony, gdzie np. znak części urojonej bieguna ma fizyczny sens.

W trakcie badań eksperymentalnych taka postać widma była systematycznie stosowana, nie tylko do analizy drgań, ale również do weryfikacji poprawności funkcyjono-

wania programu sterującego oraz torów pomiarowo-sterujących. Ponieważ w pracy rozważane jest aktywne wpływanie na wirnik będący w ruchu obrotowym, metodę tę zastosowano również dla sygnałów względem obrotowego układu odniesienia. Eksperymenty te zaowocowały pracą Koziola i Cupiała (2019), która przedstawia zalety stosowania widma dwustronnego, szczególnie do analizy sygnałów pochodzących z obrotowego układu odniesienia. W publikacji tej m.in. pokazano, że wykorzystanie klasycznego widma (dla pojedynczego sygnału rzeczywistego uzyskanego w obrotowym układzie odniesienia) powoduje uśrednienie niezwiązanych ze sobą składowych, np. 1X z 3X. Dlatego podczas prac nad niniejszą rozprawą widmo dwustronne było stosowane wszędzie tam, gdzie było to tylko możliwe.

Przykład takiego widma wraz z zebranymi podczas badań eksperymentalnych danymi pomiarowymi zaprezentowano na rysunku 7.4. Użyte sygnały przedstawiają ruch tarczy znajdującej się w środku długości wirnika, gdy wirnik obraca się ze stałą prędkością i gdy został on wzbudzony impulsem siły.



Rys. 7.4. Odpowiedź układu eksperymentalnego na impuls siły przy prędkości 28 obr/s (sterowanie nieaktywne): a) przebiegi czasowe przemieszczenia tarczy; b) widmo amplitudowe, dwustronne przemieszczeń tarczy

Na rysunku 7.4a przedstawiono sygnały zmierzone za pomocą czujników laserowych, które określają przemieszczenie tarczy w kierunkach x i y stacjonarnego układu odniesienia. Sygnały te są następnie użyte w celu otrzymania widma dwustronnego, przedstawionego na rysunku 7.4b. W widmie dominuje składowa $1X$, tj. składowa o częstotliwości odpowiadającej prędkości obrotowej, która jest efektem występowania niewyważenia w układzie. Ponieważ układ wzbudzony jest impulsem, w widmie widoczne są również częstotliwości własne pierwszej postaci (sposób wzbudzenia maksymalizuje drgania dla pierwszej postaci, postaci druga i trzecia generują pomijalne składowe). Widoczne dwa maksima odpowiadają pierwszej postaci z precesją współbieżną (dla około 18 Hz) oraz z precesją przeciwbieżną (dla około -18 Hz). Składowa stała jest bardzo bliska zeru, ze względu na jej ręczną kompensację w programie kontrolera. Na wykresie widma można zaobserwować, że prędkość obrotowa jest większa niż częstotliwość drgań własnych, a więc układ pracuje w zakresie nadkrytycznym.

7.2.2. Pomiar szybkości zaniku drgań

W pracy jako miarę umożliwiającą ilościowe opisanie wpływu układu aktywnego przyjęto szybkość zaniku drgań (ang. *Decay Rate*), która w przypadku analiz numerycznych odpowiada wartości rzeczywistej pierwiastków równania charakterystycznego. Za użyciem właśnie tej miary przemawia fakt braku wpływu układu odniesienia na jej wartość (co m.in. pokazano na rysunku 4.3). Tym samym porównanie np. wyniku z symulacji w obrotowym układzie odniesienia z wynikiem eksperymentalnym z układu stacjonarnego nie wymaga jakichkolwiek dodatkowych operacji. Próba stosowania np. współczynnika tłumienia wymagałaby uwzględnienia układu odniesienia, w którym ten współczynnik wyznaczono.

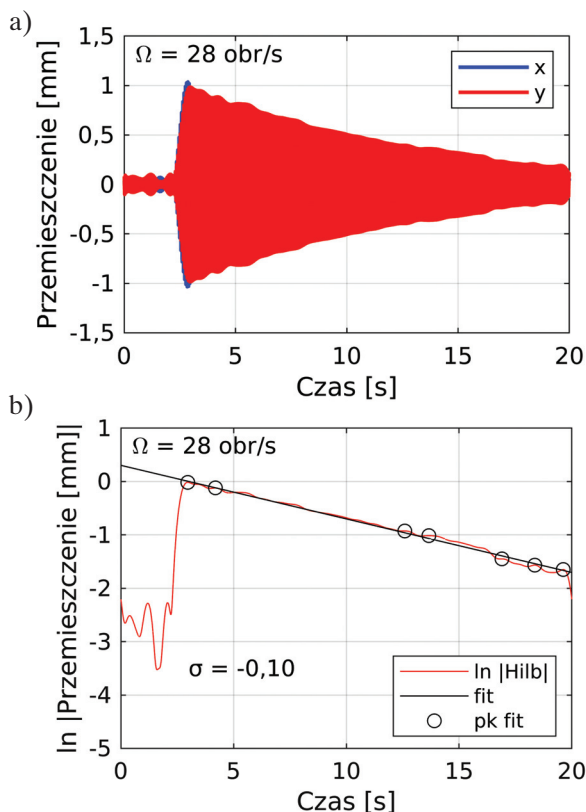
Miara ta określa szybkość zaniku wzbudzonych drgań swobodnych dla wybranej postaci drgań. W przypadku układu wirnikowego jej wartość zależy od tłumienia wewnętrznego i zewnętrznego w strukturze i opisuje końcowy efekt ich występowania. Inaczej mówiąc, na podstawie tej wielkości nie możemy wnioskować o znaczeniu poszczególnych tłumień, nie jest też możliwe ich rozdzielenie. Szybkość zaniku drgań, o ile jest badana dla postaci z tendencją do utraty stabilności, może również być używana jako miara stabilności układu, gdzie dodatnia wartość tego parametru oznacza utratę stabilności. Taka sytuacja ma miejsce na badanym stanowisku, gdyż obserwowana będzie pierwsza postać drgań, która w pewnych warunkach jest narażona na utratę stabilności

W trakcie badań eksperymentalnych zaobserwowano występowanie anizotropii podpór, która objawiała się m.in. dudnieniami towarzyszącymi odpowiedzi impulsowej układu. Ponieważ oprócz anizotropii sztywności podpór obserwowano również anizo-

tropię tłumienia, zdecydowano się na eksperymentalne wyznaczanie dwóch wartości opisujących zanik drgań. W ogólnym przypadku należy się spodziewać, że główne osie sztywności układu nie pokrywają się z osiami układu współrzędnych definiowanymi przez rozmieszczenie czujników przemieszczenia. Wyniki pomiaru szybkości zaniku drgań w warunkach występowania rozbieżności pomiędzy tymi osiami dają pewne pośrednie (uśrednione z nieznaną wagą) wartości w każdym z kierunków. Stąd, w trakcie realizacji tych pomiarów wykonywany będzie tzw. wirtualny obrót położenia czujników (Bently i in. 2002). Operacja ta polega na przeliczeniu położenia środka wału do układu odniesienia, który jest obrócony o stały kąt.

Metoda pomiaru wzorowana jest na pracy N.H. Chandry i A.S. Sekhara (2014), jednak ze względu na istotną anizotropię w badanym układzie została ona dostosowana do warunków panujących na stanowisku, w sposób opisany poniżej. Ustalono następującą procedurę, która była konsekwentnie stosowana do określenia szybkości zaniku drgań pierwszej postaci, w każdym z kierunków.

1. Do analizy wybierano 20-sekundowy fragment pomiarów z czujników laserowych z zarejestrowaną odpowiedzią na impuls – uderzenie młotkiem; wymuszenie następuje zwykle w drugiej, trzeciej sekundzie, jak na rysunku 7.4a.
2. Wyniki poddawane są dwustronnemu, dyskretnemu przekształceniu Fouriera (*Full FFT*, rys. 7.4b) i usuwane są wszystkie składowe oprócz częstotliwości odpowiadających pierwszym postaciom drgań. Szerokość pozostawionych pasm to $2 \times 1,1$ Hz wokół średniej wartości częstotliwości tej postaci w kierunku x i y , zarówno dla dodatnich, jak i ujemnych częstotliwości.
3. Wyznaczane jest odwrotne przekształcenie Fouriera, w wyniku czego otrzymuje się zespolony sygnał, w którym część rzeczywista zawiera przefiltrowane dane czujnika z kierunku x , zaś część urojona z kierunku y .
4. Pomiary są wirtualnie obracane w celu uzyskania zgodności położenia czujnika przemieszczenia z głównym kierunkiem sztywności; obroty wykonywane są dla każdego z kierunków w celu wyeliminowania oscylacji obwiedni (rys. 7.5a); krok ten cechuje pewna arbitralność, gdyż dobór kąta obrotu czasami nie jest jednoznaczny; warto jednak dodać, że we wszystkich prezentowanych pomiarach zmiany wartości tych kątów obrotu pomiędzy kolejnymi pomiarami nie były większe niż 5° .
5. Wyznaczane są transformaty Hilberta części rzeczywistej oraz urojonej obróconych sygnałów, które następnie poddawane są logarytmowaniu; w efekcie otrzymuje się zlogarytmowane obwiednie przebiegów.
6. Do opadających fragmentów obwiedni dopasowywane są linie proste, po jednej w każdym z kierunków; po odczytaniu ich współczynników nachylenia uzyskuje się wartości szybkości zaniku drgań (rys. 7.5b).



Rys. 7.5. Odpowiedź układu na impuls na poszczególnych etapach przetwarzania danych:
 a) rezultat wirtualnego obrotu przefiltrowanych danych;
 b) logarytm obwiedni dla kierunku y wraz z odczytem wyniku

Opisana metoda umożliwia oszacowanie szybkości zaniku drgań dla głównych kierunków sztywności, w przybliżeniu pionowym i poziomym, i z takim opisem prezentowane będą uzyskane wyniki. Nadanie im interpretacji jako kierunku precesji na tym etapie jest możliwe, ale na podstawie efektów działania układu sterowania. Formalnie użyta metoda określania szybkości zaniku drgań wymaga dalszych badań, aby stosowanie takiej interpretacji było możliwe bez żadnych dodatkowych informacji. Stanowi to jeden z planowanych kierunków dalszych badań w tym obszarze.

7.3. Wpływ aktywnego sterowania na efektywne tłumienie wewnętrzne w strukturze

Idea zrealizowanych badań eksperymentalnych polega na pomiarze szybkości zaniku drgań swobodnych, które są wzbudzone zewnętrznym impulsem, przy różnych

warunkach pracy układu sterowania oraz zadanego ruchu obrotowego struktury. Impuls siły generowany jest w wyniku uderzenia młotkiem z elastycznym obuchem w dysk znajdujący się w środku długości wału, co wzbudza przede wszystkim drgania najniższych postaci. Wzbudzony ruch dysku mierzony przez prostopadle umieszczone czujniki laserowe jest używany do określenia współczynników zaniku drgań pierwszej postaci, z precesją współbieżną oraz przeciwbieżną.

Prezentowane wyniki uzyskano dla konfiguracji, w której wszystkie elementy piezoelektryczne pracują jako aktuatory, a zatem dla konfiguracji, która maksymalizuje wpływ na wał i redukuje przy tym wymagany poziom napięć sterujących (do ± 200 V).

Wszystkie pomiary przeprowadzono jednego dnia, w jednym ciągu czasowym. Pomiary rozpoczęto od przypadku braku wirowania, gdy łożyska w układzie nie były rozgrzane. Następnie po kilku pomiarach dla prędkości 12 obr/s ustalono podstawową prędkość obrotową równą 28 obr/s. Dla tej prędkości obrotowej zbadano dwa warianty algorytmów sterowania, tj. PCPF i DVF. Następnie po około 15-minutowym zatrzymaniu układu (kopiowanie danych) zrealizowano pomiary przy prędkości 36,6 obr/s. Pomiary dla każdego wariantu sterowania planowano wykonać według następującego schematu: trzy uderzenia dla sterowania 0 V, pięć, sześć uderzeń dla pierwszej wartości wzmocnienia, trzy uderzenia dla sterowania 0 V, pięć, sześć uderzeń dla drugiej wartości wzmocnienia (z przeciwnym znakiem) oraz ponownie trzy uderzenia dla sterowania 0 V. Pewne odstępstwa od tego schematu występują, gdy drgania swobodne bardzo wolno zanikają – wykonywano wtedy mniej pomiarów, nie ryzykując destabilizacji i uszkodzenia układu. Wielokrotne sprawdzanie współczynnika zaniku przy sterowaniu 0 V miało na celu ewentualne wykrycie skokowej zmiany własności układu, związanej np. z uszkodzeniem lub poluzowaniem śrub i zacisków w elementach układu. Uzyskane wyniki przedstawiono w kolejnych podrozdziałach, głównie na wykresach rysunków 7.6, 7.7 oraz 7.9, gdzie ich prezentację uzupełniono o podstawowe statystyki w postaci: mediany (czerwona linia), wartości pierwszego i trzeciego kwartyla (prostokątna ramka) oraz rozrzutu pomijającego wartości odstające (oznaczone czerwonym znakiem '+').

Algorytm DVF charakteryzuje się szerokim pasmem pracy z aktywnym wpływem na tłumienie, stąd wykorzystuje stałe parametry we wszystkich badanych przypadkach. Współpracujący z nim filtr dolnoprzepustowy drugiego rzędu, który ogranicza pasmo działania tego algorytmu, stosuje częstotliwość własną równą 95,5 Hz, co w efekcie ogranicza podstawowy zakres efektywnego wpływu na tłumienie do około 60 Hz (rys. 6.5a). Nachylona charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa wskazuje, że ze zmianą częstotliwości własnej (w obrotowym układzie odniesienia w wyniku zmiany prędkości obrotowej) następowała będzie zmiana wzmocnienia oraz skuteczności pracy algorytmu. Dla częstotliwości rzędu 10–20 Hz skuteczność układu będzie na niskim poziomie.

Algorytm PCPF charakteryzuje się dużą selektywnością, przez co zmiana prędkości obrotowej układu wymaga zmiany podstawowej częstotliwości pracy tego algorytmu. W obrotowym układzie odniesienia, dla nadkrytycznych prędkości obrotowych obserwuje się różnicę częstotliwości pomiędzy drganiami z precesją współbieżną i przeciwbieżną o wartości około 36 Hz (zob. rys. 7.8a). Stąd, dzięki zastosowaniu selektywnego algorytmu sterowania możliwe jest wpływanie tylko na drgania o jednej kierunkowości. Ponieważ zwykle ruch z precesją współbieżną jest niestabilny, wpływanie na jego tłumienie jest podstawowym wariantem pracy algorytmu.

Konieczność strojenia algorytmu PCPF z jednej strony jest jego istotną wadą, z drugiej jednak zapewnia wysoką skuteczność w ustalonym zakresie częstotliwości. Bezwzględna skuteczność układu aktywnego jest na porównywalnym poziomie dla każdej częstotliwości, do której algorytm PCPF był strojony.

