

Rozprawy
Monografie **286**

286 DISSERTATIONS
MONOGRAPHS

JERZY CIEŚLIK

Plasticity
and damage of selected rocks
in uniaxial and triaxial compression tests



ROZPRAWY
MONOGRAFIE **286**

JERZY CIEŚLIK

Plastyczność
i uszkodzenie wybranych skał w testach
jednoosiowego i trójosiowego ściskania



WYDAWNICTWA AGH

KRAKÓW 2013

Wydawnictwa Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie

Redaktor Naczelny Wydawnictw AGH

Jan Sas

Komitet Naukowy Wydawnictw AGH:

Zbigniew Kąkol (przewodniczący)

Marek Cała

Borys Mikułowski

Tadeusz Sawik

Mariusz Ziółko

Recenzenci: *prof. dr hab. inż. Antoni Tajduś*

dr hab. Mirosława Bukowska, prof. nadzw. GIG

Miejsce pracy autora:

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza

**Druk monografii wykonano z materiałów
i składu dostarczonych przez autora**

© Wydawnictwa AGH, Kraków 2013

ISSN 0867-6631

ISBN 978-83-7464-619-2

Wydawnictwa AGH

al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

tel. 12 617 32 28, tel./faks 12 636 40 38

e-mail: redakcja@wydawnictwoagh.pl

www.wydawnictwo.agh.edu.pl

Spis treści

Streszczenie	8
Summary	9
Spis ważniejszych oznaczeń	10
1. Wstęp.....	12
2. Założenia teoretyczne i realizacja procesu obciążania próbek skalnych	15
2.1. Wstęp	15
2.2. Geometryczna interpretacja stanu naprężenia w punkcie	18
2.3. Ścieżki obciążania realizowane w badaniach laboratoryjnych	22
3. Warunki techniczne doświadczeń na próbkach skał	27
4. Charakterystyka materiału badawczego	29
4.1. Cechy fizyczne piaskowca Wustenzeller	29
4.2. Cechy fizyczne dolomitu z LGOM	31
5. Identyfikacja cech zachowania się skał w warunkach jednoosiowego i trójosiowego ściskania	34
5.1. Wprowadzenie	34
5.2. Odształceniowe i wytrzymałościowe właściwości badanych skał w warunkach jednoosiowego i trójosiowego obciążenia	35
5.2.1. Właściwości odształceniowe i wytrzymałościowe piaskowca	35
5.2.1.1. Podstawowe cechy zachowania się próbek piaskowca	37
5.2.1.2. Wytrzymałość na ściskanie oraz charakter zniszczenia	39
5.2.2. Właściwości odształceniowe i wytrzymałościowe dolomitu z LGOM	40
5.2.2.1. Podstawowe cechy zachowania się próbek dolomitu	41
5.2.2.2. Wytrzymałość na ściskanie oraz charakter zniszczenia	43
5.3. Przyczyny nieliniowego zachowania się badanych skał w warunkach jednoosiowych i trójosiowych obciążeń	44

5.4. Zmiany osiowej sztywności próbek piaskowca i dolomitu jako miara rozwoju spękań.....	48
5.5. Wytrzymałość rezydualna (tzw. pokrytyczna).....	50
5.6. Analiza zmian energetycznych związanych z rozwojem spękań i trwałych odkształceń w próbkach skalnych.....	52
5.6.1. Założenia teoretyczne dotyczące zmian energetycznych w próbkach skalnych pod wpływem mechanicznych obciążeń	52
5.6.2. Zmiany energetyczne towarzyszące obciążeniom jednoosiowym i trójosiowym piaskowca Wustenzeller	58
5.6.3. Zmiany energetyczne towarzyszące obciążeniom jednoosiowym i trójosiowym dolomitu z LGOM	62
5.6.4. Uwagi i wnioski dotyczące analiz energetycznych	63
5.7. Istotne cechy zachowania się skał z uwagi na dobór modelu fizycznego	64
6. Sprężysto-plastyczny model skał	66
6.1. Fizyczne podstawy sprężysto-plastycznych modeli skał	66
6.1.1. Fizyczne podstawy modeli sprężysto-plastycznych	66
6.1.2. Fizyczne podstawy quasi-plastycznego zachowania się skał	68
6.2. Równania konstytutywne sprężysto-plastycznych modeli fizycznych skał	73
6.2.1. Ogólne sformułowanie związków fizycznych dla materiałów sprężysto-plastycznych.....	73
6.2.1.1. Warunek plastyczności	74
6.2.1.2. Prawo płynięcia.....	75
6.2.1.3. Prawo wzmocnienia/osłabienia.....	76
6.2.1.4. Macierz konstytutywna materiału sprężysto-plastycznego.....	78
6.2.2. Procedury numeryczne plastyczności	79
6.2.3. Sprężysto-plastyczny model konstytutywny Druckera-Pragera.....	82
6.2.3.1. Warunek plastyczności	82
6.2.3.2. Prawo płynięcia.....	83
6.2.3.3. Prawo wzmocnienia/osłabienia plastycznego	84
6.3. Stałe materiałowe sprężysto-plastycznego modelu fizycznego badanych skał.....	85
6.3.1. Parametry sprężysto-plastycznego modelu wyznaczone dla piaskowca Wustenzeller	86
6.3.1.1. Parametry warunku plastyczności.....	86
6.3.1.2. Prawo plastycznego płynięcia.....	87
6.3.1.3. Funkcja wzmocnienia/osłabienia dla piaskowca.....	89
6.3.2. Parametry sprężysto-plastycznego modelu wyznaczone dla dolomitu z LGOM	90
6.3.2.1. Parametry warunku plastyczności.....	91
6.3.2.2. Prawo płynięcia plastycznego	92
6.3.2.3. Funkcja wzmocnienia/osłabienia dla dolomitu	93
6.3.3. Wnioski dotyczące oznaczania parametrów modelu sprężysto-plastycznego	95
6.4. Weryfikacja modelu sprężysto-plastycznego na podstawie wyników badań laboratoryjnych.....	95
7. Sprężysto-plastyczny model skał z uszkodzeniem	101
7.1. Podstawy fizyczne uszkodzenia skał	101

7.2. Sposoby opisu uszkodzenia	105
7.2.1. Modele mikromechaniczne	105
7.2.2. Fenomenologiczne modele kontynuualnej mechaniki uszkodzeń (CDM).....	105
7.2.3. Termodynamiczne modele mechaniczne uszkodzenia.....	106
7.3. Założenia sprężysto-plastycznego modelu z uszkodzeniem na bazie kontynuualnej mechaniki uszkodzeń	107
7.3.1. Ogólne założenia i koncepcja modelu.....	107
7.3.2. Zmienna uszkodzenia.....	110
7.3.2.1. Skalarna zmienna uszkodzenia	110
7.3.2.2. Tensorowy opis uszkodzenia	123
7.3.3. Kryterium inicjacji uszkodzenia.....	126
7.3.4. Opis ewolucji uszkodzenia.....	127
7.3.5. Kryterium zniszczenia na skutek uszkodzenia	128
7.3.6. Podsumowanie i wnioski.....	129
7.4. Identyfikacja parametrów modelu sprężysto-plastycznego z uszkodzeniem dla analizowanych skał	129
7.4.1. Parametry modelu uzyskane dla piaskowca Wustenzeller	130
7.4.1.1. Skalarna zmienna uszkodzenia	130
7.4.1.2. Ewolucja uszkodzenia.....	131
7.4.2. Parametry modelu uzyskane dla dolomitu z LGOM	132
7.4.2.1. Skalarna zmienna uszkodzenia	132
7.4.2.2. Ewolucja uszkodzenia.....	133
7.5. Weryfikacja sprężysto-plastycznego modelu z uszkodzeniem na podstawie wyników badań laboratoryjnych próbek skał	134
8. Podsumowanie i wnioski.....	138
Literatura.....	141

JERZY CIEŚLIK

Plastyczność i uszkodzenie wybranych skał w testach jednoosiowego i trójosiowego ściskania

Streszczenie

Praca dotyczy mechaniki skał, a w szczególności badań mechanicznych na próbkach skalnych, interpretacji wyników tych badań, określenia założeń modeli mechanicznych opisujących zachowanie się skał oraz ostatecznie weryfikacji przyjętych założeń. Podstawą wszystkich analiz przedstawionych w pracy są wyniki testów mechanicznych przeprowadzonych w warunkach jednoosiowego i konwencjonalnego trójosiowego ściskania. Obserwacje zjawisk fizycznych towarzyszących procesowi niszczenia próbek skalnych, oraz ich interpretacja, stanowiły podstawę przyjęcia założeń dotyczących modeli mechanicznych zachowania się skał, dzięki czemu modele te mają silne podłoże fizyczne. Obliczenia przeprowadzone za pomocą metody elementów skończonych pozwoliły zweryfikować przyjęte w modelach fizycznych założenia.

Badania mechaniczne przeprowadzono na próbkach dwóch rodzajów skał: piaskowca Wustenzeller oraz dolomitu z LGOM. Wyniki tych badań przedstawiane w postaci charakterystyk naprężenie-odkształcenie są nie tylko podstawą wyznaczania podstawowych cech makroskopowego zachowania się skał, takich jak granica wytrzymałości na ściskanie, moduł Younga, liczba Poissona, czy wytrzymałość rezydualna, ale również wyznaczenia pewnych cech wynikających z mikrostruktury skał i zjawisk przebiegających w skali mikroskopowej. Do takich cech można zaliczyć progi odpowiadające granicom dylatacji względnej i bezwzględnej, czy zmiany osiowej sztywności próbek skalnych w całym procesie obciążania oraz trwałe odkształcenia próbek. Efekty procesów przebiegających w skali mikroskopowej, obserwowane na charakterystykach próbek, stały się podstawą identyfikacji cech dotyczących uszkodzenia oraz zjawisk będących źródłem plastycznego zachowania się skał. W pracy przyjęto, iż to właśnie te zjawiska są dominujące w procesie dyssypacji energii sprężystej towarzyszącej zniszczeniu próbek skalnych i na tej podstawie zaproponowano metodykę śledzenia takich zmian.

Istotną część pracy stanowią założenia i definicja modeli fizycznych: sprężysto-plastycznego oraz sprężysto-plastycznego z uszkodzeniem. Obserwacje i analizy wyników doświadczeń laboratoryjnych stały się podstawą założeń modeli konstytutywnych opisujących zachowanie się badanych skał, wyznaczenia parametrów tych modeli, a następnie ich weryfikacji. Metoda elementów skończonych oraz zbudowane na jej podstawie modele numeryczne pozwoliły zweryfikować w jakich warunkach obciążeń przyjęte modele fizyczne poprawnie opisują zachowanie się badanych próbek skalnych, a w jakich występują różnice pomiędzy wynikami badań laboratoryjnych i obliczeń.

JERZY CIEŚLIK

Plasticity and damage of selected rocks in uniaxial and triaxial compression tests

Summary

The work is concerning the rock mechanics, specifically the mechanical tests on rock samples and their interpretation, the assumptions of constitutive relations which describe the rock behavior and finally the verification of their principles.

Analyses made in the work are based on the results of laboratory tests under the uniaxial and conventional triaxial compression conditions. Constitutive models used for the analysis have a strong physical background caused by their assumptions. These assumptions were formulated on the ground of the rocks samples failure phenomenon observations and their interpretation. Simulations performed with the finite element method numerical models were a verification of constitutive models assumptions.

Mechanical tests were performed on two kinds of rock samples: Wustenzeller sandstone and LGOM dolomite. Results of rock investigations showed in the form of samples characteristics were used for determination of rock samples primary properties of Young modulus, Poisson ratio, peak strength and residual strength. Thresholds of relative and absolute dilatancy and sample axial stiffness changes (the effects of micro-structural level phenomenon due to loading in pre and post failure regime) were also determined. The identification of Damage and plasticity features were identified by the analysis of micro-mechanical processes effects observed on the sample characteristics in the form of stiffness reduction and absolute strain. It was accepted that these processes decide on the samples failure and the form of elastic strain energy dissipation. Method to track those different dissipative processes was proposed.

The important part of the work was the formulation of the physical models, in the form of elastic-plastic and damage elastic-plastic models. It was achieved on the basis of laboratory observations and results of their analysis. The finite element method simulations of rock samples indicated loading conditions in witch proposed models agree with results of laboratory investigations and conditions where differences were observed.

Spis ważniejszych oznaczeń

\bar{F}	–	wektor siły
A	–	pole "myślowego" przekroju bryły
T_σ	–	tensor naprężenia Cauchy'ego
T_ε	–	tensor odkształcenia
\bar{t}_n	–	wektor naprężenia
$\bar{e}_i \otimes \bar{e}_j$	–	iloczyn diadyczny wersorów bazy układu współrzędnych
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	–	odkształcenia względne, główne
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	–	naprężenia główne
s_1, s_2, s_3	–	wartości główne dewiatora naprężenia
$I_{1\sigma}$	–	pierwszy niezmiennik tensora naprężenia
$J_{2\sigma}$	–	drugi niezmiennik dewiatora tensora naprężenia
p, σ_{oct}	–	normalne naprężenie oktaedryczne
τ_{oct}	–	styczne naprężenie oktaedryczne
q, σ_e	–	intensywność naprężenia
$I_{1\varepsilon}$	–	pierwszy niezmiennik tensora odkształcenia
$J_{2\varepsilon}$	–	drugi niezmiennik dewiatora tensora odkształcenia
γ_{oct}	–	postaciowe odkształcenie oktaedryczne
$\varepsilon_q, \varepsilon_e$	–	intensywność odkształcenia
p_{ok}	–	ciśnienie okólne
E	–	moduł Younga
ν	–	liczba Poissona
E_s	–	moduł sprężystości podłużnej wyznaczany lokalnie
K	–	moduł sprężystości objętościowej
K_s	–	moduł sprężystości objętościowej wyznaczany lokalnie
ε_{cr}	–	krytyczne osiowe odkształcenie próbki
ε_{res}	–	odkształcenie osiowe odpowiadające wytrzymałości rezydualnej
ε_v	–	odkształcenie objętościowe próbki
ε_v^p	–	plastyczna część odkształcenia objętościowego próbki
ε_q^p	–	plastyczna część intensywności odkształcenia
σ_c	–	granica wytrzymałości na ściskanie
σ_{res}	–	wytrzymałość rezydualna
U_{sp}	–	energia dyssypowana na mikropęknięcie
U_{pl}	–	energia dyssypowana na zjawiska plastyczne

- U_{el} – energia sprężysta
- D_E, D_K – skalarna zmienna uszkodzenia zdefiniowana przez E_s i K_s
- ψ – kąt dylatacji

1. Wstęp

Badania mechaniczne skał prowadzone w warunkach laboratoryjnych, czy też in situ, można podzielić zasadniczo na trzy grupy: badania o charakterze poznawczym, identyfikacyjnym oraz weryfikacyjnym. W pierwszym przypadku istotą badań jest poznawanie, bądź śledzenie zjawisk towarzyszących mechanicznym obciążeniom skał. Badania takie prowadzone intensywnie na przełomie lat 60., 70. i 80. XX wieku pozwoliły poznać zachowanie się skał w warunkach jednoosiowego i trójosiowego obciążenia. Rozwój technik pomiarowych i sprzętu badawczego (czujników tensometrycznych oraz mechanizmów serwo sterowanych maszyn wytrzymałościowych, coraz większej sztywności układów maszyn) pozwolił na precyzyjne śledzenie zjawisk towarzyszących wstępnym obciążeniom i odpowiadającym im deformacjom do uzyskania granicznych wartości obciążenia, jak również ich analizę w fazie pokrytycznej obciążenia.

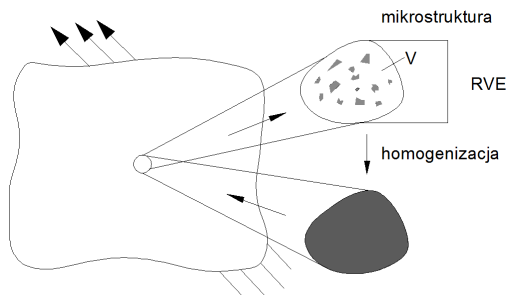
Drugą grupą badań są badania prowadzone w celu identyfikacji cech mechanicznych skał, lub określenia parametrów założonych wstępnie modeli. Wyniki takich badań potwierdzają lub wykluczają założone na wstępie zasady zachowania się ośrodka. Pozwalają również na wyznaczenie stałych materiałowych modeli, według których opisane jest zachowanie się danego ośrodka skalnego. Ze względu na trudności techniczne przeprowadzanych doświadczeń oraz precyzję pomiaru poszczególnych wielkości przeważają badania laboratoryjne na próbkach skalnych. Niemniej badania in situ są również szeroko reprezentowane. Ze względu na naturę ośrodka skalnego i istotne różnice pomiędzy próbką skalną a masywem skalnym te drugie mają szczególną wartość. Opisują one bowiem zachowanie się masywu, którego elementem jest wycięta z niego próbka skalna.

Ostatnią grupą są badania prowadzone w celach weryfikacji rozwiązań zagadnień początkowo - brzegowych, zarówno analitycznych jak i numerycznych. Rozwiązania takie, prowadzone przy wielu założeniach upraszczających, zarówno co do budowy ośrodka, fizycznego zachowania, współpracy poszczególnych elementów konstrukcji, nakładania się pól oddziaływań (np. mechanicznego i termicznego) muszą być weryfikowane badaniami eksperymentalnymi potwierdzającymi słuszność przyjętych założeń oraz poprawność modeli obliczeniowych. Badania takie prowadzone są najczęściej na rzeczywistych obiektach i konstrukcjach (tunele, zapory, powierzchnia terenu nad wyrobiskami podziemnymi).

W prezentowanej pracy skoncentrowano się na pierwszym i drugim rodzaju badań mechanicznych przeprowadzonych w laboratorium. Zasadniczym celem pracy była identyfikacja charakterystycznych cech zachowania się skał, zdefiniowanie założeń modeli konstytutywnych, które poprawnie opisują obserwowane cechy, wyznaczenie parametrów

tych modeli oraz weryfikacja poprawności przyjętych założeń. Cel ten zrealizowano dzięki mechanicznym badaniom laboratoryjnym wykonanym na próbkach dwóch rodzajów skał: piaskowca Wustenzeller oraz dolomitu z LGOM. Wyniki tych badań stały się podstawą wyznaczenia zarówno cech makroskopowego zachowania się skał, takich jak: wytrzymałość na ściskanie, moduł Younga, liczba Poissona, czy wytrzymałość rezydualna, ale również cech wynikających ze zjawisk przebiegających w skali mikro. Do takich cech można zaliczyć próg dylatacji względnej i bezwzględnej, czy zmiany osiowej sztywności próbek skalnych w całym procesie obciążania. Charakterystyka procesów przebiegających w skali mikroskopowej była podstawą identyfikacji cech dotyczących uszkodzenia próbek oraz zjawisk będących źródłem plastycznego zachowania się skał. Na podstawie obserwacji i analiz wyników doświadczeń laboratoryjnych przyjęto założenia modeli konstytutywnych opisujących zachowanie się badanych skał oraz wyznaczono parametry tych modeli. Do opisu cech plastycznych skał przyjęto sprężysto-plastyczny model fizyczny z liniowym warunkiem plastyczności Druckera-Pragera, niestowarzyszonym prawem płynięcia i wzmocnieniem/osłabieniem. Opis uszkodzenia zdefiniowany był przez skalarną zmienną uszkodzenia. Metoda elementów skończonych oraz zbudowane na jej podstawie modele numeryczne pozwoliły zweryfikować przyjęte założenia.

Skały są specyficznym materiałem konstrukcyjnym, którego właściwości, podobnie jak w przypadku innych materiałów kruchych, zależą od wielkości badanej próbki i skały, w której badania są prowadzone. Cecha ta wynika bezpośrednio z istnienia mikrostruktury skał i ich niejednorodności. Pod wpływem obciążenia, niejednorodność strukturalna obserwowana na poziomie mikroskopowym wywołuje niejednorodność odkształcenia ośrodka w skali makroskopowej. Przyczyną takich zjawisk mogą być nieciągłości różnego rodzaju, tzn. mikrospękania, pory, szczeliny, ziarna, kryształy budujące skałę albo niejednorodność skały. Najmniejszą objętość materiału V , w której uzyskuje się jednorodność odkształceń pod wpływem przyłożonego jednorodnego obciążenia, traktuje się jako reprezentatywną dla danego ośrodka (tzw. RVE representative volume element rys.1.1).



Rys. 1.1. Interpretacja graficzna elementu reprezentatywnego RVE (za Gross i Seeling 2006)

W takiej objętości lokalne niejednorodności odkształceń, wynikające ze zmian struktury, nieciągłości i niejednorodności materiałowej są uśrednione po tej objętości. Reprezentatywną objętość w mechanice ośrodków ciągłych traktuje się jako punkt materialny, a działająca na niego gęstość sił wewnętrznych i stan jego odkształcenia jest charakteryzowany odpowiednio przez tensor naprężenia i odkształcenia (Życzkowski 1981, Ganczarski i Skrzypek 2009). W badaniach laboratoryjnych na próbkach skalnych zakłada

się, iż pod wpływem działania zewnętrznego obciążenia panuje w nich jednorodny stan naprężenia i odkształcenia, choć w rzeczywistych warunkach jest to trudne do uzyskania. Dzięki takiemu założeniu próbkę, makroskopowo jednorodną, można traktować jako RVE, a tym samym jako punkt materialny. Założenie o jednorodności odkształcenia obowiązuje jednak do chwili uzyskania przez próbkę skalną granicy wytrzymałości, czyli w zakresie przedkrytycznym i w punkcie krytycznym obciążenia. W momencie osiągnięcia granicy wytrzymałości próbki, jej zniszczenie powoduje, że odkształcenia nie są już jednorodne, a założenie o RVE od tego momentu nie jest spełnione. Wyniki uzyskane po przekroczeniu tej granicy nie są już cechą materiałową ośrodka (punktu materialnego), ale są cechą elementu konstrukcyjnego, o ściśle określonych wymiarach i zależną od tych wymiarów. Zjawisko to tłumaczy się jako efekt dyssypacji coraz to większej wartości energii sprężystej odkształcenia nagromadzonej w próbce, rosnącej z jej rozmiarem, w pewnej strefie zniszczonego materiału o określonych rozmiarach. Wielkość tej strefy zależna od niejednorodności skały, jest jej cechą opisywaną w postaci tzw. charakterystycznej długości (ang. length scale).

W pracy tej zarówno interpretacja wyników badań, jak i wartości parametrów modeli fizycznych zostały wyznaczone na poziomie punktu materialnego. Przy takim podejściu próbki skalne oraz uzyskane dla nich wyniki traktowane będą jak punkt materialny, co będzie podstawą wyznaczenia wszystkich parametrów modeli konstytutywnych, poza charakterystyczną długością.

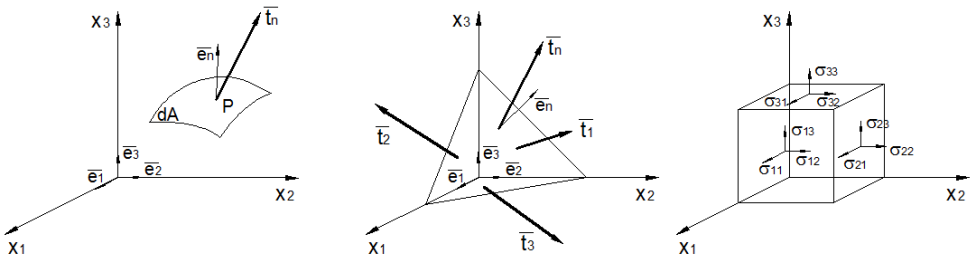
Pierwsze rozdziały pracy zostały poświęcone prezentacji warunków doświadczeń i wyników testów mechanicznych przeprowadzonych na próbkach badanych skał. W rozdziale drugim przedstawiono podstawowe założenia teoretyczne związane z realizacją i interpretacją procesu obciążania w warunkach jednoosiowego i konwencjonalnego trójosiowego ściskania. Rozdziały trzeci i czwarty zawierają charakterystykę skał przeznaczonych do badań i opis warunków technicznych badań doświadczalnych na próbkach, realizowanych w laboratorium, w maszynie wytrzymałościowej. W czwartym rozdziale zaprezentowano wyniki testów mechanicznych skał, przeprowadzonych w warunkach jednoosiowego i konwencjonalnego trójosiowego ściskania. W badaniach tych szczególną uwagę poświęcono możliwości śledzenia dwóch rodzajów zjawisk towarzyszących mechanicznym obciążeniom próbek skalnych, tzn.: rozwojowi mikrospektań identyfikowanych jako uszkodzenie próbek oraz tarcia na pierwotnych i indukowanych mikrospekaniach oraz na makropęknięciu identyfikowanego jako plastyczna dyssypacja energii. Zjawiska te przebiegające w skali mikro mogą być śledzone makroskopowo na podstawie zmiany sztywności próbek skalnych oraz w postaci trwałych odkształceń. Rozdział piąty jest poświęcony założeniom sprężysto-plastycznego modelu fizycznego dla badanych skał oraz wyznaczeniu jego parametrów. Model ten został zweryfikowany na podstawie wyników testów mechanicznych. W szóstym rozdziale, do opisu badanych skał wykorzystano model sprężysto-plastyczny z uszkodzeniem. Dla tego modelu również najpierw wyznaczono jego parametry, a następnie przeprowadzono weryfikację. W ostatnim, ósmym rozdziale zamieszczono podsumowanie dotychczasowych rozważań oraz wnioski. Praca kończy się wykazem literatury.

2. Założenia teoretyczne i realizacja procesu obciążania próbek skalnych

2.1. Wstęp

Badania mechaniczne skał prowadzone w warunkach laboratoryjnych, sprowadzają się do realizacji zewnętrznego obciążenia na brzegach próbek i pomiarze efektów tego obciążenia w postaci odpowiednich przemieszczeń. Zewnętrzne obciążenia powodują wytworzenie się w próbce określonego stanu naprężenia, zaś pomierzone przemieszczenia pozwalają na wyznaczenie odkształceń próbek. Stan naprężenia można określić przy założeniu, iż próbkę będziemy traktować jako nieskończenie mały element ciała, tzw. punkt materialny oraz przy założeniu równomiernie rozłożonego, jednorodnego obciążenia w całym procesie obciążania. Stan naprężenia w punkcie P można wtedy wyznaczyć na podstawie definicji jako stosunek wektora siły $d\bar{F}$ do pola powierzchni elementu dA , na który działa, przy przejściu z wielkością tej powierzchni do zera (rys. 2.1)

$$\bar{t}_n = \lim_{dA \rightarrow 0} \frac{d\bar{F}}{dA} \quad (2.1)$$



Rys. 2.1. Wektor naprężenia oraz składowe macierzy naprężenia.

Stan naprężenia w punkcie jednoznacznie zdefiniowany jest przez trzy wektory: \bar{t}_1 , \bar{t}_2 i \bar{t}_3 odpowiadające trzem wzajemnie prostopadłym płaszczyznom o normalnych zewnętrznych pokrywających się z kierunkami wektorów \bar{e}_1 , \bar{e}_2 , \bar{e}_3 kartezjańskiego układu współrzędnych. Ze względu na warunki równowagi zachodzi zależność (Paluch 2006, 2008):

$$\bar{t}_n = \bar{t}_1 n_1 + \bar{t}_2 n_2 + \bar{t}_3 n_3 \quad (2.2)$$

bądź też w konwencji sumacyjnej:

$$\bar{t}_n = \bar{t}_i n_i \quad (2.3)$$

gdzie:

$$n_i = \cos(\bar{e}_n, \bar{e}_i), \text{ dla } i=1, 2, 3$$

Rzutuując wektory \bar{t}_1 , \bar{t}_2 i \bar{t}_3 na osie układu współrzędnych otrzymujemy dziewięć składowych, które definiują stan naprężenia w punkcie, tzn. macierz naprężenia.

$$\bar{t}_i = \sigma_{ji} \bar{e}_j = \sigma_{1i} \bar{e}_1 + \sigma_{2i} \bar{e}_2 + \sigma_{3i} \bar{e}_3 \quad (2.4)$$

Przykładowo na kierunku X_1 możemy zapisać:

$$\bar{t}_1 = \sigma_{11} \bar{e}_1 + \sigma_{21} \bar{e}_2 + \sigma_{31} \bar{e}_3 \quad (2.5)$$

Reasumując można zapisać:

$$\bar{t}_n = (\sigma_{ji} n_i) \bar{e}_j \text{ lub } \bar{t}_n = T_\sigma \bar{e}_n \quad (2.6)$$

Można też wykazać, iż macierz naprężenia jest symetrycznym tensorem II rzędu (np. Paluch 2006, 2008), dzięki temu w dalszej części pracy będzie wykorzystywane już pojęcie tensora naprężenia T_σ .

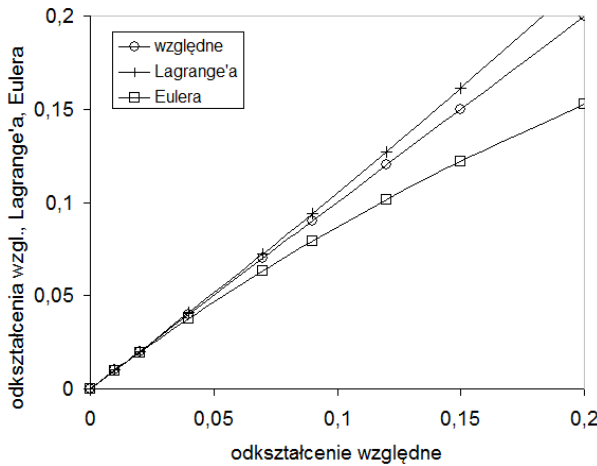
$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} (\bar{e}_i \otimes \bar{e}_j) = \sigma_{ij} (\bar{e}_i \otimes \bar{e}_j) \quad (2.7)$$

dla: $i, j=1, 2, 3$

Jednorodnym obciążeniom będą towarzyszyć również jednorodne odkształcenia próbek, które podobnie jak stan naprężenia zdefiniowane są przez tensor odkształcenia.

$$T_{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} (\bar{e}_i \otimes \bar{e}_j) = \varepsilon_{ij} (\bar{e}_i \otimes \bar{e}_j) \quad (2.8)$$

W nieliniowych związkach teorii sprężystości stosuje się różne definicje tensorów naprężenia i odkształcenia. Ze względu na konfigurację odniesienia, aktualną - zdeformowaną w opisie przestrzennym oraz początkową - niezdeformowaną w opisie materialnym, można wyszczególnić tensory naprężenia Cauchy'ego oraz Pioli-Kirchhoffa (wyrażonego przez naprężenie nominalne), a także odpowiadające im tensory odkształcenia Eulera (Almansi'ego) oraz Lagrange'a (Greena) (Paluch 2006). Przy małych przemieszczeniach i odkształceniach oba opisy się pokrywają, przy dużych odnotowuje się istotne różnice. Opiswane różnice ilustruje rysunek 2.2, gdzie porównano różne miary odkształcenia wyznaczone dla pręta poddanego jednoosiowemu rozciąganiu.



$$\varepsilon_{wzgl.} = \frac{l - l_0}{l_0} \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_{Lagrange'a} = \frac{1}{2} \left(\frac{l^2 - l_0^2}{l_0^2} \right) \quad (2.10)$$

$$\varepsilon_{Eulera} = \frac{1}{2} \left(\frac{l^2 - l_0^2}{l^2} \right) \quad (2.11)$$

Rys. 2.2. Różnice w opisie odkształceń osiowych pręta poddanego jednoosiowemu rozciąganiu; l_0 - długość początkowa pręta, l - długość końcowa pręta.

W porównaniu do odkształcenia względnego, odkształcenie Eulera przyjmuje mniejsze wartości, co jest spowodowane tym, iż przyrost długości odniesiony jest w tym przypadku do konfiguracji zdeformowanej. Przy odkształceniach mniejszych od 7,5% różnice wartości odkształceń są niewielkie, a tym samym poszczególne opisy pokrywają się. Badania laboratoryjne próbek skalnych prowadzi się zwykle w zakresie odkształceń nie przekraczających 7,5% (poza badaniami reologicznymi próbek soli), tzn. praktycznie wszystkie zjawiska obserwowane w trakcie tych badań (np. graniczna wytrzymałość, czy tzw. wytrzymałość rezydualna próbek skalnych) uaktywniają się w zakresie odkształceń znacznie mniejszych niż wspomniane 7,5%.

W związku z powyższym przy interpretacji wyników badań laboratoryjnych w dalszej części pracy posłużono się teorią małych odkształceń i związanymi z nią tensorami naprężeń nominalnych (siła w konfiguracji nieodkształconej odniesiona do powierzchni nieodkształconej).

W kolejnym 3 rozdziale omówio warunki obciążenia realizowane w prezentowanych badaniach laboratoryjnych, jednak w tym miejscu należy wspomnieć, iż warunki te pozwalają założyć, że na powierzchnię próbki działa wyłącznie naprężenie normalne (od tłoka lub cieczy otaczającej). Pozwala to przyjąć, iż stan naprężenia w próbce, a tym samym tensor naprężenia, może być reprezentowany przez naprężenia główne, a tensor odkształcenia przez odkształcenia główne, których kierunki pokrywają się z kierunkami obciążenia. Tensory te mają wtedy następującą postać:

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} (\bar{e}_i \otimes \bar{e}_j) \quad (2.12)$$

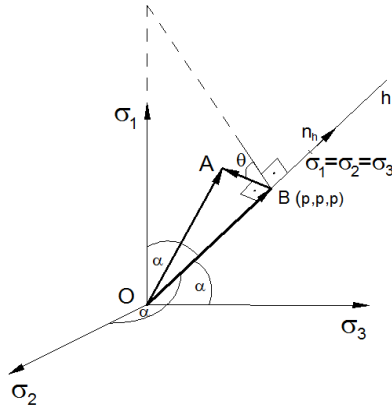
$$T_{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix} (\bar{e}_i \otimes \bar{e}_j) \quad (2.13)$$

Sposób wyznaczenia naprężeń głównych oraz niezmienników tensora naprężenia i odkształcenia zostaną w tym miejscu pominięte. Są one szeroko omówione w pracach Krzysia i Życzkowskiego (1962), Stanisławskiego (1977), Życzkowskiego (1981), Skrzypka (1986) i Palucha (2006, 2009). Niektóre z niezmienników szczególnie przydatne w analizie związków fizycznych teorii plastyczności zostaną wyznaczone na podstawie geometrycznej interpretacji stanu naprężenia w punkcie.

2.2. Geometryczna interpretacja stanu naprężenia w punkcie

Jeżeli stan naprężenia w punkcie wyrażony jest przez naprężenia główne, to w kartezjańskim ortogonalnym układzie współrzędnych określającym przestrzeń naprężeń głównych stan ten można zinterpretować geometrycznie w postaci wektora naprężenia \overline{OA} , o początku w punkcie $O(0, 0, 0)$ i końcu w punkcie $A(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$, (rys. 2.3) (Stanisławski 1977, Chen i Mizuno 1990).

W przestrzeni naprężeń głównych prosta h przedstawia oś hydrostatyczną, tzn. zbiór takich stanów naprężenia, w których naprężenia $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ są sobie równe ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$). Oś hydrostatyczna jest nachylona pod takim samym kątem α do osi układu, a jej kierunek wyznacza wektor jednostkowy \bar{n}_h .



Rys. 2.3. Rozkład wektora naprężenia na aksjator i dewiator

Współrzędne tego wektora wynoszą odpowiednio:

$$\bar{n}_h = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \quad (2.14)$$

Wektor naprężenia \overline{OA} o współrzędnych:

$$\overline{OA} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \quad (2.15)$$

może być rozłożony na wektor \overline{OB} i \overline{BA} , przy czym wektor \overline{OB} reprezentuje tensor kulisty, czyli aksjator tensora naprężenia, a \overline{BA} reprezentuje dewiator tensora naprężenia. Wektor \overline{OB} pokrywa się z osią hydrostatyczną, zaś \overline{BA} jest do niej prostopadły.

Moduł wektora \overline{OB} można wyznaczyć z iloczynu skalarnego wektorów \overline{OA} i \bar{n}_h

$$|\overline{OB}| = \overline{OA} \cdot \bar{n}_h \quad (2.16)$$

$$|\overline{OB}| = \frac{1}{\sqrt{3}} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{\sqrt{3}} I_{1\sigma} \quad (2.17)$$

gdzie:

$I_{1\sigma}$ – jest pierwszym niezmiennikiem tensora naprężenia.

Wektor \overline{OB} można wyznaczyć z zależności:

$$\overline{OB} = |\overline{OB}| \bar{n}_h \quad (2.18)$$

dzięki czemu otrzymujemy:

$$\overline{OB} = \left[\frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \right] \quad (2.19)$$

Jeżeli:

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad \text{to} \quad \overline{OB} = [p, p, p] \quad (2.20)$$

Wektor \overline{BA} reprezentujący dewiator tensora naprężenia wyznaczamy z zależności:

$$\overline{BA} = \overline{OA} - \overline{OB} \quad (2.21)$$

co można zapisać jako:

$$\overline{BA} = [(\sigma_1 - p), (\sigma_2 - p), (\sigma_3 - p)] = (s_1, s_2, s_3) \quad (2.22)$$

gdzie:

s_1, s_2, s_3 – to wartości główne dewiatora naprężenia.

Moduł wektora \overline{BA} wynosi odpowiednio:

$$|\overline{BA}| = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} = \sqrt{2J_{2s}} \quad (2.23)$$

gdzie:

J_{2s} - to drugi niezmiennik dewiatora tensora naprężenia i można go wyrazić przez naprężenia główne tensora naprężenia.

$$J_{2s} = \frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \quad (2.24)$$

Płaszczyzna prostopadła do osi hydrostatycznej nosi nazwę płaszczyzny oktaedrycznej lub dewiatorowej i opisuje stany naprężenia o takiej samej wartości tensora kulistego, a wektor opisujący dewiator leży w tej płaszczyźnie. Wszystkie punkty (stany naprężenia), które leżą w płaszczyźnie oktaedrycznej (dewiatorowej) mają ten sam tensor kulisty (aksjator).

Powyższe pozwala na geometryczną interpretację niezmienników tensora naprężenia (Mróz i Drescher 1972). Pierwszy niezmiennik tensora naprężenia jest proporcjonalny do odległości płaszczyzny oktaedrycznej od początku układu:

$$I_{1\sigma} = \sqrt{3} |\overline{OB}| \quad (2.25)$$

Drugi niezmiennik dewiatora tensora naprężenia jest proporcjonalny do długości wektora w płaszczyźnie oktaedrycznej.

$$\sqrt{J_{2s}} = \frac{1}{\sqrt{2}} |BA| \quad (2.26)$$

W teorii plastyczności stosowane są również inne niezmienniki charakteryzujące długość wektora w płaszczyźnie oktaedrycznej (np. Życzkowski 1981, Skrzypek 1986). Bardzo często przy prezentacji wyników doświadczeń laboratoryjnych wykorzystuje się normalne i styczne naprężenie oktaedryczne:

$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (2.27)$$

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (2.28)$$

lub też niezmiennik inżynierski tzw. intensywność naprężenia:

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (2.29)$$

Wszystkie powyżej przedstawione niezmienniki zostały wyrażone przez naprężenia główne tensora naprężenia. Można oczywiście określić zależności pomiędzy tymi niezmiennikami i tak na przykład:

$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3} J_{2s}} \quad \text{oraz} \quad \sigma_e = \sqrt{3 J_{2s}} \quad (2.30)$$

Analogiczne związki można przedstawić dla przestrzeni odkształceń głównych i rozłożyć tensor odkształcenia na część kulistą, aksjator odkształcenia oraz dewiator. W tym przypadku niezmienniki odkształcenia będą miały następującą postać:

$$J_{2e} = \frac{1}{6} [(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2] \quad (2.31)$$

$$I_{1\epsilon} = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 \quad (2.32)$$

$$\gamma_{oct} = \frac{2}{3} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2} \quad (2.33)$$

$$\varepsilon_{oct} = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad (2.34)$$

$$\varepsilon_e = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \quad (2.35)$$

gdzie:

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – to odkształcenia główne.

Wyrażenie określające intensywność odkształcenia zostało wprowadzone w taki sposób, aby przy założeniu $\nu=0,5$ w zakresie sprężystym otrzymać związek:

$$\varepsilon_e = \frac{1}{E} \sigma_e \quad (2.36)$$

Przedstawione wyżej niezmienniki oraz dekompozycja tensora naprężenia i odkształcenia na aksjator i dewiator odgrywają kluczową rolę zarówno w opisie deformacji ośrodków ciągłych, jak i przy definiowaniu warunków wytrzymałościowych, czy plastyczności różnego rodzaju materiałów. W przypadku skał, które są ośrodkiem kruchym, ogólnie znana i doświadczalnie zweryfikowana jest zależność granicy wytrzymałości od pierwszego niezmiennika tensora naprężenia. Granica ta jest tym większa, im większy udział w obciążeniu ma aksjator. W związku z powyższym badania laboratoryjne na próbkach skalnych prowadzone są w taki sposób, aby możliwe było jednoznaczne określenie stanu naprężenia jaki realizowany jest w procesie obciążenia oraz śledzenie jego efektów (przemieszczeń) realizowanych według różnych schematów obciążenia.