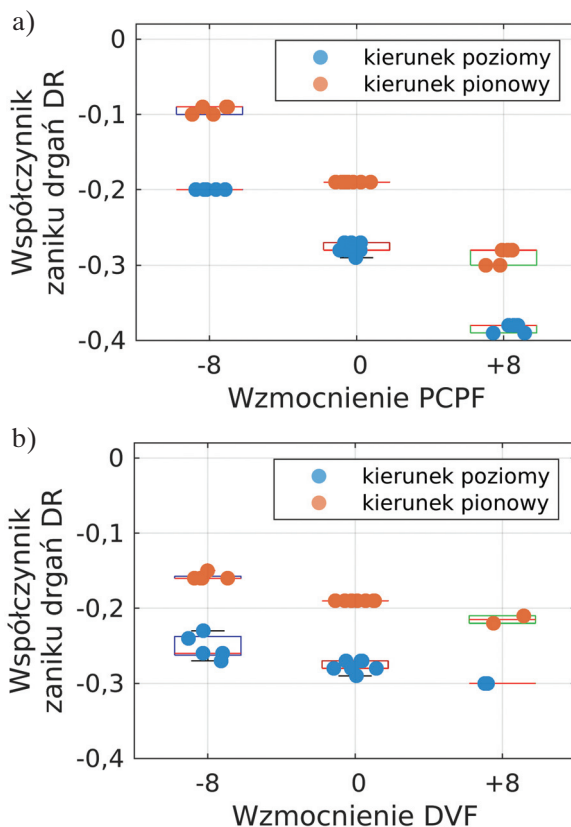
7.3.1. Aktywna modyfikacja tłumienia przy braku wirowania

Jako weryfikację poprawności funkcjonowania układu sterowania przeprowadzono badania wyznaczające współczynnik zaniku drgań przy braku ruchu obrotowego struktury. Badania te potwierdzają prawidłową implementację algorytmów sterowania oraz skuteczne wykonanie torów pomiarowych i wykonawczych. Znaczenie znaku wzmocnienia jest konsekwentnie utrzymane i zgodne z dotychczasowymi rozważaniami, tj. dodatnie wzmocnienie zwiększa tłumienie w strukturze, zarówno dla algorytmu DVF, jak i PCPF.

Podstawową obserwacją, która dotyczy również kolejnych wyników, jest występowanie różnych wartości współczynników zaniku dla głównych kierunków drgań. Drgania w kierunku zbliżonym do poziomego zanikają szybciej niż drgania w kierunku pionowym (w rzeczywistości występuje 20–30 stopni odchylenia od tych kierunków). Jest to rezultat zastosowanego mocowania podpór oraz, w mniejszym stopniu, ich własności. Oprócz warunków tłumienia drgania w tych kierunkach mają również różne wartości częstotliwości własnych, przy czym dla drgań w kierunku pionowym jest ona większa o około 0,4 Hz.

Widoczny na rysunku 7.6 wpływ na tłumienie jest znacznie silniejszy w przypadku algorytmu PCPF, ze względu na jego dostrojenie do częstotliwości pierwszej postaci drgań układu niewirującego. Algorytm DVF wykorzystuje stałe parametry i ze względu na wartość tej częstotliwości, która wynosi około 18 Hz, napięcia sterujące, i tym samym wpływ na strukturę, są mniejsze niż dla algorytmu PCPF. Jakościowo charakter ich pracy jest taki sam.

Różnice pomiędzy współczynnikami zaniku drgań dla różnych kierunków pozostają na niemal stałym poziomie niezależnie od aktywności układu sterowania. Rezultat ten wskazuje na podobną skuteczność funkcjonowania aktuatorów dla każdego z kierunków.



Rys. 7.6. Wpływ sterowania na szybkość zaniku drgań przy braku wirowania dla dodatnich i ujemnych wzmocnień: a) algorytm PCPF dostrojony do pierwszej postaci; b) algorytm DVF (o stałych parametrach)

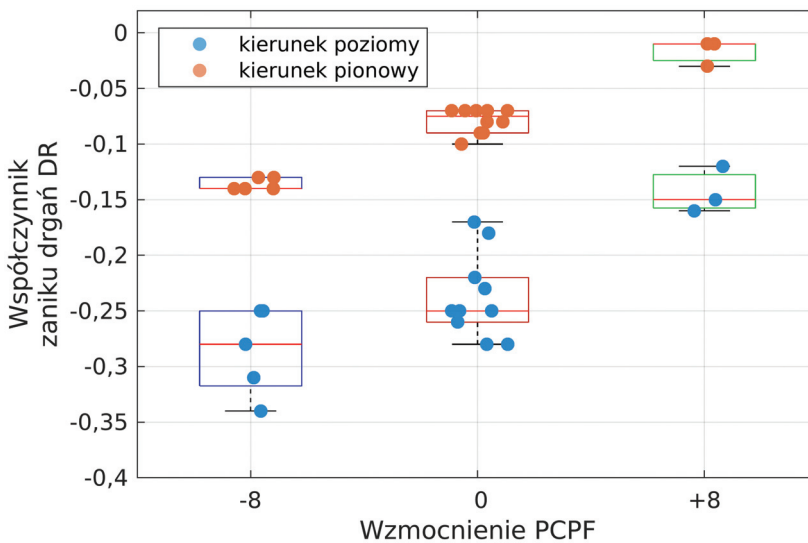
7.3.2. Aktywna modyfikacja tłumienia wewnętrznego w trakcie ruchu obrotowego

Poniższe pomiary zrealizowano dla prędkości obrotowych większych niż pierwsza prędkość krytyczna, której uśredniona wartość równa się około 17,8 obr/s. Zakres nadkrytyczny stosowany jest ze względu na powolne, w porównaniu do zakresu podkrytycznego, zanikanie wzbudzonych drgań swobodnych oraz ze względu na dużą wrażliwość na zmianę tłumienia wewnętrznego w strukturze. Warunki takie umożliwiają wykrycie efektów pracy układu aktywnego, mimo ograniczonego wpływu elementów piezoelektrycznych na wał wirnika.

Stosowane w pracy algorytmy sterowania generują siły tłumiące proporcjonalne do prędkości środka tarczy obserwowanej w obrotowym układzie odniesienia. Stąd też siły te wykazują działanie odpowiadające tłumieniu wewnętrznemu, a ze względu na to,

że ich wartość jest proporcjonalna do prędkości liniowej, mają charakter tłumienia wi-skotycznego. W efekcie działania układu sterowania modyfikowane jest efektywne tłumienie wewnętrzne, które istotnie wpływa na mierzoną, ogólną szybkość zaniku drgań pierwszych postaci przy nadkrytycznych prędkościach obrotowych układu. Schemat pomiarów zakłada, że tłumienie zewnętrzne w układzie pozostaje na stałym poziomie, a zmiana szybkości zaniku drgań następuje wyłącznie w efekcie aktywnego wpływania na efektywny współczynnik tłumienia wewnętrznego.

Prędkość obrotową w układzie ustalono na wartość 28 obr/s (1680 obr/min). Algorytm PCPF został dostrojony do częstotliwości drgań pierwszej postaci współbieżnej obserwowanej przy tej prędkości w obrotowym układzie odniesienia. Pomiarów wykonano, opierając się na opisywanym schemacie, a ze względu na powolne zanikanie drgań w jednym z kierunków liczbę powtórzeń zredukowano do trzech. Wyniki przedstawiono na rysunku 7.7, gdzie trzy serie pomiarów dla sterowania 0 V zebrano w jedną grupę.



Rys. 7.7. Wpływ algorytmu PCPF na współczynnik zaniku drgań przy prędkości obrotowej równej 28 obr/s (1680 obr/min). Algorytm dostrojony do postaci współbieżnej (10,1 Hz dla prędkości 28 obr/s w OUO)

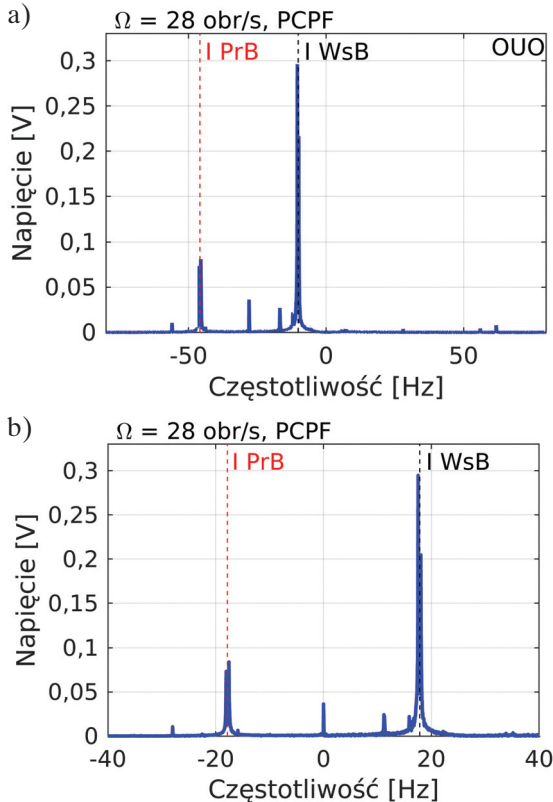
Wyniki, podobnie jak wcześniej, pokazują różne wartości szybkości zaniku drgań dla kierunków głównych, które w celu uproszczenia określono jako poziomy i pionowy. Podobnie jak w warunkach braku wirowania częstotliwości drgań własnych w tych kierunkach również mają różne wartości, tym razem różniły się o około 0,5 Hz.

Aktywne sterowanie istotnie wpływa na szybkość zaniku drgań w każdym z kierunków. Zwiększanie efektywnego tłumienia wewnętrznego dla postaci współbieżnej, które jest osiągnięte przez zadanie dodatniego znaku wzmocnienia, powoduje zmniejszenie

szybkości zaniku drgań. Działanie przeciwne, zmniejszanie efektywnego tłumienia wewnętrznego tej postaci, zwiększa szybkość tłumienia drgań. Pozostaje to w zgodzie z teoretycznym, niekorzystnym wpływem tłumienia wewnętrznego na szybkość zaniku drgań (i stabilność) pierwszej postaci, w zakresie nadkrytycznych prędkości wirowania.

Uzyskane wyniki potwierdzają postawioną w pracy tezę – przez aktywne zmniejszanie efektywnego tłumienia wewnętrznego dla postaci będących w zakresie nadkrytycznym uzyskuje się redukcję drgań oraz poprawę stabilności układu wirnikowego.

Oddziaływanie algorytmu sterowania jedynie na składowe współbieżne pierwszej postaci można przedstawić za pomocą widma dwustronnego (ang. *Full FFT*) sygnałów sterujących podawanych na prostopadłe względem siebie elementy piezoelektryczne. Przykład na rysunku 7.8 obrazuje pracę algorytmu PCPF dostrojonego do postaci drgań z precesją współbieżną w trakcie wymuszenia impulsem. Algorytm ten wykorzystuje sygnały obserwowane względem obrotowego układu odniesienia i dlatego jego widmo dwustronne ma niezwykle rzadko spotykany w literaturze przebieg (rys. 7.8a).

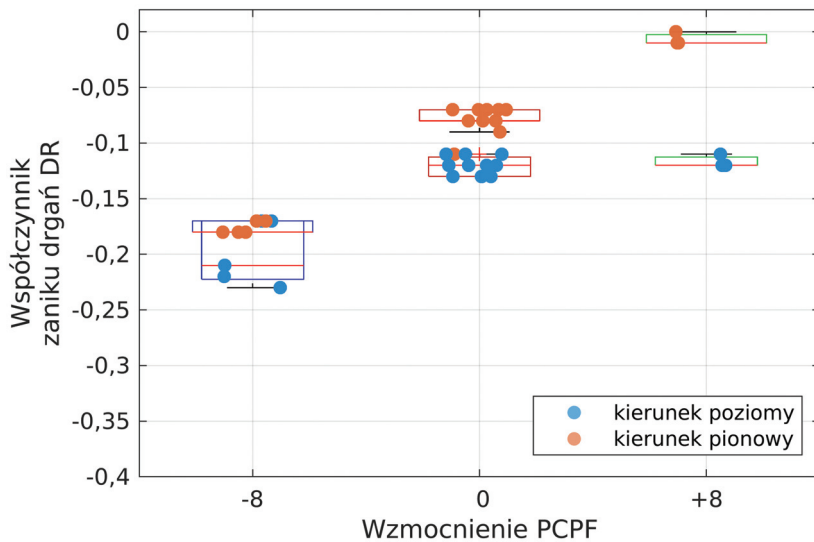


Rys. 7.8. Widmo amplitudowe dwustronne sygnałów sterujących w trakcie odpowiedzi na impuls, algorytm PCPF: a) widmo sygnałów względem obrotowego układu odniesienia; b) widmo dla sygnałów przeliczonych do stacjonarnego układu odniesienia

Widmo dwustronne niemal zawsze jest przedstawiane dla sygnałów opisujących ruch w stacjonarnym układzie odniesienia, gdzie widmo to znajduje swoje podstawowe zastosowanie. W wyniku przeliczenia wartości napięć sterujących pomiędzy układami odniesienia (lub przesuwając je o wartość prędkości obrotowej (Kozioł i Cupiał 2019)) uzyskuje się widmo, które potwierdza, że główne oddziaływanie układu sterowania nakierowane jest na składowe współbieżne pierwszej postaci drgań (rys. 7.8b i 7.4b).

Przedstawione na rysunku 7.8 widma wykazują, że wpływ siły grawitacji (0 Hz na rysunku 7.8b) jest znikomy, a więc ręczne usuwanie składowej stałej pozwoliło na zredukowanie jej niekorzystnego wpływu. W widmie nie jest również widoczna żadna składowa synchroniczna, gdyż niewyważenie powoduje powstanie stałego odkształcenia (w OOU) i przez to nie generuje jakichkolwiek napięć sterujących. Niewielkie maksima związane są z drganiami pochodzącymi od łożysk. Na wykresach widma można również zaobserwować efekt występowania anizotropii w postaci dwóch bardzo bliskich maksimów.

Analogiczne badania szybkości zaniku drgań powtórzono przy wyższej prędkości obrotowej, a ich wyniki przedstawiono na rysunku 7.9. Uzyskane dla wyższej prędkości obrotowej rezultaty odtwarzają zmiany widoczne dla prędkości 28 obr/s (rys. 7.7).



Rys. 7.9. Wpływ algorytmu PCPF na współczynnik zaniku drgań przy prędkości obrotowej równej 36,6 obr/s (2196 obr/min). Algorytm dostosowany do częstotliwości postaci współbieżnej (18,8 Hz dla prędkości 36,6 obr/s w OOU)

Wpływ na postać z precesją współbieżną jest wyraźny i w przypadku sterowania zwiększającego efektywne tłumienie wewnętrzne widoczny gołym okiem. Dla jednego z pomiarów drgania podczas zbierania danych miały charakter niegasnący (po upływie 30 s pomiaru sterowanie dezaktywowano), przy czym drgania utrzymywały się tylko

w jednym z kierunków. Aktywnie uzyskane zmiany szybkości zaniku drgań dla kierunku pionowego są niemal takie same jak wcześniej, co jest efektem strojenia algorytmu sterowania, które z kolei zapewnia taką samą skuteczność jak przy mniejszej prędkości obrotowej. Natomiast wpływ na drgania o precesji przeciwbieżnej dla prędkości obrotowej 36,6 obr/s jest mniejszy i szczególnie negatywny efekt zwiększania tłumienia wewnętrznego nie jest tak wyraźny. Szybkość zaniku drgań w kierunku poziomym przy prędkości 36,6 obr/s ma istotnie mniejszą wartość (również bez sterowania), ale wpływ aktywnego sterowania jest również mniejszy. Ponieważ spodziewano się zbliżonego wpływu aktywnego sterowania jak we wcześniejszym przypadku, wynik ten nie jest do końca zrozumiały i wymaga dalszych, szczegółowych badań.

Uzyskane dane pomiarowe zestawiono w tabeli 7.2, uzupełniając je podstawowymi statystykami opisowymi. Statystyki te wykazują dla kierunku pionowego mniejszy rozrzut wyników oraz jednoznaczny wpływ układu aktywnego sterowania. W kierunku tym wpływ aktywnego sterowania jest statystycznie istotny (test T dla prób zależnych, $p < 5\%$) dla wszystkich badanych przypadków. W przypadku kierunku poziomego odchylenie standardowe jest większe, a aktywny wpływ nie zawsze jest statystycznie istotny. Częściowo jest to efektem słabszego oddziaływania algorytmu na drgania tej postaci oraz, w mniejszym stopniu, zmiany warunków tłumienia, które są następstwem nagrzewania się układu. Do zmiany temperatury dochodzi głównie w łożyskach, co będzie skutkowało zmianą tłumienia zewnętrznego. Wspomniane czynniki nie wyczerpują jednak wszystkich potencjalnych przyczyn.