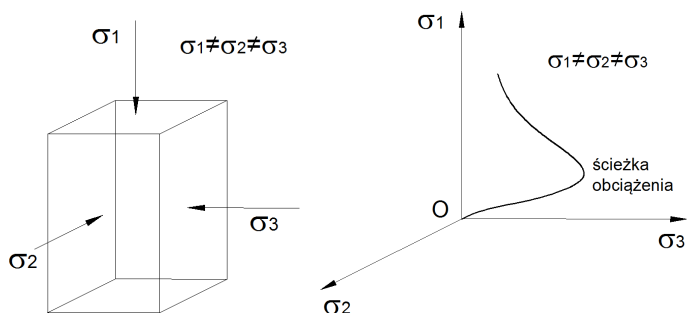
2.3. Ścieżki obciążania realizowane w badaniach laboratoryjnych

Geometryczna interpretacja stanu naprężenia w przestrzeni naprężeń głównych pozwala wykreślić zbiór punktów, według których realizowany jest w doświadczeniach laboratoryjnych proces obciążania. Punkty te połączone ze sobą pokazują ścieżkę, po której odbywa się cały proces.

W pracy uwagę skupiono na badaniach, w których proces obciążania realizowany jest w postaci ściskania próbek. Proces ten ze względów technicznych może być realizowany w postaci tzw. prawdziwego trójosiowego ściskania, bądź też w postaci konwencjonalnego trójosiowego ściskania, przy stałym ciśnieniu otaczającym próbkę (ciśnieniu okólnym). W większości prac poświęconych prezentacji wyników takich doświadczeń naprężenia ściskające i odpowiadające im skrócenia traktuje się jako dodatnie, zaś rozciągające i wydłużenia jako ujemne, odmiennie niż jest to przyjęte w teorii sprężystości, czy

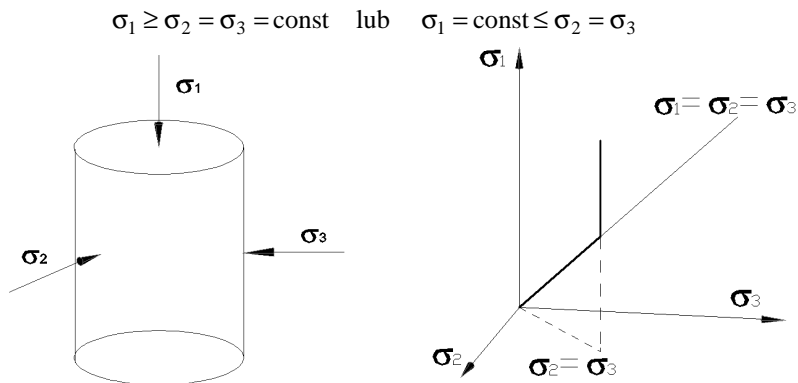
wytrzymałości materiałów. Dla przejrzystości prezentowanych wyników, taką zasadę przyjęto również w tej pracy.

W przypadku badań prowadzonych w warunkach prawdziwego trójosiowego ściskania (rys. 2.4) do zrealizowania jest możliwa praktycznie każda ścieżka obciążania. Najczęściej jednak, po osiągnięciu wstępnego, pierwotnego obciążenia przyrost obciążenia następuje jedynie w jednym kierunku, przy stałych jego wartościach na kierunkach pozostałych. Wymogiem uzyskania takich ścieżek jest możliwość niezależnego przyrostu obciążenia $\Delta\sigma_1$, $\Delta\sigma_2$, $\Delta\sigma_3$, na każdym z trzech kierunków prostokątnych próbek. Zadanie takie, choć technicznie trudne, jest możliwe i z powodzeniem realizowane w maszynach wytrzymałościowych, często oryginalnej, własnej konstrukcji (Kwaśniewski 2002, Mogi 2007, Kwaśniewski 2012).



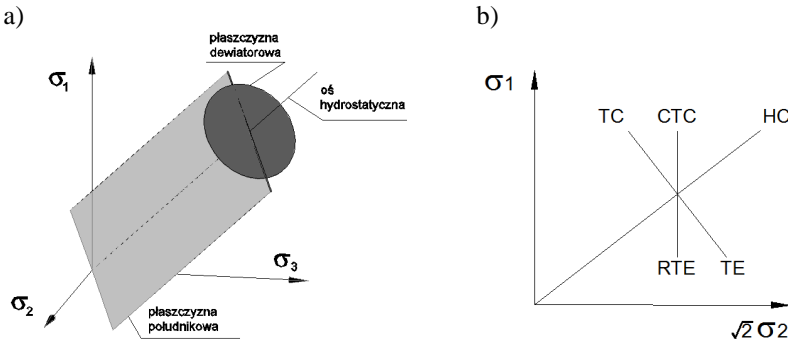
Rys. 2.4 Warunki prawdziwego trójosiowego ściskania stwarzające możliwość dowolnych ścieżek obciążania

W warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania, ze względu na ograniczenia techniczne, proces obciążania sprowadza się do zadania takiego samego obciążenia w dwóch kierunkach $\sigma_2 = \sigma_3$ a zmianie ulega to na kierunku σ_1 , bądź też na kierunku σ_1 jest stałe, a równomiernym zmianom ulegają te w dwóch pozostałych. Przykładowe zależności tego typu przedstawia rysunek 2.5.



Rys. 2.5. Warunki konwencjonalnego trójosiowego ściskania i jego graficzna interpretacja w przestrzeni naprężeń głównych

Warunki osiowej symetrii stanu naprężenia (oś symetrii pokrywa się z osią próbki) ograniczają przestrzeń naprężeń do tzw. płaszczyzny południkowej (rys. 2.6a), gdzie naprężenia $\sigma_2 = \sigma_3$ są sobie równe. Płaszczyzna ta pozostawia jedynie ślad na płaszczyźnie dewiatorowej. Realizacja różnych ścieżek obciążania w osiowo-symetrycznym stanie naprężenia przebiega według schematu przedstawionego na rys. 2.6b (Chen i Mizuno 1990). Wszystkie doświadczenia, poza jednoosiowym ściskaniem, rozpoczynają się od zadania na próbce hydrostatycznego stanu naprężenia. Następnie przebieg obciążania w zależności od pożądanego efektu może przebiegać w różny sposób.



Rys. 2.6. Przekroje oraz przykładowe ścieżki naprężeń realizowane w konwencjonalnym trójosiowym ściskaniu

Może to być dalsze obciążanie czysto hydrostatyczne, gdzie wszystkie z trzech naprężeń głównych $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ wzrastają równomiernie. Ścieżka obciążania przebiega wtedy wzdłuż osi hydrostatycznej *HC*. Czysto dewiatorowe obciążanie *TC* i *TE* może być realizowane, jeżeli w jego wyniku uzyskuje się stałą wartość aksjatora naprężenia $I_1 = \text{const.}$, co wymaga jednoczesnej zmiany ciśnienia otaczającego $\sigma_2 = \sigma_3$ oraz σ_1 , skierowanego wzdłuż osi próbki. Ścieżki *TC* i *TE* różnią się wartością kąta Lodego θ (rys. 2.3) i zwykle wyniki doświadczeń laboratoryjnych tych testów dają różne rezultaty. Najbardziej popularne testy konwencjonalnego trójosiowego ściskania dotyczą ścieżek *CTC* oraz *RTE*. W takim przypadku po uzyskaniu obciążenia hydrostatycznego o żądanej wartości dalsze obciążanie następuje w kierunku osiowym próbki σ_1 , co powoduje zmiany zarówno aksjatora jak i dewiatora naprężenia. W tym przypadku również, w zależności od tego czy na kierunku osiowym próbki mamy do czynienia z obciążaniem czy z odciążaniem, zmianie ulega kąt Lodego θ , a wyniki tych doświadczeń są różne.

Prezentowane w dalszej części pracy wyniki badań laboratoryjnych dotyczą wyłącznie konwencjonalnego trójosiowego ściskania, a dokładnie ścieżki obciążania *CTC*. Jednoosiowy stan naprężenia jest wtedy traktowany jako szczególny przypadek stanu osiowo symetrycznego, gdzie $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$. Przy założeniach osiowej symetrii stanu naprężenia niezmienniki aksjatora i dewiatora tensora naprężenia sprowadzają się do postaci podanych w tabeli 2.1.

W związku z tym, iż przez ϵ_e oznacza się często sprężystą część tensora odkształcenia, w dalszej części pracy intensywność naprężeń oraz odpowiadającą im intensywność odkształceń oznaczono odpowiednio przez q oraz ϵ_q .

Tabela 2.1.

Wybrane niezmienniki aksjatora i dewiatora tensora naprężenia i odkształcenia dla osiowo-symetrycznego stanu naprężenia

stan naprężenia	dewiator	aksjator
osiowa symetria $\sigma_2 = \sigma_3$	$\sqrt{J_{2s}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sigma_1 - \sigma_3)$ $\tau_{oct} = \frac{\sqrt{2}}{3}(\sigma_1 - \sigma_3)$ $\sigma_e = \sigma_1 - \sigma_3 = q$	$I_{1\sigma} = \sigma_1 + 2\sigma_3$ $\sigma_{oct} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3) = p$
stan odkształcenia	dewiator	aksjator
osiowa symetria $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$	$\sqrt{J_{2e}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)$ $\gamma_{oct} = \frac{2\sqrt{2}}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)$ $\varepsilon_e = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) = \varepsilon_q$	$I_{1\varepsilon} = (\varepsilon_1 + 2\varepsilon_3) = \varepsilon_v$ $\varepsilon_{oct} = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + 2\varepsilon_3)$

Wyniki badań laboratoryjnych często przedstawiane są w lokalnych układach współrzędnych, w których jedna z osi skierowana jest wzdłuż osi aksjatorów, druga jest do niej prostopadła (leży w płaszczyźnie dewiatorów). Poniżej zaprezentowano dwa przykłady takich układów (rys. 2.7) dla ścieżki obciążania *CTC*, którą wykorzystywano w dalszej części pracy. Przyrosty wybranych niezmienników po zadaniu początkowego stanu hydrostatycznego, w takiej procedurze są następujące:

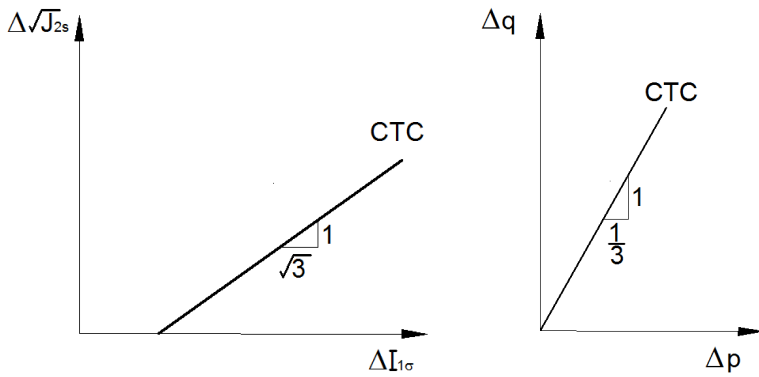
$$\Delta I_{1\sigma} = \Delta\sigma_1 \text{ – dla aksjatora} \quad (2.37)$$

$$\Delta\sqrt{J_{2s}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta\sigma_1 \text{ – dla dewiatora} \quad (2.38)$$

lub też:

$$\Delta\sigma_{oct} = \Delta p = \frac{1}{3}\Delta\sigma_1 \text{ – dla aksjatora} \quad (2.39)$$

$$\Delta\sigma_e = \Delta q = \Delta\sigma_1 \text{ – dla dewiatora} \quad (2.40)$$



Rys. 2.7. Przyrosty wybranych niezmienników dla ścieżki obciążenia *CTC*

Oba układy odniesienia oraz zaprezentowane niezmienniki są dość wygodne przy prezentowaniu wyników badań, szczególnie, gdy na ich podstawie planuje się zdefiniować sprężysto-plastyczny model fizyczny, wykorzystujący warunek plastyczności Druckera-Paragera. Model taki jest bowiem zdefiniowany właśnie w omówionych wcześniej niezmiennikach J_{2s} i $I_{1\sigma}$ lub q i p .

3. Warunki techniczne doświadczeń na próbkach skał

Badania mechaniczne próbek skalnych, wykonano w pracowni badań wytrzymałościowych Katedry Geomechaniki Budownictwa i Geotechniki AGH, z wykorzystaniem serwosterowalnej maszyny wytrzymałościowej MTS-815 Rock and Concrete Mechanics Testing System. Maszyna składa się ze sztywnej ramy wytrzymałościowej MTS 315, pompy ciśnieniowej, wewnętrznego i zewnętrznego przetwornika siły, układu serwozaworów, systemu sterowania TestStar wraz z panelami zewnętrznymi i zestawem komputerowym (rys. 3.1). Dodatkowo system wyposażony jest w komorę ciśnieniową firmy MTS typu 656.11, przeznaczoną do badań próbek skalnych w warunkach tzw. konwencjonalnego trójosiowego ściskania

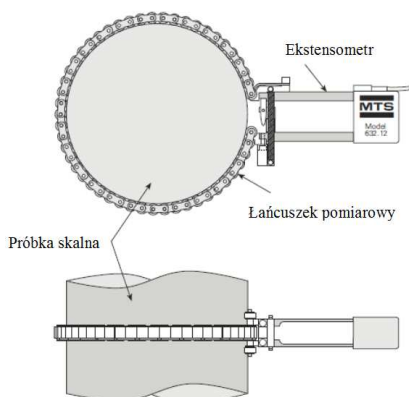


Rys. 3.1. Maszyna wytrzymałościowa MTS-815 Rock and Concrete Mechanics Testing System wraz komorą ciśnieniową do badań trójosiowych firmy MTS typu 656.11

MTS-815 Testing System posiada pojedynczy kanał sterowania (siły osiowej) z możliwością serwosterowania na podstawie niezależnych sygnałów, pochodzących z czujników przemieszczenia lub przetwornika siły. Najczęściej wykorzystywanymi sygnałami sterowania są przemieszczenie tłoka, przemieszczenie rejestrowane na próbce w trakcie testu, bądź siła osiowa rejestrowana na przetworniku siły.

W przypadku testów jednoosiowych odkształcenie osiowe i poprzeczne próbek skalnych wyznaczano na podstawie pomiaru przemieszczeń mierzonych bezpośrednio na

próbce skalnej oraz przemieszczeń płyt maszyny wytrzymałościowej, za pomocą zestawu czujników analogowych. Wielkość odkształceń poprzecznych wyznaczano na podstawie zmian obwodu próbki, mierzonych łańcuszkiem opasanym wokół niej (rys. 3.2). Badania prowadzono ze stałą prędkością osiowego odkształcenia próbek, która w testach jednoosiowego ściskania wynosiła $1 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, za wyjątkiem testów, w których analizowano wpływ prędkości odkształcenia próbek na właściwości wytrzymałościowe skał. W takim przypadku stosowano różne prędkości osiowych odkształceń ($1 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, $5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, $1 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$).



Rys. 3.2. Łańcuszkowy układ pomiarowy zmian obwodu próbek skalnych (na podstawie dokumentacji technicznej MTS)

W przypadku badań trójosiowych pomiar siły osiowej dokonywany był za pomocą przetwornika siły zainstalowanego wewnątrz komory ciśnieniowej. Wielkość odkształceń poprzecznych próbek wyznaczano na podstawie zmian ich obwodu, mierzonych łańcuszkiem (jak w testach jednoosiowych), a przemieszczenia osiowe poprzez pomiar przemieszczeń tłoka komory trójosiowej czujnikami analogowymi.

Procedura badawcza testów trójosiowych składała się z kilku etapów. Na wstępie, po zainstalowaniu próbki w komorze trójosiowej i wypełnieniu jej olejem mineralnym zadawano ciśnienie okólne działające na próbkę ze wszystkich stron, do żądanej wartości (5, 10, 20, 40, 70 MPa). Następnie zwiększano siłę osiową działającą na tłok komory, po czym na danym poziomie obciążenia osiowego redukowano ją prawie do zera (zwykle 6÷10 cykli obciążenia osiowych). Wszystkie badane trójosiowo próbki miały wysokość $h=70 \text{ mm}$ i średnicę $d=35 \text{ mm}$ i były zainstalowane w komorze na specjalnych podkładkach odpowiadających ich średnicy. Próbki były odizolowane od oleju mineralnego za pomocą osłonek, szczelnie dopasowanych do próbek i podkładek. Badania przeprowadzono w temperaturze i wilgotności pokojowej, przy stałej prędkości osiowego odkształcenia próbek równej $1 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$.

4. Charakterystyka materiału badawczego

4.1. Cechy fizyczne piaskowca Wustenzeller

Badania mechaniczne, których wyniki prezentowane są w tej pracy, przeprowadzone zostały na próbkach uzyskanych z dwóch rodzajów skał osadowych: piaskowca drobnoziarnistego Wustenzeller oraz dolomitu z rejonu LGOM.

Piaskowiec Wustenzeller został pozyskany z kamieniołomu w Niemczech położonego w rejonie dolnej Franconii. Piaskowiec jest wykorzystywany między innymi do produkcji płyt elewacyjnych. Do badań przeznaczono próbki piaskowca (rys. 4.1a) wycięte piłą tarczową z płyty okładzinowej, a następnie obrobione do ostatecznych wymiarów i kształtu na tokarce. Badania przeprowadzono na grupie 23 próbek walcowych o wymiarach odpowiednio $h=70$ mm, $d=35$ mm oraz 5 prostopadłościennych, o wymiarach $h=90$ mm, $a=b=45$ mm.

Próbki zostały zmierzone suwmiarką oraz zważone na wadze elektronicznej, co pozwoliło wyznaczyć ich gęstość objętościową ρ . Dodatkowo za pomocą kolby Le Chateliera wyznaczono gęstość właściwą ρ_s , dzięki czemu oznaczono porowatość dolomitu n .

Tabela 4.1.

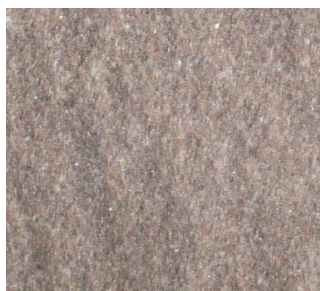
Gęstość i porowatość piaskowca Wustenzeller (wartość średnia z 3 oznaczeń)

Rodzaj skały	ρ [kg/m ³]	ρ_s [kg/m ³]	Porowatość n [%]
Piaskowiec Wustenzeller	2260	2650	14,0

Analiza petrograficzna wykazała, że skała ta należy do osadów psamitowych o masywnej, miejscami lekko porowatej strukturze i bezładnej teksturze (rys. 4.1b i c). Występuje w niej zwarty szkielet ziarnowy, odznaczający się prostymi, a niekiedy wklęsłowypukłymi i zazębiającymi się kontaktami międzyziarnowymi (jest to efekt kompaktacji osadu).



a) próbki walcowe, $h=70$ mm $d=35$ mm



b) skała makroskopowa, wymiar obrazu
2 cm x 2 cm

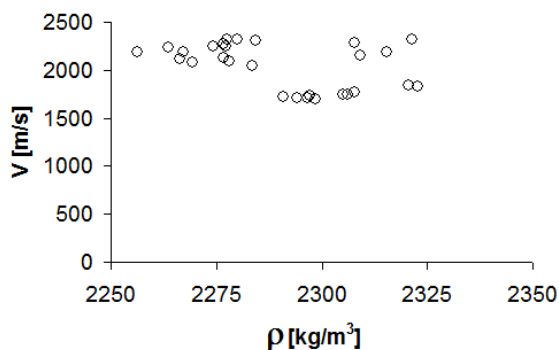


c) skała mikroskopowa, powiększenie
100 krotne

Rys. 4.1. Próba piaskowca Wustenzeller w różnych skalach obserwacji

W szkielecie ziarnowym stanowiącym ponad 80% obj. skały, dominują ziarna kwarcu (około 80% obj. szkieletu ziarnowego). Kwarc występuje w osadzie w formie średnio i słabo obtoczonych okruchów. Szkielet ziarnowy w około 16 % obj. tworzą skaleni. Minerale należące do tej grupy są reprezentowane przede wszystkim przez odmiany potasowe, a także pojedyncze plagioklasy. Pierwotne ziarna tych minerałów są niekiedy całkowicie zastąpione przez formy ilaste (pseudomorfozy po ziarnach skaleni). Ziarna kwarcu i skaleni są słabo wysortowane. Najmniejsze ziarna nie przekraczają 0,02 mm, a największe dochodzą do 0,04 mm, przeciętnie wynoszą około 0,1±0,2 mm. Oprócz kwarcu i skaleni w szkielecie ziarnowym piaskowca występuje niewielka, kilkuprocentowa domieszka fragmentów zwietrzałych wulkanitów. W osadzie pojawiają się dość liczne blaszki muskowitu oraz niewielka domieszka minerałów należących do frakcji ciężkiej. Analizowana skała posiada spoiwo typu kontaktowo - porowego. Stanowią je przede wszystkim cementy ilaste powstałe z rozpuszczonych skaleni oraz fragmentów skał. Z uwagi na skład szkieletu ziarnowego oraz dominację autigenicznego spoiwa typu cement nad matrix, zgodnie z klasyfikacją F. J. Pettijohna i P.E. Pottera (1972) badane skały zaliczono do arenitów subarkozowych.

Próbki piaskowca nie były poddane selekcji pod kątem jednorodności materiału badawczego. Pierwotną niejednorodność można wstępnie ocenić na podstawie wyników badań prędkości przebiegu fali podłużnej w próbkach (rys. 4.2).



Rys.4.2. Zależność prędkości przebiegu fali podłużnej w funkcji gęstości objętościowej piaskowca

4.2. Cechy fizyczne dolomitu z LGOM

Materiał do badań stanowił nieregularny blok skalny pobrany z furty eksploatacyjnej ZG „Polkowice”, o wymiarach ok. 0,5 m x 0,5 m x 0,5 m (rys. 4.3a), z którego wycięto najpierw prostopadłościowe próbki za pomocą piły tarczowej, a następnie obrobiono tokarką, dzięki czemu uzyskano próbki walcowe. Prezentowane w pracy wyniki dotyczą dwóch grup próbek: o wysokości 70 mm i średnicy 35 mm (16 próbek) oraz o wysokości 80 mm i średnicy 40 mm (9 próbek), (rys. 4.3b).

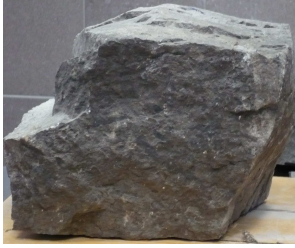
Podobnie jak w przypadku piaskowca wstępne badania pozwoliły wyznaczyć gęstość i porowatość dolomitu. Wyniki tych oznaczeń zestawiono w tabeli 4.2.

Tabela 4.2.

Zestawienie wyników badań gęstości i porowatości dolomitu (wartość średnia z 3 oznaczeń)

Rodzaj skały	ρ [kg/m ³]	ρ_s [kg/m ³]	Porowatość n [%]
Dolomit ilasty	2761	2834	2.57

Analiza petrograficzna wykonana na wcześniej przygotowanych szlifach w świetle przechodzącym pozwoliła stwierdzić, iż skała ma zbitą, miejscami lekko porowatą strukturę oraz bezładną teksturę (rys. 4.3c i d). Zbudowana jest z drobnosparytowych kryształów dolomitu. Dolomit w postaci hipautomorficznych lub automorficznych kryształów osiąga wielkość od około 0,03 mm ÷ 0,05 mm. Miejscami w skale pojawiają się szczątkowe węglanowe ziarna (intraklasty lub pelety). Zaobserwowano także pojedyncze ziarna detrytycznego kwarcu. Skała ma niewielką porowatość, a niezabudowane wtórnymi cementami pory mają wielkość od około 0,01 do 0,02 mm. Występujące tam większe pory są niemal całkowicie wypełnione przez wtórne cementy siarczanowe (anhydryt i gips). Wielkość tych składników waha się od około 0,03 mm do 1 mm. Kryształy te występują w postaci nieregularnych - ksenomorficznych, niekiedy hipautomorficznych składników.



a) skała makroskopowa wymiar bloku ok. 0,5 m x 0,5 m x 0,5 m b) próbki walcowe $h=80$ mm, $d=40$ mm

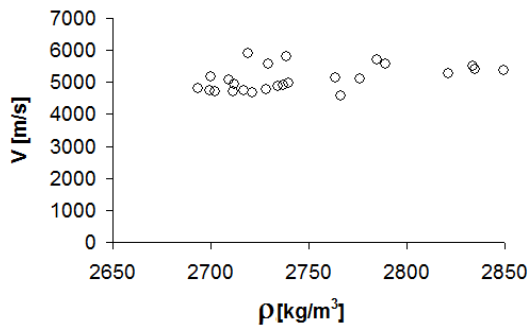


c) skała makroskopowa wymiar obrazu 2 cm x 2 cm d) skała mikroskopowa, powiększenie 200 krotne

Rys. 4.3. Próba dolomitu z LGOM w różnych skalach obserwacji oraz przykładowe próbki walcowe przeznaczone do badań mechanicznych

Dodatkowo skała jest impregnowana przez brunatną substancję organiczną, widoczną niekiedy także w nielicznych szczelinach (rys. 4.3d). W skałe pojawiają się drobne, nieregularnie rozproszone nieprzezroczyste minerały rudne. Analizowana skała należy do dolomitów o genezie diagenetycznej, a wg klasyfikacji Dunhama (1962) są to dolomity sparytowe.

Podobnie jak w przypadku piaskowca, próbki dolomitu nie były poddane selekcji pod kątem jednorodności materiału badawczego, co pokazuje rozrzut wyników badań prędkości przebiegu fali podłużnej w próbkach dolomitu przeznaczonych do badań mechanicznych (rys. 4.4).



Rys. 4.4. Zależność prędkości przebiegu fali podłużnej w funkcji gęstości objętościowej 25 próbek dolomitu

Analizy petrograficzne wykonane zostały w Pracowni Mikromerytyki IMG PAN w Krakowie. Do analiz zastosowano mikroskop polaryzacyjny AXIOPLAN firmy ZEISS oraz sterowany komputerowo stolik mechaniczny XYZ. Obraz spod mikroskopu optycznego przekazywany był za pomocą kamery CCD na monitor. Badania preparatów w postaci płytek cienkich prowadzono w świetle przechodzącym. Stosowano powiększenia $50 \div 200$ krotnie.

5. Identyfikacja cech zachowania się skał w warunkach jednoosiowego i trójosiowego ściskania

5.1. Wprowadzenie

Rozpoznanie istotnych cech zachowania się skał w warunkach mechanicznych obciążeń i opis tych cech jest jednym z podstawowych zadań, jakie stawia się badaniom laboratoryjnym próbek skalnych. Zbiorcze opracowania dotyczące zachowania się skał w warunkach różnego rodzaju obciążeń mechanicznych oraz analizę przyczyn i efektów zjawisk towarzyszących zniszczeniu próbek skalnych, można znaleźć w monografiach Lamy i Vutukuriego (1978), Andreeva (1995), Shimady (2000), Kwaśniewskiego (2002), Patersona i Wonga (2005), Bukowskiej (2005, 2012), Mogiego (2007), pod redakcją Hudsona (1993), Gustkiewicza (1999), Pinińskiej (2003), Kwaśniewskiego, Li i Takahashiego (2012) i wielu innych. Ze względu na ogromną różnorodność skał, będących z natury ośrodkami o cechach losowych (Jakubowski i Równiak 2002, Jakubowski 2010), wyszczególnienie istotnych cech ich zachowania powinno odbywać się bezpośrednio w kontekście późniejszego wykorzystania ich do budowy, weryfikacji modeli fizycznych, czy też do oceny zachowania konstrukcji. W związku z tym, iż praca ta jest poświęcona analizie cech plastycznych i uszkodzenia wybranych skał (piaskowca Wustenzeller i dolomitu z LGOM), mechaniczne badania laboratoryjne były przeprowadzone w taki sposób, aby umożliwić określenie i identyfikację zasadniczych cech zachowania, które można powiązać z efektami zachowania plastycznego oraz uszkodzenia (rozumianego jako rozwój spękań). Wyniki takie umożliwiają następnie zbudowanie modeli fizycznych opisujących zachowanie się skał i określenie parametrów takich modeli.

Obecnie istnieje szereg procedur badawczych dla próbek skalnych i gruntowych, których wyniki można wykorzystać do budowy i weryfikacji modeli konstytutywnych. Jako przykład można tu wymienić: badania przeprowadzone na próbkach walcowych w trójosiowym (osiowo-symetrycznym) stanie naprężenia, przez Mroza i Dreschera (1972), Gustkiewicza (1985, 1989), Kwaśniewskiego (1983, 1986c, 1990), Sulema i innych (1999), Papamichosa i innych (2000), Bukowską i Santerę (2008), Łukaszewskiego (2013); prostopadłościennych w płaskim stanie naprężenia bądź odkształcenia, prowadzone przez Vardoulakisa, i Grafa (1985), Mokni i Desrués (1999), Haied i innych (2000), Serpi (2000)

oraz na próbkach walcowych z osiowym otworem (Haied i innych 2000, Lee i innych 1999).

Wszystkie wymienione techniki badawcze pozwalają na wyznaczenie sprężystych i plastycznych parametrów założonego wcześniej modelu ośrodka. Procedurom tym stawia się wspólne wymagania, których spełnienie jest niezależne od badanego materiału i metodyki, a mianowicie (Mróz i Drescher 1972):

- realizację stanu naprężenia, który daje się jednoznacznie określić z pomiarów,
- zapewnienie jednorodnego stanu naprężenia i jednorodnego stanu odkształcenia próbki,
- realizację dowolnych (jednorodnych) stanów naprężenia i odkształcenia.

W praktyce badawczej spełnienie tych warunków jest niezwykle trudne. Największe trudności sprawia zapewnienie jednorodnego stanu naprężenia i jednorodnego stanu odkształcenia próbki, pomiar niektórych wielkości, np. zmian objętości próbek w trakcie deformacji. Ograniczenia sprzętowe większości maszyn wytrzymałościowych nie pozwalają też na realizację dowolnych ścieżek naprężenia.

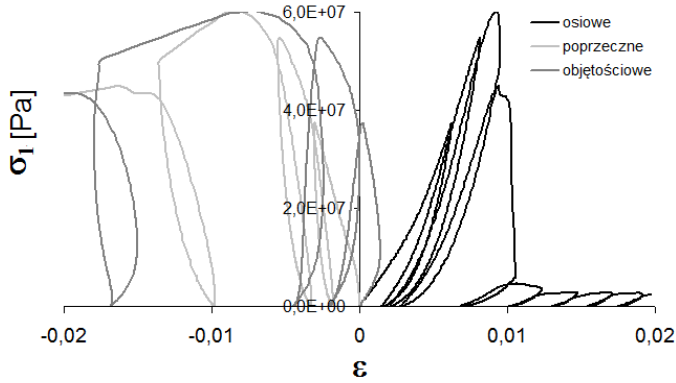
W celu identyfikacji zasadniczych cech zachowania się skał, przyjęcia założeń modeli fizycznych oraz określenia parametrów tych modeli, w pracy wykorzystano badania w aparacie konwencjonalnego trójosiowego ściskania. Ten typ badań należy do najbardziej popularnych i zarazem najprostszych metod badania materiału w warunkach złożonego stanu naprężenia. Badane w ten sposób walcowe próbki mogą być poddane osiowo-symetrycznemu stanowi obciążenia, realizowanemu poprzez odpowiednie ciśnienie medium w komorze i zmianę naprężenia osiowego (rozdział 3). Wynika stąd, że trzeci z wymienionych powyżej warunków zostaje znacznie ograniczony. W aparacie konwencjonalnego trójosiowego ściskania nie wszystkie ścieżki naprężeń są bowiem możliwe do zrealizowania.

5.2. Odkształceniowe i wytrzymałościowe właściwości badanych skał w warunkach jednoosiowego i trójosiowego obciążenia

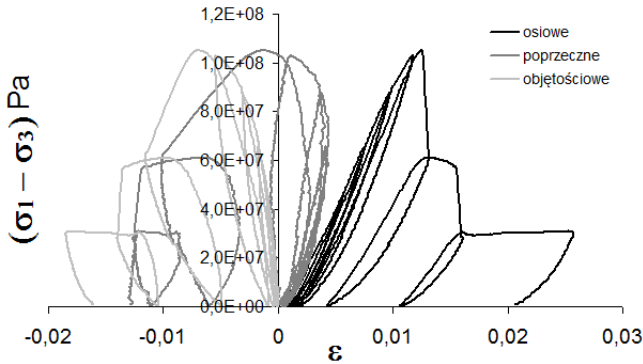
5.2.1. Właściwości odkształceniowe i wytrzymałościowe piaskowca

Podstawowe cechy zachowania się próbek skalnych obserwowane w skali makroskopowej można wyznaczyć na podstawie tzw. charakterystyk próbek, tzn. zależności pomiędzy naprężeniem osiowym σ_1 , w przypadku testów jednoosiowych, bądź różnicowym ($\sigma_1 - \sigma_3$), w przypadku testów trójosiowych, a odkształceniem (osiowym ϵ_1 , poprzecznym ϵ_2 , i objętościowym ϵ_v). Charakterystyki te, wyznaczane dla różnych ścieżek obciążenia, obrazują zachowanie próbek skał w odmiennych warunkach obciążenia i skrótowo oznaczane będą w tej pracy jako σ - ϵ . Przykładowe charakterystyki dla próbek piaskowca Wustenzeller odpowiadające warunkom jednoosiowego i trójosiowego ściskania zaprezentowano na rysunkach 5.1, 5.2 i 5.3.

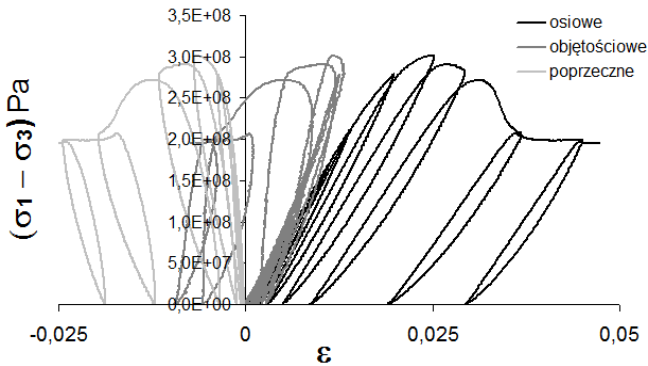
Jak można zauważyć na rysunkach, testy wykonano w taki sposób, że zarówno w przedkrytycznym, jak i pokrytycznym przedziale obciążenia, próbki odciążano kilkakrotnie i na tej podstawie wyznaczono trwałe odkształcenia.



Rys. 5.1. Charakterystyki σ - ϵ odpowiadające warunkom jednoosiowego ściskania piaskowca (ciśnienie okólne $p_{ok}=0$ MPa)



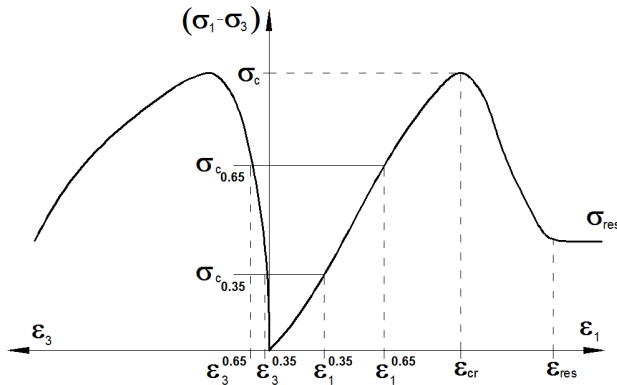
Rys. 5.2. Charakterystyki σ - ϵ odpowiadające warunkom trójosiowego ściskania piaskowca (ciśnienie okólne $p_{ok}=5$ MPa)



Rys. 5.3. Charakterystyki σ - ϵ odpowiadające warunkom jednoosiowego ściskania piaskowca (ciśnienie okólne $p_{ok}=70$ MPa)

5.2.1.1. Podstawowe cechy zachowania się próbek piaskowca

Dzięki zaprezentowanym charakterystykom możliwe jest wyznaczenie podstawowych cech zachowania się skał, do których zaliczamy: moduł Younga próbek skalnych E , wyznaczany w przedkrytycznym zakresie obciążenia, liczbę Poissona ν , graniczną wytrzymałość na ściskanie σ_c , odkształcenie osiowe na granicy wytrzymałości ϵ_{cr} , wytrzymałość rezydualną σ_{res} , odczytywaną z pokrytycznego zakresu obciążenia, czy odkształcenie odpowiadające wytrzymałości rezydualnej ϵ_{res} (rys. 5.4). W związku z tym, iż dla wielu skał, również dla analizowanych piaskowców, charakterystyki naprężeniowo-odkształceniowe mają silnie nieliniowy charakter, moduł Younga oraz liczbę Poissona zdecydowano się określić w przedziale obciążenia $(0,35 \div 0,65) \sigma_c$ (rys. 5.4) na podstawie zależności 5.1.



Rys. 5.4. Wyidealizowane charakterystyki naprężenie różnicowe-odkształcenie osiowe ϵ_1 i poprzeczne ϵ_3 próbek skał

$$E = \frac{\sigma_{c,0.65} - \sigma_{c,0.35}}{\epsilon_{1,0.65} - \epsilon_{1,0.35}} \quad \text{oraz} \quad \nu = \frac{\epsilon_{3,0.65} - \epsilon_{3,0.35}}{\epsilon_{1,0.65} - \epsilon_{1,0.35}} \quad (5.1)$$

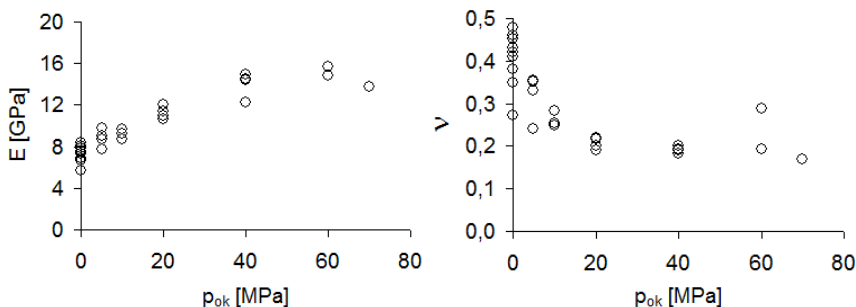
Badaniom poddano 28 próbek piaskowca Wustenzeller, a wyznaczone wartości parametrów przedstawiono w tabeli 5.1. Badania przeprowadzono w temperaturze i wilgotności pokojowej oraz stałej prędkości osiowego odkształcania próbek, która we wszystkich przypadkach wynosiła $1 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$.

Dla pięciu testów prowadzonych w warunkach jednoosiowego ściskania oraz dla jednego w warunkach trójosiowego ściskania, wyznaczenie wytrzymałości rezydualnej i odpowiadających jej odkształceń nie było możliwe, ponieważ próbki uległy niekontrolowanemu, gwałtownemu zniszczeniu. Wyznaczone w testach jednoosiowego i trójosiowego ściskania wartości modułu Younga, jak i liczby Poissona są zależne od ciśnienia okólnego, stosowanego w trakcie testu, co graficznie zaprezentowano na rys. 5.5. Zależność ta jest dość silna i zapewne jest efektem stosunkowo dużej porowatości piaskowca (rzędu 14%).

Tabela 5.1.

Charakterystyczne cechy zachowania się próbek piaskowca wyznaczone na podstawie charakterystyk σ - ϵ

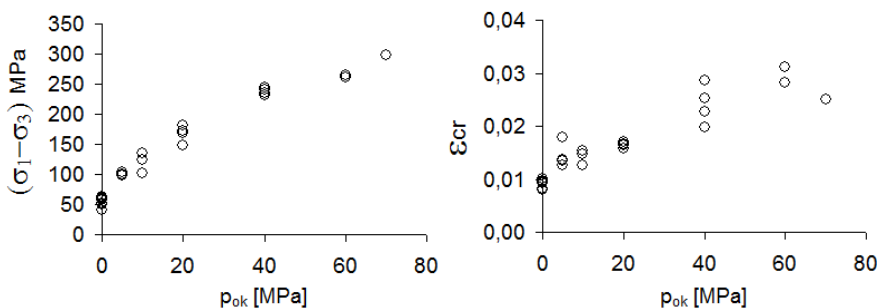
kształt	h [mm]	p_{ok} [MPa]	σ_c [MPa]	ϵ_{cr}	σ_{res} [MPa]	ϵ_{res}	E [GPa]	ν
walec	70	0	60,1	0,0093	2,6	0,0104	7,863	0,27
walec	70	0	61,6	0,0096	2,1	0,0106	5,714	0,41
walec	70	0	58,9	0,0095	3,4	0,0125	7,337	0,46
walec	70	0	58,2	0,0093	3,0	0,0162	7,564	0,45
walec	70	0	63,5	0,0083	2,0	0,0101	8,396	0,48
walec	70	5	97,4	0,0179	43,3	0,0205	8,728	0,35
walec	70	5	104,5	0,0126	30,5	0,0159	7,773	0,33
walec	70	5	98,7	0,0136	27,5	0,0161	8,988	0,24
walec	70	5	99,7	0,0134	27,8	0,0163	9,827	0,36
walec	70	10	102	0,0127	44,2	0,0132	8,728	0,25
walec	70	10	136	0,0147	43,3	0,0162	9,263	0,28
walec	70	10	125	0,0154	52,8	0,0177	9,690	0,26
walec	70	20	148	0,0157	45,1	0,0167	12,025	0,22
walec	70	20	173	0,0164	74,5	0,0187	11,383	0,19
walec	70	20	181	0,0167	-	-	10,921	0,22
walec	70	20	168	0,0171	77,5	0,0185	10,639	0,20
walec	70	40	244	0,0286	136	0,0291	14,368	0,19
walec	70	40	232	0,0227	122	0,0254	12,280	0,18
walec	70	40	235	0,0197	131	0,0213	14,932	0,20
walec	70	40	241	0,0252	134	0,0298	14,535	0,19
walec	70	60	261	0,0312	160	0,035	14,787	0,19
walec	70	60	264	0,0282	188	0,0324	15,713	0,29
walec	70	70	298	0,0251	194	0,0368	13,808	0,17
prostop.	90	0	41,6	0,008	-	-	6,614	0,35
prostop.	90	0	58,9	0,0101	-	-	6,840	0,41
prostop.	90	0	51,5	0,0095	-	-	8,068	0,43
prostop.	90	0	52,2	0,0096	-	-	7,575	0,38
prostop.	90	0	50,3	0,0102	-	-	7,540	0,42



Rys. 5.5. Zależność modułu Younga i liczby Poissona od ciśnienia okólnego testów

5.2.1.2. Wytrzymałość na ściskanie oraz charakter zniszczenia

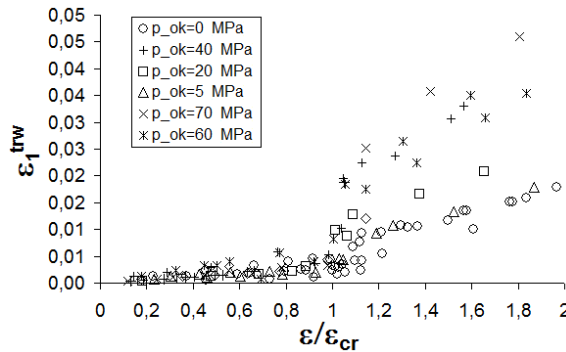
Punkty odpowiadające granicy wytrzymałości próbek piaskowca na ściskanie, rozumianej jako maksymalna wartość naprężenia różnicowego uzyskanego w teście, w funkcji ciśnienia okólnego (p_{ok}) przedstawione zostały na rys. 5.6a. Badane próbki skalne, jak wszystkie materiały kruche, wykazują silną zależność pomiędzy granicą wytrzymałości, a hydrostatyczną składową tensora naprężenia. Zniszczenie badanego piaskowca w całym analizowanym przedziale ciśnień okólnych miało kruchy charakter (nawet dla ciśnienia okólnego 70 MPa). Świadczy o tym opadający charakter wykresu $(\sigma_1 - \sigma_3) = f(\epsilon_1)$, w pokrytycznej części charakterystyki naprężeniowo-odkształceniowej (rys. 5.3) oraz wartości odkształceń na granicy wytrzymałości próbek (tabela 5.1). Próbki poddane trójosiowym obciążeniom przy zniszczeniu ulegały ścięciu, zaś w przypadku obciążeń jednoosiowych pękaniu w postaci kilku pęknięć, jednak nie było to pęknięcie rozdzielcze.