Tabela 7.2

Podstawowe statystyki opisowe uzyskanych danych pomiarowych
(szybkości zaniku drgań)

Prędkość obrotowa [obr/s]	PCPF, wzmocnienie	n	Szybkość zaniku, kierunek poziomy [1/s]			Szybkość zaniku, kierunek pionowy [1/s]		
			średnia	odchylenie standardowe	przedział ufności średniej (95%)	średnia	odchylenie standardowe	przedział ufności średniej (95%)
28	0	10	-0,237	0,038	(-0,26;-0,21)	-0,079	0,011	(-0,09;-0,07)
28	-8	5	-0,286	0,039	(-0,33;-0,24)	-0,134	0,005	(-0,14;-0,13)
28	+8	3	-0,143	0,021	(-0,20;-0,09)	-0,017	0,012	(-0,05;0,01)
36,6	0	11	-0,121	0,008	(-0,13;-0,12)	-0,079	0,011	(-0,09;-0,07)
36,6	-8	6	-0,197	0,027	(-0,22;-0,17)	-0,167	0,023	(-0,19;-0,14)
36,6	+8	3	-0,037	0,015	(-0,07;0,00)	-0,007	0,006	(-0,02;0,01)

Porównując wyniki eksperymentalne (rys. 7.7) z analitycznymi (rys. 6.9), zaobserwować można, że w modelu numerycznym algorytm PCPF w bardzo niewielkim stopniu

wpływał na zanik drgań pierwszej postaci o precesji przeciwbieżnej. Wyniki eksperymentalne wskazują natomiast, że pomiędzy drganiami o kierunku współbieżnym i przeciwbieżnym istnieje możliwość wymiany energii. Świadczy o tym fakt, że pomimo aktywnego wpływania głównie na postać współbieżną widoczny jest istotny wpływ na postać przeciwbieżną. Przyczyna rozbieżności wyników symulacyjnych i eksperymentalnych leży najprawdopodobniej w stosowaniu w modelach obliczeniowych izotropowych własności struktury. Numeryczne potwierdzenie tych obserwacji planowane jest jako kolejny etap prac w prowadzonych badaniach.

Oprócz algorytmu PCPF w badaniach eksperymentalnych stosowany był również algorytm DVF. Uzyskane dla niego wyniki eksperymentalne są kolejną przesłanką świadczącą o wymianie energii pomiędzy drganiami z precesjami współbieżną i przeciwbieżną. Występowanie takiego sprzężenia wyjaśniałoby uzyskane rezultaty, gdyż algorytm ten ze względu na szerokie pasmo pracy oddziałuje na ruch z precesją zarówno współbieżną, jak i przeciwbieżną. Redukowanie tłumienia wewnętrznego jest ze względu na stabilność (w badanym, nadkrytycznym zakresie prędkości obrotowej) korzystne dla postaci współbieżnej, ale niekorzystne dla postaci przeciwbieżnej. Stąd, jeżeli występuje mechanizm wymiany energii pomiędzy drganiami tych postaci, efekty aktywnego sterowania wzajemnie się wykluczają, a końcowy wpływ na strukturę jest zdominowany przez aktywny udział o bezwzględnie większej skuteczności.

Ponieważ w pracy nie przedstawiono modelu, który wyjaśniałby opisywane dla algorytmu DVF zjawiska, zdecydowano się je pominąć. Analizowane modele symulacyjne nie pozwalają na interpretację uzyskanych danych eksperymentalnych i dlatego, aby nie zaciemniać głównych celów oraz hipotezy pracy, przytaczane są tutaj jedynie jako ciekawostka. Obserwowane niespójności z modelami numerycznymi szerzej opisano w podrozdziale 7.4.4.

7.4. Porównanie wyników eksperymentalnych i symulacyjnych

Po wykonaniu pierwszych prób eksperymentalnych zaobserwowano istotną rozbieżność pomiędzy wartościami podstawowych wielkości, jak np. częstość własna, na stanowisku badawczym oraz w symulacji. Różnica ta wynika ze stosowania w badaniach symulacyjnych sztywnych podpór łożyskowych. Eksperyment uwidocznił duże ich znaczenie, mimo że dążono w trakcie budowy stanowiska do uzyskania bardzo wiotkiego wału i zredukowania tym samym znaczenia własności podpór. Oprócz wspomnianych własności dynamicznych układu wirnikowego, podatność podpór wpływa również na skuteczność funkcjonowania układu aktywnego. Efekt ten jest na tyle silny, że aktywny wpływ układu sterowania w modelu ze sztywnymi podporami jest znacząco większy niż w badaniach doświadczalnych. Aby potwierdzić te obserwacje, zdecydowano się na rozszerzenie modelu MES o uwzględnienie podatności podpór.

W przedstawionych danych doświadczalnych wyraźnie widoczna jest anizotropia własności podpór w głównych kierunkach. Ponieważ na tym etapie prac symulacyjnych takie własności podpór uniemożliwiają zbadanie wpływu aktywnego sterowania na strukturę, do porównania użyty zostanie model MES o podporach podatnych, które mają własności izotropowe. Wpływ wprowadzonej podatności podpór na rozważany układ sterowania zostanie krótko scharakteryzowany, a następnie zostanie oceniona użyteczność badań symulacyjnych, przez porównanie tych wyników z wynikami doświadczeń. Spośród wszystkich badanych warunków pracy układu zdecydowano się na porównanie wyników w warunkach: braku ruchu obrotowego wirnika oraz przy prędkości obrotowej równej 28 obr/s, dla konfiguracji, w której wszystkie elementy piezoelektryczne są aktywne.

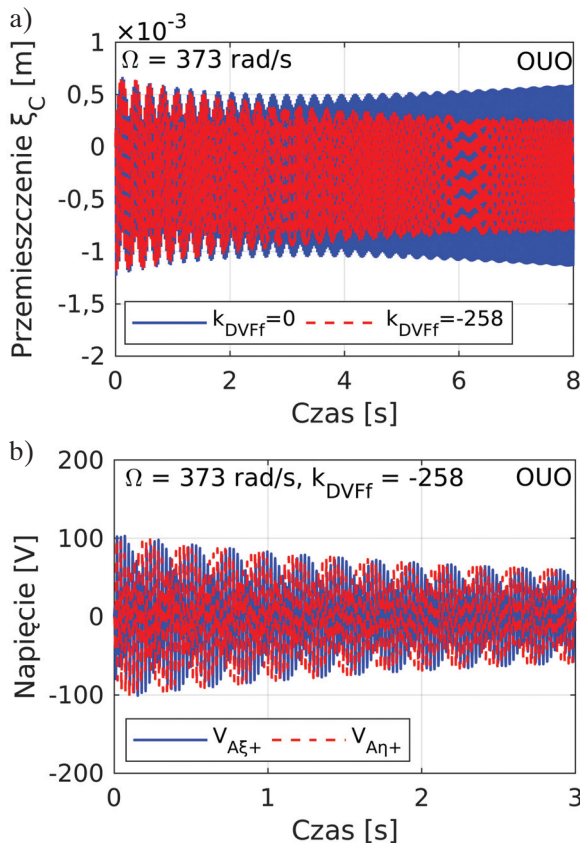
7.4.1. Wpływ podatności podpór na układ sterowania w modelu MES

Uwzględnienie podatności podpór wymaga przekształcenia modelu MES i uzupełnienia go o elementy modelujące takie własności podpór. Istotnym składnikiem zbudowanego stanowiska laboratoryjnego są uchwyty tokarskie, w których zamocowany jest wał wirnika. Ze względu na ich wymiary i materiał będą modelowane w uproszczony sposób, tj. jako elementy sztywne. Dalej uchwyty te współpracują z łożyskiem i podporą. W modelu MES podatność łożysk i podpór modelowana będzie jako występująca w każdym kierunku para sprężyn liniowych, które oddziałują na uchwyt tokarski w punktach leżących na zewnętrznych krawędziach łożyska. Taki układ sprężyn generuje siłę poprzeczną oraz moment skręcający, tak że uchwyt w podporze może przemieszczać się liniowo oraz kątowo (kierunek wzdłużny jest zablokowany). Na tym etapie masa uchwytu tokarskiego została pominięta.

Izotropowa sztywność podpór umożliwia odtworzenie dynamiki takiego modelu w Matlabie również w obrotowym układzie odniesienia, bez żadnych dalszych modyfikacji. W analizach, w których stosowano tłumienie, definiowano je po zaimportowaniu do Matlabia jako tłumienie modalne.

Efektywność pracy układu sterowania zostanie sprawdzona przez porównanie wartości parametrów, które pozwalają osiągnąć taki sam wpływ sterowania na układ wirnikowy jak w poprzednich analizach (rys. 6.10), tj. gdy podpory są sztywne i gdy wszystkie elementy piezoelektryczne pracują jako aktywatory. Zbadany zostanie algorytm DVF przy zachowaniu jego uprzednio stosowanych parametrów. Do porównania skuteczności jego funkcjonowania w warunkach, gdy podpory są podatne, konieczne było dostrojenie prędkości obrotowej oraz tłumienia w układzie, w wyniku czego otrzymano takie samo położenie bieguna, który jest niestabilny (rys. 5.7). Zapewnienie jednakowych warunków pracy układu sterowania wymaga zmiany prędkości obrotowej, ze względu na zmniejszenie wartości pierwszej częstości drgań własnych, a przez to również prędkości krytycznej – w obrotowym układzie odniesienia częstość pierwszej postaci zmienia się z prędkością obrotową, dostosowanie prędkości obrotowej zapewni, że niestabilna postać drgań będzie miała taką samą częstość w tym układzie odniesienia.

Wykresy na rysunku 7.10 przedstawiają efekty pracy układu sterowania w modelu MES i są analogiczne do wykresów na rysunku 6.10. W warunkach występowania podatnych podpór podstawowy układ funkcjonuje poprawnie i początkowe problemy ze stabilnością zostały zredukowane po zastosowaniu aktywnego podejścia. Uzyskanie takiego samego współczynnika zaniku drgań jak na rysunku 6.10a wymagało jednak zwiększenia współczynnika wzmocnienia algorytmu. Aktuatory piezoelektryczne funkcjonują z mniejszą niż wcześniej skutecznością, gdyż ich oddziaływanie tym razem po części prowadzi do odkształcenia podpory i tym samym zmniejsza wpływ bezpośrednio na wał wirnika. Stąd, przy porównywalnych wartościach amplitud przemieszczenia (rys. 6.10a i 7.10a), wartości napięć sterujących wymagane do uzyskania tej samej szybkości zaniku drgań są o około 40% większe (rys. 6.10b i 7.10b). W przypadku układu kolokowanego zwiększenie wzmocnienia musi być jeszcze większe, gdyż czujniki piezoelektryczne w układzie z podatnymi podporami stają się mniej czułe.



Rys. 7.10. Odpowiedzi czasowe modelu MES (Matlab) z podatnymi podporami wraz z układem sterowania: a) porównanie przemieszczenia ξ_C przy aktywnym i nieaktywnym sterowaniu; b) napięcia sterujące zapewniające stabilność

Należy zaznaczyć, że wnioski sformułowane podczas analiz modelu MES ze sztywnymi podporami (rozdz. 6) pozostają prawdziwe w modelu z podporami podatnymi. Skutkiem uwzględnienia izotropowej podatności podpór jest jedynie zmniejszenie skuteczności pracy elementów piezoelektrycznych, co w pewnym stopniu można kompensować zwiększeniem wzmocnienia. Czynnikiem ograniczającym takie działanie jest wartość zadawanego napięcia.

7.4.2. Porównanie aktywnego wpływu na tłumienie przy braku wirowania

Na stanowisku badawczym obserwuje się anizotropię zarówno sztywności, jak i tłumienia. W celu porównania wpływu układu sterowania w doświadczeniu i w modelu symulacyjnym, który ma własności izotropowe, wyznaczono wartości średnie częstotliwości drgań własnych i szybkości zaniku drgań. W modelu MES przyjęto własności i wymiary wału takie jak w eksperymencie, a podatność podpór dobrano tak, żeby dostroić wartość częstotliwości pierwszej postaci w modelu do wartości średniej. Następnie ustalono sumaryczny współczynnik tłumienia, aby wartość szybkości zaniku drgań była taka jak wartość średnia z dwóch kierunków w eksperymencie, przy braku sterowania. Wzmocnienie układu sterowania dobrano w taki sposób, aby dla takich samych parametrów algorytmów sterowania i takiego samego przemieszczenia środka wału uzyskać takie same napięcia sterujące podawane na elementy piezoelektryczne. Zestawienie wyników przedstawiono w tabeli 7.3.

Tabela 7.3

Porównanie aktywnego wpływu na tłumienie przy braku wirowania

Dane	Średnia szybkość zaniku drgań				
	0 V	+ k_{PCPF}	- k_{PCPF}	+ k_{DVF}	- k_{DVF}
Eksperymentalne – średnia wartość	-0,234	-0,336	-0,147	-0,258	-0,205
Symulacyjne	-0,234	-0,335	-0,134	-0,262	-0,206

Jakościowy charakter uzyskanego symulacyjnie aktywnego wpływu na tłumienie jest zgodny z danymi eksperymentalnymi. Zestawienie ilościowe wykazuje jedynie niewielkie różnice. Uzyskana wysoka zgodność wyników wskazuje na poprawność przyjętych założeń, szczególnie dotyczących modelowania własności podpór. Użycie modelu, który zakłada sztywne podpory, istotnie zwiększa skuteczność układu sterowania, przez co różnice względem danych eksperymentalnych będą dużo większe. Dlatego też model uwzględniający podatność podpór potraktowano jako podstawowy również w dalszych zestawieniach wyników.

7.4.3. Porównanie aktywnego wpływu na tłumienie przy prędkości obrotowej 28 obr/s

Przy braku wirowania tłumienie modelowane jest za pomocą współczynnika sumarycznego, na który składa się łączny efekt występowania tłumienia wewnętrznego i zewnętrznego. Dopiero gdy wykonywany jest ruch obrotowy wirnika, możliwe jest podjęcie próby rozdzielenia tłumienia wewnętrznego i zewnętrznego.

Taka próba została podjęta przy prędkości obrotowej 28 obr/s, która dla badanego układu jest większa niż pierwsza prędkość krytyczna. Tłumienie zostanie rozdzielone z wykorzystaniem dwóch podejść.

- 1) Wykorzystanie ustalonego przy braku wirowania współczynnika tłumienia jako sumy współczynników tłumienia zewnętrznego i wewnętrznego; następnie ustalenie procentowej zawartości tłumienia wewnętrznego (lub zewnętrznego) we współczynniku zbiorczym i przybliżenie położenia biegunów przy prędkości obrotowej 28 obr/s.
- 2) Wybranie sumarycznego współczynnika tłumienia jako średnie tłumienie (w eksperymencie) przy badanej prędkości obrotowej, a następnie – podobnie jak wcześniej – dobranie proporcji pomiędzy tłumieniem zewnętrznym i wewnętrznym, aż do uzyskania zbliżonego do eksperymentu położenia biegunów.

W analizach symulacyjnych wykorzystano model MES z podatnymi podporami o własnościach izotropowych. Wykorzystano takie same wartości parametrów (w tym podatność podpór) jak w symulacjach przy braku wirowania. Algorytm PCPF dostrojono do częstości pierwszej postaci współbieżnej układu wirnikowego. Wyniki zestawiono w tabeli 7.4.

Tabela 7.4

Porównanie aktywnego wpływu na tłumienie przy prędkości 28 obr/s

Dane	Szybkość zaniku drgań pierwszej postaci [1/s]					
	0 V		+ k_{PCPF}		- k_{PCPF}	
	WsB	PrB	WsB	PrB	WsB	PrB
Eksperymentalne	-0,079	-0,237	-0,017	-0,143	-0,136	-0,286
Symulacyjne – przypadek (1)	-0,085	-0,383	+0,013	-0,363	-0,183	-0,403
Symulacyjne – przypadek (2)	-0,079	-0,237	+0,018	-0,217	-0,177	-0,257

W przedstawionym w tabeli zestawieniu przyjęto wyznaczone w eksperymencie szybkości zaniku drgań jako wartości odpowiadające precesjom współbieżnej i przeciw-

bieżnej, dla pierwszej postaci. Ponieważ algorytm sterowania oddziaływał głównie na składowe współbieżne, dane eksperymentalne potwierdzają słuszność tego założenia.