Rys. 5.6. Granica wytrzymałości na ściskanie próbek piaskowca i zależność odkształceń krytycznych od ciśnienia okólnego

Krytyczne odkształcenia osiowe ϵ_{cr} (rys. 5.6b) odczytane na granicy wytrzymałości próbek istotnie zależą od ciśnienia okólnego badań. Zjawisko to jest efektem coraz większego udziału trwałych odkształceń w całkowitym odkształceniu ϵ_{cr} , mierzonym na granicy wytrzymałości, a tym samym ciągliwości skały, wraz ze wzrostem ciśnienia okólnego i jest typowe w przypadku badań w trójosiowym stanie naprężenia (Kwaśniewski 1983, 1990, Gustkiewicz 1985, Bukowska i Santera 2008).

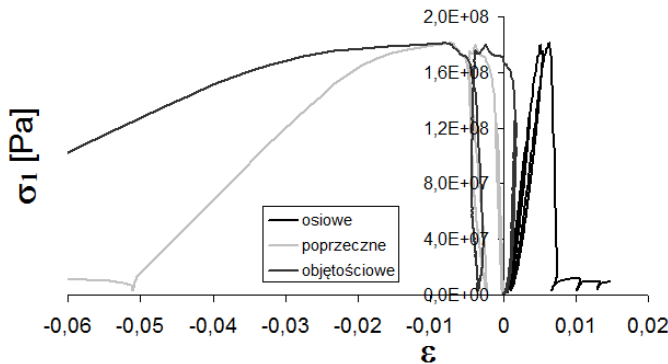
Trwałe odkształcenia próbek, zarówno osiowe (rys. 5.7) jak i poprzeczne, wyznaczone były w trakcie testów po każdej pętli obciążenie-odciążenie. Pętli takich wykonywano kilka w przedkrytycznym i pokrytycznym przedziale obciążenia. Pierwsze trwałe odkształcenia osiowe ϵ_1^{trw} rejestrowane były już przy niewielkich obciążeniach, zarówno w testach jednoosiowych, jak i trójosiowych. Ich wartość rosła w miarę postępującego obciążania próbek, szczególnie intensywnie w pokrytycznym przedziale obciążenia (dla $\epsilon > \epsilon_{cr}$). Należy tu odnotować, iż dla badanych skał trwałe odkształcenia towarzyszą nieliniowemu zachowaniu się próbek praktycznie w całym przedziale obciążenia. Fakt ten, jako bardzo istotny zostanie w tym miejscu jedynie odnotowany, jednak na jego podstawie w rozdziale 6 oraz 7 zostaną wyciągnięte wnioski, co do założeń modeli fizycznych opisujących zachowanie badanych skał.



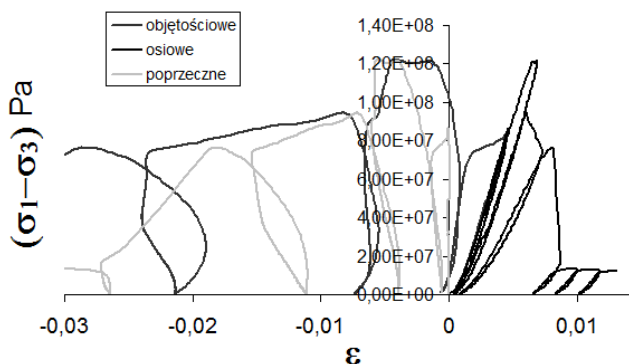
Rys. 5.7. Trwałe osiowe odkształcenia rejestrowane w całym przedziale obciążenia próbek piaskowca

5.2.2. Właściwości odkształceniowe i wytrzymałościowe dolomitu z LGOM

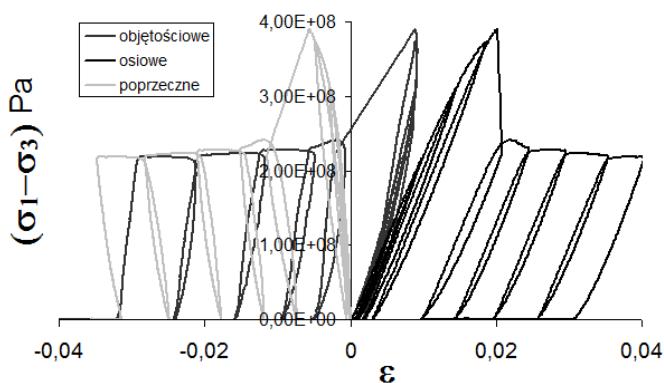
Podobne badania i analizy wykonano również dla próbek dolomitu z LGOM. Na rysunkach 5.8, 5.9 oraz 5.10 przedstawiono przykładowe charakterystyki uzyskane dla próbek dolomitu.



Rys. 5.8. Charakterystyki σ - ϵ odpowiadające warunkom jednoosiowego ściskania próbek dolomitu ($p_{ok}=0$ MPa)



Rys. 5.9. Charakterystyki σ - ϵ odpowiadające warunkom trójosiowego ściskania próbek dolomitu ($p_{ok}=15$ MPa)



Rys. 5.10. Charakterystyki σ - ϵ odpowiadające warunkom jednoosiowego ściskania próbek dolomitu ($p_{ok}=60$ MPa)

Testom mechanicznym poddano 25 walcowych próbek dolomitu, o wymiarach $h=70$ mm i $d=35$ mm, oraz $h=80$ mm i $d=40$ mm. We wszystkich testach przyjęto sterowanie prędkością odkształcenia osiowego próbek, która dla testów trójosiowych wynosiła $1 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, zaś w testach jednoosiowych była zmienna, dzięki czemu określono wpływ prędkości odkształcenia na granicę wytrzymałości próbek dolomitów na ściskanie.

5.2.2.1. Podstawowe cechy zachowania się próbek dolomitu

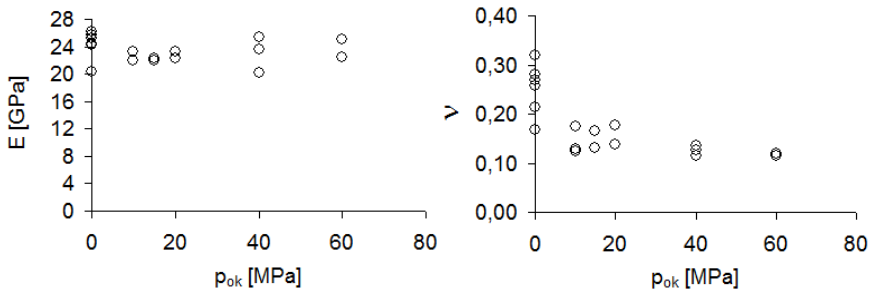
Charakterystyczne cechy zachowania się próbek dolomitu wyznaczone na podstawie charakterystyk, zostały przedstawione w tabeli 5.2. Podobnie jak w przypadku badań wykonanych na próbkach piaskowca, również w przypadku dolomitu dla jedenastu próbek nie udało się wyznaczyć wytrzymałości rezydualnej i odpowiadających jej osiowych odkształceń. W tym przypadku również próbki uległy gwałtownemu, niekontrolowanemu niszczeniu.

Badany dolomit jest skałą o dużej wytrzymałości (wartość wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie zawierała się w przedziale między 92, a 181 MPa) i małej odkształcalności (moduł Younga w testach jednoosiowych zawiera się w przedziale od 20,4 do 33,6 GPa, a liczba Piossona w przedziale od 0,17 do 0,32).

Tabela 5.2.Właściwości próbek dolomitu wyznaczone na podstawie charakterystyk σ - ϵ

p_{ok} [MPa]	Prędkość odkształcenia [s ⁻¹]	σ_c [MPa]	ϵ_{cr}	σ_{res} [MPa]	ϵ_{res}	E [GPa]	ν
0	1·10 ⁻⁴	167,0	0,0054	20,0	0,0064	24,24	0,21
0	1·10 ⁻⁴	157,0	0,0059	14,5	0,0066	20,40	0,17
0	1·10 ⁻⁴	181,0	0,0064	11,7	0,0073	25,27	0,26
0	1·10 ⁻⁴	110,0	0,0050	-	-	25,78	0,27
0	1·10 ⁻⁴	122,0	0,0058	-	-	24,48	0,28
0	1·10 ⁻⁴	106,0	0,0052	-	-	26,19	0,32
0	5·10 ⁻⁴	167,0	0,0055	-	-	23,70	0,22
0	5·10 ⁻⁴	127,0	0,0047	-	-	23,90	0,23
0	5·10 ⁻⁴	142,0	0,0055	-	-	21,40	0,23
0	5·10 ⁻⁴	137,0	0,0048	-	-	33,60	0,19
0	1·10 ⁻³	143,0	0,0058	-	-	31,50	0,24
0	1·10 ⁻³	92,0	0,0043	-	-	30,50	0,21
0	1·10 ⁻³	153,0	0,0049	-	-	29,80	0,21
10	1·10 ⁻⁴	190,0	0,0110	94,5	0,0144	23,20	0,17
10	1·10 ⁻⁴	280,0	0,0140	86,7	0,0143	23,33	0,13
10	1·10 ⁻⁴	219,9	0,0118	82,9	0,0120	21,97	0,12
15	1·10 ⁻⁴	122,0	0,0069	-	-	22,29	0,13
15	1·10 ⁻⁴	198,9	0,0108	80,3	0,0121	21,91	0,17
20	1·10 ⁻⁴	270,0	0,0126	90,0	0,0138	23,28	0,18
20	1·10 ⁻⁴	283,0	0,0134	140,0	0,0144	22,29	0,14
40	1·10 ⁻⁴	313,0	0,0152	100,0	0,0153	25,33	0,13
40	1·10 ⁻⁴	245,0	0,0162	134,0	0,0189	20,25	0,12
40	1·10 ⁻⁴	324,6	0,0164	155,0	0,0167	23,59	0,14
60	1·10 ⁻⁴	390,3	0,0202	218,0	0,0206	25,09	0,12
60	1·10 ⁻⁴	372,0	0,0223	206,0	0,0236	22,44	0,12

Ze względu na to, że próbki nie podlegały specjalnej selekcji pod względem jednorodności uzyskane wyniki mają dość znaczny rozrzut (w ramach jednej prędkości odkształcenia). W przypadku dolomitu nie odnotowano tak dużej, jak w przypadku piaskowca wrażliwości modułu Younga i liczby Poissona na wielkość ciśnienia okólnego (rys. 5.11).



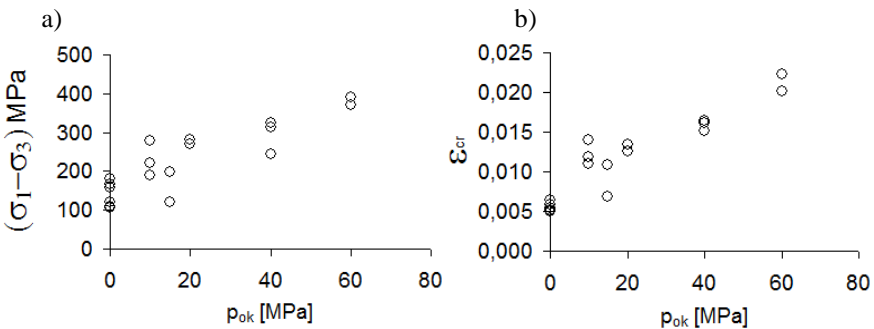
Rys. 5.11. Zależność modułu Younga i liczby Poissona od ciśnienia okólnego testów

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że moduł Younga wyznaczony dla dolomitu nie jest wrażliwy na ciśnienie okólne badań. W przypadku liczby Poissona wyniki uzyskane w testach jednoosiowych (w przedziale pomiędzy $\nu=0,2\div 0,32$) wyraźnie odbiegają od tych uzyskanych w testach trójosiowych (nie przekraczających $\nu=0,18$). Dla testów trójosiowych wartość tego parametru, wyznaczona dla próbek dolomitu, niewiele się zmienia.

5.2.2.2. Wytrzymałość na ściskanie oraz charakter zniszczenia

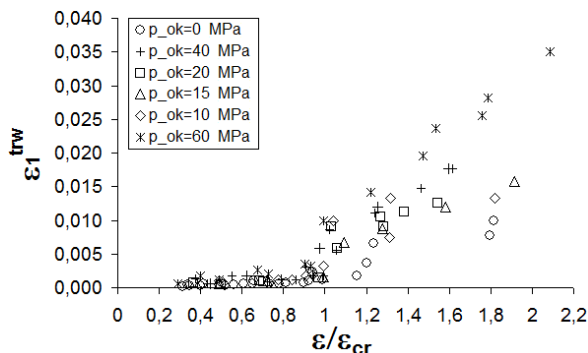
Punkty odpowiadające granicy wytrzymałości próbek dolomitu na ściskanie, w funkcji ciśnienia okólnego badań (p_{ok}), przedstawione zostały na rys. rys. 5.12a. Zależność ta, podobnie jak w przypadku piaskowca ma liniowy charakter, przy czym poszczególne punkty, ze względu na niejednorodność próbek, mają większy rozrzut niż było to w przypadku piaskowca. Wszystkie próbki dolomitu ulegały kruchemu, gwałtownemu zniszczeniu, szczególnie w testach jednoosiowych (rys. 5.8) i przy niewielkich ciśnieniach okólnych. W warunkach trójosiowych obciążenia próbki ulegały ścięciu, zaś w jednoosiowych pękaniu rozdzielczemu.

Krytyczne osiowe odkształcenia, uzyskane na granicy wytrzymałości dolomitu (rys. 5.12b), wzrastają wraz ze zwiększaniem ciśnienia okólnego badań, co świadczy o wroście ciągliwości próbek, podobnie jak to było w przypadku piaskowca. Oznacza to również, podobnie jak dla piaskowca, występowanie trwałych odkształceń na granicy wytrzymałości próbek - tym większych, im większe jest ciśnienie okólne badań.



Rys. 5.12. Granica wytrzymałości na ściskanie próbek dolomitu i zależność odkształceń krytycznych od ciśnienia okólnego

Trwałe osiowe odkształcenia (rys. 5.13) dla próbek dolomitu również były rejestrowane daleko przed granicą wytrzymałości na ściskanie, praktycznie po pierwszym odciążeniu.



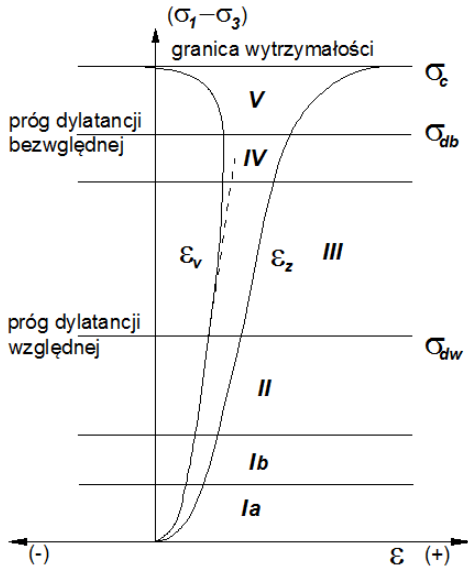
Rys. 5.13. Trwałe osiowe odkształcenia rejestrowane w całym przedziale obciążenia próbek dolomitu

Mechanizm i przyczyny trwałych odkształceń rejestrowanych podczas testów jednoosiowego i trójosiowego ściskania próbek skał, zostaną szerzej omówione i zinterpretowane w rozdziale 6 pracy. Przyczyny te, leżą w zjawiskach występujących w skali mikroskopowej, na poziomie wewnętrznej budowy skał. Makroskopowo na charakterystykach σ – ϵ obserwowane są zaś trwałe odkształcenia oraz pętla obciążenie-odciążenie, ponieważ ścieżka obciążenia nie pokrywa się ze ścieżką odciążenia próbek (rys. 5.8 ÷ 5.10).

5.3. Przyczyny nieliniowego zachowania się badanych skał w warunkach jednoosiowych i trójosiowych obciążeń

Nieliniowość charakterystyk σ – ϵ wynika w głównej mierze z niejednorodności ośrodka na poziomie mikroskopowym, czyli niejednorodnej i nieciągłej budowy, występowania pierwotnych mikrospękań, mikroszczelin i porów. W wyniku mechanicznego obciążania próbek skalnych uruchomione zostają dwa przeciwstawne procesy. Z jednej strony jest to zamykanie pierwotnych porów, mikrospękań i mikroszczelin, na skutek czego dochodzi do kompaktacji skały. Z drugiej strony następuje nukleacja i propagacja istniejących mikroszczelin i mikrospękań, aż do zniszczenia. Efektem tego jest odbiegająca od liniowości charakterystyka naprężenie osiowe (bądź różnicowe) - odkształcenie osiowe. Cały proces obciążania można podzielić na kilka przedziałów (Brace 1964, Bieniawski 1967, Kwaśniewski 1986 a i b, Martin 1997, Eberhardt i inni 1998, Kwaśniewski i inni 2003), którym odpowiadać będzie szereg charakterystycznych zjawisk takich jak: zamknięcie pierwotnych mikrospękań, stadium liniowego zachowania próbki, początek procesu stabilnego narastania mikrospękań, niestabilny wzrost mikrospękań, granica wytrzymałości na ściskanie i w końcu pokrywczy etap obciążania. Mogą one być obserwowane na krzywych odkształceń: podłużnych poprzecznych i objętościowych. Poszczególne przedziały oraz odpowiadające im progi przedstawiono na rysunku 5.14.

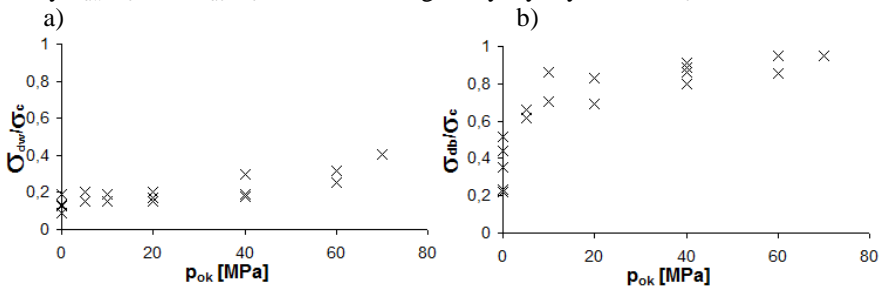
Naprężenie różnicowe odpowiadające etapowi pojawienia się nieliniowości charakterystyki nazywane jest progiem dylatacji względnej σ_{dw} (Kwaśniewski 1986a i b, Kwaśniewski i inni 2003). Próg ten jest odpowiednikiem granicy liniowości odkształceń objętościowych, w której dochodzi do zapoczątkowania procesu mikropeknięcia skały. Wartość naprężenia różnicowego, przy którym objętość próbki skalnej osiąga minimum, obserwowana na krzywej odkształceń objętościowych, definiowane jest jako próg dylatacji bezwzględnej σ_{db} .



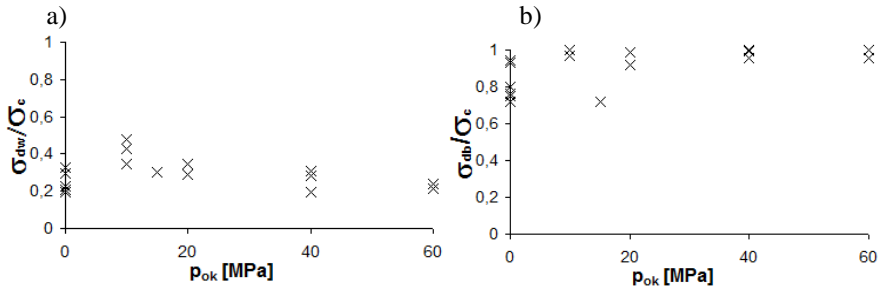
- I – stadium nieliniowego odkształcania się próbki skalnej - zamknięcie pierwotnych mikrospękań.
- II – stadium liniowego odkształcania się próbki.
- III – stadium liniowości odkształceń podłużnych i nieliniowości odkształceń poprzecznych. Zapoczątkowany zostaje proces niszczenia oraz propagacja istniejących w próbce mikroszczelin i mikrospękań.
- IV – stadium nieliniowego odkształcania się próbki skalnej, propagacja mikrospękań postępuje w sposób zaawansowany.
- V – stadium nieliniowego odkształcania się próbki skalnej, wzrostu jej objętości oraz dylatacji, a propagacja mikrospękań postępuje w sposób niestabilny.

Rys. 5.14. Charakterystyka naprężenie – odkształcenie z oznaczeniem progów dylatacji względnej i bezwzględnej (za Kwaśniewskim 1986)

Z opisanych wyżej przedziałów obciążenia, szczególnie interesujące są dwa progi: dylatacji względnej i bezwzględnej, określające początek procesu narastania spękań oraz ich niestabilną propagację. Oba progi zostały wyznaczone dla próbek piaskowca i dolomitu, zarówno przy obciążeniach jednoosiowych jak i trójosiowych (rys. 5.15 i 5.16), przy czym na wykresach nie naniesiono wartości naprężeń różnicowych odpowiadających progom, ale ich ilorazy σ_{dw}/σ_c oraz σ_{db}/σ_c odniesione do granicy wytrzymałości σ_c .

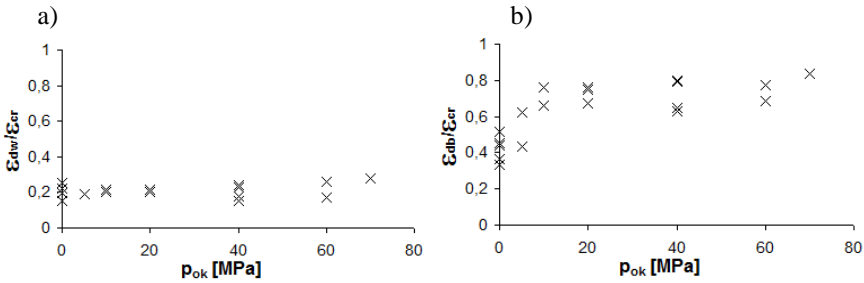


Rys. 5.15. Progi dylatacji, a) względnej i b) bezwzględnej w odniesieniu do granicy wytrzymałości na ściskanie piaskowca

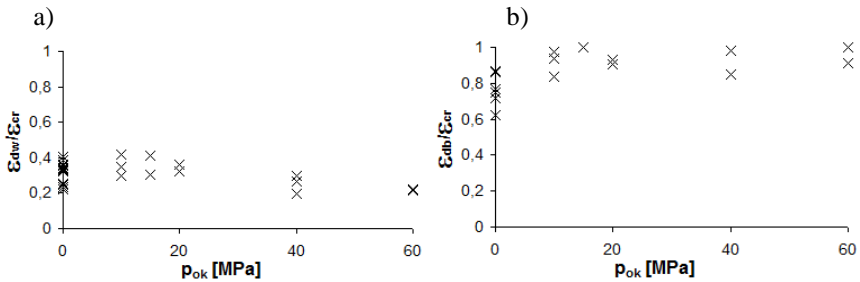


Rys. 5.16. Progi dylatacji, a) względnej i b) bezwzględnej, w odniesieniu do granicy wytrzymałości na ściskanie dolomitu

Oprócz progów dylatacji, które określone są przez naprężenia różnicowe, wyznaczono również odkształcenia osiowe, odpowiadające poszczególnym progom, a na rysunkach 5.17 oraz 5.18 przedstawiono je jako ilorazy do odkształceń krytycznych.



Rys. 5.17. Odkształcenia odpowiadające progom dylatacji a) względnej i b) bezwzględnej w odniesieniu do odkształcenia krytycznego dla piaskowca



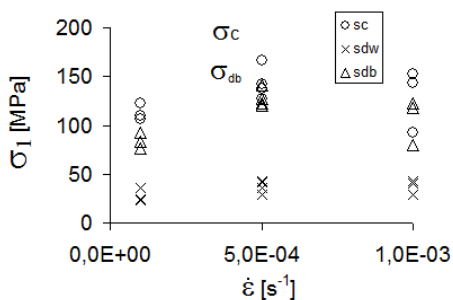
Rys. 5.18. Odkształcenia odpowiadające progom dylatacji a) względnej i b) bezwzględnej w odniesieniu do odkształcenia krytycznego dla dolomitu

Analiza tych wyników pozwala stwierdzić, że progi dylatacji względnej, odpowiadające zapoczątkowaniu procesu propagacji spękań, pojawiają się na stosunkowo wczesnym etapie obciążania próbek (przy wartości 0,2 $\epsilon_{dwl}/\epsilon_{cr}$ w przypadku piaskowca oraz wartości 0,3 $\epsilon_{dwl}/\epsilon_{cr}$ w przypadku dolomitu) i wykazują niewielką zależność od ciśnienia okólnego badania. W przypadku dolomitu takiej zależności praktycznie nie ma. Inaczej zupełnie kształtuje się sytuacja w przypadku progów dylatacji bezwzględnej. W przypadku piaskowca, próg ten pojawia się stosunkowo wcześnie, bo już przy wartości

0,4 $\epsilon_{db}/\epsilon_{cr}$, dla obciążeń jednoosiowych i jest bardzo silnie zależny od ciśnienia okólnego. Przy wysokich wartościach ciśnienia próg ten pojawia się przy wartości 0,8 $\epsilon_{db}/\epsilon_{cr}$.

Próg dylatacji bezwzględnej dla próbek dolomitu w testach jednoosiowych został wyznaczony na poziomie wartości 0,7 $\epsilon_{dw}/\epsilon_{cr}$ odkształcenia krytycznego, a w miarę zwiększania ciśnienia okólnego dochodził do wartości 0,9 $\epsilon_{dw}/\epsilon_{cr}$. Uzyskane wyniki pokazują wpływ jaki wywiera kompaktacja próbek skalnych pod wpływem ciśnienia okólnego na zapoczątkowanie i rozwój procesu propagacji spękań w próbkach. Proces ten rozpoczyna niszczenie próbek i ostatecznie doprowadza do ich destrukcji. W przypadku przeprowadzonych w pracy analiz, wyznaczone progi, a szczególnie próg dylatacji bezwzględnej mają bardzo istotne znaczenie. Próg dylatacji bezwzględnej wyznacza bowiem obciążenie, przy którym próbka skalna osiąga najmniejszą objętość (rys. 5.14), a jego przekroczenie wiąże się już tylko z jej względnym wzrostem na skutek niesprężystych odkształceń. W opisie kinematyki procesu odkształcania, na etapie progów dylatacji bezwzględnej muszą więc być włączone procesy, poza opisem sprężystym, które takie zachowanie (względny wzrost objętości) będą w stanie wykazać. Można więc już w tym miejscu założyć, iż do poprawnego opisu odkształceń objętościowych sam sprężysty model zachowania jest niewystarczający.

Wartość uzyskanych progów dylatacji względnej i bezwzględnej, poza ciśnieniem okólnym zależna jest również od prędkości narastania obciążenia. Zjawisko to pokazują wyniki testów przeprowadzonych w warunkach jednoosiowego ściskania, na 9 próbkach dolomitu (rys. 5.19), przy różnych wartościach prędkości osiowego odkształcenia (w trakcie jednego testu prędkość odkształcenia była stała, ale dla różnych próbek stosowano różne prędkości osiowych odkształceń).



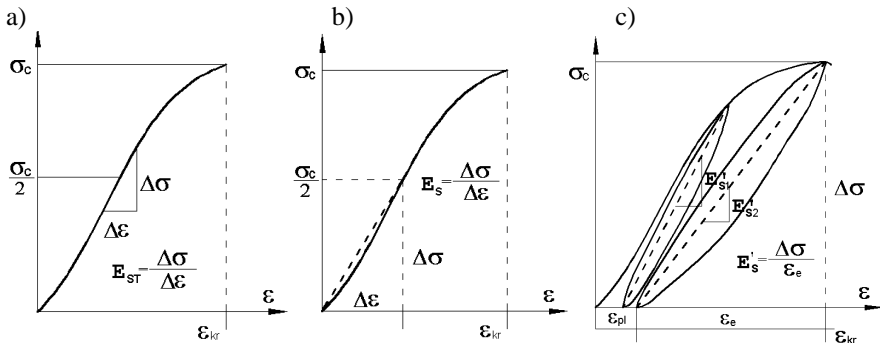
Rys. 5.19. Wpływ prędkości osiowego odkształcenia próbek dolomitu na granicę wytrzymałości na ściskanie σ_c , progi dylatacji względnej σ_{dw} i dylatacji bezwzględnej σ_{db} .

Jak można zauważyć prędkość osiowego odkształcenia ma istotny wpływ na wartość uzyskanych wyników, które nie odbiegają od ogólnie znanej zasady, że wraz z jej wzrostem wartość granicy wytrzymałości na ściskanie wzrasta (Kwaśniewski 1986c, Gustkiewicz 1999, Bukowska 2003). Fakt ten można odnieść również do progów dylatacji względnej i bezwzględnej. Wraz ze wzrostem prędkości odkształcenia różnica pomiędzy granicą wytrzymałości na ściskanie, a progiem dylatacji bezwzględnej ulega zmniejszeniu, co oznacza, że w momencie pojawienia się niestabilnego wzrostu spękań, po przekroczeniu progów dylatacji bezwzględnej, przy większych prędkościach odkształceń, próbki ulegały nagłemu zniszczeniu.

5.4. Zmiany osiowej sztywności próbek piaskowca i dolomitu jako miara rozwoju spękań

W mechanice ciał odkształcalnych sztywność jest wielkością opisującą zarówno cechy sprężystości ośrodka jak również geometrię przekroju poprzecznego elementu konstrukcyjnego. Na przykład w przypadku zginania belek definiuje się sztywność zginania, opisaną przez moduł Younga i moment bezwładności liczony względem głównych centralnych osi bezwładności przekroju belki, zaś w przypadku ściskania i rozciągania przez moduł Younga i pole powierzchni przekroju poprzecznego pręta. W pracy przyjęto, iż zmiany sztywności próbek skalnych w warunkach jednoosiowego i trójosiowego ściskania, opisane zostaną przez moduł sprężystości podłużnej, którego wartość wyznaczana lokalnie, na pewnym poziomie obciążenia jest zmienna w całym przedziale obciążania i obrazuje zmiany mikrostruktury próbek (zmiany geometryczne na poziomie mikro).

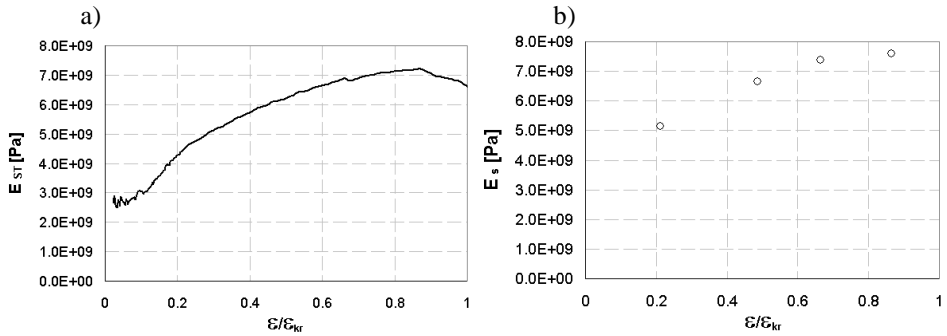
Zmiana osiowej sztywności próbek skalnych (rys. 5.21), w procesie mechanicznego obciążania (ściskania), jest efektem nakładania się na siebie dwóch zjawisk. Z jednej strony sztywność próbek wzrasta, na skutek zamykania się istniejących w skale pierwotnie porów i szczelin, z drugiej zaś maleje na skutek zarodkowania i propagacji nowych szczelin. Osiową sztywność badanych próbek, zgodną z kierunkiem obciążenia, określa moduł sprężystości podłużnej, wyznaczony na podstawie charakterystyki $\sigma_1=f(\epsilon_1)$. Moduł ten, wyznaczany zwykle dla określenia wartości modułu Younga, można definiować w różny sposób, np. jako moduł styczny E_{ST} określony dla naprężenia odpowiadającego 50% wytrzymałości skały (rys. 5.20a), sieczny E_S w przedziale od 0 do naprężenia odpowiadającego 50% wytrzymałości skały (rys. 5.20b), (za zaleceniami ISRM, Ulusay i Hudson 2007), średni z prostoliniowego odcinka charakterystyki dotyczącej obciążenia próbki.



Rys. 5.20. Różne definicje modułu sprężystości podłużnej (a i b za zaleceniami ISRM, Ulusay i Hudson 2007)

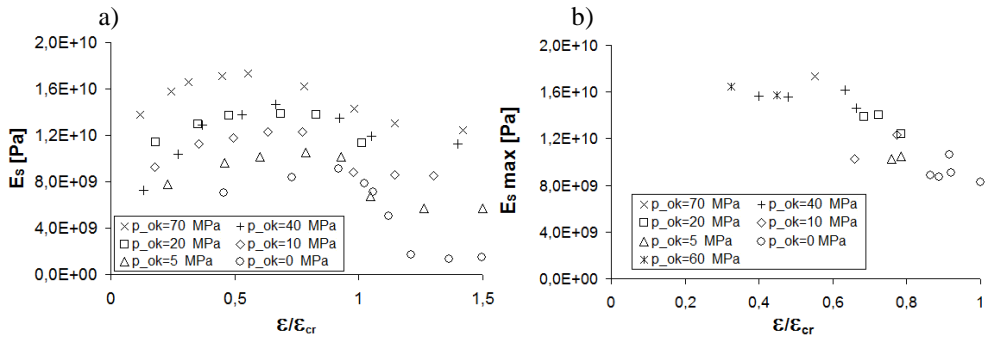
Zdaniem Autora, z uwagi na analizę zmian osiowej sztywności, w trakcie obciążania próbki odpowiedni wydaje się być moduł styczny wyznaczony lokalnie na małym przyroście osiowego naprężenia E_{ST} (średnia ruchoma z niewielkiego przedziału) lub sieczny, jednak wyznaczony z części charakterystyki z odciążania próbki E_S (rys. 5.20c). Obie miary określają lokalną wartość modułu sprężystości podłużnej (rys. 5.21), przy czym wartość modułu stycznego E_{ST} jest zawsze mniejsza niż modułu wyznaczonego

z odciążenia E_S , ze względu na odkształcenia niesprężyste towarzyszące procesowi obciążania.

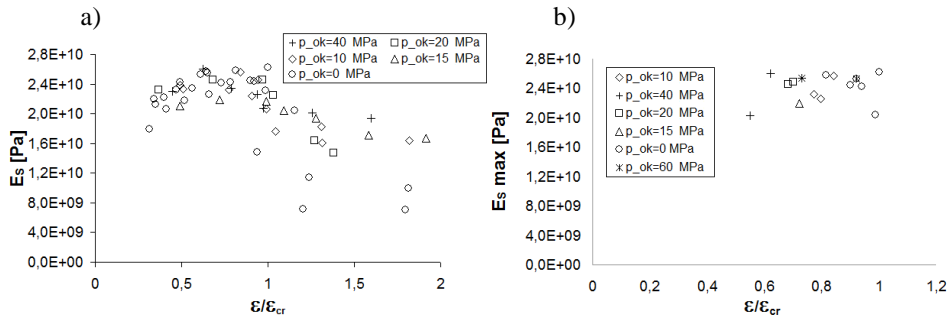


Rys. 5.21. Wykresy zmienności stycznego E_{ST} , oraz sietznego z odciążania E_s modułu sprężystości podłużnej, wyznaczone w warunkach jednoosiowego ściskania dla przykładowej próbki piaskowca

Również ze względu na analizę obejmującą pokrytyczny zakres obciążenia próbek, do opisu zmian osiowej sztywności wygodnie jest przyjąć miarę E_S – sprężystości podłużnej wyznaczoną ze ścieżki odciążenia (rys. 5.20c).



Rys. 5.22. Przykładowe wykresy, a) zmian modułu sprężystości podłużnej E_S w testach jednoosiowego i trójosiowego ściskania próbek piaskowca, b) maksymalne wartości modułu E_S uzyskane w poszczególnych testach



Rys. 5.23. Przykładowe wykresy, a) zmian modułu sprężystości podłużnej E_S w testach jednoosiowego i trójosiowego ściskania próbek dolomitu, b) maksymalne wartości modułu E_S uzyskane w poszczególnych testach

Przykładowe wyniki przeprowadzonych analiz zmian osiowej sztywności, dla testów jednoosiowych i trójosiowych piaskowca i dolomitu, zaprezentowano na rysunkach 5.22 i 5.23. Obok rysunków opisujących zmienną w procesie odkształcania osiową sztywność próbek, rys. 5.22a i rys. 5.23a, zestawiono maksymalne wartości modułu E_s uzyskane w poszczególnych testach, rys. 5.22b i rys. 5.23b.

Z przedstawionych wykresów wynika, że sztywność osiowa badanych próbek, w miarę wzrostu obciążenia najpierw wzrasta, osiągając swoje maksimum jeszcze w przedziale przedkrytycznym obciążenia, a następnie maleje, szczególnie intensywnie w przedziale pokrytycznym obciążenia. Sztywność osiowa próbek zależna od ciśnienia okólnego jest tym większa, im większe jest zastosowane ciśnienie okólne. Również odkształcenia osiowe odpowiadające maksymalnej sztywności występują coraz wcześniej, przy coraz większych ciśnieniach. Maksymalne wartości sztywności wraz ze wzrostem ciśnienia okólnego uzyskiwane są dla odkształceń osiowych w przedziale między granicą wytrzymałości na ściskanie, w przypadku testów jednoosiowych, a progiem dylatacji względnej, dla testów trójosiowych i wysokich ciśnień okólnych. Dla testów jednoosiowych, zarówno w przypadku próbek piaskowca jak i dolomitu, maksymalna sztywność próbek jest bliska granicy wytrzymałości na ściskanie i nie odpowiada ani progowi dylatacji względnej, ani bezwzględnej (dla testów jednoosiowych piaskowca jest stosunkowo nisko, około $0,4 \epsilon_{cr}$).

Opisane powyżej zjawiska są efektem obecności pierwotnych spękań i porów piaskowca i dolomitu oraz ich zamykania się na skutek coraz większego ciśnienia okólnego. Przy coraz większych ciśnieniach okólnych wstępna sztywność próbek jest coraz większa, a dalsze jej zmiany następują, w głównej mierze, na skutek rozwoju spękań. Przyjęta miara sztywności, szczególnie na wstępnym etapie obciążania, nie opisuje więc wyłącznie rozwoju spękań. Wynika stąd też dość istotny wniosek, iż analiza rozwoju spękań dla badanego piaskowca i dolomitu, przez określenie zmian modułu sprężystości podłużnej nie jest precyzyjna i jednoznaczna, gdyż rejestrowane zmiany sztywności opisują dwa przeciwstawne zjawiska: zaciskanie porów i pierwotnych spękań, powodujące wzmocnienie oraz rozwój nowych spękań, powodujących osłabienie struktury skały.