Otrzymane wyniki symulacyjne wskazują na ten sam trend zależności od sterowania co w przypadku danych eksperymentalnych. Ponieważ pierwsza postać o precesji współbieżnej znajduje się w zakresie nadkrytycznym, zwiększenie efektywnego tłumienia wewnętrznego tej postaci skutkuje zmniejszeniem szybkości zaniku drgań. Efekt ten został uzyskany zarówno w eksperymencie, jak i w symulacji, gdzie przyjęto dwa przypadki warunków tłumienia. Co ciekawe, modele numeryczne wskazują nawet na utratę stabilności (tab. 7.4), a uzyskane wartości szybkości zaniku są położone skrajnie względem wartości eksperymentalnych. W wynikach symulacyjnych algorytm ten w znacząco mniejszym stopniu oddziałuje krzyżowo na postać o przeciwnej precesji. Z kolei zmniejszenie efektywnego tłumienia wewnętrznego dla precesji współbieżnej poprawiło stabilność pierwszej postaci w wynikach eksperymentalnych i symulacyjnych.

W przypadku postaci przeciwbieżnej wyniki są jakościowo spójne, jednak ilościowo występują znaczące różnice, które sugerują brak ścisłego odwzorowania danych eksperymentalnych przez model. Możliwe przyczyny zostaną przedstawione w kolejnym podrozdziale.

7.4.4. Ocena badanych modeli symulacyjnych i dyskusja

Podstawowym ograniczeniem stosowanego modelu numerycznego i otrzymanych za jego pomocą wyników symulacyjnych był brak uwzględnienia anizotropii własności układu. Było to spowodowane stosowaniem w pracy algorytmów sterowania, które mogą zostać zaimplementowane jedynie w obrotowym układzie odniesienia. Anizotropia własności podpór, która względnie prosto jest opisywana w stacjonarnym układzie odniesienia, prowadzi do równań parametrycznych w obrotowym układzie odniesienia. Występowanie równań parametrycznych znacząco komplikuje badane w pracy zjawiska, gdyż pojawiają się problemy z opisem pracy elementów piezoelektrycznych oraz z dokładnością pomiaru szybkości zaniku drgań (wyznaczenie położenia biegunów nie jest wtedy możliwe). Jak wspomniano, w danych eksperymentalnych obserwuje się możliwość wymiany energii pomiędzy drganiami postaci z precesją współbieżną i przeciwbieżną, która nie występuje w prezentowanych w pracy modelach numerycznych. Anizotropia własności podpór jest jedną z najbardziej prawdopodobnych przyczyn (ale nie jedyną) powodującą obserwowane w eksperymencie sprzężenie pomiędzy postaciami.

Zostały przeprowadzone wstępne analizy modelu, który uwzględnia m.in. anizotropię własności podpór oraz układ aktywnego sterowania, a otrzymane wyniki cechuje większe podobieństwo do danych eksperymentalnych, łącznie z rozważanym sprzężeniem pomiędzy postaciami. W modelu tym pewne aspekty wymagają jednak dokładnego

zbadania oraz wyjaśnienia i dlatego wyniki te nie mogą zostać zaprezentowane na obecnym etapie. Tematyka ta jest ciekawym kierunkiem dalszych badań nad aktywnie sterowanymi wirnikami i będzie eksplorowana przez autora.

Na problem występującej częściowej niezgodności rezultatów można również spojrzeć z drugiej strony. Na zbudowanym stanowisku laboratoryjnym, które miało charakteryzować się dynamiką zbliżoną do modelu wirnika Jeffcotta, dochodzi do wielu zjawisk, których ten model nie obejmuje. Użyte rozwiązania konstrukcyjne znacząco komplikują obserwowany ruch wirnika, co powoduje istotną rozbieżność z zakładanymi własnościami. Stąd też, pewne zmiany w elementach tworzących stanowisko są również brane pod uwagę w dalszych pracach pogłębiających zrozumienie badanych zjawisk.

8. Podsumowanie i kierunki dalszych badań

Najważniejszym osiągnięciem pracy jest potwierdzenie korzystnego wpływu aktywnego zmniejszania tłumienia wewnętrznego na szybkość zaniku drgań pierwszej postaci z precesją współbieżną przy nadkrytycznej prędkości wirowania. Efekt ten potwierdzono zarówno analizami numerycznymi, jak i badaniami eksperymentalnymi. Zaproponowano układ wykonawczy wykorzystujący elementy piezoelektryczne, który umożliwia efektywne wpływanie na tłumienie wewnętrzne w układzie. Koncepcja ta wykazuje korzystny wpływ na postaci drgań, których częstość własna jest mniejsza od występującej wartości prędkości obrotowej (tj. dla nadkrytycznych prędkości obrotowych). Dla pozostałych postaci badany efekt jest niekorzystny, przy czym zjawisko sprzężenia pomiędzy tymi samymi postaciami z przeciwnym ruchem precesyjnym wymaga dalszych badań. W literaturze odnaleźć można wyniki, które potwierdzają niekorzystny wpływ zwiększania tłumienia wewnętrznego na stabilność. Jego celowe redukowanie za pomocą algorytmu sterowania jest, według wiedzy autora, podejściem oryginalnym.

Interesującą obserwacją z badań jest możliwość selektywnego wpływu algorytmu sterowania na postać z wybraną precesją. Rezultat taki osiągnięto po implementacji praw sterowania względem obrotowego układu odniesienia. Pozwala to zredukować niekorzystny wpływ na pozostałe postaci, co ogólnie poprawia stabilność układu.

Na zbudowanym stanowisku osiągnięto istotną zmianę szybkości zaniku drgań przy akceptowalnym poziomie napięć sterujących. Zmiany takie uzyskano dla konfiguracji, w której wszystkie elementy piezoelektryczne pracują jako aktuatory. Jako przesądzający o istotności uzyskanych wyników można podać przypadek aktywnej destabilizacji układu wirnikowego, gdzie przez sterowanie zwiększające tłumienie wewnętrzne osiągnano dodatnią wartość szybkości zaniku drgań wzbudzonej struktury.

W badaniach symulacyjnych wykazano, że możliwe jest również poszerzenie zakresu prędkości obrotowych ze stabilną pracą układu wirnikowego. Analogiczne eksperymenty na stanowisku nie zakończyły się sukcesem. Dla zbudowanego układu wirnikowego nie udało się jednoznacznie określić prędkości granicznej, powyżej której

w powtarzalny sposób następowałyby utrata stabilności. Spośród możliwych przyczyn należy wymienić zbyt małe osiągi stosowanego serwonapędu, wpływ złożonego widma drgań pochodzącego od łożysk oraz zbyt proste założenia dotyczące charakteru tłumienia na stanowisku. Skoro jednak zmiana szybkości zaniku drgań wzbudzonych postaci jest możliwa, można domniemywać, że będzie ona również możliwa przy prędkości, przy której układ znajduje się w pobliżu granicy stabilności, co da efekt poszerzonego zakresu prędkości obrotowych ze stabilnym ruchem wirnika.

W pracy pominięto fakt przenoszenia momentu skręcającego przez wał, który jest typowym obciążeniem dla każdego układu wirnikowego. Znaczący, stały moment skręcający wpływa na stateczność wału, zmniejszając prędkość graniczną utraty stabilności (Kurnik 1997). Cytowana praca wskazuje, że linia ugięcia wału w takich warunkach jest przestrzenna, a jakkolwiek wpływ tłumienia (tarcia) wewnętrznego w układzie na prędkość graniczną utraty stabilności maleje ze wzrostem wartości tego momentu. Z tych względów proponowane w niniejszej pracy sterowanie aktywną strukturą wału może mieć, w warunkach występowania istotnego momentu skręcającego, drugorzędne znaczenie, a jedynie przy niewielkiej jego wartości skuteczność układu aktywnego może być zadowalająca.

Istotnym ograniczeniem zrealizowanych badań symulacyjnych było zastosowanie jedynie wiskotycznego modelu tłumienia. Rozbieżność z układem eksperymentalnym można wykazać, analizując wpływ zmian prędkości obrotowej na szybkość zaniku drgań, gdy układ nie jest sterowany. Stosowanie modelu wiskotycznego do opisu tłumienia zewnętrznego i wewnętrznego skutkuje liniowymi zmianami szybkości zaniku drgań przy zmianie prędkości obrotowej (jak na rysunkach 4.4 lub 4.5). Wykonano analogiczne do symulacji pomiary eksperymentalne, określając szybkość zaniku drgań dla kilku wybranych prędkości obrotowych (przy braku sterowania, w zakresie zarówno podkrytycznym, jak i nadkrytycznym) i przybliżono ich charakter zmian. Wyniki tych pomiarów zestawiono w tabelach 8.1 oraz 8.2.

Tabela 8.1

Szybkości zaniku drgań przy różnych prędkościach obrotowych
(wartości uśrednione)

Prędkość [obr/s]	Szybkość zaniku [1/s]	
	kierunek poziomy	kierunek pionowy
0	-0,28	-0,19
12	-0,33	-0,29
28	-0,23	-0,08
36,6	-0,12	-0,08

Tabela 8.2

Wartości szybkości zaniku drgań przy różnych prędkościach obrotowych uzyskane we wcześniejszych badaniach, w których wirnik był inaczej podparty* (pojedyncze pomiary)

Prędkość [obr/s]	Szybkość zaniku [1/s]	
	kierunek poziomy	kierunek pionowy
0	-0,27	-0,12
10	-0,58	-0,35
15	-0,59	-0,38
26	-0,18	-0,06
28	-0,23	-0,09
35	-0,16	-0,09
49	-0,24	-0,08

* występują ilościowe różnice względem pozostałych wyników umieszczonych w pracy

W tabelach 8.1 oraz 8.2 czerwoną linią rozdzielono prędkość obrotową z zakresów podkrytycznego i nadkrytycznego. Dla prędkości obrotowych mniejszych od prędkości krytycznej szybkość zaniku drgań utrzymuje się na istotnie ujemnym poziomie. Przejście do zakresu nadkrytycznego skutkuje skokową zmianą (zmniejszeniem modułu) szybkości zaniku, głównie w kierunku pionowym (precesja współbieżna). Zmiana prędkości obrotowej nie wykazuje monotonicznego wpływu na tłumienie, co świadczy o niewielkim znaczeniu tłumienia wiskotycznego na zbudowanym stanowisku.

Czytelne zestawienie wpływu podstawowych modeli tłumienia na zanik drgań w układzie wirnikowym można znaleźć w pracy G. Genty i M. Amati (2010). Tłumienie histerezy charakteryzuje się brakiem wpływu częstotliwości na wielkość rozpraszanej energii, a więc zmiana prędkości obrotowej również nie wpływa na powstające siły tłumienia. W przypadku tłumienia histerezy przy przejściu przez prędkość krytyczną następuje skokowa zmiana szybkości zaniku drgań dla postaci z precesją współbieżną (Genta i Amati 2010), co jest zgodne z zebranymi wynikami eksperymentalnymi. Głównym źródłem tarcia o charakterze histerezy w układzie jest sposób unieruchomienia tarczy na wirniku oraz wirnika w uchwycie tokarskim, gdyż elementy te zamocowane są przez docisk. Podobnie bloki opraw łożyskowych dociskane są do podstawy układu, stąd tłumienie zarówno wewnętrzne, jak i zewnętrzne może mieć dominujący, histerezy charakter.

Powyższy wniosek tłumaczy również problemy z ustaleniem prędkości granicznej, powyżej której następuje utrata stabilności. Jeżeli tłumienie ma charakter głównie histerezy, to w osiągalnym w eksperymencie przedziale prędkości obrotowych zjawisko drgań samowzbudnych nie występuje.

W toku pracy wskazywano na kilka obszarów, które pozostają nie w pełni wyjaśnione i wymagają dalszych badań. Spośród nich następujące zagadnienia mogą stanowić interesujące rozszerzenie obecnej pracy:

- uwzględnienie anizotropii podpór w modelach symulacyjnych wraz z układem sterowania oraz określenie jej wpływu na badane algorytmy sterowania,
- symulacyjne oszacowanie wpływu rozważanego aktywnego sterowania w warunkach występowania tłumienia histerezy w układzie wirnikowym,
- dalsze badania nad prezentowaną metodą pomiaru szybkości zaniku drgań dla układów wirnikowych (określenie podczas pomiaru kierunku precesji), przegląd i zestawienie innych metod dostępnych w literaturze,
- modyfikacja stanowiska laboratoryjnego, zmiana własności (anizotropii) podpór i wpływ tych zmian na działanie sterowanego układu,
- badania nad wpływem aktywnego sterowania, które modyfikuje tłumienie dla pierwszej postaci o precesji przeciwbieżnej,
- połączenie aktywnego oddziaływania redukującego niewyważenie oraz modyfikującego tłumienie w układzie wirnika o sterowanej strukturze.

Badana w pracy struktura z aktywnym wirnikiem z praktycznego punktu widzenia jest układem o dużej złożoności oraz o wysokich wymaganiach technicznych. Układ wykonawczy takiego wirnika wymaga wysokich napięć oraz jego bezpiecznego doprowadzenia do elementów piezoelektrycznych. Przeniesienie sygnałów pomiędzy wirnikiem a pozostałymi podzespołami, które nie wirują, stanowi kolejny istotny technicznie aspekt. Pierścienie ślizgowe, według opinii autora, są elementem podlegającym zużyciu i zawodnym, który może generować wysokoczęstotliwościowy szum w sygnale sterującym, co z kolei będzie działało degradująco na kluczowe połączenie wał – element piezoelektryczny. Dlatego też zrealizowane badania na tym etapie należy traktować jako podstawowe, dzięki którym przede wszystkim ustala się zasadność modyfikowania parametrów wału wirnika będącego w ruchu.

Praktyczne zastosowanie zyskałby układ wbudowany, będący integralną częścią wirnika, tj. mikrokontroler z wszystkimi komponentami umieszczony w tarczy na wirniku. Możliwość bezprzewodowego zasilania oraz komunikacji zniwelowałaby konieczność użycia pierścieni ślizgowych, stąd zyskano by zwiększoną trwałość i niezawodność. Układ taki, oprócz aktywnego modyfikowania parametrów wirnika, umożliwiłby monitorowanie aktualnego stanu dynamicznego układu wirnikowego.

Załączniki

Załącznik A:

Wybrane pojęcia z zakresu dynamiki układów wirnikowych

W literaturze polskiej opisującej zagadnienia dynamiki wirników zaobserwować można występowanie pewnych niespójności w stosowanych określeniach. Dlatego zdecydowano się krótko zdefiniować często stosowane w pracy pojęcia, tak aby jej przekaz był możliwie jednoznaczny i klarowny. Dodatkowo pojęcia te zestawiono z definicjami spotykanymi w polskiej literaturze dotyczącej tej tematyki.

A.1. Wirnik i układ wirnikowy

W pracy jako wirnik rozumiany jest wał wraz z osadzonymi i tworzącymi go komponentami (np. tarczami), które wspólnie wykonują ruch obrotowy. Pojęcie to nie obejmuje podpór oraz łożysk, co jest niespójne z definicjami zaproponowanymi przez Z. Gosiewskiego (1989) i A. Muszyńską (1979). Użycie takiej definicji umożliwia nazwanie badanej w pracy struktury ‘aktywnym wirnikiem’ i wskazuje ona, że elementy wykonawcze umiejscowione są na wale wirnika. W innych pracach, np. W. Kurnika (1997), elementy wykonujące ruch obrotowy określane są jako ‘wirujący wał’, a określenie ‘wirnik’ nie występuje. Wał w konstrukcji maszyn jest definiowany jako element przenoszący znaczący moment skręcający, co nie odpowiada warunkom pracy analizowanego w rozprawie układu. R. Gryboś (1994), J. Kiciński (2005), R. Łączkowski (1979) i Z. Orłowski (2001) stosują proponowany jako pierwszy (węższy) zakres pojęcia ‘wirnik’. Z kolei Z. Kozanecki (2008) używa określenia ‘rotor’ do opisu części wirujących maszyny wirnikowej. Argumentem pobocznym za zastosowaniem zaproponowanej definicji jest spójność z opisem urządzeń elektrycznych, gdzie podział na wirnik i stojan jest bezsprzeczny.

Jako pojęcie szersze, które obejmuje wirnik, łożyska, korpus oraz fundament zastosowano określenie ‘układ wirnikowy’. Pojęcie to stosowane jest wymiennie z określeniem ‘maszyna wirnikowa’, które jest ogólnie przyjęte i jednoznacznie rozumiane. Fakt wpływu każdego z komponentów na dynamikę takich maszyn został podkreślony w pracy Kozaneckiego (2008), gdzie w odniesieniu do maszyn przepływowych zastosowano pojęcie ‘system wirujący’.

A.2. Prędkość krytyczna

Pojęcie to oznacza wartość prędkości obrotowej, przy której następuje zrównanie wartości częstotliwości wymuszenia pochodzącego od niewyważenia z częstotliwością własną układu, prowadzące do rezonansu i wzrostu amplitudy drgań. Co istotne, w układach wirnikowych prędkość w ruchu obrotowym wpływa na wartości częstotliwości własnych układu, przez co zwykle nie pokrywają się one z częstotliwościami własnymi układu niewirującego. Szczególnym przypadkiem jest wirnik o pomijalnym znaczeniu sprzężeń żyroskopowych, w którym wpływ prędkości obrotowej może być niezauważalny. W polskich pracach pojęcie to stosowane jest zgodnie, czasami jest ono doprecyzowane, np. prędkość krytyczna pierwszego rodzaju (Gryboś 1994; Muszyńska 1979).

Gdy w pracy jest mowa o prędkości z zakresu podkrytycznego, należy przez to rozumieć wartość prędkości obrotowej, która jest mniejsza niż wartość pierwszej prędkości krytycznej (przy której niewyważenie wzbudza pierwszą postać drgań). Zakres nadkrytyczny dotyczy wartości prędkości obrotowej, która jest większa od wartości prędkości krytycznej, przy czym w niniejszej rozprawie jedynie pierwsza prędkość krytyczna będzie przekraczana.

A.3. Prędkość graniczna utraty stabilności

W pracy progowa prędkość obrotowa, powyżej której następuje narastanie drgań samowzbudnych w układzie, nazywana jest prędkością graniczną utraty stabilności lub też po prostu prędkością graniczną (Orłowski 2001). Wcześniej definiowane prędkości krytyczna oraz prędkość graniczna to pojęcia opisujące dwie różne wartości prędkości obrotowej. W niektórych pracach stosujących teorię bifurkacji (np. Kurnik 1997; Przybyłowicz 2017) mowa jest o okołokrytycznym zachowaniu układu, gdzie badany jest charakter odpowiedzi w pobliżu granicy stabilności układu. Należy jednak zaznaczyć, że autorzy tych prac są świadomi zbieżności tych określeń i podkreślają, że przedmiotem badań nie jest zwykle rozumiana prędkość krytyczna, tylko prędkość graniczna. W innych pracach (np. Kiciński 2005) stosowane jest określenie ‘granica stabilności’, służące do opisu wartości rozważanej prędkości obrotowej. Inni autorzy nie wiążą bezpośrednio prędkości obrotowej ze stabilnością i stosują bardziej ogólne pojęcia, np. ‘zapas stabilności’ (Kozanecki 2008).

A.4. Precesja współbieżna i przeciwbieżna

Precesją określanym jest ruch lateralny linii wału obserwowany przy pominięciu jego ruchu obrotowego. W eksperymencie ruch ten często jest widoczny gołym okiem i określanym jest również jako trajektoria czy też orbita linii wału. Gdy kierunek ruchu linii wału po trajektorii jest zgodny z kierunkiem obrotów wału, wtedy mówimy o pre-

cesji współbieżnej, zaś gdy kierunek w ruchu orbitalnym jest przeciwny do kierunku obrotów wału, wówczas mówimy o precesji przeciwbieżnej. Określenia te odpowiadają angielskim zwrotom, odpowiednio, *forward whirl* i *backward whirl*. Oprócz wyżej przedstawionych, w polskiej literaturze pojawiają się określenia tożsame: ‘precesja prosta’ i ‘precesja odwrotna’ (Gryboś 1994), a także określenia rozszerzające i uzupełniające, np. ‘precesja hydrodynamiczna’ (Orłowski 2001).

Powszechnie spotykanym przykładem precesji współbieżnej (synchronicznej) jest eliptyczna trajektoria linii wału, której źródłem jest niewyważenie wirnika.

A.5. Tłumienie wewnętrzne i zewnętrzne

W pracy ‘tłumienie wewnętrzne’ jest określeniem zbiorczym, uwzględniającym wszystkie pasywne mechanizmy rozpraszania energii występujące na wirniku lub w nim. Określenie to obejmuje tarcie materiałowe w wale oraz tarcie konstrukcyjne pomiędzy elementami tworzącymi wirnik (np. tarczami). Określenie ‘tłumienie zewnętrzne’ jest stosowane analogicznie, obejmuje w istotnej części te same mechanizmy dyssypacji energii co tłumienie wewnętrzne, a wyróżnia je miejsce, w którym ta dyssypacja zachodzi – tj. w łożyskach, podporach i w fundamencie. Opis modelowania tych tłumień zawarto w rozdziale 4.

W literaturze polskiej oprócz prac, w których stosuje się pojęcia ‘tłumienie wewnętrzne’ i ‘tłumienie zewnętrzne’ (np. Kozanecki 2008), można odnaleźć publikacje opisujące ‘tarcie wewnętrzne’ i ‘tarcie zewnętrzne’ (np. Gryboś 1994). Pojęcia te mają równoważne znaczenie. Muszyńska (2005) jako argument za stosowaniem określenia ‘tarcie’, podaje możliwość pojawienia się kontrowersyjnych stwierdzeń, np. „większe tłumienie może pogarszać stabilność”. Ze względu na większą popularność oraz spójność z określeniami angielskimi, w pracy stosowane są terminy ‘tłumienie wewnętrzne’ i ‘tłumienie zewnętrzne’.

Jako ciekawostkę można podać, że G. Genta (2005) w swej książce używa określeń ‘tłumienie wirujące’ i ‘tłumienie niewirujące’ (ang. *rotating and nonrotating damping*), które oznaczają odpowiednio tłumienie wewnętrzne i zewnętrzne.

Załącznik B: Eksportowanie macierzy MES w programie Ansys

Agregowanie macierzy układu w oprogramowaniu Ansys następuje podczas wyznaczania rozwiązania, a globalna macierz całego układu jest przechowywana w pliku, który jest dostępny po uzyskaniu rozwiązania. Dzięki wykorzystaniu komendy *hbmat* oraz pliku zawierającego macierz globalną struktury możliwe jest utworzenie kolejnych plików (**.matrix*) zawierających zagregowane macierze: mas, sztywności oraz macierz proporcjonalną do prędkości (dla układów niewirujących macierz tłumienia). Oprócz wspomnianych plików zawierających elementy macierzy niezbędne są pliki mapujące (**.mapping*), wiążące numer wiersza lub kolumny macierzy z numerem węzła oraz z przypisanym mu stopniem swobody. Co istotne, kolejność ułożenia stopni swobody we wszystkich wygenerowanych plikach jest taka sama, stąd też pliki mapujące dla każdej z macierzy są takie same. Rozwiązanie wstępnego problemu MES jest niezbędne do wygenerowania zagregowanych macierzy struktury.

Po zdefiniowaniu geometrii oraz zadaniu warunków brzegowych należy precyzyjnie zdefiniować warunki, dla jakich zostanie wykonana wstępna analiza prowadząca do otrzymania macierzy (stosowano analizę modalną). Uwzględniając wszystkie opisane w podrozdziale 5.1 zastrzeżenia, dla wirnika z elementami piezoelektrycznymi znajdującymi się na wale należy wykonać analizę w obrotowym układzie odniesienia przy braku tłumienia. W ten sposób wygenerowana macierz proporcjonalna do prędkości będzie zawierała elementy związane z siłami Coriolisa, a macierz sztywności zostanie zmodyfikowana przez siły odśrodkowe (w dokumentacji Ansysa do ich opisanie stosowane jest określenie *spin-softening effect*), które domyślnie są uwzględniane przez program Ansys w analizach w obrotowym układzie odniesienia. Siły te, odśrodkowa i Coriolisa, zależne są od prędkości obrotowej i znikają przy braku wirowania, dzięki czemu możliwe jest uzyskanie pierwotnej, niezmodyfikowanej macierzy sztywności. Ponieważ dysk znajduje się w środku rozpiętości wału, pominięcie przez program Ansys momentów żyroskopowych w obrotowym układzie odniesienia nie wprowadza istotnych błędów do realizowanej analizy.

Jako wynik eksportowania macierzy otrzymuje się pliki (**.matrix*) zapisane w formacie Harwell-Boeing. Format ten wyróżnia niewielki rozmiar pliku w przypadku zapi-

su macierzy rzadkich. Środowisko Matlab nie ma narzędzi do bezpośredniego importowania takiego formatu macierzy, jednak dostępne są kody źródłowe (Burkardt 2014; Davis 2011), które dekodują ten sposób ich zapisu. Finalnie macierze struktury importowane są do przestrzeni roboczej Matlab. Warto zaznaczyć, że w przypadku pracy z modelami układów wirnikowych (lub ogólniej – gdy macierze są niesymetryczne) po zaimportowaniu macierzy należy dokonać ich transpozycji – podręcznik użytkownika (ANSYS 17.2 Help 2016) informuje o niespójności reprezentacji macierzy pomiędzy stosowanym formatem zapisu do pliku a konwencją stosowaną w samym programie, która skutkuje koniecznością transpozycji. W trakcie początkowych prac nad metodą brak wiedzy o takim działaniu komendy *hbm* był źródłem wielu wprowadzających w błąd rozwiązań. Prace utrudniał fakt, że w przypadku gdy struktura nie wiruje, macierze są symetryczne i tym samym transpozycja ta jest niezauważalna.

Załącznik C: Analizy uzupełniające

C.1. Wał o przekroju kwadratowym

Na prezentowanym na rysunku 4.6 schemacie elementem rzadko spotykanym, który może budzić wątpliwości dotyczące poprawności prowadzonej analizy, jest wykorzystany wał o przekroju kwadratowym. Na takie rozwiązanie zdecydowano się ze względów praktycznych, związanych z wykonaniem wirnika do badań eksperymentalnych. Poniżej przedstawiono argument, który uzasadnia możliwość użycia wału o takim przekroju.

Belka ma właściwości izotropowe, jeżeli niezależnie od kierunku, w którym działa siła poprzeczna, jej podatność jest taka sama. W przypadku zginania belki, dla jednorodnego materiału, o podatności decyduje geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego belki. Przekrój kołowy jest naturalnym przykładem, który ma stały geometryczny moment bezwładności, niezależny od obrotu tego przekroju względem środka. W przypadku przekroju kwadratowego zależności są następujące:

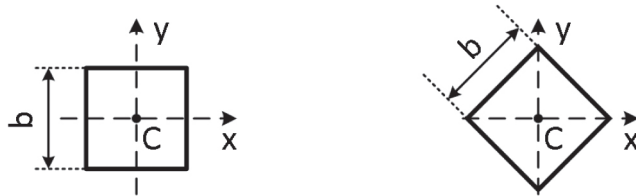
$$I_x = \frac{b^4}{12} \quad I_y = \frac{b^4}{12} \quad (\text{C.1})$$

Niezależnie od przedstawionego na rysunku C.1 położenia, geometryczne momenty bezwładności są takie same. Wykonanie obrotu o dowolny kąt φ (względem geometrycznego środka przekroju C), rozpoczynając od głównych centralnych osi przekroju, wymaga użycia poniższej zależności do wyznaczenia wartości geometrycznego momentu bezwładności po obrocie:

$$I_{x\varphi} = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cdot \cos(2\varphi) - I_{xy} \sin(2\varphi) \quad (\text{C.2})$$

Ponieważ oś zginania (np. x) jest jednocześnie osią symetrii, to geometryczny moment dewiacyjny I_{xy} jest równy 0. Skoro $I_x = I_y$, to w wyniku podstawienia uzyskuje się stałą, niezależną od obrotu układu współrzędnych, wartość geometrycznego momentu

bezwładności przekroju, co dowodzi, że podatność belki o takim przekroju jest również stała. Także przekroje o innym niż kwadratowy kształcie mają tę własność, dalsze przykłady można znaleźć w pracy E. Krämera (1993). W przypadku gdy wał ma własności anizotropowe, jego ruch opisują równania różniczkowe o współczynnikach zależnych od czasu, które często prowadzą to powstawania kolejnego typu niestabilności związanej ze wzbudzeniem parametrycznym. Przypadek ten jest poza zakresem pracy.



Rys. C.1. Przekrój kwadratowy belki w dwóch położeniach

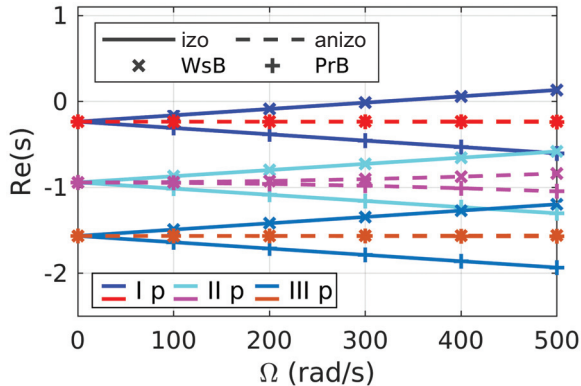
C.2. Wpływ uchwytów tokarskich na dynamikę układu

Wpływ zastosowania uchwytów tokarskich na dynamikę badanego układu wirnikowego został zbadany w warunkach współwystępowania anizotropii podpór. Ten typ anizotropii był obserwowany w eksperymencie, dlatego analiza ta przybliży znaczenie tych czynników w obserwowanej dynamice układu. Najpierw zbadano wpływ anizotropii przy nieważkich uchwytach, a następnie w modelu uwzględniono ich masę i momenty bezwładności.

Analizy wpływu występowania anizotropii na badaną strukturę dokonano z użyciem modelu MES. Ze względu na przyjęte własności podpór wykorzystany został stacjonarny układ odniesienia, przy nieaktywnym układzie sterowania. Zaimportowany model MES wirnika z własnościami izotropowymi podpór wykorzystany został do zdefiniowania tłumienia modalnego w układzie (Matlab). Uzyskane macierze tłumienia pozostały bez zmian dla poniżej analizowanych warunków podparcia. Następnie do modelu izotropowego wprowadzono różnicę w wartości współczynnika sztywności w dwóch głównych kierunkach. Wartości współczynników sztywności dobrano tak, aby różnica częstotliwości własnej pierwszej postaci względem przypadku z podporami izotropowymi wynosiła około 0,3 Hz (co daje częstotliwości własne równe 18,1 Hz i 18,7 Hz). Wszystkie pozostałe założenia modelu MES pozostały bez zmian. Zbadano położenie pierwiastków, a uzyskane wyniki przedstawiono na rysunku C.2.

Wyniki te wskazują na wyraźnie stabilizujący wpływ występowania anizotropii w podporach. W analizowanym zakresie prędkości obrotowych problem niestabilności w przypadku podpór anizotropowych nie występuje, i co więcej, dla pierwszej postaci współczynnik szybkości zaniku drgań pozostaje na stale wysokim poziomie. Podobny

przebieg ma położenie biegunu dla trzeciej postaci, natomiast druga postać wyróżnia się zachowaniem niewielkiego wpływu prędkości obrotowej na współczynnik zaniku drgań. Wiąże się to z faktem, że analizy wykonano w stacjonarnym układzie odniesienia, gdzie występowanie sprzężenia żyroskopowego (od dysku znajdującego się w środku długości wału) zostało utrzymane.