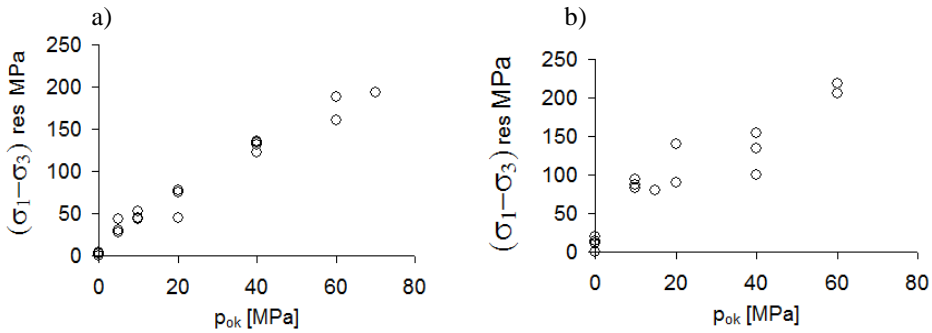
5.5. Wytrzymałość rezydualna (tzw. pokrytyczna)

W pracy pod pojęciem wytrzymałości rezydualnej rozumie się naprężenie różnicowe bądź osiowe, które osiągane jest w próbkach skalnych na ustabilizowanym, pokrytycznym etapie obciążenia. Wyznaczenie wartości tych naprężeń i odpowiadających im odkształceń osiowych próbek jest dość istotne, ponieważ cały proces niszczenia odbywa się w przedziale obciążeń, pomiędzy granicą wytrzymałości, a naprężeniami rezydualnymi (lub odkształceniem krytycznym i odkształceniem wyznaczonym dla naprężeń rezydualnych).

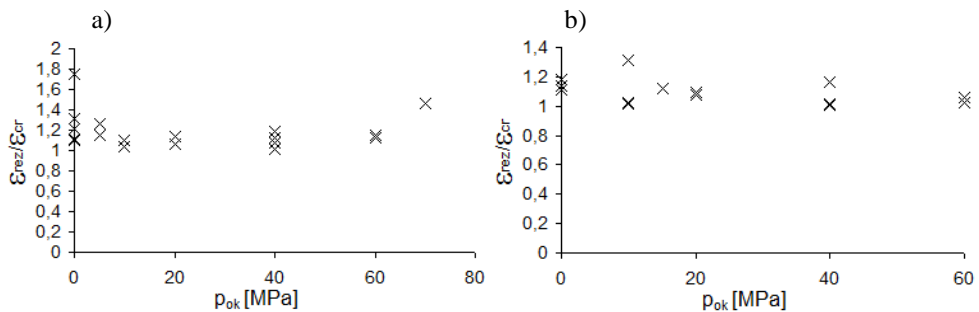
Pokrytyczny etap obciążania można uzyskać jedynie w sztywnych, serwosterowalnych maszynach wytrzymałościowych. W testach jednoosiowych uzyskanie takich wyników jest stosunkowo trudne, czasem niemożliwe i wymaga kinematycznego sterowania procesem obciążania. Tak jak zaznaczono na wstępie rozdziału, wszystkie wyniki prezentowane w tej pracy, zostały uzyskane przy stałej prędkości osiowego odkształcania, a więc parametrem sterującym proces obciążenia była w tym przypadku prędkość osiowego odkształcania. Takie warunki badań nie pozwoliły uzyskać wyników wytrzymałości rezydualnej próbek

piaskowca i dolomitu w niektórych testach jednoosiowych (tabela 5.1 i 5.2). Wartości uzyskanych wytrzymałości rezydualnych próbek zaprezentowano na rys. 5.24a i b.

Na rysunku 5.25 zestawiono odkształcenia osiowe odpowiadające wytrzymałości rezydualnej, odniesione do odkształceń krytycznych. Jak można zauważyć rezydualne naprężenia, a więc cały proces niszczenia w próbkach piaskowca w przedziale wartości $(1+1,2) \epsilon_{cr}$, w wyjątkowych przypadkach odpowiadał $1,4 \epsilon_{cr}$ i $1,8 \epsilon_{cr}$.



Rys. 5.24. Wytrzymałości rezydualne uzyskane dla próbek a) piaskowca i b) dolomitu



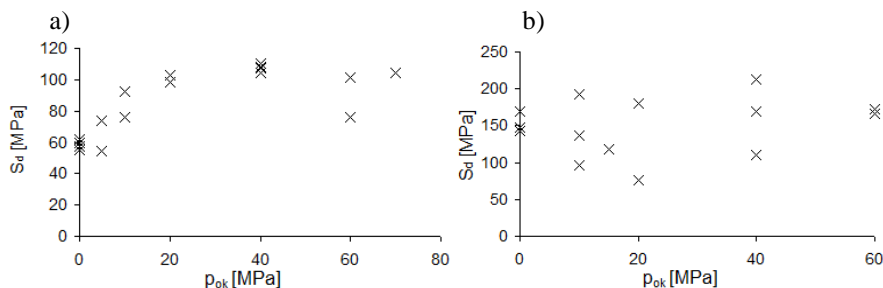
Rys. 5.25. Odkształcenia osiowe odpowiadające wytrzymałości rezydualnej próbek, a) piaskowca i b) dolomitu, odniesione do odkształceń krytycznych

W przypadku dolomitu niszczenie odbywało się zasadniczo w przedziale wartości $(1+1,2) \epsilon_{cr}$, a w jednym przypadku, dla ciśnienia okólnego $p_{ok}=10$ MPa, obejmowało zakres wartości $(1+1,3) \epsilon_{cr}$.

Pewną konsekwencją uzyskiwanej przez próbki rezydualnej wytrzymałości jest tzw. spadek naprężenia S_d , rozumiany jako różnica naprężeń (osiowych, bądź różnicowych) pomiędzy granicą wytrzymałości, a naprężeniem rezydualnym. Na rysunku 5.26 przedstawiono wartości spadku naprężenia towarzyszące zniszczeniu próbek piaskowca i dolomitu, przy różnych ciśnieniach okólnych testów.

W przypadku próbek piaskowca, począwszy od ciśnienia okólnego $p_{ok}=20$ MPa, spadki naprężenia stabilizują się na poziomie $S_d=100$ MPa. Dla mniejszych ciśnień okólnych są one mniejsze, począwszy od wartości $S_d=60$ MPa dla testów jednoosiowych. W przypadku dolomitu uzyskane wyniki mają duży rozrzut i zapewne z tego powodu nie

widać zależności od ciśnienia okólnego. Średnia wartość spadku naprężenia w tym przypadku wyniosła $S_d = 149$ MPa.



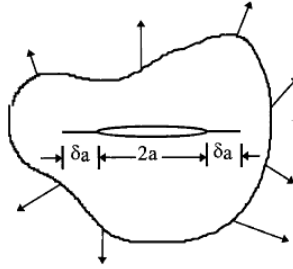
Rys. 5.26. Spadki naprężeń S_d rejestrowane w próbkach dla jedno i trójosiowych obciążeń

5.6. Analiza zmian energetycznych związanych z rozwojem spękań i trwałych odkształceń w próbkach skalnych

Pomijając obecnie przyczyny trwałych odkształceń, co będzie przedmiotem analiz zaprezentowanych w rozdziale 6, przyjęto, iż trwałe odkształcenia są efektem pewnych zjawisk związanych z plastycznością. Jak przedstawiono w poprzednim rozdziale, zmiany osiowej sztywności próbek można, z pewnym przybliżeniem, uznać za efekt propagacji mikrospekkań i mikroszczelin towarzyszących zniszczeniu próbek skalnych. Na podstawie tych założeń zaproponowany został przez Autora pewien model, pozwalający opisać zmiany energetyczne towarzyszące zniszczeniu próbek skalnych, w trakcie jednoosiowego i trójosiowego ściskania.

5.6.1. Założenia teoretyczne dotyczące zmian energetycznych w próbkach skalnych pod wpływem mechanicznych obciążeń

Przyjmując założenie, że energia odkształcenia sprężystego próbki skalnej, będącej pod zewnętrznym obciążeniem, zostaje dyssypowana na tarcie na ściankach szczelin i spękań (dyssypacja plastyczna) oraz na powstawanie i propagację już istniejących szczelin (pęknięcie), zdaniem Autora śledzenie zmian energetycznych zachodzących w próbce skalnej może być przeprowadzone na gruncie mechaniki pęknięcia i bilansu energetycznego ciała ze szczeliną (Cieślak 2011, Cieślak 2013a). Bilans taki, dzięki zdefiniowaniu pojęcia prędkości uwalniania energii, został sformułowany przez Griffith'a w 1920 roku, a następnie w 1948 roku został rozszerzony przez Orowana i Irwina (Broek 1988, Neimitz 1998, Saxena 1998). Zgodnie z zasadą zachowania energii bilans energetyczny ciała sprężysto-plastycznego zawierającego szczelinę (rys. 5.27) pod działaniem dowolnego obciążenia można opisać zależnością 5.2 (Wang 1996, Saxena 1998, German 2011)



Rys. 5.27. Model ciała sprężysto-plastycznego ze szczeliną (Wang 1996)

$$\dot{W} = \dot{U}_{el} + \dot{U}_{pl} + \dot{K} + \dot{\Gamma} \quad (5.2)$$

gdzie:

- \dot{W} – praca sił zewnętrznych wykonana w jednostce czasu,
- $(\dot{U}_{el} + \dot{U}_{pl})$ – prędkość zmian energii wewnętrznej ciała, na którą składa się energia sprężysta i praca odkształceń plastycznych,
- \dot{K} – prędkość zmian energii kinetycznej ciała,
- $\dot{\Gamma}$ – prędkość zmian energii zużytej na utworzenie jednostki powierzchni swobodnej szczeliny (tzw. energia powierzchniowa).

Zakładając, że w przypadku powolnego, quasi-statycznego wzrostu szczeliny człon odpowiadający za zmiany energii kinetycznej może zostać pominięty oraz, że wszystkie zmiany w czasie wywołane są zmianami powierzchni szczeliny dA , bilans energetyczny może być zapisany w postaci (Saxena 1998, German 2011):

$$\frac{d}{dA}(W - U_{el}) = \frac{d\Gamma}{dA} + \frac{dU_{pl}}{dA} \quad (5.3)$$

Wyrażając energię potencjalną układu Π przez różnicę energii sprężystej tego układu U_{el} i pracy sił zewnętrznych W :

$$\Pi = U_{el} - W \quad (5.4)$$

dochodzimy do wniosku, że równowaga energetyczna analizowanego układu w trakcie wzrostu szczeliny jest zachowana jeżeli:

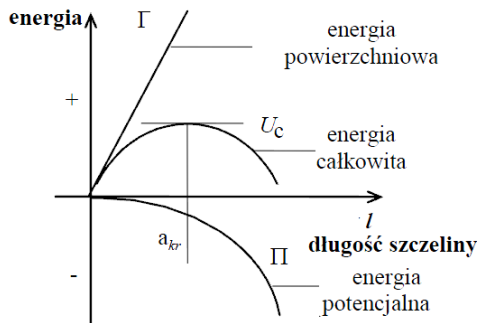
$$-\frac{d\Pi}{dA} = \frac{d\Gamma}{dA} + \frac{dU_{pl}}{dA} \quad (5.5)$$

Z równania tego wynika, iż prędkość energii dyssypowanej na skutek odkształceń plastycznych i tworzenia się nowych powierzchni szczeliny, równa jest prędkości zmniejszania się energii potencjalnej układu.

Definiując energię całkowitą układu U_c jako:

$$U_c = -W + U_{el} + U_{pl} + \Gamma \quad (5.6)$$

bilans energetyczny wzrostu szczeliny można zilustrować jak na rysunku 5.28



Rys. 5.28. Bilans energetyczny wzrostu szczeliny w ciele sprężysto-plastycznym (German 2011)

Wraz ze wzrostem długości szczeliny wzrasta energia powierzchniowa na skutek propagacji szczeliny, maleje zaś energia całkowita układu i energia potencjalna.

Przyjmując założenie ciała sprężysto-kruche (gdy energia dyssypowana na odkształcenia plastyczne jest pomijana) Griffith otrzymał równanie, które upraszcza się do zależności:

$$-\frac{d\Pi}{dA} = \frac{d\Gamma}{dA} \quad (5.7)$$

Z uwagi na fizykę zjawiska lewa strona równania reprezentuje energię układu wykorzystaną na wzrost powierzchni szczeliny, zaś prawa określa opór stawiany przez materiał przy wzroście pęknięcia, czyli inaczej odporność na pęknięcie R (German 2011).

$$\frac{d\Gamma}{dA} = R = 2\gamma \quad (5.8)$$

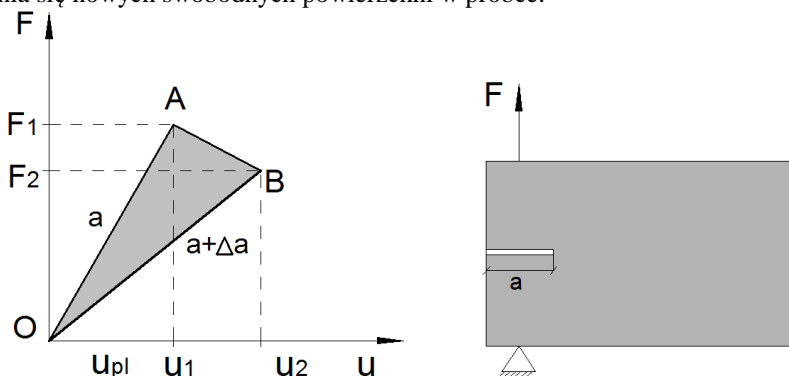
Wielkość 2γ określa właściwą energię powierzchniową przy wzroście jednostki powierzchni swobodnej z dwóch stron szczeliny (rys. 5.27), stąd też energia γ mnożona jest przez 2. Wprowadzając pojęcie prędkości uwalniania energii G zdefiniowaną jako zmiana energii potencjalnej ciała ze szczeliną, na skutek wzrostu długości tej szczeliny:

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} = 2\gamma \quad (5.9)$$

Griffith określił kryterium wzrostu szczeliny zakładając, że energia musi osiągnąć wartość krytyczną G_c i być równa odporności materiału na pękanie:

$$G = G_c = 2\gamma \quad (5.10)$$

Prędkość uwalniania energii G zależy od sposobu obciążenia próbki. W cytowanej wcześniej literaturze można znaleźć przykłady analiz, gdzie zakłada się wzrost długości szczeliny przy stałej wartości obciążenia lub stałej wartości przemieszczenia (tzw. "stałe uchwyt", bądź "stała siła"). Ze względu na obciążenie próbek skalnych, interesujący jest przypadek ogólny, w którym zmianie ulega zarówno siła jak i przemieszczenie (rys. 5.29). Rozpatrywany poniżej przypadek dotyczy próby rozciągania, jednak w trakcie ściskania materiałów kruchych również dochodzi do propagacji szczeliny (na kierunku działania siły) i tworzenia się nowych swobodnych powierzchni w próbce.



Rys. 5.29. Ogólna zależność siła-przemieszczenie dla próbki sprężysto kruchej ze szczeliną

Na podstawie pomiarów aktualnej wartości siły oraz przemieszczenia w teście rozciągania próbki sprężysto-kruchej (rys. 5.29), zmiana jej energii potencjalnej na skutek wzrostu szczeliny jest równa:

$$\Delta\Pi = \Delta U_{el} - \Delta W \quad (5.11)$$

Zmianę energii sprężystej można wyznaczyć z zależności:

$$\Delta U_{el} = \frac{1}{2} F_2 u_2 - \frac{1}{2} F_1 u_1 \quad (5.12)$$

zaś pracę sił zewnętrznych z równania:

$$\Delta W = F_1(u_2 - u_1) - \frac{1}{2}(F_1 - F_2)(u_2 - u_1) \quad (5.13)$$

Ostateczną zależność opisującą zmianę energii potencjalnej można wyznaczyć z zależności:

$$\Delta\Pi = -\frac{1}{2}(F_1u_2 - F_2u_1) \quad (5.14)$$

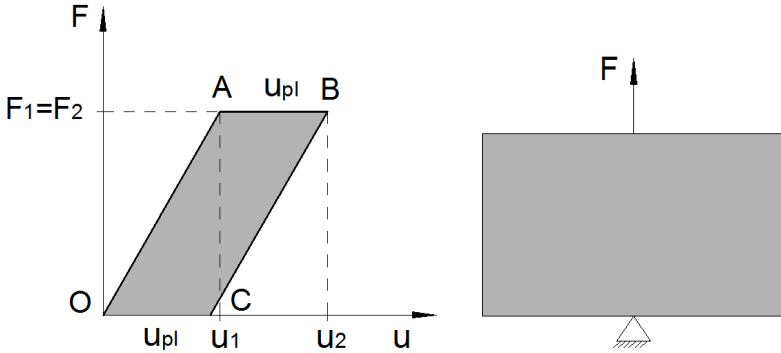
W związku z powyższym zmiana energii potencjalnej w próbce jest równa zaciemnionemu polu trójkąta OAB (rys. 5.29).

$$-\Delta\Pi = \Delta OAB \quad (5.15)$$

Na tej podstawie, przy znajomości przyrostu długości szczeliny można określić prędkość uwalniania energii G :

$$G = \frac{\text{pole}\Delta OAB}{\Delta a} = 2\gamma \quad (5.16)$$

W przypadku ciała idealnie plastycznego - bez szczeliny (rys. 5.30), zmiana energii potencjalnej w całości poświęcona jest na dyssypację plastyczną układu.



Rys. 5.30. Ogólna zależność siła - przemieszczenie dla próbki sprężysto idealnie plastycznej

$$\Delta\Pi = \Delta U_{el} - \Delta W \quad (5.17)$$

$$\Delta U_{el} = 0 \quad (5.18)$$

W tym przypadku pracę sił zewnętrznych wyznacza się z zależności:

$$\Delta W = Fu_{pl} = F(u_2 - u_1) \quad (5.19)$$

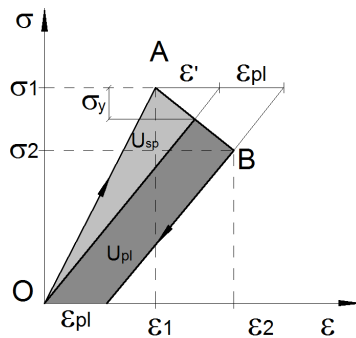
zaś zmianę energii potencjalnej można obliczyć jako:

$$\Delta\Pi = -F(u_2 - u_1) \quad (5.20)$$

Należy zaznaczyć, iż w przypadku testów jednoosiowego ściskania, czy rozciągania próbek skalnych, gdzie na skutek przyrostów siły od pewnego poziomu obciążenia (progu

dylatacji względnej) następuje propagacja istniejących szczelin i tworzenie się nowych, pomiar przyrostów długości szczelin jest praktycznie niemożliwy. Stąd też w takich testach nie jest możliwe wyznaczenie wprost wartości energii powierzchniowej pęknięcia γ . Korzystając z charakterystyki próbki (rys. 5.29) można jednak określić wielkość energii dyssypowanej na propagację szczelin (pole ΔOAB ; rys. 5.29). Pewne próby wyznaczenia w takich testach energii powierzchniowego pęknięcia na próbkach betonowych, z wykorzystaniem tomografii, były prowadzone przez Landisa i Nagy (2000), jednak jak się wydaje, dają one dobre rezultaty jedynie w zaawansowanym stadium pęknięcia.

Powyższe przykłady obrazują możliwość wyznaczenia zmian energetycznych spowodowanych rozwojem (propagacją) szczelin oraz dyssypacją plastyczną. Rozpatrywane na wstępie ciało sprężysto-plastyczne ze szczeliną jest złożeniem obu rozpatrywanych przypadków ciała sprężysto-kruche oraz sprężysto-idealnie plastycznego. Jak to już wcześniej wykazano, zmiany energii potencjalnej w takim przypadku powodowane są zarówno propagacją szczeliny jak również dyssypacją plastyczną. Graficzna interpretacja takiego przypadku na charakterystyce naprężenie-odkształcenie przedstawiona jest na rys. 5.31.



Rys. 5.31. Ogólna zależność naprężenie - odkształcenie dla próbki sprężysto plastycznej ze szczeliną (pętla obciążenie - odciążenie z rejestrowanymi trwałymi odkształceniami)

W tym przypadku poszczególne rodzaje energii zostały wyznaczone z zależności geometrycznych przedstawionych na rysunku 5.31

$$\sigma_y = \frac{\varepsilon'(\sigma_1 - \sigma_2)}{\varepsilon' + \varepsilon_{pl}} \quad (5.21)$$

Energę dyssypowaną na spękania określa zależność:

$$U_{sp} = \frac{1}{2} \varepsilon' (\sigma_1 - \sigma_y) \quad (5.22)$$

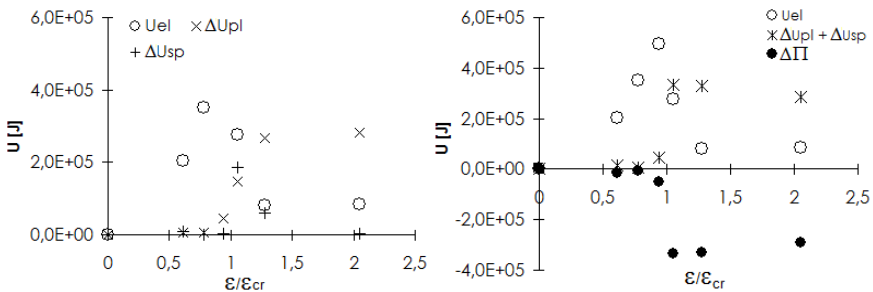
zaś tę dyssypowaną na odkształcenia plastyczne wyznacza się z równania:

$$U_{pl} = \sigma_2 \varepsilon_{pl} + \frac{1}{2} \varepsilon_{pl} [(\sigma_1 - \sigma_2) - \sigma_y] \quad (5.23)$$

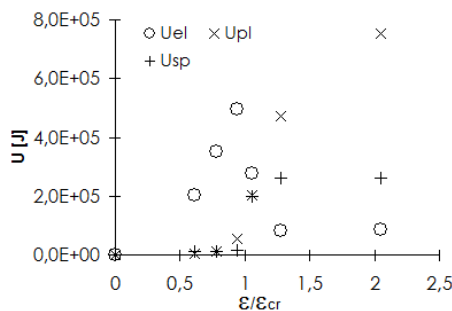
Uzyskane powyżej zależności posłużyły do opisu zmian energetycznych, zachodzących w próbkach piaskowca i dolomitu poddanych obciążeniom jednoosiowego i trójosiowego ściskania. Podobna interpretacja podziału dyssypacji energii do wyznaczenia energii powierzchniowej pęknięcia (bez uwzględniania efektów plastyczności na wierzchołku szczeliny) została zastosowana przez Bazanta (1996) oraz Bazanta i Planasa (1998) w testach trójpunktowego zginania próbek betonowych.

5.6.2. Zmiany energetyczne towarzyszące obciążeniom jednoosiowym i trójosiowym piaskowca Wustenzeller

Badania mechaniczne próbek piaskowca jak i dolomitu prowadzone były w schemacie obciążanie - odciążanie, co najmniej kilka pętli w zakresie przed i pokrytycznym, dzięki czemu, zgodnie z zaproponowaną wcześniej metodyką, możliwa była analiza zmian energetycznych towarzyszących procesowi niszczenia próbek. Na podstawie zaprezentowanych wcześniej analiz można przyjąć, że zmiany energii potencjalnej $\Pi = U_{el} - W$ spowodowane są wyłącznie dyssypacją energii na pęknięcie U_{sp} oraz dyssypacją plastyczną U_{pl} . Przykładowe zależności zmian (przyrostów) wartości poszczególnych rodzajów energii w trakcie procesu trójosiowego obciążenia (ciśnienie okólne $p_{ok}=5$ MPa) dla próbki piaskowca Wustenzeller, zaprezentowano na rysunku 5.32, zaś na rysunku 5.33 przedstawiono sumaryczne wartości tych energii.



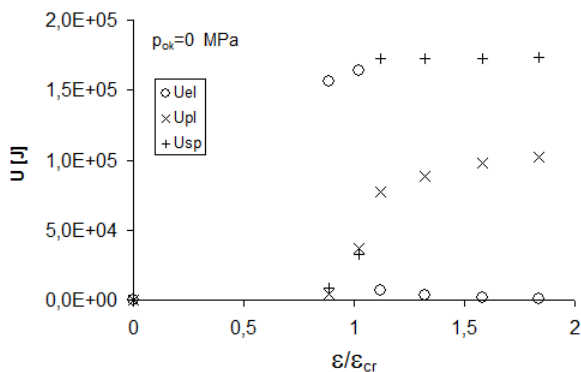
Rys. 5.32. Przyrosty wartości poszczególnych rodzajów energii w trakcie procesu obciążania próbki piaskowca



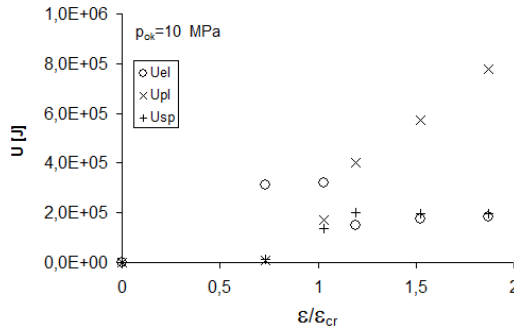
Rys. 5.33. Sumaryczne wartości energii sprężystej oraz dyssypowanej na spęknięcia i efekty tarcia wewnętrznego w trakcie obciążania próbki piaskowca

W procesie obciążania próbki oba procesy dyssypacji energii rozpoczynają się w przedkrytycznym przedziale obciążenia, dyssypacja energii zużytej na spękania na poziomie około $0,8 \epsilon_{cr}$ i plastycznej na poziomie około $0,6 \epsilon_{cr}$. Pierwszy z nich może być powiązany z progiem dylatancji bezwzględnej, który będąc zależny od ciśnienia okólnego, dla próbek piaskowca obciążonych przy ciśnieniu okólnym $p_{ok}=5\text{MPa}$ występował na poziomie $0,8 \epsilon_{cr}$. Należy jednak zauważyć, iż w zakresie przedkrytycznym obciążenia, proces dyssypacji plastycznej jest bardziej intensywny niż dyssypacji energii na pękanie. Bezpośrednio po przekroczeniu punktu krytycznego następuje skok energii dyssypowanej na pękanie i stopniowy jej spadek do momentu uzyskania wytrzymałości rezydualnej. Na poziomie wytrzymałości rezydualnej dyssypacja energii na pękanie zanika, występuje jedynie dyssypacja plastyczna na stałym określonym poziomie (rys. 5.32). Sumy przyrostów poszczególnych rodzajów energii pokazują bilans energetyczny w całym procesie obciążania (rys. 5.33). Energia sprężysta próbki piaskowca najpierw wzrasta, a wraz z zapoczątkowaniem procesów dyssypacji plastycznej i pęknięcia zaczyna spadać, do wartości uzyskanej na poziomie rezydualnej wytrzymałości próbki. Oba rodzaje dyssypacji początkowo rosną, przy czym na poziomie $1,2 \epsilon_{cr}$ proces dyssypacji energii na spękania zatrzymuje się (przyrosty są bliskie zera) i utrzymuje na stałym poziomie. Dyssypacja plastyczna rośnie w całym przedziale obciążenia, zarówno w stanie przedkrytycznym, jak i pokrytycznym. W przedziale przedkrytycznym jest ona związana z tarcieniem na mikrospekaniach i mikroszczelinach, zaś w pokrytycznym, gdy zostało już uformowane makropęknięcie, jest związana z tarcieniem na powierzchniach makropęknięcia.

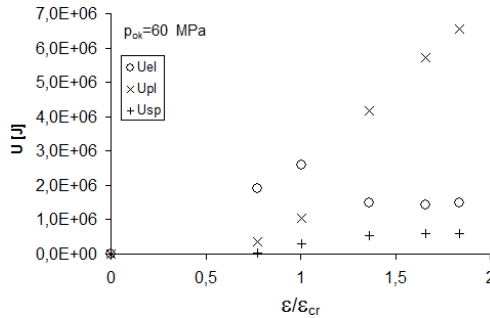
Zaprezentowane zmiany energetyczne towarzyszące procesowi niszczenia próbek są istotnie zależne od warunków obciążenia, w szczególności zaś od ciśnienia okólnego stosowanego w badaniach. Na rysunkach 5.34, 5.35 i 5.36 zaprezentowano wyniki uzyskane dla przykładowych próbek piaskowca Wustenzeller badanych w warunkach różnych ciśnień okólnych (wyniki dla pojedynczych próbek przy różnych ciśnieniach okólnych badań).



Rys. 5.34. Zmiany energetyczne towarzyszące procesowi niszczenia próbek w warunkach jednoosiowego ściskania



Rys.5.35. Zmiany energetyczne towarzyszące procesowi niszczenia próbek w warunkach trójosiowego ściskania (ciśnienie okólne $p_{ok}=10$ MPa)



Rys. 5.36. Zmiany energetyczne towarzyszące procesowi niszczenia próbek w warunkach trójosiowego ściskania (ciśnienie okólne $p_{ok}=60$ MPa)

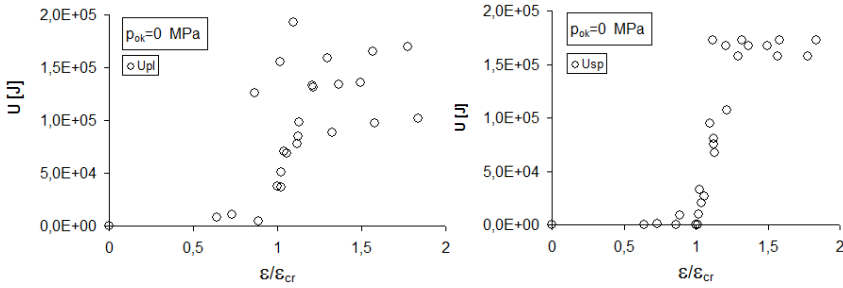
Charakter przebiegu dyssypacji energii we wszystkich trzech przypadkach obciążeń jest podobny. Wielkość energii sprężystej zakumulowanej w próbce maleje kosztem wzrostu energii dyssypowanej na spękania i tarcie. Można jednak odnotować istotne różnice ilościowego udziału poszczególnych rodzajów dyssypacji, dla warunków jednoosiowego i trójosiowego obciążenia.

Tabela 5.3.

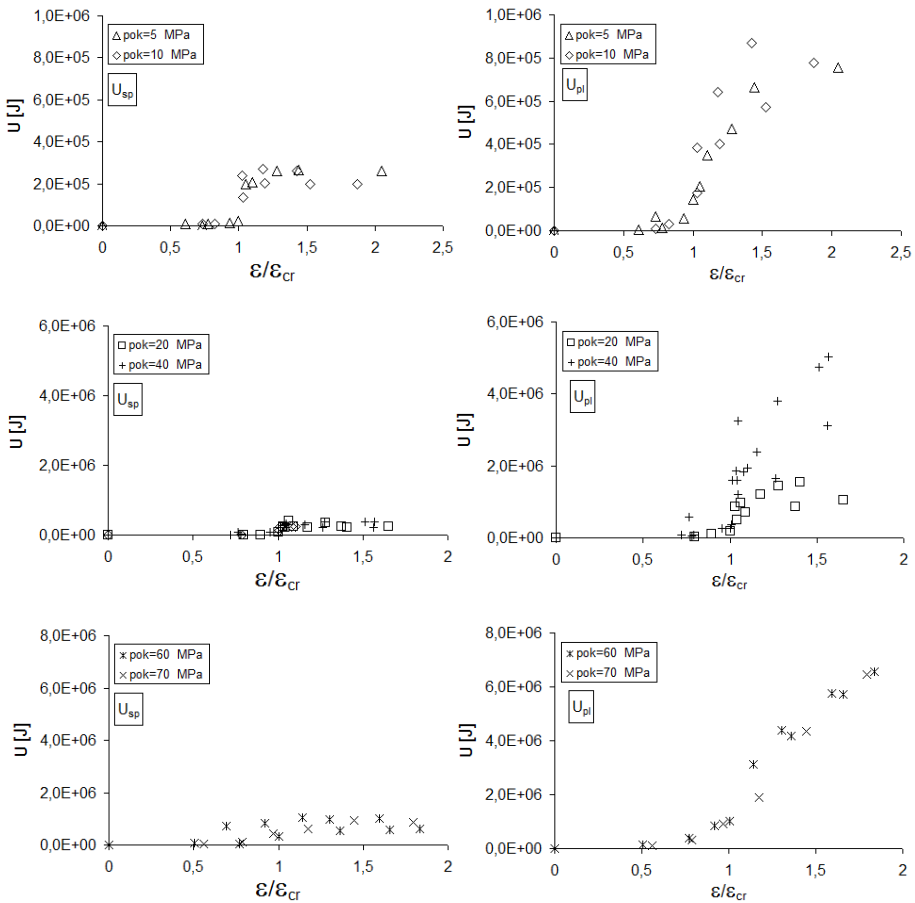
Informacje o liczbie próbek, z których dane wykorzystano w analizach

Ciśnienie okólne p_{ok} [MPa]	Liczba próbek
0	4
5	2
10	2
20	2
40	4
60	2
70	1

W warunkach badań jednoosiowych energia dyssypowana na spękania jest większa niż dyssypacja plastyczna. Wtedy jednak próbki ulegały zniszczeniu w postaci kilku podłużnych pęknięć.



Rys. 5.37. Dyssypacja energii na propagację spękań U_{sp} oraz efekty tarcia U_{pl} w przedkrytycznym i pokrytycznym przedziale procesu jednoosiowego ścisnienia



Rys. 5.38. Dyssypacja energii na propagację spękań U_{sp} oraz efekty tarcia U_{pl} , w przedkrytycznym i pokrytycznym przedziale procesu trójosiowego ścisnienia

W przypadku obciążeń trójosiowych, gdy następowało ścięcie, energia plastyczna dyssypacji była zawsze większa niż ta dyssypowana na propagację spękań. Wielkość poszczególnych rodzajów dyssypowanej energii jest zależna od warunków obciążenia i jest tym większa, im większe jest ciśnienie okólne badań (wraz za wzrostem wytrzymałości granicznej i ciągliwości próbek). Spostrzeżenia te znajdują potwierdzenie na rysunkach 5.37 oraz 5.38, gdzie zaprezentowano wyniki uzyskane dla wszystkich próbek (tabela 5.3), przy różnych ciśnieniach okólnych.

Dla testów jednoosiowych wartość energii dyssypowanej na spękania i tarcie wewnętrzne próbek jest zbliżona. W przypadku testów w warunkach trójosiowych obciążeń energia dyssypowana na tarcie jest zwykle znacznie większa niż ta na propagację spękań, a różnica pomiędzy nimi rośnie wraz z zwiększaniem ciśnienia okólnego doświadczeń.

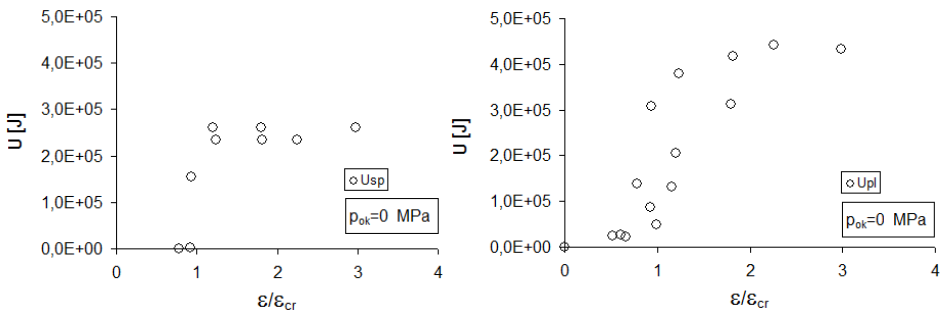
5.6.3. Zmiany energetyczne towarzyszące obciążeniom jednoosiowym i trójosiowym dolomitu z LGOM

Metodykę analizy zmian energetycznych zachodzących w trakcie niszczenia próbek skalnych zaproponowaną przez Autora, wykorzystano również dla testów wykonanych na próbkach dolomitu ilastego. Wyniki uzyskane dla wszystkich próbek, przy różnych ciśnieniach okólnych badań zaprezentowano na rysunkach 5.39 oraz 5.40, a informacje o liczbie próbek, z których dane wykorzystano w analizie przedstawiono w tabeli 5.4

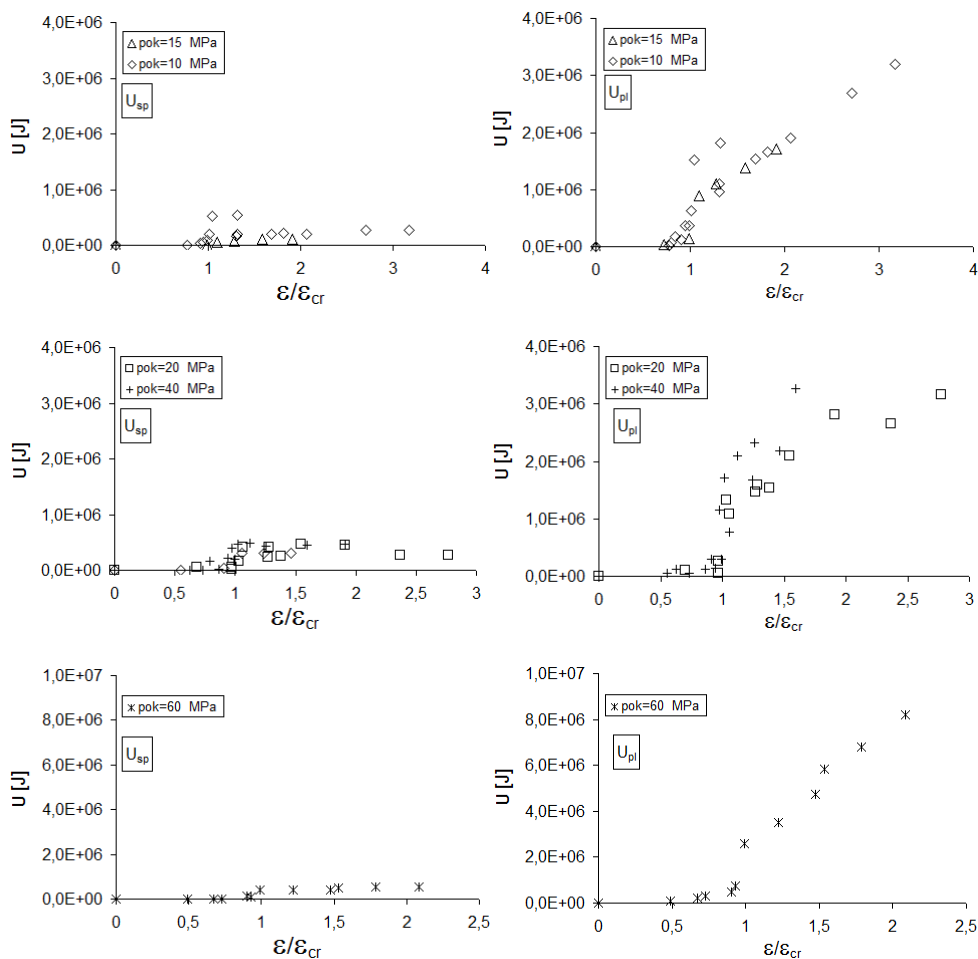
Tabela 5.4.

Informacje o liczbie próbek, z których dane wykorzystano w analizach

Ciśnienie okólne p_{ok} [MPa]	Liczba próbek
0	3
10	3
15	1
20	2
40	3
60	2



Rys. 5.39. Dyssypacja energii na propagację spękań U_{sp} oraz efekty tarcia U_{pl} w przedkrytycznym i pokrytycznym przedziale jednoosiowego ściskania próbek dolomitu



Rys. 5.40. Dyssypacja energii na propagację spękań U_{sp} oraz efekty tarcia U_{pl} , w przedkrytycznym i pokrytycznym przedziale trójosiowego ściskania próbek dolomitu

Zmiany energetyczne zachodzące w trakcie niszczenia w dolomitach, są jakościowo podobne do tych, obserwowanych w piaskowcu Wustenzeller. W przypadku dolomitów jednak, dla wszystkich testów, zarówno jednoosiowych jak i trójosiowych, energia dyssypowana na propagację spękań zawsze była mniejsza od tej, dyssypowanej na tarcie wewnętrzne próbek skalnych i na powierzchni makropęknięcia.

5.6.4. Uwagi i wnioski dotyczące analiz energetycznych

Wykorzystując charakterystyki zachowania próbek w testach jednoosiowego i trójosiowego ściskania z odciążaniem, możliwe jest określenie zmian energetycznych związanych ze zjawiskami pęknięcia i dyssypacji plastycznej, towarzyszących niszczeniu próbek. Bazując na bilansie energetycznym ciała sprężysto-plastycznego ze szczeliną (Saxena 1998, German 2011) oraz geometrycznych zależnościach uzyskanych przez Autora na podstawie charakterystyk σ - ϵ , możliwe jest określenie tej części energii, która

odpowiedzialna jest za propagację mikrospekąń i makropęknięcia (nie jest to jednak energia powierzchniowa pękania) oraz tę odpowiedzialną za dyssypację plastyczną. Proces dyssypacji jest zależny od warunków obciążeń, ciśnienia okólnego, oraz od prędkości narastania obciążenia (Cieślak 2013a). Należy jednak zwrócić uwagę, iż proces propagacji spekąń w zaprezentowanej tutaj analizie bazuje na zmianach sztywności osiowej badanych próbek. To właśnie zmiany sztywności osiowej odpowiedzialne są za zmianę nachylenia charakterystyki σ - ϵ przy odciążaniu próbek i one bezpośrednio decydują o wielkości energii dyssypowanej na propagację spekąń. Inna miara zmian sztywności próbek, np. tensorowa wyznaczona wprost z opisu geometrii spekąń, mogłaby poprawić opis zjawisk propagacji spekąń.

5.7. Istotne cechy zachowania się skał z uwagi na dobór modelu fizycznego

Celem analiz przeprowadzonych w tym rozdziale było wytypowanie i identyfikacja istotnych założeń modelu fizycznego oraz cech zachowania się próbek skalnych piaskowca i dolomitu. Dzięki badaniom przeprowadzonym na próbkach skalnych uzyskano informacje, na podstawie których można określić podstawowe wymagania stawiane modelom fizycznym aby te, przynajmniej w podstawowym zakresie, opisywały rzeczywiste zachowanie się skał w warunkach złożonego stanu naprężenia. Podstawą uzyskania informacji o zachowaniu się skał są charakterystyki σ - ϵ oraz progi obciążenia, opisujące zapoczątkowanie pewnych charakterystycznych dla skał procesów związanych z procesem niszczenia próbek.

Na podstawie badań przeprowadzonych na próbkach piaskowca i dolomitu można stwierdzić, że wyznaczane w przedkrytycznym przedziale obciążenia, stałe sprężystości (E i ν) istotnie zależą od hydrostatycznej składowej stanu naprężenia (określonej w doświadczeniach przez różne wartości ciśnień okólnych), obrazujące pierwotną nieciągłą i porowatą strukturę próbek. Zależność taka jest zwykle pomijana w analizach, poprzez przyjęcie ustabilizowanych, od pewnego poziomu obciążenia, wartości tych parametrów.

Próbki skalne na pewnym poziomie obciążenia osiągają granicę wytrzymałości, a w zakresie pokrytycznym obciążenia, wytrzymałość rezydualną. Wyznaczenie tych granic, zarówno w przypadku próbek piaskowca jak i dolomitu nie stwarzało problemu, może poza niektórymi testami jednoosiowymi. Określono również odkształcenia osiowe odpowiadające tym warunkom.

Zmiany sztywności osiowej próbek, które jak założono obrazują propagację spekąń, są zależne od ciśnienia okólnego badań. Ich maksymalne wartości uzyskiwane są dla odkształceń osiowych zawierających się w przedziale między granicą wytrzymałości na ściskanie, w przypadku testów jednoosiowych i progiem dylatacji względnej, dla testów trójosiowych. Miara ta nie jest precyzyjna i jednoznaczna, gdyż opisuje dwa przeciwstawne zjawiska: zaciskanie porów i pierwotnych spekąń, powodujące umocnienie próbek oraz rozwój spekąń, powodujących osłabienie struktury skały.

Wyznaczone progi dylatacji względnej i bezwzględnej opisują początek stabilnego i niestabilnego rozwoju spekąń. W skałach porowatych (piaskowiec Wuztenzeller) próg dylatacji bezwzględnej pojawia się w testach jednoosiowych przy stosunkowo niskich obciążeniach, zaś w skałach mocnych i mało porowatych (dolomit z LGOM) przy wysokich, blisko granicy wytrzymałości na ściskanie. W testach trójosiowych próg ten

szybko stabilizuje się na pewnym stałym poziomie. Według Autora (Cieślak 2003, Cieślak i Tajduś 2004, Cieślak 2007), kluczowe w poprawnym opisie odkształceń objętościowych badanych próbek jest założenie, iż najpóźniej od progów dylatacji bezwzględnej, gdzie następuje zmiana charakteru tych odkształceń, w modelu fizycznym muszą pojawić się związki umożliwiające opis tego zjawiska. W przypadku gdy będzie to teoria plastyczności, próg dylatacji bezwzględnej będzie określał granicę zachowania sprężystego (warunek plastyczności) i od tego momentu prawo płynięcia będzie opisywało dodatkowe trwałe odkształcenia. Do podobnych wniosków doszli również Kwaśniewski i Rodriguez-Oitaben (2012) na podstawie analiz wartości kąta dylatacji w przedkrytycznym zakresie obciążenia piaskowca.

Z analiz zmian energetycznych towarzyszących procesowi mechanicznego niszczenia próbek piaskowca i dolomitu wynika, że wielkość energii odkształcenia sprężystego zgromadzona w próbce, w trakcie jej niszczenia spada kosztem wzrostu energii dyssypowanej na spękania i tarcie. Można odnotować istotne różnice, co do ilościowego udziału poszczególnych rodzajów dyssypacji dla warunków jednoosiowego i trójosiowego obciążenia. W warunkach jednoosiowych obciążenia energia dyssypowana na spękania jest większa niż dyssypacja plastyczna. Wtedy jednak próbki ulegają zniszczeniu w postaci kilku podłużnych pęknięć. W przypadku obciążeń trójosiowych, gdy następuje ścięcie energia plastyczna dyssypacji jest zawsze większa niż dyssypowana na propagację spękań. Wielkość poszczególnych rodzajów dyssypowanej energii jest zależna od warunków obciążenia.

Makroskopowe zniszczenie próbek piaskowca oraz dolomitu w testach jednoosiowych następowało w postaci zorientowanych pionowo pęknięć, zaś w testach trójosiowych, nawet przy niewielkich ciśnieniach okólnych, występowało zniszczenie w postaci ścięcia.

Ostatecznie, na podstawie informacji zebranych w trakcie testów można stwierdzić, że istotne ze względu na założenia modelu fizycznego cechy badanych próbek skał, to:

- nieliniowość w przedkrytycznym i pokrytycznym zakresie obciążenia,
- granica wytrzymałości próbek,
- uzyskana w pokrytycznym zakresie obciążenia wytrzymałość rezydualna,
- trwałe odkształcenia rejestrowane po odciążeniu, zarówno w przedkrytycznym jak i pokrytycznym zakresie obciążenia,
- zmiana charakteru względnych odkształceń objętościowych (z malejących na rosnące), odpowiadająca progowi dylatacji bezwzględnej,
- rosnące wraz z ciśnieniem okólnym odkształcenia osiowe, odpowiadające granicy wytrzymałości próbek skał, opisujące ciągliwość próbek skalnych,
- granica przejścia ze stanu kruchego w quasi-ciągliwy i ciągliwy (w przypadku badanych skał stosowane wartości ciśnień okólnych były zbyt małe aby takie granice wyznaczyć).

Poza cechami opisującymi makroskopowe zachowanie się skał, odpowiednie progi dylatacji względnej i bezwzględnej oraz zmiany sztywności próbek charakteryzują proces narastania mikrospekkań, skutkujący ostatecznie zniszczeniem próbek w postaci makropęknięcia czy ścięcia.

6. Sprężysto-plastyczny model skał

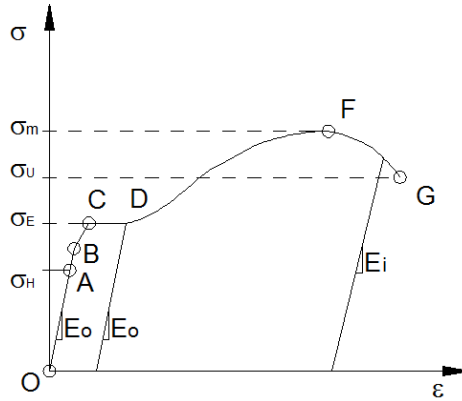
6.1. Fizyczne podstawy sprężysto-plastycznych modeli skał

Przyjmując do obliczeń inżynierskich w ośrodkach skalnych sprężysto-plastyczny model fizyczny należy na wstępie zadać pytanie, na ile zjawiska zachodzące w skałach pod wpływem mechanicznych obciążeń odpowiadają założeniom teorii plastyczności, a dokładnie, które ze zjawisk obserwowanych w skali makroskopowej czy mikroskopowej mogą mieć cechy przypisywanych zjawiskom plastycznym. Zaprezentowane w poprzednim rozdziale wyniki badań oraz wnioski charakteryzujące zachowanie się skał w warunkach jednoosiowego i trójosiowego obciążenia pozwalają wyznaczyć warunki, w których zachowanie się skał można opisać zgodnie z teorią plastyczności oraz takie, w których do opisu ich zachowania należy przyjąć inne teorie.

6.1.1. Fizyczne podstawy modeli sprężysto-plastycznych

Plastyczność jest cechą materiału, która przejawia się w zdolności do ulegania dużym, trwałym, ciągłym odkształceniom pod wpływem zewnętrznych obciążeń. Zjawiska takie obserwowane są przykładowo w mechanicznych badaniach laboratoryjnych podczas rozciągania próbek stali niskowęglowej (rys.6.1) (Stewarski i inni 1999)

Na rysunku 6.1 granicę proporcjonalności oznaczono jako σ_H , granicę plastyczności jako σ_E , wytrzymałość na rozciąganie przez σ_m , zaś σ_u to granica odpowiadająca zerwaniu próbki. Na podstawie charakterystyki rozciągania próbki stalowej można wyznaczyć odcinek OA odpowiadający sprężystemu zachowaniu próbki. Po przekroczeniu granicy proporcjonalności σ_H następuje niewielki odcinek sprężystego, aczkolwiek nieliniowego jej zachowania. Od punktu C następuje ciągły wzrost odkształceń przy stałej sile P , bądź niewielkim jej wzroście. Jest to przedział "płynięcia" co odpowiada idealnie plastycznemu zachowaniu się próbki. Odciążeniu w tym etapie obciążania odpowiada odcinek DE , którego nachylenie jest praktycznie takie samo jak odcinka OA . Oznacza to, że idealnie plastycznym odkształceniom nie towarzyszy zmiana sztywności próbki (początkowy moduł sprężystości podłużnej jest stały, $E_0 = \text{const}$), bądź zmiana ta jest bardzo niewielka, na granicy błędu pomiarowego.

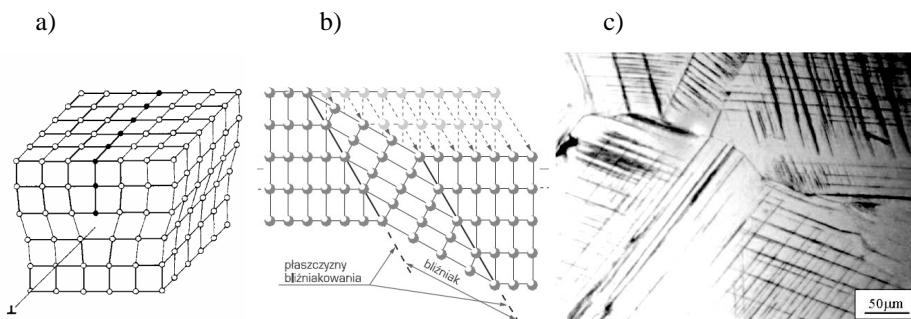


Rys. 6.1. Wyidealizowany wykres (charakterystyka) rozciągania stali niskowęglowej z wyraźną granicą plastyczności

Dalsze obciążanie próbki powoduje tzw. umocnienie się materiału na odcinku *DF* charakterystyki, które ma podłoże mikromechaniczne. Punktem krytycznym obciążania jest punkt *F*, po przekroczeniu którego następuje formowanie się "szyjki", a rzeczywiste naprężenie Cauchy'ego na skutek zmian przekroju poprzecznego próbki rośnie, aż do zerwania. W fazie pokrytycznej (gdzie wartość siły obciążającej zaczyna maleć) zmianom przekroju towarzyszy powstawanie pustek, ich narastanie i zmniejszanie się sztywności osiowej E_i ($E_i < E_0$). Zachowanie próbki w przedziale obciążenia *CD* charakterystyki oraz *DF* ma swoje źródło w dwojakiego rodzaju zjawiskach obserwowanych w skali mikroskopowej, na poziomie budowy krystalicznej ośrodka.

W metalach, posiadających budowę krystaliczną, po osiągnięciu odpowiedniego poziomu obciążenia (przedział *CD* charakterystyki), w poszczególnych kryształach dochodzi do przemieszczenia się jednej części kryształu względem drugiej, po płaszczyznach krystalograficznych zwanych płaszczyznami poślizgu (rys. 6.2a). Dzieje się tak na skutek ruchu dyslokacji w tych płaszczyznach, czego efektem są mikropasma poślizgu (rys. 6.2c).

Drugim mechanizmem odkształceń plastycznych jest bliźniakowanie. Zjawisko to w znacznym uproszczeniu polega na obrocie sieci krystalograficznej jednej części kryształu o pewien kąt względem drugiej w taki sposób, że obie części uzyskają położenie symetryczne (lustrzane odbicie, rys. 6.2b). Efektem tych zjawisk w mono i polikryształach jest system poślizgów o określonej grubości, odstępach i nachyleniu (rys. 6.2c). Poślizg plastyczny może następować również na granicach ziaren jednak ten mechanizm ma stosunkowo ograniczone znaczenie i występuje przy podwyższonych temperaturach (Dobrzański 2002). Umocnienie metali pod działaniem mechanicznym wywołane jest zmianami ich mikrostruktury. W procesie odkształceń plastycznych gęstość defektów struktury krystalicznej, w głównej mierze dyslokacji, w materiale wzrasta (Erbel i inni 1986, Ashby i Jones 1995). Dyslokacje te zaczynają sobie nawzajem "przeszkadzać", blokować się, szczególnie, gdy w procesie odkształcania występuje jednocześnie kilka systemów poślizgu.



Rys. 6.2. Defekt sieci krystalicznej w postaci dyslokacji krawędziowej a), bliźniakowanie b) oraz system mikropoślizgów w monokryształach miedzi c), Ashby i Jones (1995), Dobrzański 2002), Zhang i Jiang (2005)

Jest to źródłem wzmocnienia plastycznego, które wynika również z blokowania poślizgów plastycznych na granicach ziaren krystalicznych, o różnej orientacji aktywnych płaszczyzn poślizgów (Gambin i Kowalczyk 2003).

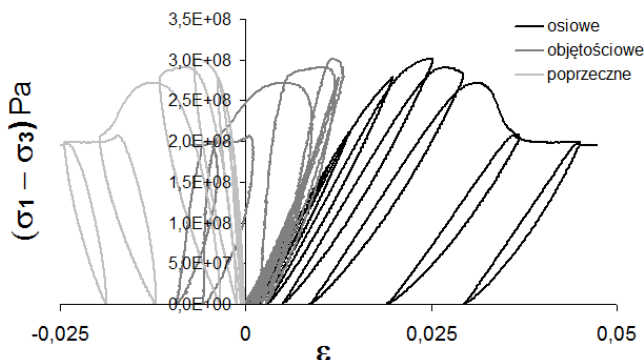
Na pewnym poziomie obciążenia, na skutek odkształceń plastycznych, gęstość dyslokacji osiąga wartość krytyczną, co przy dalszym obciążaniu może prowadzić do naruszenia spójności i powstania szczelin. W materiale poddanym działaniu naprężeń ściskających powstawanie szczelin jest utrudnione, co powoduje przemiany układów dyslokacji w nowe granice ziaren. Opisane powyżej zjawiska (tworzenie się szczelin i przemiany układów dyslokacji w nowe granice ziaren) wyznaczają granice odkształceń, w których zachodzi zjawisko umocnienia dyslokacyjnego materiału.

Makroskopowo przekroczenie obciążenia krytycznego (punkt F), po którym następuje spadek siły osiowej w próbce, poza zjawiskami plastycznymi powoduje powstawanie szczelin i pustek. Efekty te skutkują zmianą powierzchni nośnej próbki, a co za tym idzie zmianami sztywności próbki. Efekty takie określane jako uszkodzenie opisywane są na gruncie kontynuualnej mechaniki uszkodzeń lub za pomocą modeli mikromechanicznych.¹ Należy jednak zwrócić uwagę, iż spadek siły osiowej w próbce spowodowany jest powstaniem i propagacją szczelin oraz pustek. Te zjawiska, a nie zjawiska związane bezpośrednio z plastycznością, od strony fizycznej, są odpowiedzialne za osłabienie materiału.

6.1.2. Fizyczne podstawy quasi-plastycznego zachowania się skał

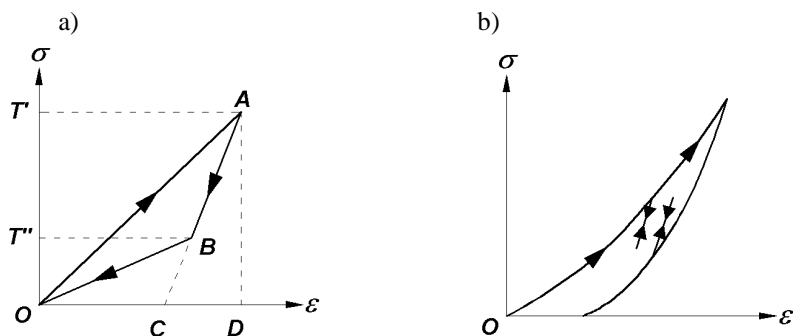
Plastyczne zachowanie się skał, podobnie jak metali, może być ocenione po trwałych odkształceniach wyznaczonych w testach mechanicznych. Odkształcenia takie obserwowane są zarówno w przedkrytycznej części charakterystyki σ - ϵ , jeszcze przed osiągnięciem granicy wytrzymałości próbek, jak również w części pokrytycznej (rys.6.3). Źródło oraz zjawiska odpowiadające za plastyczność w skałach mają jednak odmienny charakter niż w metalach.

¹ Zagadnieniom tym poświęcono więcej miejsca w rozdziale 7 pracy.



Rys. 6.3. Charakterystyka naprężenie różnicowe-odkształcenie drobnoziarnistego piaskowca Wustenzeller w badaniu trójosiowym (ciśnienie okólne $p_{0k}=70$ MPa)

W przedkrytycznym zakresie obciążenia, poza trwałymi odkształceniami możemy obserwować zjawisko histerezy - pętli na charakterystyce σ - ϵ towarzyszące odciążaniu próbek skalnych (rys. 6.4a i b). Oba zjawiska trwałych odkształceń i histerezy mogą być wytłumaczone na podstawie analizy mikromechanicznej (Jaeger i inni 2007).



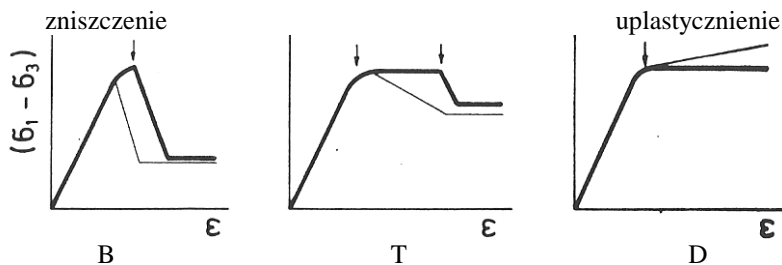
Rys. 6.4. Pętla obciążania i odciążania, a) przy jednoosiowym ściskaniu ciała (próbki) zawierającej pojedynczą szczelinę zamkniętą, nachyloną pod kątem większym niż 0° i mniejszym niż 90° względem kierunku przyłożonego obciążenia, b) przy ściskaniu, dla zespołu spękań o różnej orientacji i występującym bocznym obciążeniu, Jaeger i inni (2007)

Jaeger, Cook i Zimmerman wyjaśnili te zjawiska na podstawie teoretycznych rozwiązań zaproponowanych przez Walsh (Walsh 1965a, 1965b), tłumacząc je jako efekt tarcia występującego na powierzchniach, zarówno pierwotnych, jak i propagujących mikrospękań, oraz związanej z tym dysypacji energii. W trakcie jednoosiowego ściskania do wartości obciążenia T' (odcinek OA na rysunku 6.4a) ośrodek zachowuje się z tzw. efektywnym modułem Younga² $E(\sigma)$. Po osiągnięciu wartości T' obciążenia i rozpoczęciu procesu odciążania (odcinek AB na rysunku 6.4a), na skutek zmiany zwrotu siły tarcia na stykających się powierzchniach szczeliny, zmianie ulega nachylenie charakterystyki σ - ϵ . Moduł sprężystości podłużnej wyznaczony z tej części charakterystyki odpowiada

² Efektywny oznacza tu moduł Younga ośrodka zawierającego szczelinę i jest mniejszy od modułu Younga ośrodka bez szczeliny.

modułowi Younga ośrodka bez szczeliny E_m . Przy wartości obciążenia odpowiadającej pewnej wartości T'' , na skutek przekroczenia krytycznej wartości naprężenia stycznego na powierzchniach szczeliny, rozpoczyna się proces poślizgu ścianek po sobie, czemu odpowiada kolejna zmiana nachylenia charakterystyki σ - ϵ (odcinek BO charakterystyki). Przeprowadzona przez Jaegera, Cooka i Zimmermana analiza energii odkształcenia osiowego pozwoliła stwierdzić, że pole trójkąta ADC powstałego na skutek przedłużenia prostej AB do punktu C na osi odkształcenia osiowego odpowiada sprężystej energii zgromadzonej w ciele bez szczeliny. Pole pomiędzy linią obciążenia OA a linią ABC określa energię odkształcenia osiowego odpowiadającą procesowi deformacji szczeliny i dyssypacji na tarcie pomiędzy powierzchniami szczeliny, zaś pole pomiędzy linią obciążenia OA oraz linią odciążenia ABO określa energię utraconą wyłącznie na efekt tarcia pomiędzy powierzchniami szczeliny. Przytoczona powyżej za Jaegerem, Cookiem i Zimmermanem analiza przeprowadzona dla pojedynczej szczeliny dobrze odpowiada zachowaniu próbki skalnej (zawierającej spękania o różnej orientacji) poddanej jednoosiowemu ścisłaniu (rysunek 6.4b). Wyjaśnienie takie tłumaczy trwale odkształcenia rejestrowane w testach jednoosiowego i trójosiowego ścisłania nawet na niewielkich poziomach obciążenia (Cieślak 2009).

Przekroczenie progu dylatacji względnej (Kwaśniewski 1986a i b, Kwaśniewski i inni 2003), kiedy zapoczątkowany zostaje proces propagacji spękań oraz progu dylatacji bezwzględnej, kiedy dochodzi do niestabilnego rozwoju spękań, sprawia, że zjawisko tarcia stopniowo się nasila powodując, iż wielkość pętli histerezy oraz wartość trwałych odkształceń próbki wzrasta (rys. 6.3). Analizując zachowanie się skał na granicy wytrzymałości i w zakresie pokrytycznym odkształcenia, na poziomie oceny makroskopowej, jako ciągłe określane jest zachowanie próbek skalnych, których niszczenie przebiega bez efektu osłabienia, czyli spadku naprężeń osiowych próbki σ_1 , bądź różnicowych $\sigma_1 - \sigma_3$ (rys. 6.5), (Mogi 1972, za Kwaśniewskim 1983a). Takiemu zachowaniu odpowiada zniszczenie w postaci szeregu gęstych pasm ścinania, bez utraty spójności próbki i ciągłe odkształcenia powodujące, że próbka przybiera kształt beczki (Kwaśniewski 1983b). Tego typu zachowanie obserwowane jest przy wysokich ciśnieniach okólnych, w testach konwencjonalnego trójosiowego ścisłania.



Rys. 6.5. Modelowe charakterystyki skał odkształcających się krucho B, przejściowo T i ciągliwie D. (Mogi 1972, za Kwaśniewskim 1983a)

Ze względu na brak osłabienia, odkształcenie odpowiadające obciążeniu krytycznemu wyznaczone jest wtedy umownie i może przyjmować różne wartości w zależności od rodzaju skały. Według Griggsa i Handina (Cook 1981) może ono odpowiadać odkształceniom począwszy od 5% do 10% (rys. 6.6). Przyjęcie takiego kryterium plastyczności skał (idealnej plastyczności) ogranicza plastyczne zachowanie do wąskiego

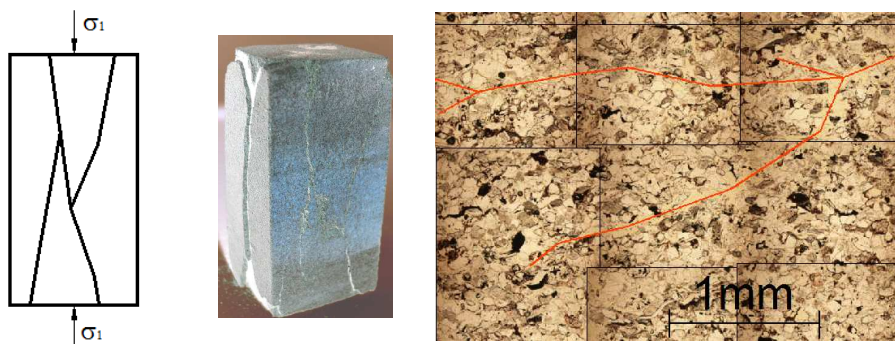
przedziału obciążenia, odpowiadającego bardzo wysokim ciśnieniom okólnym (wysokim wartościom aksjatora tensora naprężenia).

ściskanie $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$					
typowe charakterystyki $\sigma-\epsilon$					
odkształcenie %	<1	1÷5	2÷8	5÷10	>10
ciągliwość	←→		←→		←→
	krucho		przejściowe		ciągliwe

Rys. 6.6. Klasy ciągliwości oraz modelowe charakterystyki i odpowiadające im typy zniszczenia zaproponowane przez Griggsa i Handina (za Cookiem 1981)

Tymczasem mniejszym odkształceniom krytycznym w zakresie (2÷8)% odpowiada zachowanie przejściowe T, krucho w zakresie odkształceń (1÷5)%, zaś bardzo krucho poniżej 1%. Zasadnym więc staje się pytanie, czy skały w zakresie odkształceń krytycznych do 5% mogą przejawiać cechy zachowania plastycznego, a jeśli tak, to jakie oznaki takiego zachowania można obserwować? Do oceny tego typu zjawisk należy przyjąć nie tylko samą charakterystykę $\sigma-\epsilon$, ale również mechanizm zniszczenia. W przypadku zachowania bardzo krucho zniszczenie następuje w postaci pęknięcia rozdzielczego, zaś w przypadku krucho i przejściowego można już obserwować zniszczenie poprzez ścięcie.

Zniszczenie bardzo krucho i towarzyszące mu pęknięcie rozdzielcze występuje w warunkach jednoosiowego ściskania bądź rozciągania oraz przy niewielkich ciśnieniach okólnych (w skałach mocnych) (rys.6.7).



Rys. 6.7. Mechanizm zniszczenia w warunkach jednoosiowego ściskania oraz odpowiadający mu na obrazie mikroskopowym rozwój szczeliny (piaskowiec Wustenzeller)

Po przekroczeniu granicy wytrzymałości próbki, pękaniu rozdzielczemu towarzyszy tworzenie się makroszczelin dzielących próbkę na części, a energia sprężysta odkształcenia zamieniana jest na energię powierzchniową pęknięcia (Labuz i Biolzi 1991, Kwaśniewski 1997). Tego typu zachowanie nie ma cech zachowania plastycznego, zarówno ze względu na charakterystykę σ - ϵ , z gwałtownym, często "wybuchowym" spadkiem naprężeń, jak i na sam mechanizm zniszczenia (pęknięcie). Tego typu zniszczenie powinno być opisane zależnościami wynikającymi z mechaniki pęknięcia (Atkinson 1989, Ingraffea i inni 1993, Bazant i Planas 1998). Na etapie tworzenia się makropęknięcia, bądź kilku makropęknięć oraz na poziomie wytrzymałości rezydualnej próbek, dochodzi jednak do poślizgu i tarcia pomiędzy poszczególnymi częściami próbki, od którego w głównej mierze zależy wartość wytrzymałości rezydualnej. Zjawisko tarcia obserwowane na powierzchniach makroskopowych pęknięć (dyssypowana w ten sposób energia), w pokrytycznym i rezydualnym przedziale obciążenia nosi znamiona cech plastyczności.

W przypadku zniszczenia próbek w postaci ścinania (dla obciążeń trójosiowych), formującego się po przekroczeniu granicy wytrzymałości, w postaci pewnej powierzchni (właściwie strefy o określonej grubości tzw. strefy lokalizacji odkształceń - rozdział 8), próbka zostaje podzielona na dwie części. Makroskopowo dochodzi wtedy do poślizgu jednej części próbki po drugiej (rys. 6.8) przez silnie zdeformowaną strefę ścinania tzw. pasmo ścinania.



Rys. 6.8. Mechanizm zniszczenia w warunkach trójosiowego ściskania oraz odpowiadające mu na obrazie mikroskopowym pasmo ścinania (piaskowiec Wustenzeller)

W paśmie ścinania występuje tarcie na mikropękaniach oraz poślizg w strefie objętej kataklazą. Efekty powyższych zjawisk również mają znamiona cech plastycznych, gdyż makroskopowo na charakterystyce $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon$, towarzyszą im stałej wielkości pętle histerezy (spęknięcia nie ulegają już rozwojowi a próbka znajduje się w przedziale obciążeń rezydualnych) oraz trwałe odkształcenia.

W przypadku skał, ze względu na fakt, iż zjawiska występujące w paśmie ścinania lub w obrębie makropęknięcia fizycznie nie odpowiadają wprost zjawiskom plastyczności (mikropasma poślizgu w mono i polikryształach, bliźniakowanie itd. rozdział 6.1.1), zasadne jest zastąpienie sformułowania plastyczność pojęciem quasi-plastyczność.

W kontekście zjawisk plastycznych skomentowania wymaga jeszcze efekt nieliniowości, obserwowany wyraźnie w części przedkrytycznej charakterystyki, bezpośrednio przed uzyskaniem granicy wytrzymałości. W przypadku metali zjawisko to jest efektem wzmocnienia plastycznego. W przypadku skał nakładają się tu dwa przeciwstawne zjawiska: rozwój mikropęknięć, skutkujący redukcją powierzchni nośnej i osłabieniem oraz kompaktacja porów i spękań powodująca wzmocnienie próbki. Oba zjawiska nakładają się na siebie w przedziale pomiędzy progiem dylatacji względnej

i granicą wytrzymałości na ściskanie, przy czym po przekroczeniu progu dylatacji bezwzględnej dominuje zjawisko rozwoju mikrospekąń.

W przypadku badań prowadzonych na skałach krystalicznych istnieje jeszcze pewna grupa zjawisk, które można zidentyfikować bezpośrednio jako plastyczne. Chodzi mianowicie o obserwowane mikroskopowo mikroślizgi plastyczne, czy bliźniakowanie, w poszczególnych ziarnach skał krystalicznych. Zjawiska te w warunkach niskich temperatur i niewielkich obciążeniach hydrostatycznych, są zwykle przyczyną nukleacji mikrospekąń na granicach ziaren (Hallbauer i inni 1973, Olsson i Peng 1976), czy propagacji mikrospekąń w strukturze porowej (Rutter 1993, Vajdova i inni, 2010), a w przypadku wysokich ciśnień i temperatur mogą mieć istotny wpływ na charakterystykę σ - ϵ (Barber i Wenk 1979, Wendt i inni 1998), szczególnie w przypadku długotrwałego obciążenia oraz obciążeniach reologicznych w badaniach na próbkach soli (Bourcier i inni 2012).

Reasumując, w dalszej części pracy pod pojęciem quasi-plastycznego zachowania się skał rozumieć się będzie takie zachowanie, któremu pod wpływem obciążenia towarzyszą trwałe odkształcenia, będące w głównej mierze efektem tarcia i poślizgu na mikrospekaniach i mikroszczelinach, granicach ziaren oraz poślizgu na powierzchni makropęknięcia, bądź w pasmach poślizgu. W przypadku skał krystalicznych trwałe odkształcenia mogą być również efektem mikroślizgów w kryształach, bądź na ich granicach oraz bliźniakowania, które w sprzyjających warunkach obciążenia (wysoka temperatura i ciśnienie) mogą mieć istotny wpływ na zachowanie się próbek.

W przedziale odkształceń krytycznych poniżej 5%, po przekroczeniu granicy wytrzymałości, próbki zwykle ulegają osłabieniu. Samo osłabienie jednak nie ma bezpośredniej przyczyny w zjawiskach zidentyfikowanych jako plastyczne, a jego przyczyną w głównej mierze są propagacja i łączenie mikrospekąń i mikroszczelin (mikropęknięcie) oraz kruszenie ziaren skalnych w procesie kataklazy. Wiąże się to z redukcją powierzchni nośnej próbek. Zdaniem Autora modele sprężysto-plastyczne wykorzystywane do opisu takich zjawisk nie mają podłoża fizycznego, a jedynie fenomenologiczne.

6.2. Równania konstytutywne sprężysto-plastycznych modeli fizycznych skał

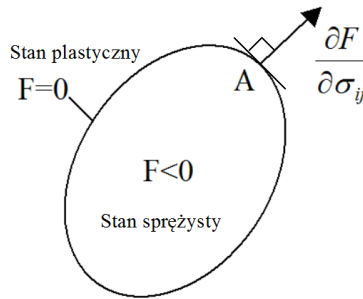
6.2.1. Ogólne sformułowanie związków fizycznych dla materiałów sprężysto-plastycznych

Teoria plastycznego płynięcia wykorzystywana powszechnie w obliczeniach sprężysto-plastyczności wywodzi się z klasycznych prac Treski, Saint-Venanta, Levy i von Misesa. Prace pierwotnie dotyczące zagadnień plastyczności metali (np. Hill 1950, Krzyś i Życzkowski 1962, Olszak, Perzyna i Sawczuk 1965, Życzkowski 1981, Skrzypek 1986, Lubliner 2008, Ganczarski i Skrzypek 2009), z czasem zostały rozszerzone na zagadnienia plastyczności ośrodków rozdrobionych (Mróz i Drescher 1972, Szczepiński 1974, Izbicki i Mróz 1976,) oraz materiałów kruchych (Chen 1994, Bazant i Planas 1998) oraz zaimplementowane do obliczeń komputerowych (Owen i Hinton 1980, Simo i Hughes 1998, Potts i Zdravković 1999, Zienkiewicz i Taylor 2000, De Souza Neto i inni 2008, Pietruszczak 2010). Zgodnie z tą teorią, do zdefiniowania sprężysto-plastycznego

zachowania ośrodka potrzebne jest określenie równań definiujących wymienione w kolejnych podrozdziałach warunki (Winnicki 1980, Chen i Mizuno 1990, Ganczarski i Skrzypek 2009).

6.2.1.1. Warunek plastyczności

Warunek plastyczności to skalarna funkcja tensora naprężenia $F(\sigma_{ij})$ jednoznacznie określająca w jakim stanie naprężenia ośrodek, w danym punkcie materialnym (RVE) przechodzi ze stanu sprężystego w plastyczny (rys. 6.9).



Rys. 6.9. Geometryczna interpretacja warunku idealnej plastyczności

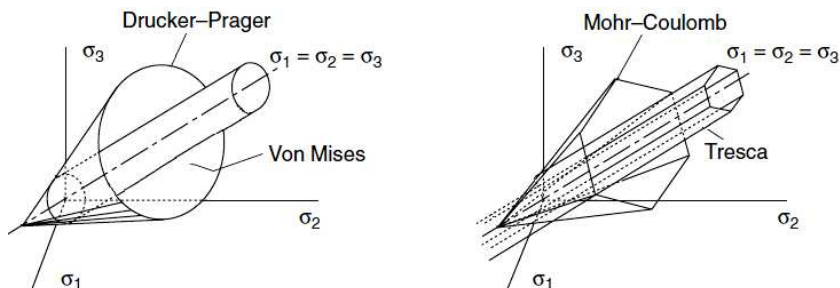
W przestrzeni naprężeń warunek plastyczności definiuje wypukłą powierzchnię oddzielającą stany sprężyste od plastycznych. Stan naprężenia "wychodzący" na zewnątrz powierzchni plastyczności jest w teorii plastyczności niedopuszczalny. Po osiągnięciu powierzchni plastyczności punkt A reprezentujący stan naprężenia może się przemieszczać po jej powierzchni (tzw. proces czynny), bądź na skutek odciążenia wrócić do stanu sprężystego (tzw. proces bierny) (tabela 6.1).

Matematycznie warunek plastyczności przedstawiany jest zwykle jako funkcja niezmienników tensora naprężenia, bądź niezmienników aksjatora i dewiatora naprężenia.

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)=0, \quad F(J_1\sigma, J_2\sigma, J_3\sigma)=0, \quad F(J_1s, J_2s, J_3s)=0 \quad (6.1)$$

Obecnie w teorii plastyczności metali, ośrodków rozdrobionych, czy materiałów kruchych wykorzystywanych jest wiele postaci warunków plastyczności. Zasadniczym kryterium rozpatrywanym przy doborze warunku plastyczności jest to, czy ma on być zależny, a jeśli tak, to w jaki sposób, od stanu hydrostatycznego, jaki ma być jego kształt w płaszczyźnie dewiatorowej oraz czy ma być otwarty czy zamknięty w przestrzeni naprężeń ściskających. Na rysunku 6.10 przedstawiono najbardziej popularne warunki, Hubera - Misesa - Hencky (HMH) oraz Tresca-Guesta (TG), wykorzystywane dla materiałów ciągliwych (niewrażliwych na składową hydrostatyczną stanu naprężenia) oraz Druckera Pragera i Coulomba-Mohra dla ośrodków kruchych (wrażliwych na składową hydrostatyczną stanu naprężenia). W literaturze można znaleźć wiele postaci warunków różniących się kształtem w płaszczyźnie południkowej i dewiatorowej, wykorzystywanych dla gruntów, skał, czy betonów (np. Desai 1980, Cividini 1993, Chen 1994). Przedstawione na rys. 6.10 warunki plastyczności są otwarte w przestrzeni naprężeń ściskających, jednak istnieje wiele ich modyfikacji, oraz specjalnych warunków, które ograniczają przestrzeń sprężystych stanów również w przypadku hydrostatycznego

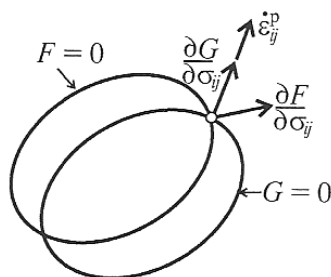
ściskania, stosowanych dla gruntów, czy skał o znacznej porowatości (Chen i Mizuno 1990, Issen i Rudnicki 2000, Bésuelle 2001)



Rys. 6.10. Warunki plastyczności Hubera-Misesa-Hencky, Tresci-Guesta, Druckera Pragera i Coulomba-Mohra (Zienkiewicz i Taylor 2000)

6.2.1.2. Prawo płynięcia

W teorii plastycznego płynięcia zakłada się proporcjonalność wektora prędkości odkształceń plastycznych³ $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ i wektora gradientu funkcji potencjału plastycznego $\partial G / \partial \sigma_{ij}$. Potencjał plastyczny podobnie jak w przypadku warunku plastyczności jest skalarną funkcją tensora naprężenia, o wektorze $d\varepsilon_{ij}^p$ normalnym do powierzchni wyznaczonej przez funkcję potencjału $G(\sigma_{ij})$ (rys. 6.11).



Rys. 6.11. Graficzna interpretacja niestowarzyszonego prawa płynięcia (Ganczarski Skrzypek 2009)

Powierznię potencjału plastycznego $G(\sigma_{ij})$ można zdefiniować niezależnie od powierzchni warunku plastyczności i wtedy mamy do czynienia z niestowarzyszonym prawem płynięcia. W przypadku stowarzyszonego prawa płynięcia powierzchnia potencjału plastycznego jest taka sama jak powierzchnia warunku plastyczności (dla większości

³ Kropka nad tensorem odkształcenia oznacza pochodną po czasie, przy czym należy pamiętać, iż w przypadku klasycznej plastyczności związki te nie są wrażliwe na prędkość obciążenia tzw. ang. rate-independent, tzn. czas nie ma tu znaczenia fizycznego i odgrywa jedynie rolę formalnego parametru kontrolującego proces narastania obciążenia. Inaczej jest w przypadku związków lepkoplastyczności, gdzie prędkość odkształcenia ma fizyczną interpretację (ang. rate-dependent).

metali) i opisuje je to samo równanie $F(\sigma_{ij})=G(\sigma_{ij})$. Na podstawie szeregu badań doświadczalnych i teoretycznych prowadzonych przez wielu badaczy, między innymi Zienkiewicza i innych (1975), Izbickiego i Mroza (1976), Desai (1980), Mroza (1980), Vardoulakisa i Grafa (1985), Desai i Salami (1987), Chena (1994), Vardoulakisa i innych (1996), Sulema i innych (1999), Alberta i Rudnickiego (2001), można stwierdzić, że zarówno dla skał jak i gruntów, powierzchnia potencjału plastycznego zwykle nie jest tożsama z warunkiem plastyczności. Tym samym warunek plastyczności nie powinien spełniać roli potencjału plastycznego.

W ogólnej postaci niestowarzyszone prawo płynięcia dla idealnej plastyczności ma następującą postać:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial G(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \text{ przy } F(\sigma_{ij}) = 0 \quad (6.2)$$

Stowarzyszone prawo płynięcia dla idealnej plastyczności ma zaś postać jak poniżej:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial F(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \text{ przy } F(\sigma_{ij}) = 0 \quad (6.3)$$

gdzie λ jest skalarnym mnożnikiem określającym miarę wektora odkształceń plastycznych. Jak można zauważyć warunek plastyczności zawsze stanowi kryterium uplastycznienia, przy czym w przypadku stowarzyszonego prawa płynięcia stanowi również funkcję potencjału plastycznego.

Tabela 6.1.

Klasyfikacja dopuszczalnych procesów w idealnej plastyczności tzw. warunki zgodności (Ganczarski i Skrzypek 2009) z uwzględnieniem skalarnego mnożnika

Procesy bierne (sprężyste)	Procesy czynne	Procesy neutralne
$F(\sigma_{ij}) < 0$	$F(\sigma_{ij}) = 0$	$F(\sigma_{ij}) = 0$
$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} < 0$	$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} < 0$	$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} < 0$
$d\lambda = 0$	$d\lambda > 0$	$d\lambda = 0$

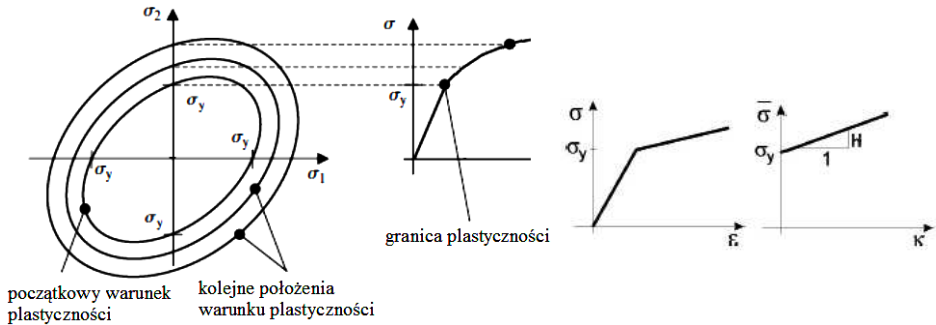
Warunki przedstawione w tabeli 6.1 w przypadku procesu czynnego, bądź neutralnego gwarantują pozostawanie stanu naprężenia na powierzchni plastyczności.