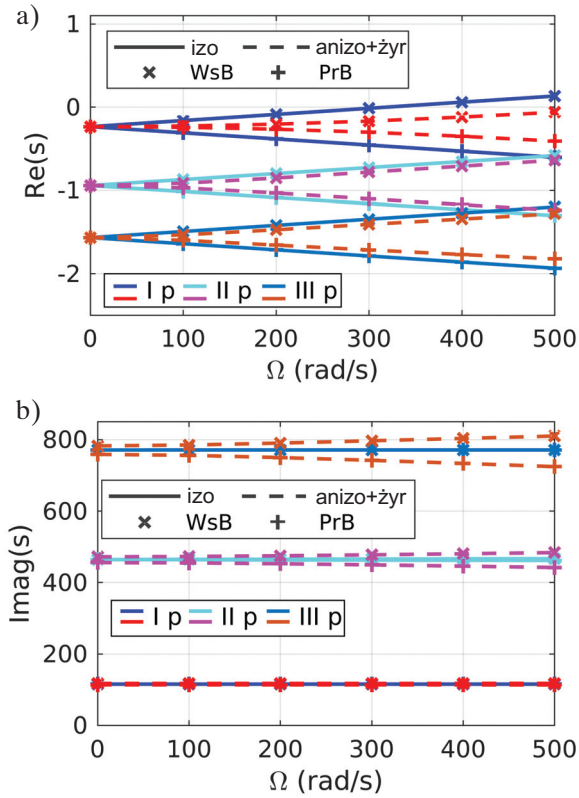
Rys. C.2. Wpływ anizotropii podpór na położenie części rzeczywistych biegunów dla różnych prędkości obrotowych (układ sterowania nieaktywny)

Następnie wykonano podobne analizy, ale w modelu MES jako elementy skupione zamodelowano uchwyty tokarskie, o znaczących wartościach masy oraz momentów bezwładności, w przybliżonych środkach ciężkości tych uchwytów. Dalszy tok postępowania pozostał bez zmian, użyto tych samych co wcześniej macierzy tłumienia oraz współczynników sztywności podpór o cechach anizotropowych.

Uwzględnienie masy oraz momentów bezwładności uchwytów tokarskich w modelu MES skutkuje powrotem problemów ze stabilnością w zakresie nadkrytycznych prędkości obrotowych (rys. C.3a). Oznacza to, że występowanie znaczącego sprzężenia żyroskopowego w pobliżu podpór redukuje stabilizujący wpływ występowania anizotropii własności tych podpór. Jest to zgodne z wynikami eksperymentalnymi, gdzie w zakresie nadkrytycznym, mimo wyraźnej anizotropii w podporach, obserwowano istotnie mniejszy współczynnik zaniku drgań niż np. przy braku wirowania.

Analizując częstości własne (rys. C.3b), można zaobserwować, że w badanej strukturze pomimo silnego sprzężenia żyroskopowego pochodzącego od uchwytów tokarskich, wpływ na pierwszą postać jest niewielki (zmiana o 0,05 Hz pomiędzy 0 a 500 rad/s) i dlatego może zostać on przeoczony. Natomiast dla wyższych postaci drgań występowanie momentów bezwładności uchwytów istotnie kształtuje własności dynamiczne struktury. Co ciekawe, przy uwzględnieniu mas uchwytów tokarskich, a pominięciu ich momentów bezwładności nie obserwuje się niekorzystnego wpływu na stabilność – do-

minuje charakter własności jak dla nieważkich uchwytów i podpór anizotropowych. Wskazuje to na sprzężenie żyroskopowe jako czynnik decydujący o redukcji korzystnego efektu występowania anizotropii w podporach, w badanym układzie.



Rys. C.3. Wpływ momentów żyroskopowych występujących w pobliżu podpór (uchwyty tokarskie) na położenie biegunów w funkcji prędkości obrotowej struktury: a) części rzeczywiste pierwiastków dla pierwszych trzech postaci; b) typowy wykres Campbella (w stacjonarnym układzie odniesienia). Porównanie z podporami izotropowymi, które pomijają masę i bezwładność uchwytów tokarskich

Załącznik D: Szczegóły techniczne stanowiska laboratoryjnego

W załączniku tym zebrano informacje techniczne, które bezpośrednio nie oddziałują na dynamikę układu wirnikowego, jednak mogą wpływać na jego funkcjonowanie i zebrane dane pomiarowe. Podane informacje mogą zostać wykorzystane do określenia jakości zrealizowanych eksperymentów oraz oceny ich wiarygodności.

D.1. Pierścienie ślizgowe

Do przeniesienia sygnałów ze wzmacniaczy napięć do elementów piezoelektrycznych wirujących wraz z wałem zastosowano klasyczne pierścienie ślizgowe. Podstawowe parametry użytego urządzenia przedstawiono w tabeli D.1. Czynnikiem decydującym o wyborze był zakres dostępnych prędkości wirowania.

Tabela D.1
Własności zestawu pierścieni ślizgowych SenRing

Model	G012-12
Maksymalna prędkość obrotowa	5000 obr/min
Dopuszczalny prąd	0–5 A
Dopuszczalne napięcie	0–440 V AC/DC
Szum elektryczny	0,01 Ω
Liczba linii (torów)	12
Moment sił tarcia	0,09 Nm

W zakupionym zestawie pierścieni ślizgowych (rys. D.1) dostępne jest dwanaście torów, na wale natomiast znajduje się osiem płytek piezoelektrycznych, z dwoma

przewodami każda. Niezbędne zgrupowanie i połączenie przewodów uzyskano w następujący sposób.

1. Płytki piezoelektryczne połączono w pary, każde dwie płytki znajdujące się na tej samej powierzchni wału zwarto w jedną parę.
2. Elektroda, której powierzchnia jest dociskana i przyklejana do wału, jest połączona z masą w każdym elemencie piezoelektrycznym.
3. Do przeniesienia potencjału masy użyto czterech torów (czterech pierścieni), po czym, po stronie niewirującej zestawu, przewody te ponownie zwarto.
4. Na każdą parę elektrod zewnętrznych elementów piezoelektrycznych wykorzystano dwa tory, również ponownie je zwierając po stronie niewirującej. W efekcie wszystkie dostępne w urządzeniu tory zostały użyte.



Rys. D.1. SenRing G012-12

Wykorzystanie dwóch torów do przeniesienia jednego sygnału ma na celu ograniczenie szumów, których źródłem jest współpraca szczotek i pierścieni w urządzeniu. Taki szum, ze względu na zawartość wysokoczęstotliwościowych składowych, może przyspieszać degradację połączenia klejonego. Kolejnym czynnikiem, który przyczynił się do sposobu połączenia, jest zakładana maksymalna liczba wzmacniaczy wysokich napięć, którą ustalono na cztery. Z tego względu, przy próbie sterowania wszystkimi płytkami piezoelektrycznymi, płytki te muszą pracować parami.

D.2. Serwonapęd

Układ napędowy zbudowanego stanowiska wykorzystuje silnik synchroniczny HC-MFS13 (rys. D.2) oraz sterownik mocy MR-J2S-10A. Producentem tych urządzeń jest Mitsubishi Electric. Podstawowe dane silnika oraz sterownika zebrano w tabeli D.2.

Sterownik połączono z kontrolerem pomiarowo-sterującym w celu umożliwienia pomiaru położenia i prędkości silnika oraz zadawania wartości tej prędkości. Wykorzystano do tego odpowiednie wyjścia i wejścia cyfrowe sterownika, które aby zredukować

szum, podłączono za pomocą układów optycznej izolacji (cyfrowej). Dobierając parametry tzw. przełożenia elektronicznego, ustalono, że sterownik silnika generuje 2048 impulsów na obrót. Oprócz wyjść kwadraturowych (fazy A i B) do komputera pomiarowego podłączono również fazę Z, która generuje jeden krótki impuls na jeden obrót wału. Sygnał ten został użyty do określenia fazy bezwzględnej położenia wału względem czujników laserowych (jak wyjaśniono w podrozdziale 7.1.4). Napęd został połączony z zespołem wirnika sprzęgłem elastycznym.



Rys. D.2. Silnik HC-MFS13

Tabela D.2

Parametry silnika oraz sterownika

Parametr	Wartość
Silnik HC-MFS13	
Moc nominalna	100 W
Nominalna prędkość obrotowa	3000 obr/min
Maksymalna prędkość obrotowa	4500 obr/min
Nominalny moment obrotowy	0,32 Nm
Maksymalny moment obrotowy	0,95 Nm
Rozdzielczość enkodera	131 072 imp./obr
Maksymalny prąd	2,2 A
Sterownik MR-J2S-10A	
Moc nominalna	100 W
Wyjście	170 V, 0–360 Hz, 1,1 A

Zastosowany serwonapęd jest słabym punktem zbudowanego stanowiska, gdyż jego moc jest zbyt mała jak na zadane w badaniach warunki pracy. Przekraczanie nominalnej prędkości obrotowej wielokrotnie kończyło się przeciążeniem serwonapędu na skutek spadku momentu obrotowego, który pojawia się i pogłębia wraz z przekrocze-

niem nominalnych osiąguw. Najprawdopodobniej to było przeszkodą w określeniu prędkości granicznej, powyżej której następowalaby utrata stabilności.

D.3. Czujniki laserowe

Podstawowa informacja o położeniu poprzecznym wirnika pochodzi z dwóch laserowych czujników przemieszczeń LAT 61K 50/20 IUPN (rys. D.3), które mierzą przemieszczenie dysku znajdującego się w środku wału. Szczegóły techniczne tych czujników przedstawiono w tabeli D.3. Parametrem wyróżniającym je jest bardzo krótki okres próbkowania.



Rys. D.3. Czujnik laserowy

Tabela D.3

Własności czujników laserowych di-soric

Model	LAT 61K 50/20 IUPN
Metoda pomiarowa	Odbicie rozproszone
Odległość do środka zakresu	50 mm
Zakres pomiarowy	± 10 mm
Rozdzielczość	$1,5 \mu\text{m}^*$
Okres próbkowania	200 μs , 500 μs , 1 ms, 2 ms
Liniowość	0,1% zakresu [*]
Wyjście analogowe	0–10 V
Czułość	0,5 V/mm

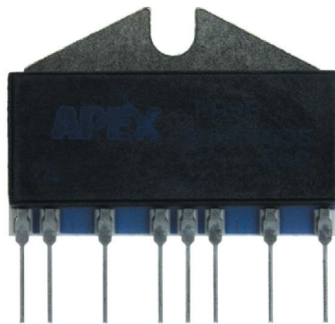
* warunki: uśrednianie 1024 próbki; okres próbkowania 500 μs ; obiekt ceramiczny biały

Czujniki te umieszczone są prostopadle względem siebie i dodatkowo ich położenie pokrywa się z osiami x i y inercyjnego układu odniesienia. Konfigurując nastawy czujników, dążono do redukcji czasu odpowiedzi (i przesunięcia fazowego) czujnika,

przez co wyłączono uśrednianie pomiarów oraz zwiększono częstotliwość próbkowania do 5 kHz. Przy takich nastawach uzyskano zwiększony szum pomiarowy oraz sporadycznie obserwowano błąd odczytu położenia (widoczny jako pojedyncze, nieciągłe maksimum). Te niekorzystne efekty częściowo zredukowano przez filtrację, a w szerszym zakresie podczas przetwarzania i analizy zapisanych na dysku danych.

D.4. Wzmacniacze wysokich napięć

Napięcia sterujące wygenerowano, wykorzystując do tego wzmacniacze operacyjne PA95 (rys. D.4) produkowane przez firmę Apex Microtechnology. O ich wyborze zdecydowały kryteria techniczne oraz cena, która w porównaniu do gotowych produktów była względnie niska (w badaniach stosowano cztery sztuki). Najważniejsze parametry techniczne tych wzmacniaczy przedstawiono w tabeli D.4 (PA95U Rev. Q Datasheet 2017).



Rys. D.4. Wzmacniacz PA95

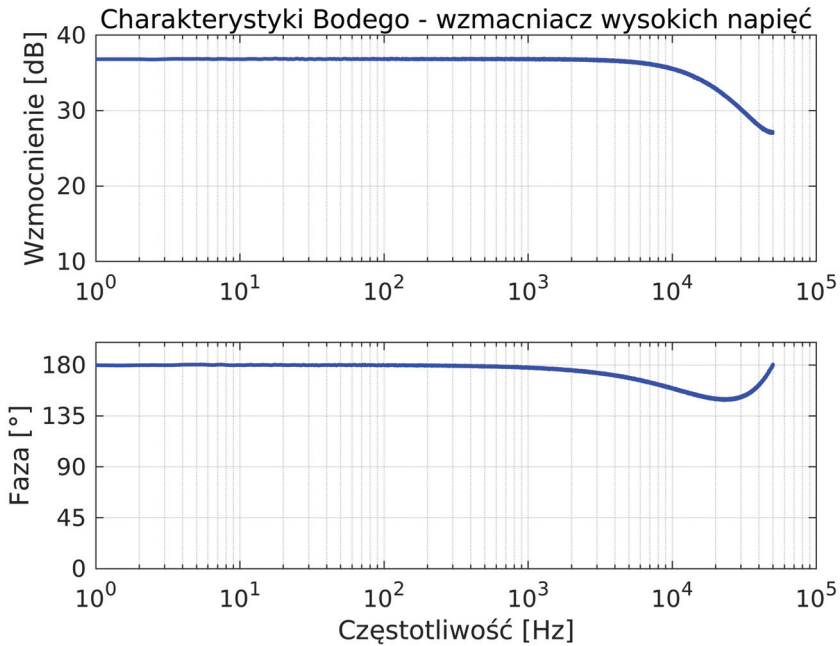
Tabela D.4

Parametry techniczne wzmacniaczy operacyjnych PA95

Technologia wykonania	MOSFET
Napięcie zasilające, $\pm V_s$	typ. ± 300 V, maks. ± 450 V
Prąd wyjściowy (ciągły)	100 mA
Napięcie wyjściowe	$\pm V_s \mp 20$ V
Prędkość narastania napięcia	30 V/ μ s
Wzmocnienie (przy otwartej pętli)	118 dB
GBWP	10 MHz

Wzmacniacze te zakupiono razem z zestawami ewaluacyjnymi, które umożliwiły zbudowanie odwracającego układu pracy wzmacniacza. Wzmocnienie ustalono na

wartości około $k_{HV} = -70$, ze względu na współpracę tego wzmacniacza z układem separacji (zob. podpunkt D.6). Zakres przetwarzania ograniczono do około 10 kHz (rys. D.5), dodając odpowiedni kondensator w obwodzie sprzężenia układu wzmacniacza. Symetryczne napięcie zasilające osiągnięto przy wykorzystaniu dwóch separowanych galwanicznie zasilaczy laboratoryjnych o zakresie napięć wyjściowych od 0 V do 310 V.



Rys. D.5. Eksperymentalne charakterystyki częstotliwościowe układu wzmacniacza wysokich napięć (PA95) w konfiguracji odwracającej fazę

D.5. Wzmacniacze ładunku

W ostatecznej wersji pracy zdecydowano się na pominięcie wyników eksperymentalnych dla kolokowanej konfiguracji elementów piezoelektrycznych, dlatego część szczegółowych danych pominięto również w niniejszej publikacji, a poniższe informacje pozostawiono jako wskazówki istotne przy budowie wirnika o aktywnej strukturze.