6.2.1.3. Prawo wzmocnienia/osłabienia

Prawo to opisuje ewolucję powierzchni plastyczności w trakcie odkształceń plastycznych (rys. 6.12). W przypadku wzmocnienia, bądź osłabienia materiału warunek plastyczności jest funkcją nie tylko stanu naprężenia, ale również pewnych zmiennych wewnętrznych, wyrażonych przez odkształcenie plastyczne.

$$F(\sigma_{ij}, \kappa) = 0 \quad (6.4)$$

gdzie κ jest skalarną miarą odkształcenia plastycznego.



Rys. 6.12. Izotropowe wzmocnienie plastyczne oraz odpowiadająca charakterystyka σ - ε (jednoosiowy stan naprężenia)

W przypadku, gdy warunek plastyczności zmienia jedynie swoje wymiary wzmocnienie nazywane jest izotropowym (rys. 6.12), jeśli zaś zmienia również położenie i kształt wzmocnienie nazywane jest kinematycznym.

Stosuje się różne miary skalarnie definiujące wzmocnienie izotropowe, jednak wszystkie określone są na podstawie odkształceń plastycznych:

$$\dot{\kappa} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij}^{pl} \dot{\varepsilon}_{ij}^{pl}} \quad (6.5)$$

lub

$$\dot{\kappa} = \frac{\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^{pl}}{\bar{\sigma}} \quad (6.6)$$

gdzie $\bar{\sigma} = \sigma_e$ to intensywność naprężenia.

W tym przypadku warunek zgodności (pozostawania na aktualnej powierzchni plastyczności) przyjmuje następującą postać:

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} - H d\lambda = 0 \quad \text{przy } F(\sigma_{ij}, \kappa) = 0 \quad \text{i } d\lambda \geq 0 \quad (6.7)$$

gdzie H jest modułem wzmocnienia zdefiniowanym jako:

$$H = - \frac{\partial F}{\partial \kappa} \frac{d\kappa}{d\lambda} \quad (6.8)$$

6.2.1.4. Macierz konstytutywna materiału sprężysto-plastycznego

Macierz konstytutywna jest to macierz, która wiąże ze sobą przyrost naprężeń i odkształceń plastycznych. W związku z tym, iż rozwiązanie zadania sprężysto-plastycznego zależy od ścieżki obciążenia związku takie muszą być przedstawione w formie przyrostowej. Wykorzystując przyjęte na wstępie tej pracy założenie o małych odkształceniach przyrost odkształcenia można zapisać jako sumę części sprężystej i plastycznej

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p \quad (6.9)$$

Część sprężysta przyrostu odkształcenia jest zdefiniowana poprzez prawo Hooke'a. Na podstawie (6.9) można więc napisać:

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl} d\epsilon_{kl} = D_{ijkl} (d\epsilon_{kl} - d\epsilon_{kl}^p) \quad (6.10)$$

Przyjmując niestowarzyszone prawo płynięcia można zapisać:

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl} (d\epsilon_{kl} - \frac{\partial G}{\partial \sigma_{kl}} d\lambda) \quad (6.11)$$

Podstawiając powyższe wyrażenie do warunku zgodności (6.7) otrzymujemy:

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl} (d\epsilon_{kl} - \frac{\partial G}{\partial \sigma_{kl}} d\lambda) - H d\lambda = 0 \quad (6.12)$$

skąd można wyznaczyć skalarny mnożnik:

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl} d\epsilon_{kl}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{pq}} D_{pqrs} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{rs}} + H} \quad (6.13)$$

Podstawiając powyższą zależność do równania (6.11) otrzymujemy:

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl} \left(d\epsilon_{kl} - \frac{\frac{\partial G}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl} d\epsilon_{kl}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{pq}} D_{pqrs} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{rs}} + H} \right) \quad (6.14)$$

co można zapisać w innej formie:

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl} \left(1 - \frac{\frac{\partial G}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{pq}} D_{pqrs} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{rs}} + H} \right) d\epsilon_{kl} \quad (6.15)$$

lub też w skróconej postaci $d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^{ep} d\epsilon_{kl}$.

W przypadku stowarzyszonego prawa płynięcia sprężysto-plastyczna macierz sztywności D_{ijkl}^{ep} (lub w zapisie macierzowym D^{ep}) jest symetryczna, zaś w przypadku niestowarzyszonego jest niesymetryczna, co ma istotne konsekwencje w numerycznych procedurach obliczeniowych.

Moduł wzmocnienia H określa plastyczną część macierzy sztywności i tak dla $H > 0$ występuje wzmocnienie, $H = 0$ mamy do czynienia z idealną plastycznością, a dla $H < 0$ z osłabieniem.

Szczegółowa postać związków zaprezentowanych powyżej zależna jest od przyjętego do obliczeń warunku plastyczności oraz prawa płynięcia i wzmocnienia plastycznego. Przykładowo związki sprężysto-plastyczności dla warunku plastyczności Hubera-Misesa-Hencky, stowarzyszonego z tym warunkiem potencjałem plastycznym oraz izotropowym, kinematycznym i mieszanym wzmocnieniem plastycznym można znaleźć w pracach Kleibera (1985), Chena (1994), Ganczarskiego i Skrzypka (2009), związki dla idealnej plastyczności i warunku plastyczności Coulomba-Mohra, Druckera Pragera i Misesa-Schleichera w pracach Mroza (1980), Chena i Mizuno (1990), ze wzmocnieniem w pracy Potts i Zdravkovića (1999).

6.2.2. Procedury numeryczne plastyczności

Przedstawione równania definiują materiałową styczną macierz sztywności, która może się zmieniać z kolejnymi przyrostami obciążenia. Zagadnienia tego typu w praktycznych obliczeniach realizuje się przy pomocy algorytmów rozwiązywania nieliniowych równań różniczkowych numerycznie, z wykorzystaniem np. metody elementów skończonych. Równanie konstytutywne przedstawione jest wtedy w postaci przyrostowej, a materiałowa macierz sztywności D^{ep} modyfikowana w każdym przyroście, określa zależność pomiędzy przyrostami naprężenia i odkształcenia (Ganczarski i Skrzypek 2009).

$$\{\Delta\sigma\} = [D^{ep}] \{\Delta\epsilon\} \quad (6.16)$$

Rozwiązując takie zadanie należy rozwiązać nieliniowy układ równań, co sprowadza się do zastosowania algorytmów tzw. odwzorowania powrotnego (ang. return mapping), (Simo i Hughes 1998). Wychodząc z założenia, iż pierwszy przyrost obciążenia $\langle 1 \rangle$ nie spowoduje deformacji plastycznych, w kolejnym przyroście oblicza się tzw. naprężenie próbne (ang. trial stress):

$$\sigma_{ij}^{tr} = \sigma_{ij}^{(1)} + \Delta\sigma_{ij}^e \quad (6.17)$$

i sprawdza się czy próbny stan naprężenia "pozostaje wewnątrz warunku plastyczności"

$$F(\sigma_{ij}^{tr}, \kappa^{(1)}) \leq 0 \quad (6.18)$$

Jeżeli warunek (6.18) jest spełniony to przyjmuje się:

$$\sigma_{ij}^{(2)} = \sigma_{ij}^{tr} \text{ oraz } \kappa^{(2)} = \kappa^{(1)} \quad (6.19)$$

Jeżeli warunek (6.18) nie jest spełniony dokonuje się korekty naprężenia tak, aby powrócił on na powierzchnię plastyczności. Istnieje szereg metod postępowania w takiej sytuacji, odmiennych dla różnych warunków plastyczności (ze względu na ich kształt) i praw wzmocnienia/osłabienia. Do najbardziej popularnych należą tzw. ang. radial return mapping (po promieniu) oraz ang. closest point projection (Simo i Hughes 1998, Crisfield 2000b, De Souza Neto i inni 2008, Jirasek 2011)

W rezultacie obliczeń dokonuje się uaktualnienia stanu naprężenia oraz przyrostu odkształceń plastycznych:

$$\sigma_{ij}^{(2)} = \sigma_{ij}^{tr} - D_{ijkl} \Delta \varepsilon_{kl}^{pl}, \text{ przy czym } \Delta \varepsilon_{kl}^{pl} = \int_{\langle 1 \rangle}^{\langle 2 \rangle} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{kl}} d\lambda \quad (6.20)$$

Należy podkreślić, że macierz D^{ep} jest macierzą sztywności materiałowej, a nie macierzą sztywności konstrukcji, która dla dyskretyzacji MES w formie przyrostowej ma postać wynikającą z równania równowagi (Ganczarski i Skrzypek 2009):

$$\int_V [B]^T \{\Delta\sigma\} dV = \{\Delta f\} \text{ przy czym } \{\Delta\sigma\} = [D^{ep}] [B] \{\Delta u\} \quad (6.21)$$

Ostatecznie równanie równowagi ma więc postać:

$$[K] \{\Delta u\} = \left[\int_V [B]^T [D^{ep}] [B] dV \right] \{\Delta u\} = \{\Delta f\} \quad (6.22)$$

Globalna macierz sztywności $[K]$ jest zależna od przemieszczeń, czego skutkiem jest nieliniowość równań, a ich rozwiązania dokonuje się według procedury przyrostowo iteracyjnej, pozwalającej osiągnąć rozwiązanie z założoną dokładnością numeryczną. Do najczęściej wykorzystywanych procedur przyrostowo iteracyjnych zalicza się metodę Newtona-Raphsona, bądź jej modyfikację tzw. zmodyfikowaną metodę Newtona-Raphsona oraz Riksa (tzw. Arc-Length). Szczegółowy opis tych metod można znaleźć w pracach np. Kleibera (1985, 1995), Rakowskiego i Kasprzyka (1993), Crisfielda (2000a, b), Zienkiewicza (2000), De Souza Neto i innych (2008). W wymienionych metodach istnieją

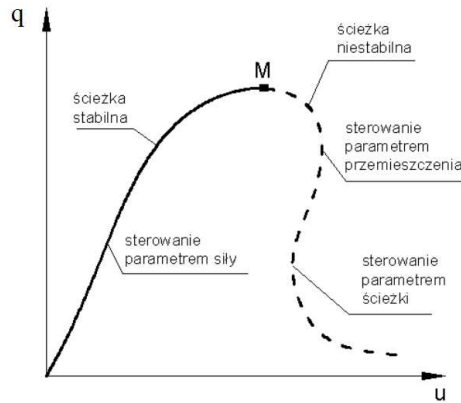
różne sposoby przykładania obciążenia tzw. sterowania procesem przyrostowo iteracyjnym. Możliwe jest sterowanie przemieszczeniem, siłą (w procedurach Newtona-Raphsona), bądź w metodzie Arc-Length parametrami ścieżki (łuku). Wybór odpowiedniej procedury zależy jest od typu problemu i charakteru nieliniowości.

W zależności od charakteru ścieżki równowagi konstrukcji⁴ mogą występować na niej stany stateczne i niestateczne wywołane przez nieliniowość materiałową bądź geometryczną. Jeżeli obciążenie konstrukcji zostanie zdefiniowane w postaci (6.23), to ścieżka równowagi, przedstawiona na rysunku 6.13 opisuje poszczególne stany równowagi konstrukcji.

$$Q = Q(q, u) \quad (6.23)$$

gdzie:

- q – parametr obciążenia rosnący monotonicznie,
- u – charakterystyczne przemieszczenie wybranego punktu konstrukcji.



Rys. 6.13. Przykład ścieżki równowagi obiektu o niestabilnym charakterze

Analizę równań konstytutywnych pod kątem stateczności opisanego nimi materiału przeprowadzono między innymi w pracach Rudnickiego i Rice'a (1975), Maiera i Hueckela (1979), De Borsta 1986, De Borsta i innych (1993), Pamina (1994). Na podstawie analiz stwierdzili oni, że w przypadku stowarzyszonego prawa płynięcia, gdy $F(\sigma_{ij})=G(\sigma_{ij})$, utrata stabilności materiału według definicji Hilla (1958) może nastąpić w przypadku, gdy H przyjmuje wartości ujemne. Dla niestowarzyszonego prawa płynięcia niestateczność może się pojawić wówczas, gdy $H = 0$, bądź $H > 0$, czyli również dla idealnej plastyczności oraz wzmocnienia plastycznego. Interpretacji fizycznej obu rodzajów niestabilności materiałowej dokonał De Borst (De Borst i inni 1993), który pierwszy przypadek identyfikuje jako dekohezję materiału (ang. decohesion) objawiającą się w postaci pojedynczych pęknięć, przy małych wartościach hydrostatycznej składowej tensora naprężenia. Drugi przypadek charakteryzuje jako poślizg w pewnej strefie spękanego

⁴ Przez ścieżkę równowagi rozumie się trajektorię łączącą punkty równowagi konstrukcji, wyznaczone jako zależność pewnego parametru obciążenia i przemieszczenia punktu konstrukcji.

materiału (ang. frictional slip) pojawiający się w warunkach wysokich wartości hydrostatycznej składowej tensora naprężenia.

Klasyczne kryterium Newtona–Raphsona sterowane parametrem obciążenia przestaje być zbieżne wraz ze zbliżaniem się do punktu granicznego ścieżki równowagi. Punkt graniczny obciążenia M (rysunek 6.13) nie zostaje wtedy osiągnięty i procedura na skutek narastania błędów rozwiązywania zostaje przerwana. W przypadku ścieżki równowagi z monotonicznie rosnącym przemieszczeniem, korzystnie jest zastosować kryterium zbieżności Newtona–Raphsona sterowane parametrem przemieszczenia. Kryterium to pozwala na analizę ścieżki równowagi konstrukcji również poza punkt graniczny, w przedziale osłabienia. W złożonych przypadkach obciążeń trudno jest jednak przewidzieć zachowanie się konstrukcji, a tym samym trudno wybrać parametr sterujący, który będzie monotonicznie wzrastał podczas całego procesu deformacji. W takim przypadku najwygodniej jest posłużyć się kryterium zbieżności Riksa, bądź jedną z odmian tego kryterium. W algorytmie Riksa ścieżka równowagi jest każdorazowo (w każdym przyroście) poszukiwana w przestrzeni zmiennych węzłowych i parametru obciążenia, co pozwala na prześledzenie praktycznie każdej ścieżki równowagi.

6.2.3. Sprężysto-plastyczny model konstytutywny Druckera-Pragera

Do opisu sprężysto-quasiplastycznego zachowania się skał w dalszej części pracy przyjęto model sprężysto-plastyczny z warunkiem Druckera-Pragera, z niestowarzyszonym prawem płynięcia oraz wzmocnieniem/osłabieniem plastycznym. Wspomniany powyżej model w pełni charakteryzują:

- związki sprężystości zdefiniowane przez dwa parametry: moduł Younga E i liczba Poissona ν .

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left(\epsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \epsilon_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (6.24)$$

- warunek plastyczności $F(\sigma_{ij}, \kappa)$ określony przez dwa parametry (kohezję i kąt tarcia wewnętrznego),
- prawo płynięcia zdefiniowane przez funkcję potencjału plastycznego $G(\sigma_{ij})$ (parametrem jest tu kąt dylatacji),
- funkcja wzmocnienia i osłabienia plastycznego $\bar{\sigma}(\kappa)$ (jednoznacznie definiująca położenie powierzchni plastyczności w trakcie odkształceń plastycznych).

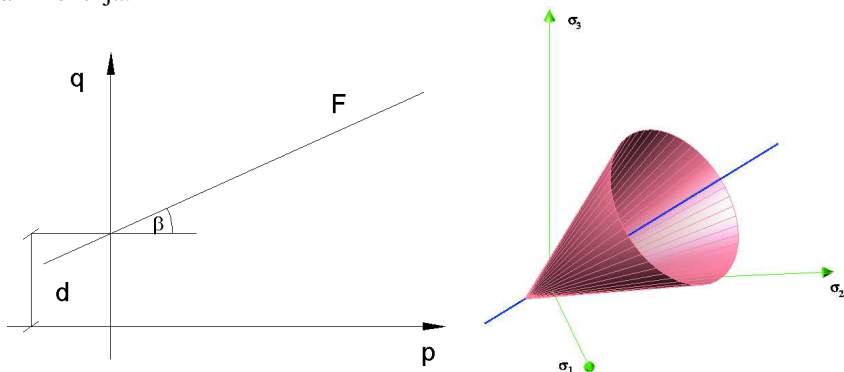
6.2.3.1. Warunek plastyczności

Do analiz przyjęto klasyczny (istnieje szereg modyfikacji tego warunku), liniowy warunek plastyczności Druckera-Pragera (rys. 6.14) w funkcji niezmienników p , q (rozdział 2.2). W płaszczyźnie dewiatorowej warunek ten ma kształt okręgu.

$$F(\sigma_{ij}, \kappa) = q - p \tan \beta - d(\kappa) \quad (6.25)$$

gdzie:

- q – intensywność naprężenia (σ_e),
- p – funkcja pierwszego niezmiennika aksjatora tensora naprężenia,
- β – kąta tarcia wewnętrznego,
- d – kohezja.



Rys. 6.14. Graficzna interpretacja liniowego warunku plastyczności Druckera-Pragera

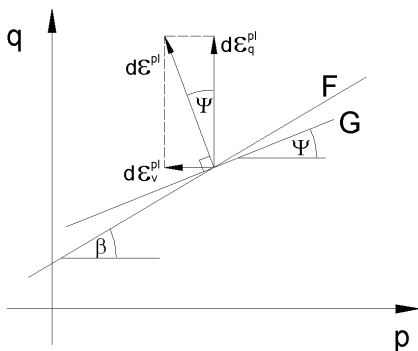
W przestrzeni naprężeń głównych warunek ten tworzy otwarty od podstawy, nieograniczony stożek, którego oś symetrii pokrywa się z osią naprężeń hydrostatycznych.

6.2.3.2. Prawo płynięcia

Prawo płynięcia definiuje funkcję potencjału plastycznego $G(\sigma_{ij})$ opisującą proces plastycznego płynięcia. Podobnie jak w przypadku warunku plastyczności, przyjęta funkcja jest liniowa, a jedynym jej parametrem jest kąt dylatacji ψ (rys. 6.15).

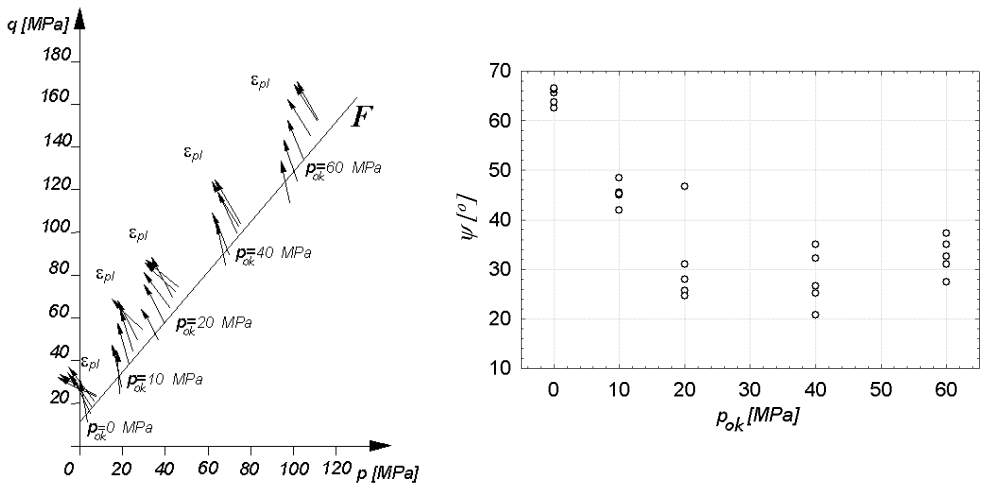
$$G = q - p \tan \psi \quad (6.26)$$

Kąt dylatacji zawiera się w przedziale $0 < \psi \leq \beta$, przy czym w przypadku gdy $\psi = \beta$ mamy do czynienia ze stowarzyszonym prawem płynięcia, a gdy $\psi = 0$ z wyłącznie postaciowymi odkształceniami plastycznymi (warunki gdy $\psi = 0$ występują zwykle przy plastycznym płynięciu metali).



Rys. 6.15. Geometryczna interpretacja liniowej funkcji potencjału plastycznego

Kąt dylatacji, jako parametr fizyczny powinien definiować wektor odkształcenia plastycznego w taki sposób, aby był on zawsze prostopadły do warunku potencjału plastycznego. W przypadku liniowej funkcji potencjału należy się spodziewać trudności w spełnieniu powyższego założenia. Trudności te pojawiają się zwykle przy stanach naprężenia odpowiadających małym wartościom hydrostatycznej części tensora naprężenia, gdzie dla skał i gruntów warunek plastyczności oraz potencjał plastyczny zwykle przybiera nieliniową formę (rys. 6.16), (Cieślik i Tajduś 2004, Cieślik 2007).



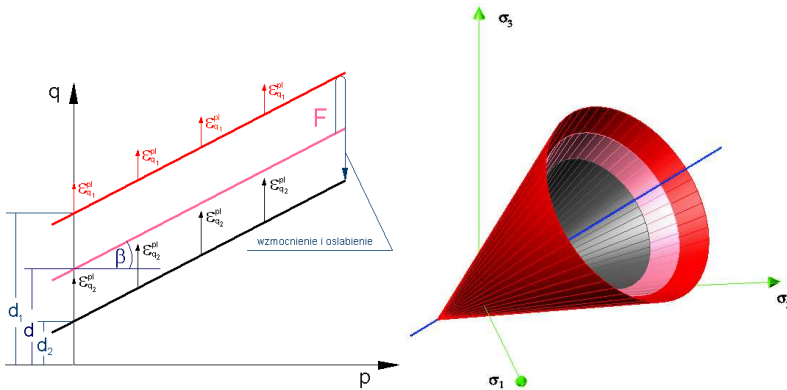
Rys. 6.16. Liniowy warunek plastyczności oraz wektory odkształceń plastycznych w poszczególnych przyrostach obciążenia oraz wartość kąta dylatacji dla różnych ciśnień okólnych uzyskane na próbkach piaskowca LGOM (Cieślik i Tajduś 2004)

W przedziale małych wartości ciśnienia okólnego (do $p_{ok}=10$ MPa) kierunki wektorów odkształceń plastycznych znacznie odbiegają od kierunków przy wyższych wartościach ciśnienia. Wielkość kąta dylatacji, parametru przyjętej liniowej funkcji potencjału plastycznego, wyznaczona na podstawie wykresu $\epsilon_v = \epsilon_v(\epsilon_q)$ jest zależna od ciśnienia okólnego p_{ok} . Największa występuje dla wartości ciśnienia 0 i 10 MPa. Odpowiada to mechanizmowi pękania rozdzielczego próbek, który zachodzi zwykle przy małych wartościach ciśnienia okólnego. W przypadku wyższych ciśnień, wartość kąta stabilizuje się na pewnym poziomie. Ogólnie jednak można stwierdzić, że dla badanych skał wielkość kąta dylatacji jest funkcją ciśnienia okólnego, co w konsekwencji prowadzi do nieliniowej funkcji potencjału plastycznego. W przedziale ciśnień okólnych od 20 do 60 [MPa] wartość kąta dylatacji stabilizuje się i wynosi $\psi=31^\circ$.

6.2.3.3. Prawo wzmocnienia/osłabienia plastycznego

Wzmocnienie/osłabienie izotropowe ośrodka realizowane jest poprzez funkcję $\bar{\sigma}(\kappa)$ opisującą położenie powierzchni plastyczności $F(\sigma_{ij}, \kappa)$ w przestrzeni naprężeń podczas deformacji plastycznych (rys. 6.17). Przyjęta funkcja wzmocnienia i osłabienia $\bar{\sigma}(\kappa)$ w przedziale odkształceń plastycznych jest odcinkowo liniowa. Naprężenie ekwiwalentne $\bar{\sigma}$ zdefiniowane jest poprzez intensywność naprężenia σ_e , co na rysunku 6.17, w miejscu przecięcia z osią q odpowiada kohezji ośrodka d . Miara odkształceń

plastycznych κ zdefiniowana jest przez intensywność odkształcenia plastycznego ε_q^{pl} , co na rysunku 6.17, odpowiada składowej wektora odkształcenia plastycznego ε^{pl} na kierunku q . Położenie powierzchni warunku plastyczności zdefiniowane przez spójność d w funkcji odkształceń plastycznych ε_q^{pl} jednoznacznie określa proces wzmocnienia i osłabienia plastycznego.



Rys. 6.17. Geometryczna interpretacja prawa wzmocnienia i osłabienia plastycznego w przestrzeni naprężeń p i q oraz naprężeń głównych

W przyjętym modelu funkcję $\bar{\sigma}(\kappa)$ jednoznacznie określa wyznaczona doświadczalnie zależność pomiędzy d i ε_q^{pl} w trakcie plastycznego płynięcia materiału. Na rysunku 6.17 różowym kolorem oznaczono początkową powierzchnię plastyczności, która w trakcie wzmocnienia plastycznego rozszerza się jednakowo w każdym kierunku (kolor czerwony), a następnie zmniejsza swoje wymiary wraz z osłabieniem plastycznym (kolor szary). W przyjętym modelu zdefiniowany warunek plastyczności, w całym procesie odkształceń plastycznych ma jednakowy kształt, a prawo wzmocnienia i osłabienia określa jedynie jego rozmiar. Założenie to wprowadza pewnego rodzaju ograniczenie, gdyż, jak zostało to zaznaczone w 5 rozdziale pracy, w trakcie deformacji plastycznych zmianie ulega również kształt warunku plastyczności, a nie tylko jego rozmiary.

6.3. Stałe materiałowe sprężysto-plastycznego modelu fizycznego badanych skał

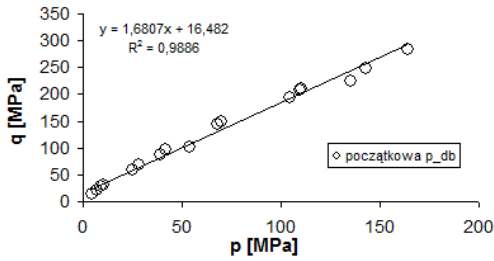
W rozdziale tym zaprezentowano wyniki badań doświadczalnych przeprowadzone na próbkach piaskowca Wustenzeller oraz dolomitu z LGOM, w celu oznaczenia stałych materiałowych modelu sprężysto-plastycznego. Model taki definiują stałe sprężystości oraz parametry warunku plastyczności, prawo płynięcia i wzmocnienia/osłabienia. Dla analizowanych skał, po przeprowadzeniu wstępnych analiz, założono liniową postać warunku plastyczności, niestowarzyszone prawo płynięcia, oraz funkcję wzmocnienia/osłabienia plastycznego. Wszystkie te wielkości oraz parametry poszczególnych funkcji wyznaczono dla obu badanych skał.

6.3.1. Parametry sprężysto-plastycznego modelu wyznaczone dla piaskowca Wustenzeller

6.3.1.1. Parametry warunku plastyczności

W przypadku badań laboratoryjnych prowadzonych w osiowo-symetrycznym stanie naprężenia możliwe jest wyznaczenie punktów powierzchni plastyczności jedynie na krawędzi jej przecięcia się z płaszczyzną południkową (rys. 2.6, rozdział 2). Do wyznaczenia warunku plastyczności potrzebne jest jednoznaczne kryterium, którego przekroczenie oznacza początek procesu plastycznego zachowania się próbek. Trwałe odkształcenia będące oznaką niesprężystego zachowania się próbek skalnych pojawiają się stosunkowo wcześnie, jeszcze przed uzyskaniem ich granicznej wytrzymałości, zwykle przy niewielkich obciążeniach. Często za kryterium przyjmuje się więc utratę liniowości odkształceń podłużnych, przy czym w przypadku skał jest ono niejednoznaczne i trudne do odczytania z wykresu σ - ϵ . W związku z tym, przy wyznaczaniu punktów początkowej powierzchni plastyczności (zdefiniowanej w przestrzeni naprężeń) posłużono się wykresem zmian objętościowych próbki, z którego łatwo można odczytać próg dylatacji bezwzględnej (Kwaśniewski 1986a), czyli niestabilnej propagacji spękań. Na wykresach $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_v$ zaprezentowanych w poprzednim rozdziale próg dylatacji bezwzględnej określa wartość najmniejszych odkształceń objętościowych. Wartości naprężeń odpowiadające temu kryterium zostały przyjęte do wyznaczenia punktów początkowej powierzchni plastyczności dla piaskowca. Przy takim założeniu to prawo płynięcia opisuje zmiany objętościowe towarzyszące odkształceniom plastycznym (dylatację) jeszcze w przedkrytycznym przedziale obciążenia, począwszy od progu dylatacji bezwzględnej. Wyznaczone punkty, zgodnie z poczynionymi wcześniej założeniami aproksymowano liniowym równaniem, co pozwoliło wprost wyznaczyć parametry przyjętego warunku plastyczności (rys. 6.18). Skały, podobnie jak wiele innych materiałów konstrukcyjnych, cechują się tym, że w trakcie deformacji niesprężystych najpierw ulegają wzmocnieniu, a następnie osłabieniu. Prześledzenie tego procesu wymaga znalezienia położenia powierzchni plastyczności we wszystkich charakterystycznych etapach deformacji plastycznych (rys. 6.18 i 6.19). W związku z tym, poza początkową powierzchnią plastyczności wyznaczono jeszcze jej położenie przy maksimum ścieżek obciążenia i ich wartościach rezydualnych. Jak wynika z prezentowanych poniżej rysunków, przyjęte warunki plastyczności dość dobrze opisują wyniki badań laboratoryjnych dla piaskowca. Wszystkie trzy warunki, w zakresie stosowanych obciążeń, z powodzeniem można przyjąć jako liniowe, zarówno dla początkowej, granicznej jak i rezydualnej powierzchni plastyczności.

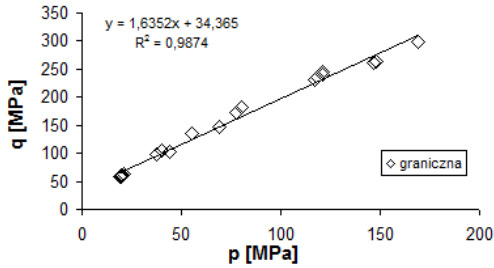
Współczynniki korelacji dla wszystkich warunków są wysokie, a korelacja jest silna i statystycznie istotna we wszystkich przypadkach.



Położenie początkowe

$$d = 16,48 \text{ [MPa]}$$

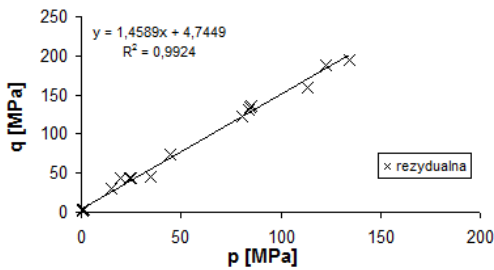
$$\beta = 59 \text{ [}^\circ\text{]}$$



Położenie graniczne

$$d = 34,36 \text{ [MPa]}$$

$$\beta = 58 \text{ [}^\circ\text{]}$$

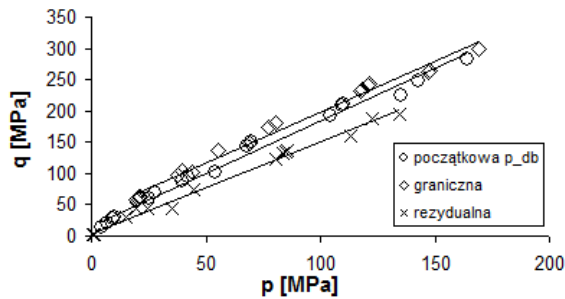


Położenie rezydualne

$$d = 4,75 \text{ [MPa]}$$

$$\beta = 55 \text{ [}^\circ\text{]}$$

Rys. 6.18. Wykresy liniowego warunku plastyczności dla położenia początkowego, granicznego i rezydualnego wraz z parametrami tego warunku.

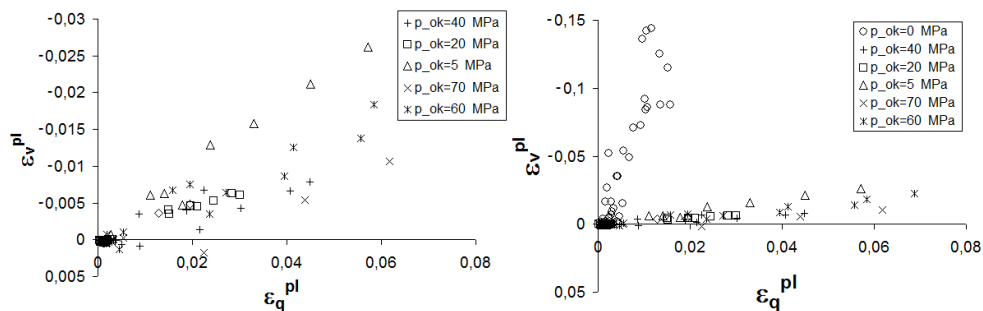


Rys 6.19. Zestawienie wykresów liniowego warunku plastyczności dla położenia początkowego, granicznego i rezydualnego.

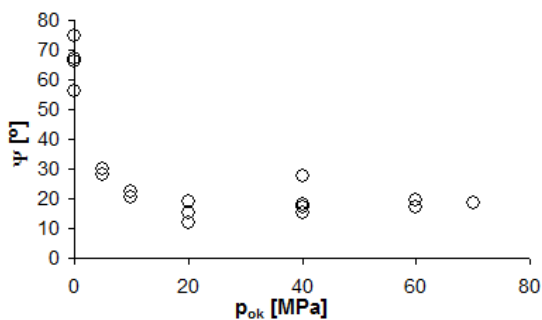
6.3.1.2. Prawo plastycznego płynięcia

Wartość kąta dylatacji ψ dla piaskowca wyznaczono na podstawie wykresu $\epsilon_v^{pl} = \epsilon_v^{pl}(\epsilon_q^{pl})$. Wykresy tych zależności (rys. 6.20), dla wszystkich wyników badań,

w przedziale od granicy wytrzymałości do wytrzymałości rezydualnej aproksymowano prostymi, a wartość kąta dylatacji została wyznaczona jako średnie dla danego ciśnienia okólnego nachylenie tych prostych do osi plastycznych odkształceń postaciowych ϵ_q^{pl} . Metoda taka zasugerowana w pracy Mroza (1980) pozwala wyznaczyć wartość kąta dylatacji, pomimo iż zależność $\epsilon_v^{pl} = \epsilon_v^{pl}(\epsilon_q^{pl})$ w całym zakresie obciążenia jest nieliniowa. Wartość tego kąta w znacznej mierze zależy od granic przedziału, w którym aproksymacja zostaje przeprowadzona.



Rys. 6.20. Zależności $\epsilon_v^{pl} = \epsilon_v^{pl}(\epsilon_q^{pl})$ wyznaczone dla różnych ciśnień okólnych próbek piaskowca Wustenzeller, a) bez wyników testów jednoosiowego ściskania, b) z wynikami testów jednoosiowego ściskania



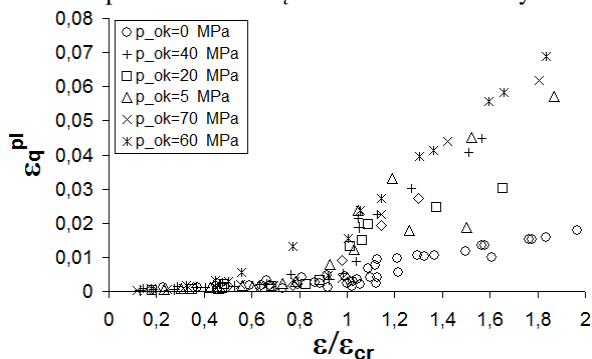
Rys. 6.21. Wartość kąta dylatacji dla piaskowca w funkcji ciśnienia okólnego stosowanego w badaniach

Wyznaczone wartości kąta dylatacji zmieniają się w zależności od ciśnienia okólnego, największe jednak występują dla ciśnienia $p_{ok}=0$ (rys. 6.21). Odpowiada to mechanizmowi pęknięcia próbek, który zachodzi zwykle przy małych wartościach ciśnienia okólnego, a wyznaczony kąt dylatacji przyjmuje wartość $\psi=75^{\circ}$. W przypadku wyższych ciśnień, wartość kąta stabilizuje się na pewnym poziomie. Ogólnie jednak można stwierdzić, że dla badanych skał wartość kąta dylatacji zmienia się wraz ze zmianą ciśnienia okólnego (Cieślak 2007).

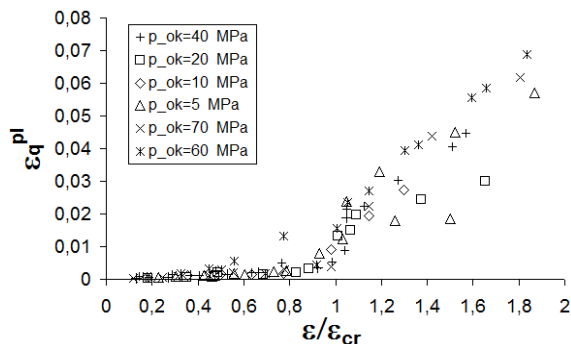
W przypadku liniowej funkcji potencjału plastycznego, wartość jej parametru (kąta dylatacji) jest stała i nie jest zależna od aksjatora naprężenia. Wartość tego parametru obliczono jako średnią wartość kąta dylatacji w przedziale ciśnień okólnych (5÷60) MPa. Dla przyjętego przedziału wartość kąta dylatacji wyniosła $\psi=20^{\circ}$.

6.3.1.3. Funkcja wzmocnienia/osłabienia dla piaskowca

Funkcję wzmocnienia/osłabienia odkształceniowego można wyznaczyć rejestrując trwałe odkształcenia podczas całego procesu obciążania próbek skalnych. W tej pracy realizowano to poprzez cykliczne odciążenia próbek, w zakresie przedkrytycznym i pokrytycznym obciążenia. Zebrane dla wszystkich serii badawczych (poszczególnych ciśnień okólnych) wartości trwałych postaciowych odkształceń plastycznych ϵ_q^{pl} , odpowiadające aktualnemu poziomowi obciążenia zestawiono na rys. 6.22 i 6.23.



Rys. 6.22. Trwałe odkształcenia postaciowe rejestrowane na różnym poziomie obciążenia

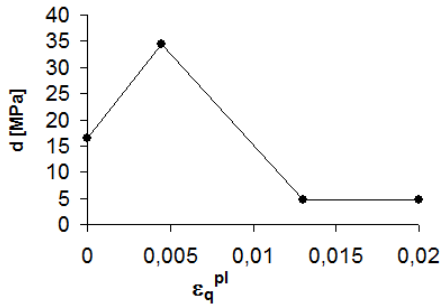


Rys. 6.23. Trwałe odkształcenia postaciowe rejestrowane na różnym poziomie obciążenia bez wyników testów jednoosiowych

Dla testów jednoosiowych postaciowe odkształcenia plastyczne na poziomie obciążenia począwszy od $\epsilon_{cr}=1$ są wyraźnie mniejsze do tych uzyskiwanych dla testów trójosiowych. W związku z tym, iż w testach jednoosiowych próbki ulegały zasadniczo pękaniu, a ich deformacje nie odpowiadały plastycznym, funkcję wzmocnienia/osłabienia plastycznego zdefiniowano na średnich wartościach plastycznych odkształceń postaciowych, uzyskanych na danym poziomie obciążenia (granicznym i rezydualnym) bez wartości odkształceń uzyskanych w testach jednoosiowych. Dla granicznej powierzchni plastyczności, uzyskanej dla $\epsilon/\epsilon_{cr}=1$ wartość plastycznych odkształceń postaciowych wynosiła $\epsilon_q^{pl}=0,0045$, zaś dla wartości rezydualnej, dla której $\epsilon/\epsilon_{cr}=1,15$ odkształcenia te były równe $\epsilon_q^{pl}=0,013$.

Zmiany spójności wraz z plastycznymi odkształceniami postaciowymi schematycznie ilustruje rysunek 6.24. Poniżej, w tabeli 6.2 zestawiono parametry liniowego warunku

plastyczności dla poszczególnych stanów obciążenia: początkowego, granicznego i rezydualnego.



Rys. 6.24. Zmiany spójności piaskowca wraz z postaciowymi odkształceniami plastycznymi

Tabela 6.2.

Parametry równań warunku liniowego i nieliniowego dla piaskowca w trzech położeniach, początkowym, granicznym i rezydualnym

Warunek $F = q - p \tan \beta - d$		
Piaskowiec Wustenzeller		
powierzchnia	d [MPa]	β [°]
początkowa	16,48	59
graniczna	34,36	58
rezydualna	4,75	55

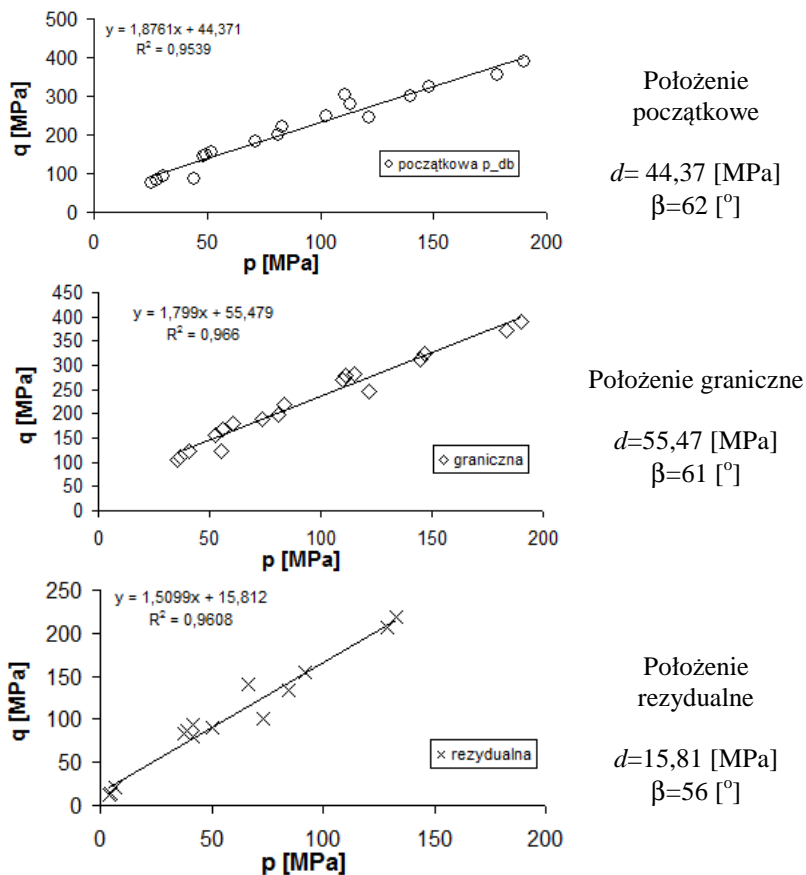
Analiza danych zawartych w tabeli 6.2 i na rysunku 6.24 pozwala stwierdzić, że w trakcie deformacji plastycznych warunek plastyczności zmienia zarówno swoje wymiary jak i kształt. Początkowo piaskowiec ulega wzmocnieniu, co odpowiada wzrostowi wartości spójności, po czym następuje osłabienie, czemu towarzyszy znaczny jej spadek. Ostatecznie powierzchnia przyjmuje pewien ustalony kształt i rozmiar. Kąt tarcia zmienia się nieznacznie i spada w całym przedziale odkształceń plastycznych, od wartości $\beta=59^\circ$ do $\beta=55^\circ$.

6.3.2. Parametry sprężysto-plastycznego modelu wyznaczone dla dolomitu z LGOM

Poniżej, w analogicznej formie jak w przypadku piaskowca Wustenzeller przedstawione są wyniki uzyskane dla próbek dolomitu ilastego z LGOM. Dolomit wykazywał się mniejszą porowatością niż piaskowiec, a próbki wykonane z tej skały wykazywały ogólnie większą wytrzymałość od próbek piaskowca.

6.3.2.1. Parametry warunku plastyczności

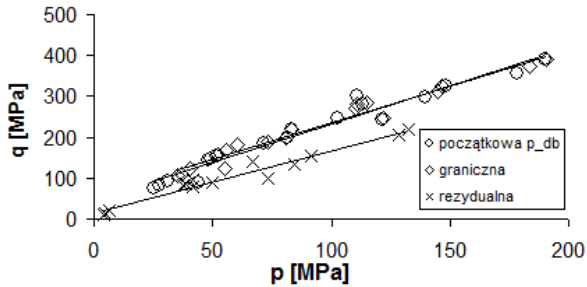
Na rysunkach 6.25 i 6.26 przedstawiono wyniki estymacji parametrów liniowego równania warunku plastyczności dla dolomitu i jego początkowego, granicznego oraz rezydualnego położenia.



Rys. 6.25. Wykresy liniowego warunku plastyczności dla położenia początkowego, granicznego i rezydualnego wraz z parametrami tego warunku

Wszystkie warunki dla położenia początkowej, granicznej i rezydualnej powierzchni plastyczności w zakresie stosowanych obciążeń, można z powodzeniem przyjąć jako liniowe (rys. 6.25 i 6.26).

Dla dolomitu warunki początkowy i graniczny są do siebie zbliżone, a ich parametry różnią się głównie wartością kohezji. Jest to wynikiem położenia progu dylatacji bezwzględnej, który dla badanych próbek odpowiadał wartości $0,9 \epsilon_{cr}$.

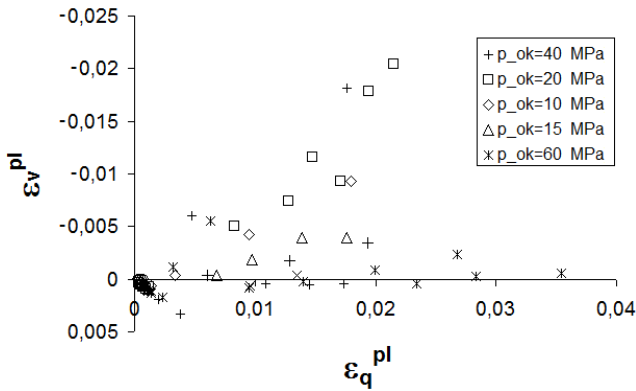


Rys 6.26. Zestawienie wykresów liniowego warunku plastyczności dla położenia początkowego, granicznego i rezydualnego

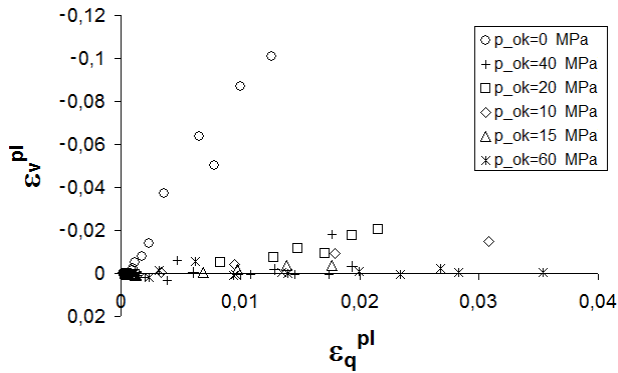
6.3.2.2. Prawo płynięcia plastycznego

Kąt dylatacji dla dolomitu, tak jak w przypadku piaskowca, dla wszystkich serii badawczych, wyznaczono w przedziale od granicy wytrzymałości do wytrzymałości rezydualnej. Wyniki uzyskane na podstawie wykresów $\varepsilon_v^{pl} = \varepsilon_v^{pl}(\varepsilon_q^{pl})$ (rys. 6.27 i 6.28) zaprezentowano w formie graficznej na rysunku 6.29.

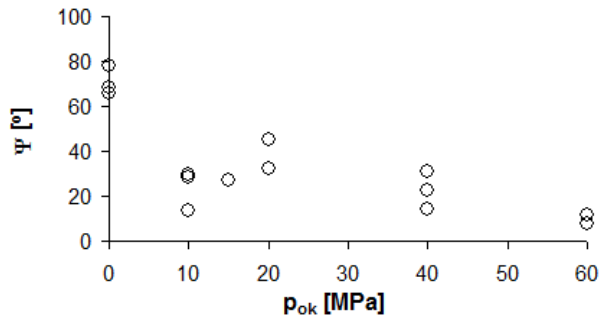
Wartości kąta dylatacji dla dolomitu jakościowo są zbliżone do tych uzyskanych dla piaskowca, przy czym ich rozrzut jest znacznie większy. Największe wartości kąta uzyskano dla obciążeń jednoosiowych, zaś najmniejsze dla wysokich ciśnień okólnych (rys. 6.29). W przypadku ciśnienia $p_{ok}=60$ MPa wartość kąta dylatacji była stosunkowo niewielka i wynosiła $\psi=10^\circ$. W związku z tym, iż dla liniowej postaci funkcji potencjału plastycznego należy wyznaczyć jedną wartość tego kąta, obliczono go jako średnią wartość w przedziale ciśnień okólnych (10÷60) MPa. Dla tego przedziału wartość kąta dylatacji wyniosła $\psi=24^\circ$.



Rys. 6.27. Zależności $\varepsilon_v^{pl} = \varepsilon_v^{pl}(\varepsilon_q^{pl})$ wyznaczone dla różnych ciśnień okólnych próbek dolomitu ilastego (bez wyników testów jednoosiowych)



Rys. 6.28. Zależności $\varepsilon_v^{pl} = \varepsilon_v^{pl}(\varepsilon_q^{pl})$ wyznaczone dla różnych ciśnień okólnych próbek dolomitu ilastego, z wynikami dla testów jednoosiowych

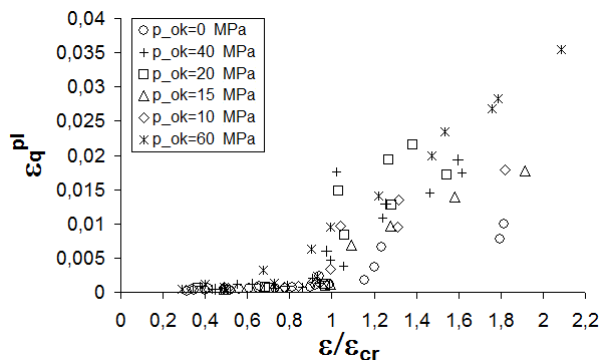


Rys. 6.29. Wartość kąta dylatacji dla dolomitu w funkcji ciśnienia okólnego stosowanego w badaniach

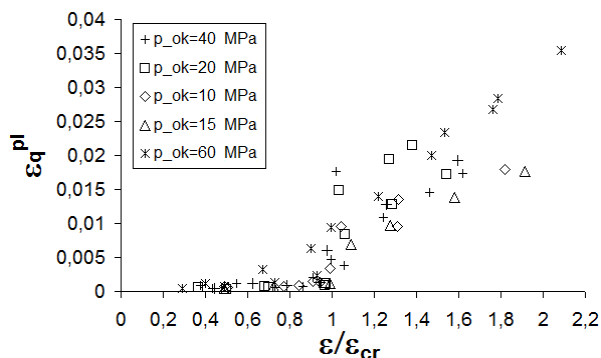
6.3.2.3. Funkcja wzmocnienia/osłabienia dla dolomitu

Funkcję wzmocnienia/osłabienia plastycznego wyznaczono na podstawie trwałych odkształceń postaciowych ε_q^{pl} wyznaczonych dla całego przedziału obciążenia (rys. 6.30 i 6.31) oraz spójności wyznaczonej w trzech położeniach warunku plastyczności, początkowym, granicznym i rezydualnym.

Podobnie jak to było w przypadku próbek piaskowca postaciowe odkształcenia plastyczne na poziomie obciążenia począwszy od $\varepsilon_{cr}=1$ są wyraźnie mniejsze od tych uzyskiwanych dla testów trójosiowych. W związku z tym, również i tym razem funkcję wzmocnienia/osłabienia plastycznego zdefiniowano na średnich wartościach plastycznych odkształceń postaciowych uzyskanych na danym poziomie obciążenia, ale bez wartości odkształceń uzyskanych w testach jednoosiowych. Dla położenia granicznej powierzchni plastyczności, uzyskanej przy $\varepsilon/\varepsilon_{cr}=1$, wartość plastycznych odkształceń postaciowych wynosiła $\varepsilon_q^{pl}=0,003$, zaś dla położenia rezydualnego, w przypadku którego $\varepsilon/\varepsilon_{cr}=1,09$, odkształcenia te były równe $\varepsilon_q^{pl}=0,0101$.

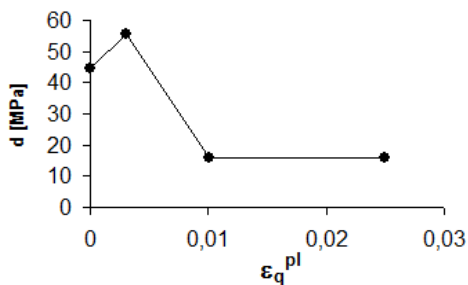


Rys. 6.30. Trwałe odkształcenia postaciowe rejestrowane na różnym poziomie obciążenia



Rys. 6.31. Trwałe odkształcenia postaciowe rejestrowane na różnym poziomie obciążenia bez wyników testów jednoosiowych

Zmiany spójności wraz z plastycznymi odkształceniami postaciowymi dla dolomitu, schematycznie ilustruje rysunek 6.32. W tabeli 6.3 zestawiono parametry liniowego warunku plastyczności dla stanów obciążenia: początkowego, granicznego i rezydualnego, uzyskane dla próbek dolomitu.



Rys. 6.32. Zmiany kohezji dolomitu wraz z postaciowymi odkształceniami plastycznymi.

W przypadku dolomitu z LGOM, podobnie jak dla piaskowca Wustenzeller, warunek plastyczności początkowo ulega wzmocnieniu, co odpowiada wzrostowi wartości kohezji, po czym następuje osłabienie, czemu towarzyszy znaczny spadek jej wartości. Kąt tarcia

wewnętrzny zmienia się w całym przedziale odkształceń plastycznych, nieznacznie spada, od wartości $\beta=62^\circ$ do $\beta=56^\circ$.

Tabela 6.3.

Parametry równań warunku liniowego i nieliniowego dla dolomitu w trzech położeniach: początkowym, granicznym i rezydualnym

Warunek $F = q - p \tan \beta - d$		
Piaskowiec Wustenzeller		
powierzchnia	d [MPa]	β [°]
początkowa	44,37	62
graniczna	55,47	61
rezydualna	15,81	56

6.3.3. Wnioski dotyczące oznaczania parametrów modelu sprężysto-plastycznego

W rozdziale tym przedstawiono wyniki badań trójosiowych w osiowo-symetrycznym stanie naprężenia oraz metodykę ich opracowywania w celu identyfikacji parametrów sprężysto-plastycznego modelu konstytutywnego. Do analiz przyjęto model z linowym warunkiem plastyczności, ulegającym wpraw wzmocnieniu, a następnie osłabieniu, z niestowarzyszonym prawem płynięcia. Dla obu modeli wyznaczono ich parametry oraz funkcje materiałowe. Wyniki uzyskane dla piaskowca Wustenzeller oraz dolomitu ilastego z LGOM nie budzą większych wątpliwości, choć zwiększenie liczby badanych próbek, oraz cykli obciążenie - odciążenie mogłoby poprawić dokładność uzyskanych zależności. Generalnie można stwierdzić, iż dla analizowanych skał, warunek plastyczności może mieć formę liniową, zaś funkcja potencjału plastycznego powinna być nieliniowa (istnieje duża zależność wartości kąta dylatacji od hydrostatycznej składowej stanu naprężenia).

Wybierając próbki skalne do badań, nie prowadzono ich specjalnej selekcji względem jednorodności materiału badawczego, taktując rozrzuty uzyskanych wielkości jako naturalną cechę skał, świadczącą o ich niejednorodności i losowości (Jakubowski i Równiak 2002, Jakubowski 2010).

6.4. Weryfikacja modelu sprężysto-plastycznego na podstawie wyników badań laboratoryjnych

W poprzednim podrozdziale, na podstawie analizy charakterystycznych cech zachowania badanych skał, zdefiniowano model sprężysto-plastyczny oraz wyznaczono jego parametry. Można zadać pytanie, na ile przyjęte w modelu założenia np., co do liniowości warunku plastyczności, czy prawa płynięcia zdefiniowanego stałą, niezależną od hydrostatycznej składowej stanu naprężenia, wartością kąta dylatacji, są poprawne oraz

jak dobrze ten model opisuje rzeczywiste zachowanie analizowanych próbek skał. Tym zagadnieniom poświęcono obecny rozdział. Analizę i porównanie wyników przeprowadzono na poziomie punktu materialnego, tzn. przyjęto, iż punkt taki reprezentuje całą próbkę skalną.

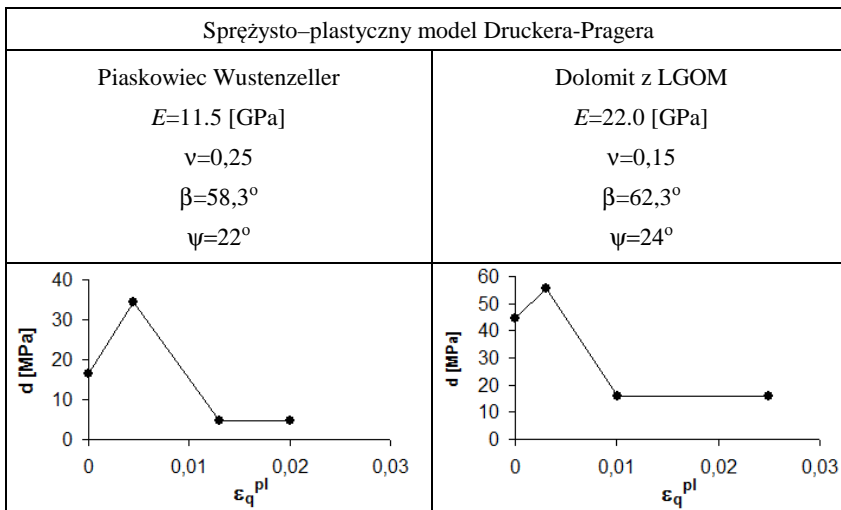
Weryfikację zaprezentowanego w rozdziale 6.3 sprężysto-plastycznego modelu fizycznego przeprowadzono z wykorzystaniem metody elementów skończonych oraz komercyjnego systemu Abaqus v6.12, za pomocą którego wykonano obliczenia. W bibliotece materiałów systemu znajduje się model fizyczny Druckera-Pragera, który umożliwia symulację zachowania ośrodka sprężysto-plastycznego z wzmocnieniem/osłabieniem oraz szereg procedur obliczeniowych pozwalających przeprowadzić takie obliczenia. Odwzorowaniem obiektu (próbki) był pojedynczy izoparametryczny, osiowo symetryczny element, o wymiarach $h=70$ mm i $d=17,5$ mm.

W modelach zadano przemieszczeniowe warunki brzegowe, tzn. oba dolne węzły elementu zostały unieruchomione na kierunku pionowym, przy swobodnych przemieszczeniach poziomych. Górnym węzłem elementu narzucono pionowe przemieszczenia, przy swobodnych przemieszczeniach poziomych. Odpowiednią wartość ciśnienia okólnego definiowano jako siły skupione w węzłach elementu, odpowiadające żądanej wartości ciśnienia.

Zadanie rozwiązano wykorzystując przyrostową metodę rozwiązywania równań algebraicznych MES, połączoną ze zmodyfikowanym algorytmem iteracyjnym Newtona-Raphsona (ABAQUS v6.12 Theory manual 2012). Parametry modeli fizycznych przyjęte do obliczeń zestawiono w tabeli 6.4.

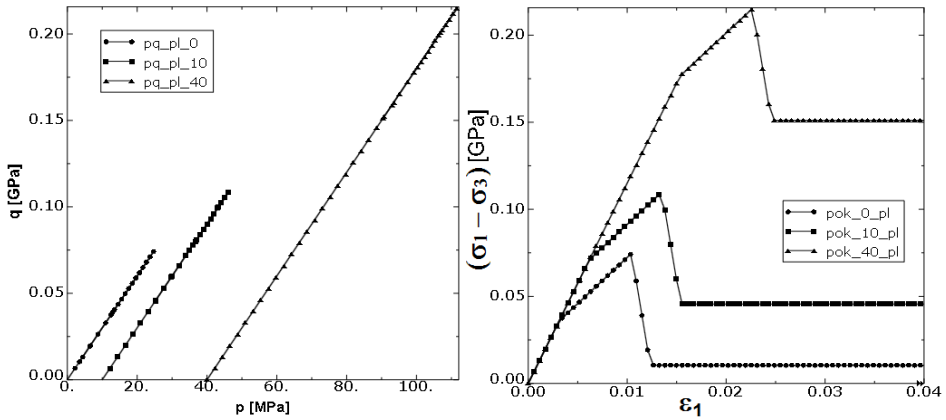
Tabela 6.4.

Parametry sprężysto-plastycznego modelu fizycznego stosowane w obliczeniach numerycznych

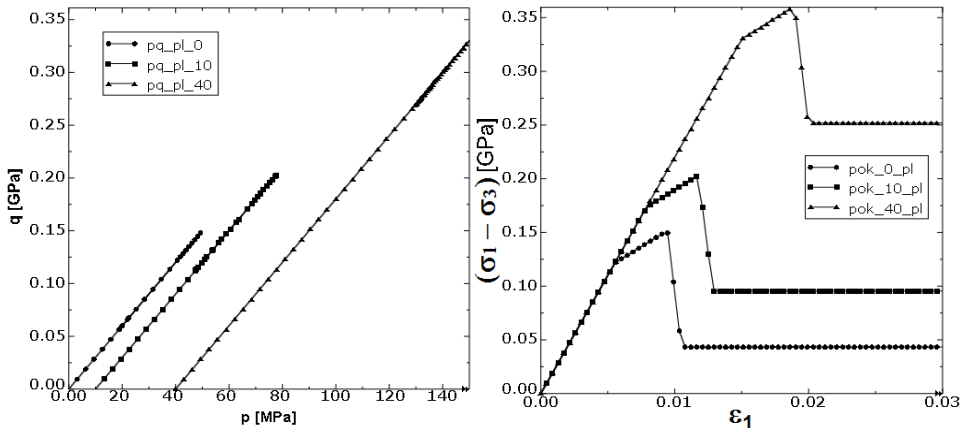


Wyniki obliczeń w postaci realizowanych ścieżek obciążenia ($p-q$) oraz wykresów naprężenie różnicowe-odkształcenie osiowe w próbkach piaskowca i dolomitu,

zaprezentowano odpowiednio na rysunku 6.33 i 6.44. Obliczenia przeprowadzono dla trzech wartości ciśnienia okólnego próbek, $p_{ok}=0$ MPa, $p_{ok}=10$ MPa oraz $p_{ok}=40$ MPa.



Rys. 6.33. Ścieżki obciążenia realizowane w obliczeniach MES oraz uzyskane zależności naprężenie różnicowe-odkształcenie osiowe dla próbek piaskowca

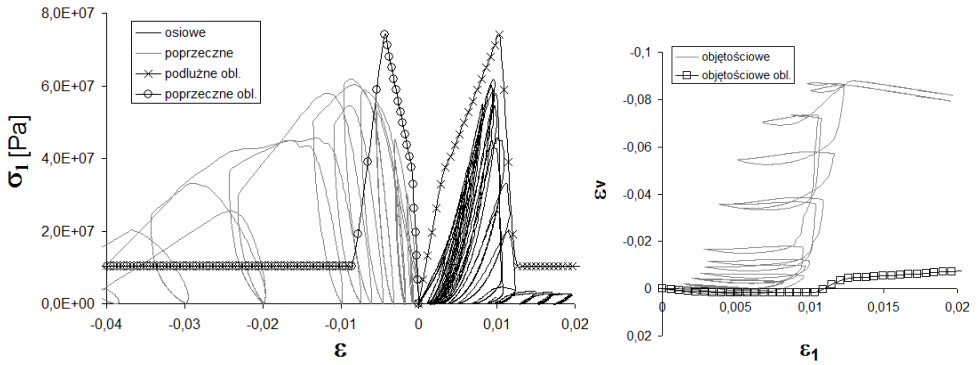


Rys. 6.34. Ścieżki obciążenia realizowane w obliczeniach MES oraz uzyskane zależności naprężenie różnicowe-odkształcenie osiowe dla próbek dolomitu

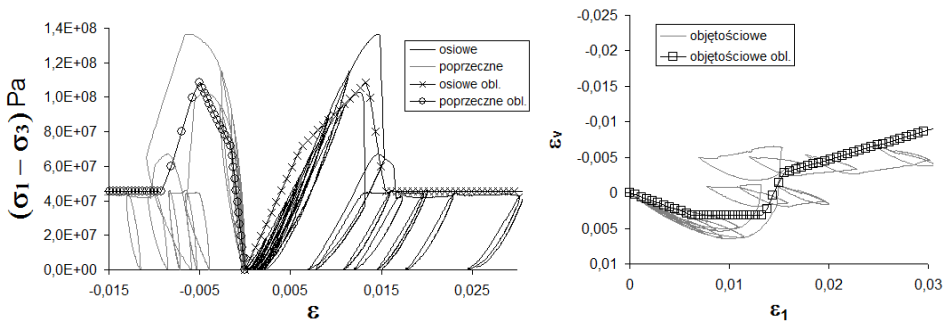
Zaprezentowane ścieżki obciążenia osiągają swoje, zależne od ciśnienia okólnego, maksimum w punkcie odpowiadającym granicznemu położeniu warunku plastyczności. W związku z tym, iż moduł Younga przyjęty do obliczeń we wszystkich przypadkach obciążenia był taki sam, wykresy naprężenie różnicowe-odkształcenie osiowe, w początkowej fazie, mają takie samo nachylenie we wszystkich przypadkach. Taki wynik odbiega od obserwowanej zależności modułu Younga od ciśnienia okólnego badań (rys. 5.5 i 5.11, rozdział 5). Przyjęte prawo wzmocnienia/osłabienia również było niezależne od hydrostatycznej składowej tensora naprężenia, co powoduje, że wielkość spadku naprężenia w pokrytycznym przedziale obciążenia dla wszystkich obciążeń jest taki sam. Fakt ten, dla analizowanych skał pokrywa się z wynikami doświadczeń laboratoryjnych (rys. 5.26,

rozdział 5), choć w przypadku piaskowca odnotowano zależność wielkości spadku naprężenia od wartości ciśnienia okólnego badań.

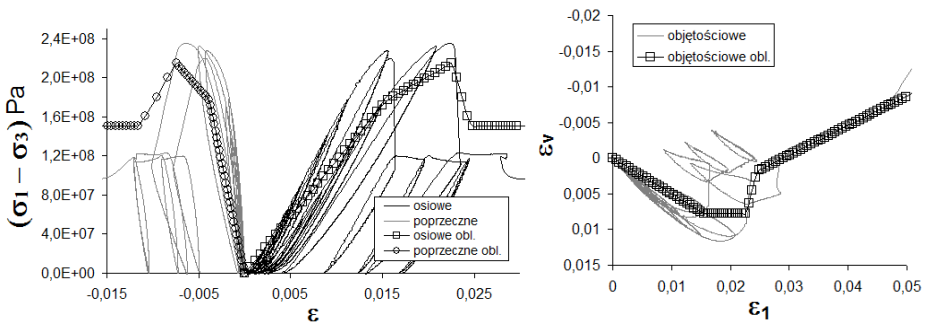
W związku z tym, iż w obliczeniach realizowano te same ścieżki obciążenia, co w testach mechanicznych, wyniki obliczeń porównano bezpośrednio z wynikami badań. Na rysunkach 6.35, 6.36 i 6.37 zaprezentowano wyniki testów laboratoryjnych uzyskane dla próbek piaskowca (zwykle po dwa testy o skrajnych wynikach), dla takiego samego ciśnienia okólnego z wynikami obliczeń numerycznych.



Rys. 6.35. Porównanie charakterystyk uzyskanych w badaniach laboratoryjnych i w obliczeniach numerycznych dla piaskowca $p_{ok}=0$ MPa



Rys. 6.36. Porównanie charakterystyk uzyskanych w badaniach laboratoryjnych i w obliczeniach numerycznych dla piaskowca $p_{ok}=10$ MPa

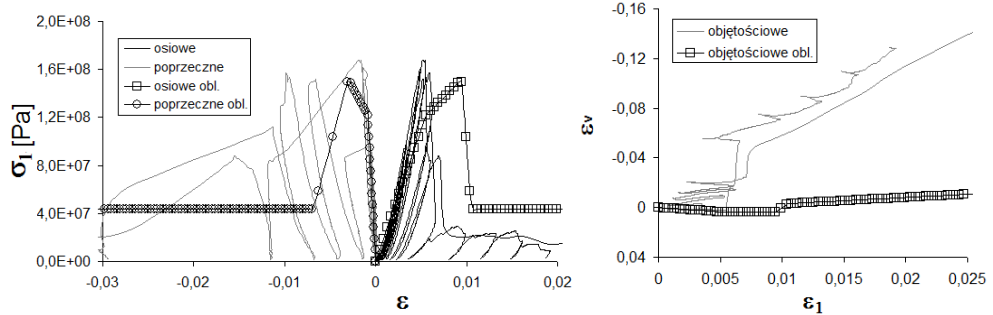


Rys. 6.37. Porównanie charakterystyk uzyskanych w badaniach laboratoryjnych i w obliczeniach numerycznych dla piaskowca $p_{ok}=40$ MPa

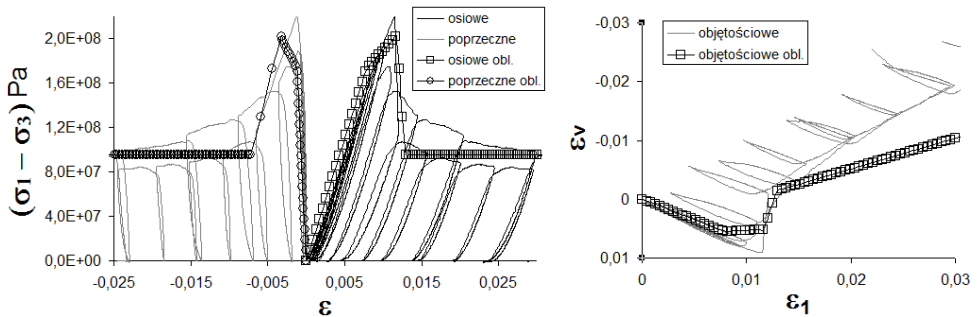
Z porównania wyników badań i wyników obliczeń wynika, iż proponowany sprężysto-plastyczny model fizyczny dla piaskowca niepoprawnie opisuje rzeczywiste zachowanie próbek w testach jednoosiowych, zaś w miarę dobrze, w testach trójosiowych, w warunkach ciśnień okólnych $p_{ok}=10$ MPa i $p_{ok}=40$ MPa. Najbardziej istotne różnice dotyczą odkształceń poprzecznych i objętościowych testów jednoosiowych. Różnice te wynikają z tego, iż próbki poddane takim obciążeniom ulegały pękaniu, doznając dużych poprzecznych odkształceń. Prawo płynięcia ze stałym w całym przedziale obciążeń kątem dylatacji, niedostatecznie dobrze opisuje takie odkształcenia, a założenia teorii plastyczności nie odpowiadają charakterowi zniszczenia w postaci pękania.

W przypadkach obciążeń trójosiowych, gdy próbki ulegały ścięciu, przyjęty model fizyczny poprawnie opisuje zarówno wytrzymałość próbek jak i odkształcenia osiowe, poprzeczne, czy objętościowe.

Podobne porównania przedstawiono dla testów wykonanych na próbkach dolomitu. Ich wyniki zamieszczono na rys. 6.38, 6.39 i 6.40.



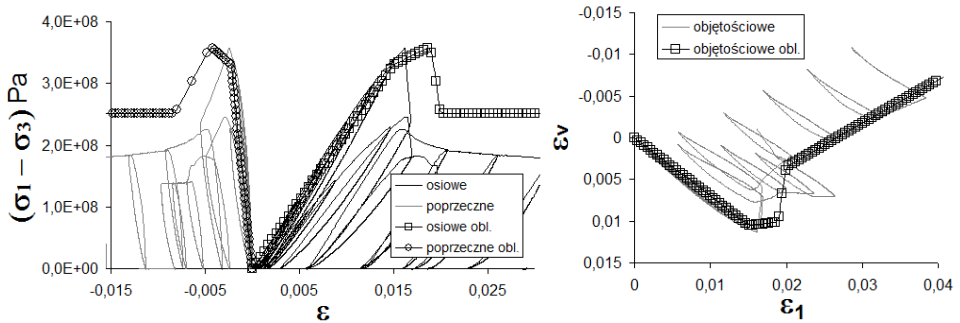
Rys. 6.38. Porównanie charakterystyk uzyskanych w badaniach laboratoryjnych i w obliczeniach numerycznych dla dolomitu $p_{ok}=0$ MPa



Rys. 6.39. Porównanie charakterystyk uzyskanych w badaniach laboratoryjnych i w obliczeniach numerycznych dla dolomitu $p_{ok}=10$ MPa

Największe, właściwie nie do zaakceptowania rozbieżności, między wynikami testów i obliczeniami uzyskano dla warunków jednoosiowego ściskania dolomitu. W pozostałych przypadkach obciążeń (trójosiowego ściskania), gdy próbki ulegały ścięciu, model sprężysto-plastyczny poprawnie opisuje zarówno wielkość wytrzymałości próbek, jak i odkształcenia, których doznają. Należy podkreślić, iż różnice pomiędzy wynikami doświadczeń laboratoryjnych, a obliczeniami w przypadku właściwości

wytrzymałościowych (granica wytrzymałości na ściskanie) wynikają z nieliniowego charakteru powierzchni plastyczności przy niewielkich składowych hydrostatycznych stanu naprężenia.



Rys. 6.40. Porównanie charakterystyk uzyskanych w badaniach laboratoryjnych i w obliczeniach numerycznych dla dolomitu $p_{ok}=40$ MPa

Przyjęty do obliczeń liniowy warunek w całym przedziale obciążeń przeszacowywał wytrzymałość próbek. Różnice dotyczące wytrzymałości rezydualnej wynikają z prawa wzmocnienia, które podobnie jak kąt dylatacji, było niezależne od składowej hydrostatycznej stanu naprężenia. W przypadku prawa płynięcia kąt dylatacji jest silnie zależny od ciśnienia okólnego stosowanego w badaniach, a zgodność wyników obliczeń numerycznych i uzyskanych w testach była tym większa, im większe ciśnienie okólne przyjmowano w obliczeniach. Poprawny opis odkształceń próbek zarówno piaskowca jak i dolomitu uzyskano dla testów, w których ciśnienie okólne wynosiło odpowiednio $p_{ok}=10$ MPa oraz $p_{ok}=40$ MPa. Poczynione powyżej uwagi, dotyczące różnic pomiędzy rzeczywistym zachowaniem próbek, a uzyskanymi drogą modelowania numerycznego mogą stanowić wskazówki co do założeń, jakie powinien spełniać sprężysto-plastyczny model ze wzmocnieniem/osłabieniem stosowanym dla skał.

7. Sprężysto-plastyczny model skał z uszkodzeniem

7.1. Podstawy fizyczne uszkodzenia skał

Uszkodzenie skały rozumiane jako zarodkowanie i rozwój defektów, prowadzące do całkowitego zniszczenia próbki, jest ściśle związane z pierwotną, niejednorodną i nieciągłą budową ośrodka skalnego obserwowanego w odpowiedniej skali.

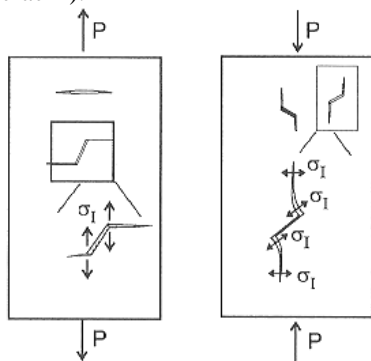
Obserwując skałę makroskopowo nie jesteśmy w stanie dostrzec zasadniczych cech decydujących o zjawisku uszkodzenia oraz o mechanizmie zniszczenia skały. Obserwacje mikroskopowe pozwalają określić skład mineralogiczny ośrodka, wielkość ziaren bądź kryształów, spoiwo, rozkład porów, geometrię i gęstość spękań, czyli podstawowe cechy decydujące o właściwościach fizycznych skały oraz właściwościach mechanicznych próbek uzyskiwanych w skali makroskopowej.

W skali mikro uszkodzenie skały jest zjawiskiem losowym, fizykalnie zidentyfikowanym jako rozwój mikrospękań, które łącząc się w zespoły powodują powstanie makropęknięcia, bądź pewnej strefy spękań (Moore i Lockner 1995). Dominującą rolę w tym procesie odgrywają pierwotne spękania i szczeliny odpowiednio zorientowane do kierunku działania obciążenia oraz sposób obciążenia.

W przypadku ściskania próbki skalnej, w szczelinach odchylonych od kierunku działania obciążenia następuje poślizg⁵, a na wierzchołkach szczelin dochodzi do koncentracji naprężeń rozciągających σ_t (rys. 7.1), krytycznych z uwagi na ich propagację (Horii, Nemat-Nasser 1985, Kemeny i Cook 1987). Następstwem tego stanu jest propagacja szczelin w postaci tzw. pęknięć skrzydełkowych „wing crack” na kierunku działania obciążenia. Spękania i szczeliny, których kierunek jest prostopadły do kierunku działania obciążenia zostają "dezaktywowane" i nie mają większego udziału w procesie narastania uszkodzenia. W przypadku rozciągania próbek skalnych jako pierwsze aktywne są szczeliny zorientowane prostopadłe do kierunku obciążenia (rys. 7.1). Wówczas następuje otwieranie się tych szczelin i koncentracja naprężeń rozciągających σ_t na ich wierzchołkach oraz zarodkowanie nowych. Propagacja szczelin następuje na kierunku

⁵ Według tzw. modelu sliding crack wykorzystywanego przy analizie mikromechanicznej procesu rozwoju spękań skał, potwierdzonego obserwacjami mikroskopowymi (Paterson Wong 2005, Rawling et. al 2002).

prostopadłym do działania obciążenia, zgodnie z I modelem pękania lub w formie pęknięć skrzydełkowych (tzw. wing crack").



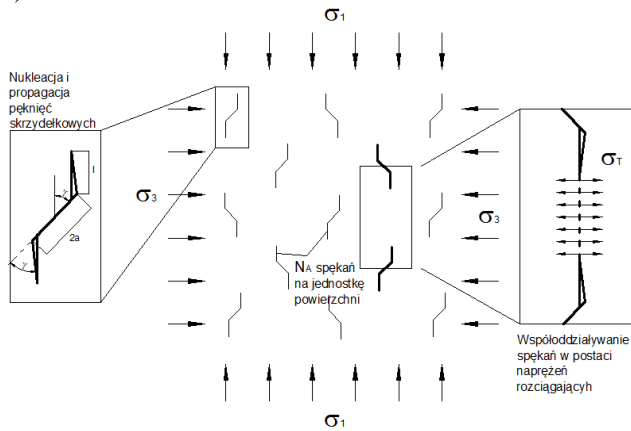
Rys. 7.1. Modele propagacji spękań w zależności od charakteru obciążenia (Skrzypek 2006)

Szczeliny, których kierunek jest zbliżony do kierunku działania obciążenia rozciągającego są "uśpione" i nie biorą udziału w procesie narastania uszkodzenia. Należy zaznaczyć, iż w tym przypadku kierunek działającego obciążenia nie pokrywa się z kierunkiem rozwoju uszkodzenia. Propagujące spękania oddziałując na siebie łączą się w łańcuchy i formują pojedyncze makropęknięcia lub wiele makropęknięć.

W obu opisanych przypadkach, dotyczących jednoosiowego ściskania i rozciągania próbek, rozwój uszkodzenia jest zdeterminowany przez kierunek i charakter obciążenia.

W trójosiowym stanie naprężenia, przy niewielkiej składowej hydrostatycznej obciążenia, uszkodzenie może następować według schematu opisanego wyżej, tzn. poprzez poślizg i propagację pęknięć na kierunku obciążenia. W przypadku zwiększania składowej hydrostatycznej obciążenia (dla większych ciśnień okólnych), pierwotne pory i spękania zostają częściowo, bądź całkowicie zamknięte, zaś lokalne koncentracje naprężeń na wierzchołku szczeliny powodują ich propagację w postaci bardziej zakrzywionej (kąąt γ , rys. 7.2) i początkowo bardziej odchylonej od kierunku największego obciążenia. Ze względu na trójosiowe obciążenie inny jest również mechanizm interakcji spękań między sobą, lokalnie dochodzi do koncentracji naprężeń rozciągających σ_T , rys. 7.2. W efekcie łączenie się propagujących spękań tworzy makroskopowe ścięcia (Horii, Nemat-Nasser 1985). Złożony mechanizm łączenia się mikrospękań, wyboczeń mikrokolumn, obrotów i kruszenia ziaren skutkujący powstaniem makroskopowego ścięcia, jest potwierdzony obserwacjami mikroskopowymi (Hallbauer i inni 1973, Wong 1982, Lockner i inni 1991, Moore i Lockner 1995, Paterson Wong 2005) oraz makroskopowo odpowiednim nachyleniem powierzchni ścięcia do kierunku większego obciążenia. W zależności od wartości ciśnienia okólnego zniszczenie próbki następuje wtedy w postaci pojedynczego lub kilku makropęknięć, lub pojedynczego bądź kilku pasm ścinania lub też siatki ścięć, w których skumulowane są spękania. Dzieje się tak w przypadku skał mocnych o małej porowatości. W przypadku skał słabych o znacznej porowatości uszkodzenie może postępować jako rozwój mikrospękań wokół pierwotnych porów w matrycy bądź lepszczu skały, a następnie w ziarnach (według modelu kontaktu Herza), powodując załamanie się pierwotnej struktury tych porów. W tym wypadku rozwój szczelin zdeterminowany jest geometrią i układem porów. Taki mechanizm rozwoju uszkodzenia, obserwowany w wapieniach i piaskowcach o dużej porowatości, może być wywołany nawet przy

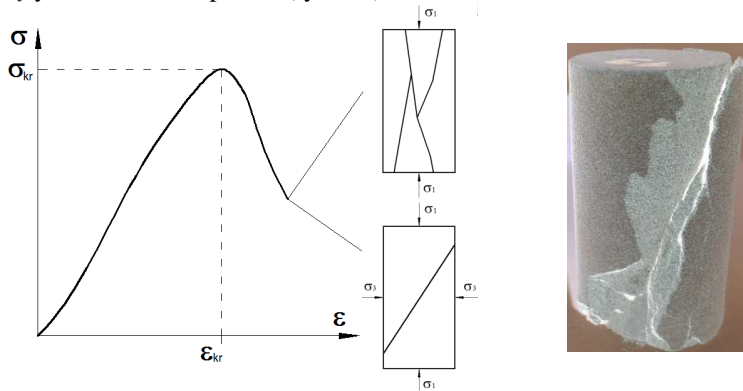
hydrostatycznym stanie naprężenia (Baud i inni 2000, El Bied i inni 2002, Bésuelle 2001, Wojdanowa 2010).