Efekt piezoelektryczny polega na wygenerowaniu ładunku elektrycznego wskutek mechanicznego odkształcenia materiału. Gdy ładunek ten zgromadzi się na elektrodach elementu, pomiędzy nimi powstaje napięcie. Tak powstałe sygnały napięciowe mogą być mierzone przez bezpośrednie ich połączenie do wejść analogowych kart pomiarowych. Takie podejście w przypadku niewielkich częstotliwości (rzędu kilku herców) może znacznie zredukować amplitudę sygnału wyjściowego ze względu na dużą

impedancję czujnika piezoelektrycznego. Pomiar sygnału napięciowego z czujnika charakteryzuje się również innymi problemami, m.in. związanymi z wrażliwością na długość czy ruch przewodów, a także, ze względu na występowanie pierścieni ślizgowych, na zmianę rezystancji połączenia (Karki 2000).

Użycie wzmacniacza ładunku likwiduje wpływ przewodów i poprawia odwzorowanie sygnału dla niskich częstotliwości, co dla wiotkiej struktury wirnika jest bardzo pożądane. Działanie tego układu kondycjonującego polega na generowaniu przez wzmacniacz ładunku przeciwnego do wytworzonego w piezoelemencie, przez co napięcie na elektrodach płytki jest znikome (tj. równe tzw. masie pozornej) i sygnał wyjściowy nie zależy od zmian pojemności przewodów pochodzących np. od ich ruchu.

Wzmacniacze te zbudowano, wykorzystując układy OP27E. Wartości elementów pasywnych tworzących sprzężenie zwrotne w układzie wzmacniacza ładunku dobrano eksperymentalnie na podstawie obserwowanych wartości amplitud i ich zakładanych maksymalnych wartości. Ustalono wartości $R_f = 15 \text{ M}\Omega$ i $C_f = 33 \text{ nF}$ (kondensator poliestrowy).

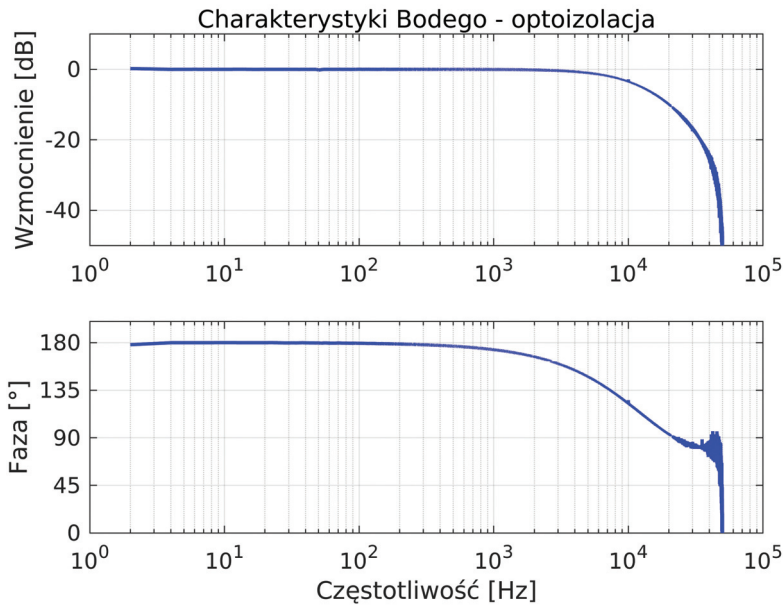
Jako ciekawostkę warto dodać, że na podstawie porównania uzyskanej czułości elementów piezoelektrycznych pracujących jako sensory można wnioskować o jakości połączenia klejonego i diagnozować ewentualne problemy z układem.

D.6. Separacja galwaniczna

Realizowanie wysokich napięć sterujących na stanowisku niesie za sobą ryzyko uszkodzenia wrażliwych układów pomiarowych i kondycjonujących. Przewody sterujące w niektórych punktach znajdują się w niedużej odległości od przewodów pomiarowych, dodatkowo część z nich porusza się wraz z wałem. Istnieje również spore ryzyko uszkodzenia izolacji przewodu podczas montażu czy centrowania układu. Z tych powodów układ kontrolno-pomiarowy został wyposażony w układy optycznej separacji, której zadaniem jest odizolowanie niebezpiecznych napięć (w sytuacji awaryjnej) od modułów pomiarowo-sterujących kontrolera. Pozwala to znacznie ograniczyć obszar szkód związany z ewentualnym przebicciem.

Separację linii cyfrowych, wykorzystywanych do wymiany danych z serwonapędem uzyskano dzięki zastosowaniu układów 4N27, co jednocześnie pozwoliło na usunięcie znaczących zakłóceń pomiarowych pochodzących od sterownika serwonapędu. Sygnały pomiarowe i sterujące mierzone i zadawane na elementach piezoelektrycznych wymagały użycia separacji analogowej. Zdecydowano się na układy HCNR200, za pomocą których na płytkach prototypowych zbudowano układy unipolarnej separacji optycznej (analogowej). Schemat urządzenia pochodzi z dokumentacji technicznej (HCNR200 and HCNR201 – High-Linearity Analog Optocouplers 2014) i wykorzystuje jeden układ scalony na jeden kanał analogowy. Unipolarność układu separacji wy-

maga ustalenia niezerowego punktu pracy (5 V), wokół którego oscylują mierzone i zadawane sygnały. W tym celu układy te, tam gdzie to konieczne, współpracują z układami kondycjonującymi, tj. dodającymi lub odejmującymi stałe napięcie. Finalny zestaw układów był kalibrowany statycznie i dynamicznie, aby zredukować napięcia niewyważenia wokół punktu pracy oraz ograniczyć błędy wzmocnienia (przez ręczne dostrojenie nastaw potencjometrów). Przykładowe charakterystyki częstotliwościowe układu separacji wraz z układem kondycjonującym przedstawiono na rysunku D.6.



Rys. D.6. Eksperymentalne charakterystyki częstotliwościowe układu separacji galwanicznej (analogowej) wraz z układem kondycjonującym

Wykonane układy separacji analogowej umożliwiają przenoszenie sygnałów o maksymalnej amplitudzie ± 5 V, co zadecydowało o doborze wzmocnień wzmacniaczy wysokich napięć (oraz ładunku).

D.7. Kontroler pomiarowo-sterujący

Zadania związane z akwizycją, przetwarzaniem oraz generowaniem sygnałów realizowane były przez kontroler NI PXI-8176 i wchodzące w jego skład moduły wejść/wyjść. Do akwizycji oraz generowania sygnałów stosowane były 16-bitowe przetworniki odpowiednio: analogowo-cyfrowe oraz cyfrowo-analogowe. Przetworniki te są częścią modułu NI PXI-7831R, który oprócz nich zawiera wejścia/wyjścia cyfrowe oraz programowalny układ FPGA.

Stosowany moduł ma osiem przetworników ADC (oraz osiem przetworników DAC), co umożliwi wykonywanie pomiarów jednoczesnych (symultanicznych). Nad synchronizacją kanałów czuwa zegar taktujący układu FPGA o częstotliwości 40 MHz.

Wszystkie wejścia analogowe ustawiono do pracy w trybie różnicowym. Wyjścia analogowe z kolei mogą generować napięcia jedynie względem masy modułu, jednak sygnały te podawane są na układy separacji galwanicznej, dlatego bezpośrednie połączenie masy modułu i stanowiska nie występuje. Takie połączenie elektryczne jest korzystne ze względu na znaczącą redukcję szumów pomiarowych.

Załącznik E:

Opis kodu programu kontrolera

Program pomiarowo-sterujący wykonano w oprogramowaniu LabView w wersji 2012 SP1 (ze względu na specyfikację kontrolera stosowanie nowszej wersji jest niemożliwe). Jest to graficzny język, którego zaletą jest możliwość programowania układów FPGA przy zastosowaniu niemal takiego samego jak dla typowych programów interfejsu oraz zestawu funkcji w postaci bloczków graficznych.

Najważniejsze zadania zaimplementowane w programie przybliżono w poniższych akapitach. Rozdzielenie zadań na różne jednostki (układy) przetwarzające dane umożliwia uzyskanie krótkich czasów przetwarzania, złożonej funkcjonalności i dużej przepustowości danych.

E.1. Zadania układu FPGA

Układy FPGA charakteryzuje możliwość wykonywania szybkich i równoległych (symultanicznych) obliczeń. Cechy te wykorzystano, przydzielając niżej wymienione zadania.

- Wyznaczanie kąta obrotu wału – sygnały cyfrowe pochodzące ze sterownika napędu (emulującego enkoder przyrostowy) próbkowano z częstotliwością 40 MHz. Wyjścia kwadraturowe enkodera (fazy A i B) stosowano do określenia przemieszczenia kąтового z uwzględnieniem kierunku obrotu. Dodatkowo, wyznaczona wartość kąta obrotu jest korygowana co jeden obrót wału, w wyniku użycia fazy Z enkodera (pojedynczego impulsu na jeden obrót wału). Uzyskana w badaniach rozdzielczość enkodera to około 0,176 °/imp. (2048 imp./obr).
- Implementacja algorytmu sterowania – sygnały wejściowe używane przez algorytm sterowania są synchronizowane za pomocą zegara podstawowego układu FPGA. Próbkowanie sygnałów oraz praca algorytmu sterowania odbywa się z częstotliwością 50 kHz. Analogowe sygnały wyjściowe zadawane są z opóźnieniem 20 μs (tj. jeden okres próbkowania później niż pomiar, przy częstotliwości 50 kHz).

Prawo sterowania implementowano w układzie FPGA w postaci dyskretnej, jako ogólne równanie różnicowe czwartego rzędu o strukturze bezpośredniej typu drugiego (ang. *Direct Form II*). Współczynniki równania różnicowego dynamicznie odczytywane są z kontrolera PXI, co zapewnia możliwość ich zmiany w trakcie pracy programu, bez konieczności zatrzymania kontrolera czy wirnika układu. Współczynniki równania różnicowego wyznaczano przed przystąpieniem do badań, poddając dyskretyzacji metodą Tustina transmitancje algorytmów sterowania omówione w rozdziale 5. Z takim podejściem wiąże się problem praktyczny w postaci konieczności dokonania zaokrągleń tych współczynników, ponieważ precyzja obliczeń na układzie FPGA jest ograniczona (ze względu na skończone zasoby sprzętowe tego układu). Wpływ zaokrągleń badano, generując charakterystyki częstotliwościowe algorytmów i stosując przy tym ograniczoną precyzję obliczeń (dokładnie taką jak w FPGA). Pojawiające się odstępstwa od zakładanego przebiegu charakterystyk korygowano, zmieniając nieznacznie wartości współczynników transmitancji przed dyskretyzacją.

Stosowane w eksperymentach algorytmy sterowania posiadały trzeci rząd. Równanie wyższego rzędu zaimplementowano w układzie FPGA ze względu na wstępnie testowany algorytm, który ostatecznie nie trafił do pracy.

W przypadku konfiguracji, w której wszystkie elementy piezoelektryczne pracują jako aktuatory, układ FPGA był odpowiedzialny również za wyznaczanie przemieszczenia względem obrotowego układu odniesienia. Na podstawie znajomości kąta obrotu oraz przemieszczeń w układzie stacjonarnym wyznacza on poszukiwaną wartość przemieszczeń w układzie obrotowym. Dodatkowo układ ten kompensuje składowe stałe zawarte w sygnałach z czujników laserowych (usuwa przesunięcie zera), a wszystkie te operacje wykonuje dla każdego zestawu próbek mierzonych sygnałów przemieszczenia (czyli z częstotliwością 50 kHz).

Dalsze zadania układu FPGA opisano poniżej.

- Sterowanie serwonapędem – trzy wyjścia cyfrowe układu FPGA użyte zostały do zadawania sygnałów cyfrowych, które umożliwiają załączanie/wyłączanie napędu oraz sterowanie prędkością obrotową i kierunkiem obrotów. Sygnały te, podobnie jak wszystkie pozostałe, są separowane optycznie.
- Buforowanie danych do zapisu – w celu umożliwienia zapisu danych pomiarowych układ FPGA zbiera wybrane dane do buforów, które zapewniają szybki dostęp oraz wymianę tych danych z kontrolerem czasu rzeczywistego. Ze względu na ilość przesyłanych danych, częstotliwość próbkowania, która stosowana była przy buforowaniu i zapisie na dysk, wynosiła 10 kHz (częstotliwość pracy układu sterowania pozostała na poziomie 50 kHz). Wymiana buforowanych danych pomiędzy układem FPGA a kontrolerem następowała z wykorzystaniem bezpośredniego dostępu do pamięci DMA (ang. *Direct Memory Acces*).

E.2. Zadania kontrolera czasu rzeczywistego

Kontroler czasu rzeczywistego, mimo że jest wolniejszy od układu FPGA, ma dostęp do większej ilości zasobów sprzętowych oraz pamięci. Odgrywa rolę nadrzędną nad układem FPGA, a jego zadania szczegółowo scharakteryzowano poniżej.

- Wysyłanie danych do układu FPGA – współczynniki równania różnicowego algorytmów sterowania przechowywano w postaci plików na dysku kontrolera. Pierwszym zadaniem kontrolera jest odczytanie tych wartości i wysłanie ich do układu FPGA w celu rozpoczęcia pracy algorytmu sterowania. Program kontrolera umożliwia zmianę tych współczynników bez przerywania pracy, przy czym stan przejściowy w trakcie ich podmiany generuje zwykle gwałtowny przebieg napięć sterujących. W związku z tym zmiany algorytmu sterowania dokonywano przy wyłączonych kanałach wyjściowych (co skutkuje sterowaniem 0 V).
- Oprócz wspomnianych współczynników do układu FPGA wysyłane są również komendy sterujące napędem, ustalające prędkość i kierunek obrotu lub też zadające liniową zmianę tej prędkości.
- Odczyt danych pomiarowych z buforu i zapis do pliku – odczytane z buforu dane przekształcane są do reprezentacji zmiennoprzecinkowej, a następnie wykreślane oraz, na żądanie użytkownika, zapisywane do pliku. Odczyt tych danych zwalnia miejsce w buforze i umożliwia gromadzenie kolejnych danych. Ze względu na ściśle zdeterminowany czas wypełnienia bufora oraz jego ograniczony rozmiar, działanie opróżniające bufor musi być niezawodne, tak aby nie wystąpiło przepełnienie i utrata danych. Działanie takie zapewniono, wykorzystując własności systemu czasu rzeczywistego (jego gwarantowany czas cyklu) oraz odpowiednio definiując odpowiedzialny za wymianę danych fragment programu. Zapis danych do pliku zaprogramowany jest jako osobne zadanie o niższym priorytecie.
- Obsługa interfejsu użytkownika – utworzony interfejs wyświetla dane pomiarowe oraz sygnały sterujące, umożliwia kontrolowanie napędu i zapis wybranych kanałów do pliku, pozwala na wybór algorytmu sterowania oraz jego wzmocnienia. Ze względów bezpieczeństwa zapewniono również możliwość nadrzędnego wyłączenia wyjść sterujących oraz wyłączenia napędu niezależnie od wszystkich innych ustawień interfejsu.

Bibliografia

- Allik H., Hughes T.J.R., 1970. *Finite element method for piezoelectric vibration*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2(2), 151–157. <https://doi.org/10.1002/nme.1620020202>.
- ANSYS 17.2 Help // Mechanical APDL, 2016. SAS IP, INC.
- Bailey T., Hubbard J.E., 1985. *Distributed piezoelectric-polymer active vibration control of a cantilever beam*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 8(5), 605–611. <https://doi.org/10.2514/3.20029>.
- Barrett T.S., Palazzolo A.B., Kascak A.F., 1995. *Active Vibration Control of Rotating Machinery Using Piezoelectric Actuators Incorporating Flexible Casing Effects*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 117(1), 176–187. <https://doi.org/10.1115/1.2812770>.
- Bently D.E., Muszyńska A., 1985. *Rotor internal friction instability*. NASA. Lewis Research Center Instability in Rotating Machinery, N86-30187.
- Bently D.E., Hatch C.T., Grissom B., 2002. *Fundamentals of Rotating Machinery Diagnostics*. ASME Press.
- Bianchi J.P., Balmes E., Vermot des Roches G., Bobillot A., 2010. *Using modal damping for full model transient analysis. Application to pantograph/catenary vibration*.
- Bolotin V.V., 1963. *Nonconservative Problems of the Theory of Elastic Stability*. Pergamon Press, London.
- Bradfield C.D., Roberts J.B., Karunendiran S., 1991. *A Programmable Electromagnetic Bearing for Vibration Control of a Flexible Shaft*. Journal of Vibration and Acoustics, 113(2), 160–166. <https://doi.org/10.1115/1.2930164>.
- Burkardt J., 2014. *hb_to_msm*. https://github.com/johannesgerer/jburkardt-m/tree/master/hb_to_msm [30.09.2019].
- Carmignani C., Forte P., Rustighi E., 2001. *Active control of rotor vibrations by means of piezoelectric actuators*. Proceedings of the 2001 ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference: 18th Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise, 6(2), 757–764.

- Cavalini A.A., Galavotti T.V., Morais T.S., Koroishi E.H., Steffen V., 2011. *Vibration Attenuation in Rotating Machines Using Smart Spring Mechanism*. Mathematical Problems in Engineering, 2011, article ID 340235. <https://doi.org/10.1155/2011/340235>.
- Chandra N.H., Sekhar A.S., 2014. *Damping identification in rotors from run-up beat responses using Hilbert transforms*. Journal of Mechanical Science and Technology, 28, 419–427. <https://doi.org/10.1007/s12206-013-1106-7>.
- Cupiał P., Koziół M., 2013. *The Analysis of a Smart Jeffcott Rotor with Direct Velocity Feedback Control in the Supercritical Range*. Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control, 32(3), 205–215. <https://doi.org/10.1260/0263-0923.32.3.205>.
- Davis T., 2011. *RBio*. <https://github.com/rstebbing/SuiteSparse/tree/master/RBio> [30.09.2019].
- Den Hartog J.P., 1971. *Drgania mechaniczne*. PWN, Warszawa.
- Dohnal F., Markert R., 2011. *Enhancement of External Damping of a Flexible Rotor in Active Magnetic Bearings by Time-Periodic Stiffness Variation*. Journal of System Design and Dynamics, 5(5), 856–865. <https://doi.org/10.1299/jsdd.5.856>.
- El-Shafei A., Hathout J.P., 1995. *Modeling and Control of HSFs for Active Control of Rotor-Bearing Systems*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 117(4), 757–766. <https://doi.org/10.1115/1.2815462>.
- Friswell M.I., Penny J.E.T., Garvey S.D., Lees A.W., 2010. *Dynamics of Rotating Machines*. Cambridge Aerospace Series. Cambridge University Press, Cambridge. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511780509>.
- Genta G., 2005. *Dynamics of Rotating Systems*. Mechanical Engineering Series. Springer-Verlag, New York.
- Genta G., Amati N., 2010. *Hysteretic damping in rotordynamics: An equivalent formulation*. Journal of Sound and Vibration, 329(22), 4772–4784. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2010.04.036>.
- Gosiewski Z., 1985. *Automatic balancing of flexible rotors, Part I: Theoretical background*. Journal of Sound and Vibration, 100(4), 551–567. [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(85\)80006-7](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(85)80006-7).
- Gosiewski Z., 1987. *Automatic balancing of flexible rotors, Part II: Synthesis of system*. Journal of Sound and Vibration, 114(1), 103–119. [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(87\)80237-7](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(87)80237-7).
- Gosiewski Z., 1989. *Aktywne sterowanie drganiami wirników*. Wydawnictwo Uczelniane WSI, Koszalin.
- Gryboś R., 1994. *Dynamika maszyn wirnikowych*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Gunter E.J., 1966. *Dynamic Stability of Rotor-Bearing Systems*. NASA SP-113.

- HCNR200 and HCNR201 – High-Linearity Analog Optocouplers, 2014. Broadcom.
- Horst H.-G., Wölfel H.P., 2004. *Active Vibration Control of a High Speed Rotor Using PZT Patches on the Shaft Surface*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 15(9–10), 721–728. <https://doi.org/10.1177/1045389X04041938>.
- Ishida Y., Yamamoto T., 2012. *Linear and Nonlinear Rotordynamics: A Modern Treatment with Applications*. 2nd Edition. Wiley-VCH, Weinheim.
- Jansen R., Dever T., 2004. *G2 Flywheel Module Design*. 2nd International Energy Conversion Engineering Conference. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Providence, RI. <https://doi.org/10.2514/6.2004-5603>.
- Jeffcott H.H., 1919. *XXVII. The lateral vibration of loaded shafts in the neighbourhood of a whirling speed. The effect of want of balance*. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 37(219), 304–314. <https://doi.org/10.1080/14786440308635889>.
- Kaczorek T., 1999. *Teoria sterowania i systemów*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Karki J., 2000. *Signal Conditioning Piezoelectric Sensors (Application Report No. SLOA033A)*. Texas Instruments, Dallas, TX.
- Kasarda M., Mendoza H., Kirk R.G., Wicks A., 2005. *An Experimental Investigation of the Effect of an Active Magnetic Damper on Reducing Subsynchronous Vibrations in Rotating Machinery* [w:] *ASME Turbo Expo 2005: Power for Land, Sea, and Air*. Conference Proceedings, ASME, Reno, NV, 801–806. <https://doi.org/10.1115/GT2005-68593>.
- Kiciński J., 2005. *Dynamika wirników i łożysk ślizgowych*. Wydawnictwo IMP PAN, Gdańsk.
- Kimball A.L., Jr., 1925. *LXXVI. Internal friction as a cause of shaft whirling*. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 49(292), 724–727. <https://doi.org/10.1080/14786442508634653>.
- Kozanecki Z., 2008. *Systemy wirujące maszyn przepływowych małej i średniej mocy*. Wydawnictwo Instytutu Technologii Eksploatacji, Radom.
- Kozioł M., Cupiał P., 2019. *Experimental Investigation of Rotor Vibration by Using Full Spectra from Shaft Mounted Piezoelectric Patches*. Vibrations in Physical Systems, 30, 2019203.
- Kozioł M., Cupiał P., 2022. *The influence of the active control of internal damping on the stability of a cantilever rotor with a disc*. Mechanics Based Design of Structures and Machines, 50(1), 288–301. <https://doi.org/10.1080/15397734.2020.1717965>.
- Krämer E., 1993. *Dynamics of Rotors and Foundations*. Springer-Verlag, Berlin – Heidelberg.

- Kunze H., Riedel M., Schmidt K., Bianchini E., 2003. *Vibration reduction on automotive shafts using piezoceramics* [w:] Anderson E.H. (Ed.), *Smart Structures and Materials 2003: Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies*. Proceedings of SPIE, vol. 5054, 382–386. <https://doi.org/10.1117/12.483891>.
- Kurnik W., 1987. *Bifurcating self-excited vibrations of a horizontally rotating viscoelastic shaft*. *Ingenieur-Archiv* 57, 467–476. <https://doi.org/10.1007/BF00534548>.
- Kurnik W., 1995. *Self-stabilization of a composite shaft via thermally adaptive plies*. Proceedings of the 1st International Symposium on Thermal Stresses and Related Topics, 541–544.
- Kurnik W., 1997. *Bifurkacje dywergentne i oscylacyjne*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.
- Kushul' M.Y., 1964. *The Self-Induced Oscillations of Rotors* [Автоколебания Роторов]. Consultants Bureau Enterprises, New York.
- Kwon T., Qiu J., Tani J., 2000. *Control of Self-Excited Vibration of a Rotor System with Active Gas Bearing*. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C, 66(643), 724–730. <https://doi.org/10.1299/kikaic.66.724>.
- Lau H.Y., Liu K.P., Wang W., Wong P.L., 2009. *Feasibility of Using GMM Based Actuators in Active Control of Journal Bearing System*. Proceedings of the World Congress on Engineering 2009, Vol. II.
- Lee C.-W., 1993. *Vibration Analysis of Rotors*. Solid Mechanics and Its Applications, 21. <https://doi.org/10.1007/978-94-015-8173-8>.
- Lee C.-W., 2006. *Mechatronics in Rotating Machinery*. Proceedings of 7th IFToMM Conference on Rotor Dynamics. Vienna, Austria.
- Lees A.W., 2011. *Smart machines with flexible rotors*. Mechanical Systems and Signal Processing, 25(1), 373–382. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2010.09.006>.
- Lees A.W., Friswell M.I., 2016. *Active Balancing of Flexible Rotors Using Strain Actuators*. Journal of Vibration Engineering & Technologies, 4(6), 483–489.
- Lees A.W., Jana S., Inman D., Cartmell M.P., 2007. *The Control of Bearing Stiffness Using Shape Memory*. Proceedings the International Symposium on Stability Control of Rotating Machinery, Calgary, Canada.
- Lin R.R., Palazzolo A.B., Kascak A.F., Montague G., 1990. *Use of piezoelectric actuators in active vibration control of rotating machinery* [w:] Hartmann R., Soileau M.J., Varadan V.K. (Eds.), *Electro-Optical Materials for Switches, Coatings, Sensor Optics, and Detectors*. Proceedings of SPIE, vol. 1307, 199–210. <https://doi.org/10.1117/12.21669>.
- Łączkowski R., 1979. *Wyważanie elementów wirujących*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.

- M32 Data Sheet, 2020. Amber Kinetic.
- Mańka M., Uhl T., 2009. *Mechatronic design of fault detection isolation and restoration systems for rotating machineries*. Mechanism and Machine Theory, 44(7), 1436–1449. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2008.11.011>.
- Mao Q., Pietrzko S., 2013. *Control of Noise and Structural Vibration. A MATLAB®-Based Approach*. Springer, London. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-5091-6>.
- Maslen E.H., Schweitzer G. (Eds.), 2009. *Magnetic Bearings. Theory, Design, and Application to Rotating Machinery*. Springer, Berlin – Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-00497-1>.
- Morosi S., Santos I.F., 2011. *Active lubrication applied to radial gas journal bearings. Part I: Modeling*. Tribology International, 44(12), 1949–1958. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2011.08.007>.
- Mukherjee A., Sengupta S., 2011. *Active stabilization of rotors with circulating forces due to spinning dissipation*. Journal of Vibration and Control, 17(10), 1509–1524. <https://doi.org/10.1177/1077546310380728>.
- Muszyńska A., 1979. *Modelowanie wirników* [w:] Radziszewski B. (red.), *Dynamika maszyn: Modelowanie i analiza dynamiczna wirników, Modelowanie układów podlegających zderzeniom*. Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wrocław, 167–296.
- Muszyńska A., 2005. *Rotordynamics*. 1st Edition. CRC Press, Boca Raton.
- Mystkowski A., 2010. *Robust control and modal analysis of flexible rotor magnetic bearings system*. Archives of Control Sciences, 20(2), 151–163. <https://doi.org/10.2478/v10170-010-0010-y>.
- Nikolajsen J.L., Holmes R., Gondhalekar V., 1979. *Investigation of an Electromagnetic Damper for Vibration Control of a Transmission Shaft*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 193(1), 331–336. https://doi.org/10.1243/PIME_PROC_1979_193_035_02.
- Nonami K., DiRusso E., Fleming D.P., 1989. *Active vibration control for flexible rotor by optimal direct-output feedback control*. NASA Technical Memorandum 101972.
- Orłowski Z., 2001. *Diagnostyka w życiu turbin parowych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.
- PA95U Rev. Q Datasheet, 2017. Apex Microtechnology Inc.
- Palazzolo A.B., Lin R.R., Alexander R.M., Kascak A.F., Montague J., 1989. *Piezoelectric Pushers for Active Vibration Control of Rotating Machinery*. Journal of Vibration and Acoustics, 111(3), 298–305. <https://doi.org/10.1115/1.3269856>.
- Preumont A., 2018. *Vibration Control of Active Structures. An Introduction*. 4th Edition. Solid Mechanics and Its Applications, 246. Springer International Publishing, Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-72296-2>.
- Preumont A., Seto K., 2008. *Active control of structures*. John Wiley, Chichester, UK.

- Przybyłowicz P.M., 1999. *Near-critical bifurcating vibration of a rotating shaft with piezoelectric elements*. *Mechanics and Mechanical Engineering*, 3(2), 103–112.
- Przybyłowicz P.M., 2003. *Active Stabilization of a Rotating Shaft Transmitting Static Torque*. *Meccanica*, 38, 763–770.
- Przybyłowicz P.M., 2017. *Near-Critical Behavior of an Elastic Rotating Shaft Stabilized by Electromagnetic Actuators*. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 17(95), 1740013. <https://doi.org/10.1142/S0219455417400132>.
- Sawicki J.T., 2013. *Control Driven Advances in Smart Rotating Machinery*. *Solid State Phenomena*, 198, 457–466. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/SSP.198.457>.
- Shaw J., Shaw S.W., 1989. *Instabilities and bifurcations in a rotating shaft*. *Journal of Sound and Vibration*, 132(2), 227–244. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(89\)90594-4](https://doi.org/10.1016/0022-460X(89)90594-4).
- Shiyu Zhou, Jianjun Shi, 2001. *Active Balancing and Vibration Control of Rotating Machinery: A Survey*. *The Shock and Vibration Digest*, 33, 361–371. <https://doi.org/10.1177/058310240103300501>.
- Simões R.C., Steffen V., Der Hagopian J., Mahfoud J., 2007. *Modal Active Vibration Control of a Rotor Using Piezoelectric Stack Actuators*. *Journal of Vibration and Control*, 13(1), 45–64. <https://doi.org/10.1177/1077546306070227>.
- Sloetjes P.J., De Boer A., 2006. *Piezoceramics-based Devices for Active Balancing of Flexible Shafts* [w:] Sas P., De Munck M. (Eds.), *Proceedings of ISMA 2006: International Conference on Noise and Vibration Engineering*. Katholieke Universiteit Leuven, Leuven, 543–556.
- Sloetjes P.J., De Boer A., 2008. *Vibration Reduction and Power Generation with Piezoceramic Sheets Mounted to a Flexible Shaft*. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 19(1), 25–34. <https://doi.org/10.1177/1045389X06072753>.
- Song O., Librescu L., Jeong N.-H., 2002. *Vibration and Stability Control of Smart Composite Rotating Shaft via Structural Tailoring and Piezoelectric Strain Actuation*. *Journal of Sound and Vibration*, 257(3), 503–525. <https://doi.org/10.1006/jsvi.2002.5050>.
- Southwick D., 1993. *Using Full Spectrum Plots*. *Orbit*, 14(4), 19–21. Bently Nevada Corporation.
- Tang P., Palazzolo A.B., Kascak A.F., Montague G., Li W., 1995. *Combined Piezoelectric-Hydraulic Actuator Based Active Vibration Control for Rotordynamic System*. *Journal of Vibration and Acoustics*, 117(3A), 285–293. <https://doi.org/10.1115/1.2874449>.
- Timoshenko S., 1937. *Vibration Problems in Engineering*, 2nd Edition, D. Van Nostrand Company, New York.
- Tondl A., 1965. *Some Problems of Rotor Dynamics*. Chapman & Hall, London.

- Tůma J., Ťimek J., Ťkuta J., Los J., 2013. *Active vibrations control of journal bearings with the use of piezoactuators*. Mechanical Systems and Signal Processing, 36(2), 618–629. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2012.11.010>.
- Tylikowski A., 1993. *Stabilization of beam parametric vibrations*. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 31(3), 657–670.
- Vervisch B., Derammelaere S., Stockman K., De Baets P., Loccufer M., 2016. *On the experimental prediction of the stability threshold speed caused by rotating damping*. Journal of Sound and Vibration, 375, 63–75. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2016.04.014>.
- Zhu C., Robb D.A., Ewins D.J., 2001. *Effectiveness of a disk-type magnetorheologic fluid damper for rotor system vibration control* [w:] Inman D.J. (Ed.), *Smart Structures and Materials 2001: Damping and Isolation*. Proceedings of SPIE, 4331, 379–385. <https://doi.org/10.1117/12.432720>.