Rys. 7.2. Model propagacji spekań zależnie od charakteru obciążenia, stosowany w analizie mikromechanicznej skał (za Ashby, Sammis 1990)

Charakter opisanych wyżej zjawisk zależy głównie od pierwotnej budowy ośrodka i w znacznym stopniu od hydrostatycznej składowej stanu naprężenia, jakiemu poddana jest skała w trakcie obciążania.

Uszkodzenie można śledzić w różnych skalach obserwacji. W skali makroskopowej (laboratoryjnej) objawia się ono w części pokrywczącej charakterystyki σ - ϵ , poprzez przerwanie ciągłości skały, pojawienie się widocznych szczelin i makropęknięć, towarzyszących zniszczeniu próbki (rys. 7.3).

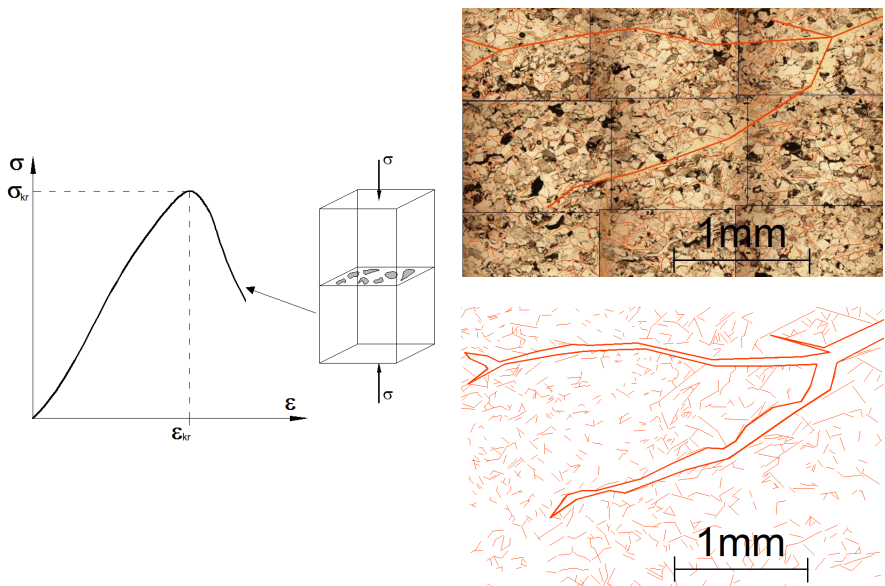


Rys. 7.3. Uszkodzenie próbek skalnych obserwowane makroskopowo w postaci ścięcia, jako efekt badania w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania.

Uszkodzenie obserwowane jest również przy obciążeniu znacznie mniejszym od granicznego, w przedkrytycznym przedziale obciążenia. Może być wtedy obserwowane w skali mikroskopowej, za pomocą mikroskopów optycznych bądź elektronowych, w postaci rozwoju mikrospekań. Mikrospekania te, po przekroczeniu obciążeń krytycznych, łączą się w zespoły spekań powodując powstanie makropęknięcia, bądź pewnego pasma ścinania (spekań). Należy podkreślić, iż łączenie się spekań w łańcuchy i formowanie makropęknięcia zarówno w przypadku obciążeń jednoosiowych,

jak i trójosiowych, odbywa się dopiero w pokrytycznym zakresie obciążenia (Lockner i inni 1991, Moore i Lockner 1995). Na rysunku 7.4 przedstawiono wyniki analiz mikroskopowych (wykonanych za pomocą mikroskopu optycznego), na szlifie wykonanym z próbki piaskowca Wustenzeller zorientowanym prostopadłe do kierunku jednoosiowego obciążenia. Na szlifie są widoczne wyraźne mikrospeknięcia towarzyszące rozgałęziającemu się makropęknięciu (samo makropęknięcie zaznaczone jest ciągłą linią). Odzworowania mikrospekkań, zwykle o nieregularnym kształcie, dokonano odcinkami, bazując na podkładzie, który stanowiły obrazy mikroskopowe. Nie wszystkie z zaznaczonych mikrospekkań są następstwem mechanicznego obciążenia; część z nich to speknięcia pierwotne. Można jednak zauważyć, iż w obrębie rozgałęzienia makroszczeliny ich długość jest wyraźnie większa niż w obrębie wierzchołków.

Niezależnie od skali obserwacji można stwierdzić, iż powstawanie mikroszczelin i ich propagacja ma istotny wpływ na makroskopowe zachowanie się próbek skał. Rozwój mikroszczelin jest przyczyną nieliniowego zachowania się skał (nieliniowej charakterystyki σ - ϵ w całym przedziale obciążenia), zmian sztywności w trakcie procesu obciążania oraz dylatacji (względnej i bezwzględnej) obserwowanej już przy niewielkich obciążeniach. To właśnie dylatacja jest bezpośrednim efektem zwiększania się objętości mikroszczelin i pustek w próbkach skalnych. Rozwój mikrospekkań następuje począwszy od progu dylatacji względnej, wzrasta intensywnie po przekroczeniu progu dylatacji bezwzględnej, po czym, po osiągnięciu granicy wytrzymałości następuje łączenie się mikrospekkań i formowanie makropęknięcia. "Lawinowa" propagacja i łączenie się spekkań w makropęknięcie bądź ścięcie jest powodem osłabienia próbki skalnej w pokrytycznym przedziale obciążenia obserwowanego na charakterystyce σ - ϵ .



Rys. 7.4. Uszkodzenie obserwowane mikroskopowo w postaci rozwoju mikrospekkań i makropęknięcia w przedziale pokrytycznym obciążenia

7.2. Sposoby opisu uszkodzenia

7.2.1. Modele mikromechaniczne

Modele mikromechaniczne opisują relacje między stanem makroskopowym materiału, a jego mikrostrukturą (Krajcinovic, 1996). Opis taki jest możliwy na podstawie odwzorowania mikrostruktury ośrodka, która reprezentowana jest w postaci spękań o pewnej geometrii i układzie, a właściwie w postaci pewnych modeli spękań oraz warunków ich zachowania, propagacji i oddziaływania na siebie (Horr i Nemat-Nasser 1985, Ashby i Sammis 1990). W mechanice uszkodzenia modele tego typu wykorzystane są do zdefiniowania wewnętrznych zmiennych stanu oraz ich ewolucji, opisujących aktualny, na danym poziomie obciążenia, rozkład mikrostruktury ośrodka. Uszkodzenie jest w tym przypadku charakteryzowane przez wewnętrzną zmienną, opisującą w sposób jawny gęstość i geometrię mikrospękań oraz porów, zależną od historii obciążenia (Dragon i Mróz 1979, Basista i Gross 1989, Kachanov 1992, 1993, Gambrotta i Lagomarsino 1993, Dragon i Halm 1998, Seweryn 2004). Przy budowie tego typu modeli wymagane są informacje na temat geometrii i rozkładu spękań uzyskiwane na drodze analiz mikroskopowych, pozwalających zebrać informacje o cechach rzeczywistego ośrodka. Lubarda i Krajcinovic (1993) wykazali, że dla uzyskania wiarygodnych wyników analiz zmienna stanu powinna być opisana tensorem minimum czwartego rzędu. Wnioski te zostały potwierdzone w pracy Voyiadjisa i Kattana (2006).

7.2.2. Fenomenologiczne modele kontynualnej mechaniki uszkodzeń (CDM)

Na poziomie reprezentatywnej objętości tzw. RVE uszkodzenie może być opisane również za pomocą modeli fenomenologicznych kontynualnej mechaniki uszkodzeń (Lemaitre 1992, Krajcinovic 1996, Skrzypek 2006). Przy takim podejściu rozpatruje się pewną objętość ośrodka niejednorodnego i nieciągłego (w skali mikroskopowej), jednak na tyle dużą, aby można było założyć, iż w jej obrębie stan naprężenia i odkształcenia jest jednorodny. Homogenizacja (ujednorodnienie) mikrospękań, szczelin i porów w reprezentatywnej objętości następuje dzięki definicji wewnętrznych zmiennych stanu, zwanych zmiennymi uszkodzenia. Zmienne uszkodzenia mogą być zdefiniowane jako wielkości skalarne, wektorowe bądź tensorowe różnych rzędów, w zależności od ewolucji postępującego uszkodzenia, jednak zawsze opisują zmianę sztywności ośrodka. W kontynualnej mechanice uszkodzeń na bazie hipotez równoważności, w miejsce pojęcia naprężenia i odkształcenia wprowadza się pojęcie tzw. wielkości efektywnych naprężeń i odkształceń. Wielkości te w rozpatrywanej objętości, dzięki zmiennej uszkodzenia, opisują cechy ośrodka nieciągłego z mikrodefektami w postaci spękań, szczelin i porów za pomocą mechaniki ośrodków ciągłych. Należy podkreślić, iż modele te nie są oparte na podstawach termodynamiki procesów nieodwracalnych.

7.2.3. Termodynamiczne modele mechaniczne uszkodzenia

W pracach Lemaitre'a i Chaboche'a (1985), Krajcinovica (1996), Murakami'ego i Kamiy'i (1997), Kuny-Ciskał i Skrzypka (1999, 2004), Ganczarskiego (2001), problem kontynuальной mechaniki uszkodzeń zdefiniowano na podstawie termodynamiki procesów nieodwracalnych. Podstawą tych modeli jest energia swobodna Helmholtza $\rho\psi(\varepsilon^e, D, \zeta)$ przedstawiona jako funkcja tensora odkształceń sprężystych ε^e , tensora uszkodzenia drugiego rzędu D i zmiennej skalarnej ζ , odpowiedzialnej za wzmocnienie powierzchni uszkodzenia (Skrzypek 2006)

$$\rho\psi(\varepsilon^e, D, \zeta) = \rho\psi^e(\varepsilon^e, D) + \rho\psi^d(\zeta) \quad (7.1)$$

Zakłada się, że w stanie początkowym ośrodek jest liniowo sprężysty i izotropowy, w związku z czym funkcja $\rho\psi^e(\varepsilon^e, D)$ ma postać kwadratową względem ε^e i przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} \rho\psi^e(\varepsilon^e, D) = & \frac{1}{2}\lambda_L(Tr\varepsilon^e)^2 + \mu Tr(\varepsilon^e \cdot \varepsilon^e) + \eta_1(Tr\varepsilon^e)^2 TrD + \\ & + \eta_2 Tr(\varepsilon^e \cdot \varepsilon^e) TrD + \eta_3 Tr\varepsilon^e Tr(\varepsilon^e \cdot D) + \eta_4 Tr[\varepsilon^{*e} \cdot \varepsilon^{*e} \cdot D] \end{aligned} \quad (7.2)$$

$$\rho\psi^d(\zeta) = \frac{1}{2} K_d \zeta^2$$

gdzie:

- λ_L, μ – stałe Lamego dla materiału nieuszkodzonego,
- $\eta_1, \eta_2, \eta_3, K_d$ – stałe materiałowe opisujące uszkodzenie,
- ε^{*e} – tensor odkształcenia zmodyfikowany w celu opisu deaktywacji uszkodzenia przy ściskaniu (Skrzypek 2006).

$Tr\varepsilon^e, Tr(\varepsilon^e)^2, TrD, Tr(\varepsilon^e \cdot D)$ to zbiór niezmienników skalarnych, według teorii niezmienników tensorowych (Litewka 1985, Rymarz 1993).

W teorii przedstawionej przez Lemaitre'a i Chaboche'a (1985) spadek energii swobodnej (rozpraszanej na skutek uszkodzenia) następuje według zmiennej skalarnej, zaś w przypadku teorii Murakami'ego i Kamiy'i (1997), Kuny-Ciskał i Skrzypka (1999), (równanie 7.2) zmienna stanu ma charakter tensorowy.

Dla zdefiniowanego potencjału stanu można uzyskać równania fizyczne materiału sprężystego z anizotropowym uszkodzeniem:

$$\begin{aligned} \sigma = \frac{\partial(\rho\psi)}{\partial\varepsilon^e} = & [\lambda Tr\varepsilon^e + 2\eta_1 TrD Tr\varepsilon^e + \eta_3 Tr(\varepsilon^e \cdot D)]I + \\ & + 2(\mu + \eta_2 TrD)\varepsilon^e + \eta_3 Tr(\varepsilon^e)D + \eta_4(\varepsilon^{*e} \cdot D + D \cdot \varepsilon^{*e}) : \frac{\partial\varepsilon^{*e}}{\partial\varepsilon^e} \end{aligned} \quad (7.3)$$

Praktyczne zastosowanie takiej teorii wymaga jeszcze zdefiniowania sił termodynamicznych, Y i B sprzężonych ze zmiennymi opisującymi potencjał stanu:

$$Y = -\frac{\partial(\rho\psi^e)}{\partial D} \text{ oraz } B = -\frac{\partial(\rho\psi^d)}{\partial \zeta} \quad (7.4)$$

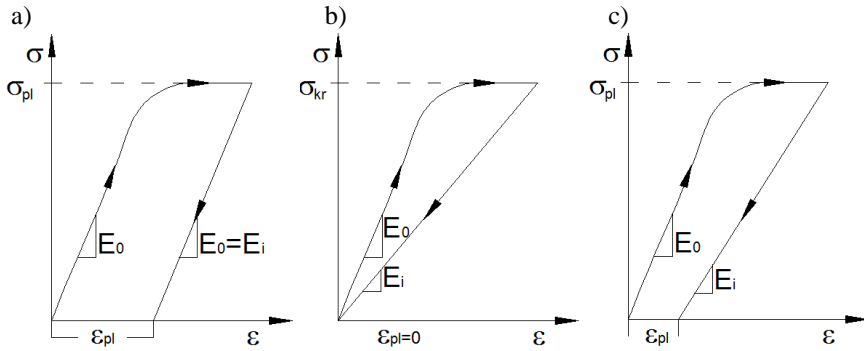
oraz warunku zainicjowania uszkodzenia i ewolucji uszkodzeń, jak również warunku określającego całkowite zniszczenie materiału. W tym celu, podobnie jak w przypadku teorii plastyczności, potencjał dyssypacji zdefiniowany jest w postaci powierzchni, jednak w przestrzeni sił termodynamicznych $\{Y(\epsilon^e)\}$. Potencjał taki jednoznacznie definiuje zakres odkształceń sprężystych bez uszkodzeń i zapoczątkowanie procesu uszkodzenia. Ewolucja powierzchni uszkodzenia jest definiowana analogicznie jak w przypadku wzmocnienia plastycznego, w przestrzeni sił termodynamicznych $\{Y, B\}$, gdzie B jest parametrem określającym aktualne położenie powierzchni uszkodzenia.

W dalszej części pracy do opisu uszkodzenia wykorzystano fenomenologiczny model kontynuualnej mechaniki uszkodzeń. Ogólnie można stwierdzić, że sformułowanie problemu według tej koncepcji wymaga określenia: kryterium inicjacji uszkodzenia ośrodka, zdefiniowania zmiennej (zmiennych) uszkodzenia, ewolucji zmiennych uszkodzenia oraz zdefiniowania warunku całkowitego zniszczenia (Skrzypek 2006).

7.3. Założenia sprężysto-plastycznego modelu z uszkodzeniem na bazie kontynuualnej mechaniki uszkodzeń

7.3.1. Ogólne założenia i koncepcja modelu

Zasadniczą różnicą między teorią plastyczności a kontynuualną mechaniką uszkodzeń (CDM) są efekty nieliniowego zachowania. Efektem nieliniowego zachowania ośrodka, w przypadku zachowania plastycznego, są trwałe odkształcenia, zaś w przypadku uszkodzenia jest zmiana sztywności środka (bez trwałych odkształceń). Trwałe odkształcenia będące efektem plastyczności są generowane poprzez ruch defektów krystalicznych (głównie w metalach) oraz tarcie na powierzchniach spękań, mikroszczelin i makropęknięcia (w przypadku skał, betonów). Zmiany sztywności będące efektem uszkodzenia są wywołane nukleacją, propagacją i łączeniem się mikrospełkań, pustek oraz powstanie makropęknięcia lub ewentualnie pasma ścinania. Na charakterystyce σ - ϵ ośrodka sprężysto-plastycznego z uszkodzeniem widoczne są oba efekty, zarówno trwałych odkształceń jak i zmiany sztywności (rys. 7.5). W przypadku próbek skalnych, istotne różnice zachowania według przedstawionych modeli, zauważalne są po przekroczeniu pewnej wartości obciążenia (w zależności od warunków obciążenia zwykle po przekroczeniu progu dylatacji względnej) i odciążeniu próbki. W przypadku ośrodka sprężysto-plastycznego, po przekroczeniu granicy plastyczności, ścieżka odciążania realizowana jest z takim samym modulem sprężystości E_i jak przy obciążaniu E_0 . Dla ośrodka sprężystego z uszkodzeniem (pęknięciem) obciążenie powyżej wartości krytycznej i odciążenie nie powoduje pojawienia się trwałych odkształceń; cały proces jest sprężysty i towarzyszy mu jedynie zmiana sztywności ośrodka. W przypadku modelu sprężysto-plastycznego z uszkodzeniem, odciążeniu towarzyszą trwałe odkształcenia ϵ^{pl} , a proces odciążania następuje z inną niż obciążanie sztywnością.



Rys. 7.5. Wyidealizowane modele zachowania skał: a) sprężysto-plastyczny, b) sprężysty z uszkodzeniem, c) sprężysto-plastyczny z uszkodzeniem

Rzeczywiste zachowanie się skał zarówno w warunkach jednoosiowego jak i trójosiowego obciążenia jest najbardziej zbliżone do trzeciego modelu, czyli sprężysto-plastycznego z uszkodzeniem. Procesy plastyczności i uszkodzenia nakładają się i są od siebie zależne (dyssypacja energii na tarcie na powierzchniach mikrospękań zależna jest od liczby mikrospękań, a więc od rozwoju uszkodzenia). Opis obu zjawisk, w zależności od metody uwzględnienia współzależności obu zjawisk, może być dokonany na kilka sposobów, przy czym dwa z nich są najbardziej popularne (Jirasek 2011).

W pierwszym przypadku wykorzystuje się koncepcję tzw. naprężeń efektywnych (rozdział 7.3.2) zaproponowaną przez Chaboche (1977) (naprężenie Cauchy'ego zastąpione jest tzw. naprężeniem efektywnym), które opisuje efekty związane z uszkodzeniem. Plastyczna część modelu może wtedy być zdefiniowana na bazie naprężeń efektywnych (Simo i Ju 1987, Lee i Fenves 1998, De Borst i inni 1999, Grassl i Jirasek 2006). Prowadzi to do związków sprężysto-plastycznych z uszkodzeniem (równania 7.5 ÷ 7.7).

$$\sigma = D_e : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (\text{wyłącznie plastyczność - jak równanie 6.9}) \quad (7.5)$$

$$\sigma = (1 - \omega) D_e : \varepsilon \quad (\text{wyłącznie uszkodzenie}) \quad (7.6)$$

$$\sigma = (1 - \omega) D_e : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (\text{złożenie plastyczności i uszkodzenia}) \quad (7.7)$$

gdzie:

ω – skalarna zmienna uszkodzenia, która odpowiada za zmianę sztywności w trakcie uszkodzenia,

D_e – tensor sztywności ośrodka,

$\varepsilon, \varepsilon^{pl}$ – odpowiednio tensor całkowitych i plastycznych odkształceń,

σ – tensor naprężenia Cauchy'ego.

W drugim przypadku model sprężysty z uszkodzeniem "wzbogacony" jest niejako o trwałe odkształcenia związkami opisującymi klasyczną plastyczność, w sensie plastycznego płynięcia oraz trwałe odkształcenia, na skutek odciążenia uszkodzonego materiału. Podejście to zaproponowane zostało przez Ortiza (1985).

W pracy wykorzystano koncepcję naprężeń efektywnych, w której naprężenie efektywne $\tilde{\sigma}$ z wykorzystaniem zmiennej uszkodzenia zdefiniowane są następująco (rozdział 7.3.2):

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - \omega} \quad (7.7)$$

na podstawie czego można napisać:

$$\tilde{\sigma} = D_e : (\varepsilon - \varepsilon_{pl}) \quad (7.9)$$

W związku z tym, iż w trakcie obciążania wartość zmiennej uszkodzenia ulega zmianie, niezbędne jest opisanie ewolucji tego parametru jako funkcji parametru wzmocnienia. Parametrem wzmocnienia może być, analogicznie jak w teorii plastyczności, skalarna miara odkształceń plastycznych κ , lub np. całkowite odkształcenie (Jirasek 2011).

$$\omega = \omega(\kappa) \quad (7.10)$$

W efekcie równanie 7.10 definiuje prawo ewolucji. Warunek plastyczności zdefiniowany jest wtedy w przestrzeni naprężeń efektywnych i określa warunek uplastycznienia ośrodka.

$$F(\tilde{\sigma}, \kappa) \leq 0 \quad (7.11)$$

Funkcja potencjału plastycznego zdefiniowana jest również w przestrzeni naprężeń efektywnych:

$$\dot{\varepsilon}_{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial G(\tilde{\sigma})}{\partial \tilde{\sigma}} \quad (7.12)$$

W związku z tym, iż zmienna uszkodzenia ω może być "prowadzona" przez parametru κ (skalarna miara odkształceń plastycznych), w modelu takim rozwój uszkodzenia możliwy jest dopiero po osiągnięciu uplastycznienia, a więc zjawiska plastyczności wyprzedzają wtedy proces uszkodzenia. Założenie takie w odniesieniu do zachowania się skał w większości przypadków jest słuszne i zgodne z wynikami badań laboratoryjnych (rozdział 6.4).

Modele sprężysto-plastyczne z uszkodzeniem mogą być również zdefiniowane na bazie termodynamiki procesów nieodwracalnych. Rozwiązania takie można znaleźć w pracach Voyiadjisa i Deliktasa (2000), Abu Al.-Ruba i Voyiadjisa (2003), Peerlingsa i innych (2004), Skrzypka (2006).

Jak zaznaczono to już wcześniej, aby sformułować model kontynualnej mechaniki uszkodzeń należy zdefiniować i określić następujące wielkości:

- zmienną (bądź zmienne) uszkodzenia,
- kryterium inicjacji uszkodzenia ośrodka,
- prawo ewolucji zmiennych uszkodzenia,
- warunki całkowitego zniszczenia.

W dalszej części pracy zostaną określone i scharakteryzowane poszczególne wielkości oraz funkcje, w kontekście badań mechanicznych przeprowadzonych na próbkach skalnych, oraz omówione zostaną wybrane aspekty i możliwości laboratoryjnej ich

identyfikacji. Przykładowe wyniki charakteryzujące poszczególne wielkości zostaną zaprezentowane dla jednej z analizowanych skał (piaskowca Wustenzeller), a dla obu skał, w spójnej formie, zebrane i zaprezentowane w rozdziale 7.4

7.3.2. Zmienna uszkodzenia

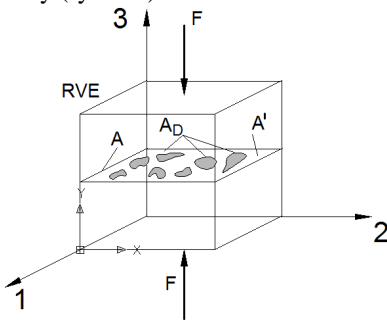
Zmienna uszkodzenia, będąca parametrem stanu, opisuje uszkodzenie w całym przedziale obciążenia. W zależności od charakteru uszkodzenia, jego charakterystycznych cech (czy jest kierunkowe - anizotropowe, czy równomiernie rozwija się w każdym kierunku - izotropowe) może ono być opisane za pomocą wielkości skalarnych bądź tensorowych, różnego rzędu. W przypadku próbek skał poddanych jednoosiowemu lub trójosiowemu obciążeniu zmienna uszkodzenia powinna być definiowana na podstawie mechanizmu zniszczenia próbek. W przypadku pęknięcia rozdzielczego (dla warunków jednoosiowego ściskania i rozciągania), gdzie próbka zostaje podzielna na części przez makroszczeliny, zorientowane zgodnie z kierunkiem działania obciążenia (rozdział 5) rozwój uszkodzenia (mikro i makroszczelin) jest wyraźnie kierunkowy, anizotropowy. W takich warunkach zmienna uszkodzenia powinna być zdefiniowana również jako wielkość tensorowa. W przypadku ścięcia próbek, zwykle w warunkach trójosiowego ściskania, mikropęknięcia kumulują się w paśmie ścinania, a ich rozwój, na zaawansowanym poziomie obciążenia, jest zdeterminowany przez orientację pasma. W samym paśmie uszkodzenie postępuje w sposób izotropowy. Stąd do opisu uszkodzenia w tym przypadku wystarczająca jest zmienna skalarna.

7.3.2.1. Skalarna zmienna uszkodzenia

Skalarna zmienna uszkodzenia może być zdefiniowana na podstawie różnych mechanicznych cech ośrodka, bądź przez bezpośredni pomiar geometrii mirospekna. Poniżej zostaną scharakteryzowane różne sposoby wyznaczania skalarnej zmiennej uszkodzenia.

Geometryczna miara uszkodzenia

Pierwotnie skalarna miara uszkodzenia została zdefiniowana przez Kachanowa (1958) jako parametr ciągłości $\Psi = 1 - D_A$, określający redukcję powierzchni nośnej próbki poddanej działaniu siły (rys. 7.6).



$$A' = A - A_D \quad (7.13)$$

$$D_A = \frac{(A - A')}{A} \quad (7.14)$$

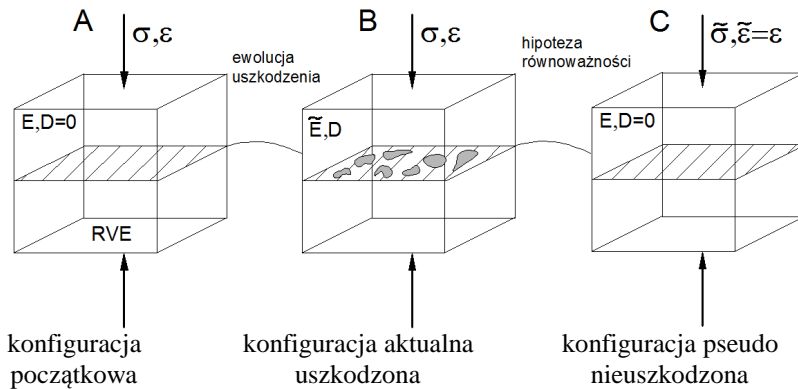
$$\sigma' = \frac{F}{A'} = \frac{\sigma}{1 - D_A} \quad (7.15)$$

Rys. 7.6. Geometryczna miara uszkodzenia zaproponowana przez Kachanowa

Na skutek uszkodzenia aktualna (zdeformowana) powierzchnia próbki A_3 ulega zmniejszeniu o wielkość pustek A_D , a naprężenie σ' na nieuszkodzonej części przekroju A' można określić poprzez zależność (7.15). W zależności (7.15) σ jest naprężeniem Cauchy'ego.

Zmienna uszkodzenia wyznaczana na podstawie zmian sztywności

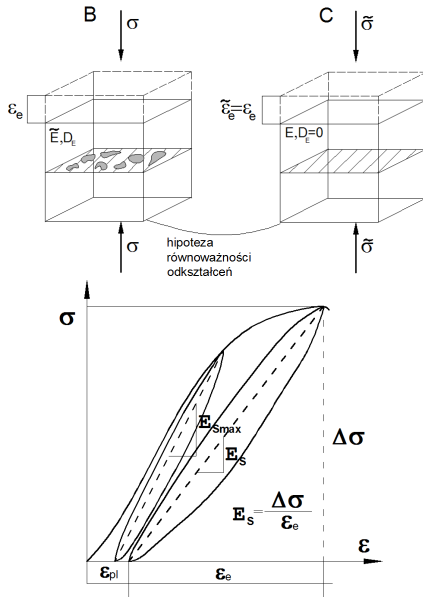
Inną koncepcję analizy uszkodzenia przedstawił Chaboche (Skrzypek 2006) wprowadzając pojęcie naprężenia efektywnego $\tilde{\sigma}$. W analizie tej należy rozpatrywać trzy konfiguracje ośrodka: początkową A , aktualną uszkodzoną B , oraz konfigurację pseudo nieuszkodzoną C , która jest równoważna konfiguracji uszkodzonej B (rys. 7.7).



Rys. 7.7. Równoważność konfiguracji w procesie ewolucji uszkodzenia (za Skrzypkiem 2006)

Według koncepcji Chaboche'a naprężenie efektywne $\tilde{\sigma}$ to takie, które musiałyby być przyłożone do elementu materiału pseudo nieuszkodzonego, aby deformował się on w taki sam sposób jak element materiału uszkodzonego $\tilde{\epsilon} = \epsilon$, poddanego działaniu naprężenia σ (naprężenie Cauchy'ego). Równoważność konfiguracji uszkodzonej i pseudo nieuszkodzonej może być również oparta na hipotezie równoważności naprężeń $\tilde{\sigma} = \sigma$ lub energii sprężystej $\tilde{\Phi}^e = \Phi^e$ (Skrzypek 2006). Na podstawie hipotezy równoważności odkształceń, skalarną zmienną uszkodzenia $\omega = D_E$ można zdefiniować na podstawie zmian sprężystości ośrodka, w przedziale gdy $\tilde{E} < E$ (rys. 7.8).

W przypadku osiowego ściskania, bądź rozciągania próbek skalnych rozwój uszkodzenia można śledzić na podstawie zmian osiowej sztywności tych próbek, wyznaczając na danym poziomie obciążenia aktualną wartość modułu sprężystości podłużnej E_s (Ju i Xie 2000, Tomiczek 2009, Cieślak i inni 2011). Wtedy zgodnie z hipotezą równoważności odkształceń uzyskuje się zależności 7.16 ÷ 7.18.



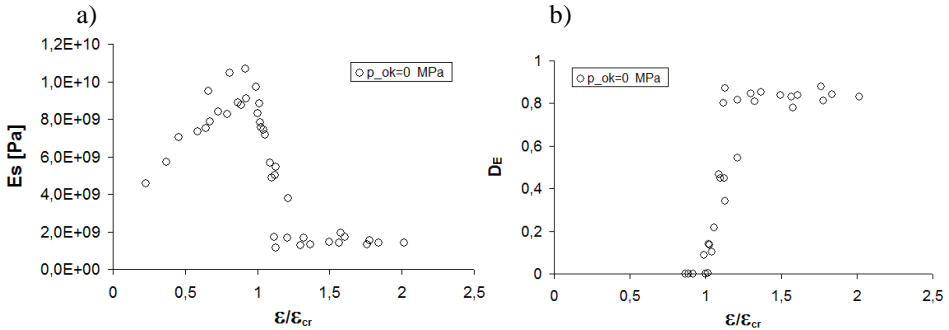
$$\tilde{\epsilon}_e = \epsilon_e \quad (7.16)$$

$$\omega = D_E = 1 - \frac{E_s}{E_{s \max}} \quad (7.17)$$

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{(1 - D_E)} \quad (7.18)$$

Rys. 7.8. Zmiany modułu sprężystości podłużnej E_s próbek oraz hipoteza równoważności odkształceń osiowych

W warunkach jednoosiowego ściskania maksymalną sztywność osiową próbek uzyskuje się zwykle blisko granicy wytrzymałości na ściskanie. Dla 5 walcowych próbek piaskowca drobnoziarnistego Wustenzeller (o wymiarach $h=70$ mm, $d=35$ mm), zmiany modułu sprężystości podłużnej E_s , wyznaczonego jako sieczny z części odciążania charakterystyki σ - ϵ , (rys. 7.8), wraz z postępującym obciążaniem przedstawiono na rys. 7.9a



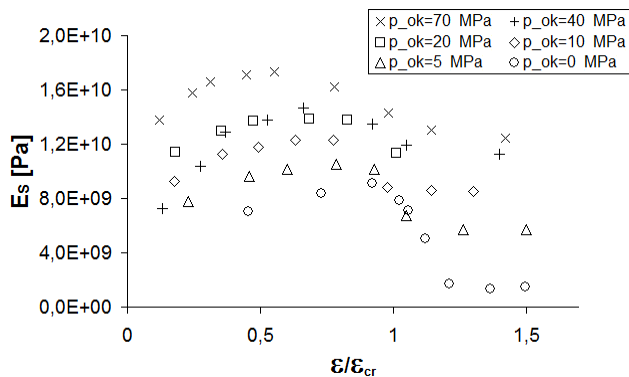
Rys. 7.9. Zmiany osiowej sztywności próbek piaskowca Wustenzeller a) i skalarnej zmiennej uszkodzenia D_E b) w miarę postępującego obciążania, w testach jednoosiowego ściskania

Jak można zauważyć sztywność próbek w przedkrytycznym przedziale obciążania najpierw wzrasta, po czym blisko wartości odkształcenia krytycznego maleje. Można przypuszczać, że nakładają się tu dwa przeciwstawne zjawiska. Pierwsze związane jest z postępującym, wraz z rosnącym obciążeniem, rozwojem mikrospękań, skutkujące osłabieniem próbki. Drugie z kompaktacją porów i pierwotnych spękań powodującą umocnienie się próbki. Oba zjawiska nakładają się na siebie w przedziale pomiędzy

progiem dylatacji względnej i granicą wytrzymałości na ściskanie, a po przekroczeniu tej drugiej zdecydowanie dominuje zjawisko rozwoju mikrospekąń prowadzące do makropęknięcia.

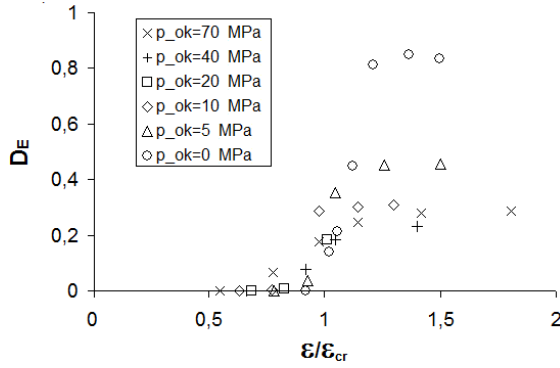
Zmiany wyznaczonej na podstawie zmian osiowej sztywności (równanie 7.17), skalarnej zmiennej uszkodzenia D_E , w testach jednoosiowego ściskania, wraz z postępującym obciążeniem przedstawiono na rys. 7.9b. Uszkodzenie określone tą miarą zaczyna rosnąć dopiero od obciążenia odpowiadającego krytycznym odkształceniom i stabilizuje się na poziomie $D_E=0,85$, po przekroczeniu odkształcenia $1,25 \epsilon_{cr}$, co odpowiada wytrzymałości rezydualnej próbek. Jeżeli próbka w trakcie badania uzyskuje wytrzymałość rezydualną (udaje się uzyskać taki wynik) to zmienna uszkodzenia nie osiąga wartości $D_E=1,0$, a bardzo bliską tej wartości. Wyniki uzyskane dla miary uszkodzenia (rozwoju mikrospekąń) w postaci skalarnej zmiennej D_E , w testach jednoosiowego ściskania, nie odpowiadają znanym w mechanice skał progom dylatacji względnej i dylatacji bezwzględnej (Kwaśniewski 1986a i b) opisującym początek i intensywny rozwój mikrospekąń.

Nieco inaczej proces redukcji sztywności i uszkodzenia, mierzony skalarną zmienną D_E , przebiega w trakcie obciążeń trójosiowych (Cieślik i inni 2011). Na rys. 7.10 i 7.11, dla przykładowych próbek piaskowca ($h=70$ mm, $d=35$ mm) przedstawiono, odpowiednio zmiany modułu sprężystości podłużnej E_s i zmienną uszkodzenia D_E , w testach konwencjonalnego, trójosiowego ściskania (wyniki wszystkich badań przeprowadzonych dla tego piaskowca można znaleźć w rozdziale 5.4).



Rys. 7.10. Zmiany wartości modułu sprężystości podłużnej E_s dla przykładowych próbek w testach konwencjonalnego, trójosiowego ściskania

Należy zwrócić uwagę, iż dla wszystkich przypadków obciążenia, proces rozwoju uszkodzenia najpierw rośnie, a następnie stabilizuje się na odpowiednim poziomie, w zależności od wartości ciśnienia okólnego. W warunkach trójosiowego ściskania proces rozwoju uszkodzenia rozpoczyna się coraz wcześniej dla coraz większych wartości ciśnień okólnych (E_{smax} uzyskiwane jest przy coraz mniejszych odkształceniach rys. 7.10) jednak wartość zmiennej uszkodzenia, wraz ze wzrostem ciśnienia okólnego testów, jest coraz mniejsza (dla $p_{ok}=0$ MPa, $D_E=0,83$, dla $p_{ok}=70$ MPa, $D_E=0,25$).



Rys. 7.11. Zmiany skalarniej zmiennej uszkodzenia D_E dla przykładowych próbek w testach konwencjonalnego trójosiowego ściskania

Zmienna D_E jest skalarną miarą uszkodzenia izotropowego, czyli w rzeczywistości opisuje rozwój uszkodzenia w postaci kulistych pustek. Wyznacza się ją zwykle w jednym przekroju, prostopadłym do kierunku działania obciążenia i zakłada się, że w pozostałych kierunkach uszkodzenie rozwija się tak samo.

Zdaniem Autora korzystając z wyników badań trójosiowych, skalarną zmienną można również zdefiniować analizując zmiany sztywności objętościowej próbki skalnej, pod wpływem ciśnienia hydrostatycznego p (Cieślak 2013b). Aktualną na danym poziomie obciążenia sztywność można określić za pomocą modułu sprężystości objętościowej Helmholtza K_s . Wtedy zgodnie z hipotezą równoważności odkształceń (rys. 7.12) uzyskuje się:

$$\tilde{\theta}_e = \theta_e \quad (7.19)$$

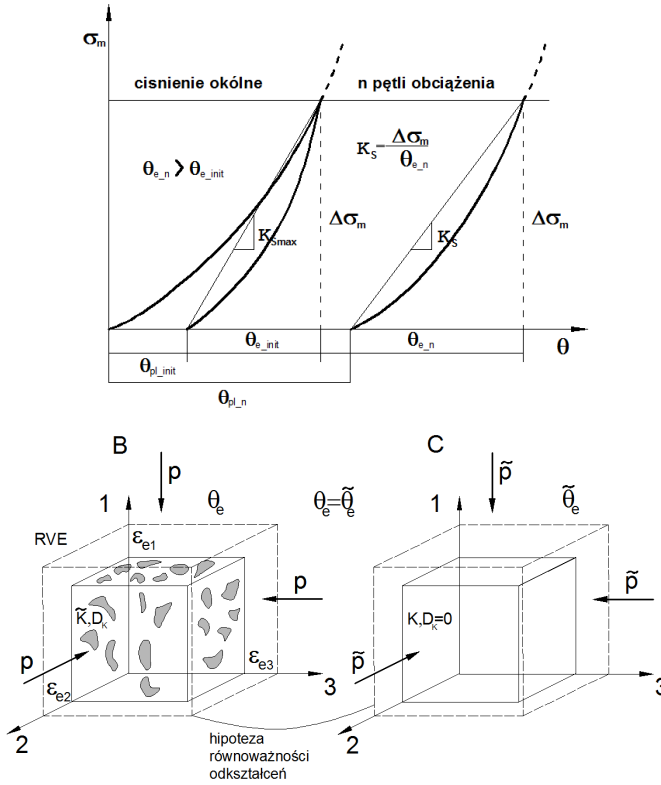
$$\omega = D_K = 1 - \frac{K_{s \max}}{K_s} \quad (7.20)$$

$$\tilde{\sigma}_m = \frac{\sigma_m}{(1 - D_K)} \quad (7.21)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = p \quad (7.22)$$

$$\varepsilon_{e1} + \varepsilon_{e2} + \varepsilon_{e3} = \theta_e \quad (7.23)$$

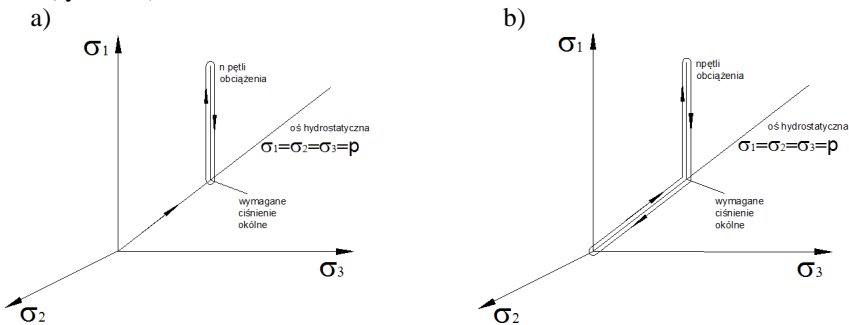
$$\sigma_m = K\theta \quad (7.24)$$



Rys. 7.12. Zmiany wartości modułu sprężystości objętościowej K_s próbek oraz hipoteza równoważności odkształceń (Cieslik 2013b)

Przyjęta w taki sposób miara uszkodzenia jest skalarną, tzn. nie jest w stanie opisać anizotropii uszkodzenia. Porównując jednak wartość zmiennej D_K uzyskanej niejako dla uśrednionego we wszystkich trzech kierunkach uszkodzenia, do zmiennej D_E , która opisuje uszkodzenie tylko w jednym osiowym kierunku można uzyskać informację o tym, czy proces uszkodzenia w próbce przebiega izotropowo, czy anizotropowo.

W celu wyznaczenia zmiennych uszkodzenia D_E i D_K należało przyjąć dwie procedury badawcze (rys. 7.13).

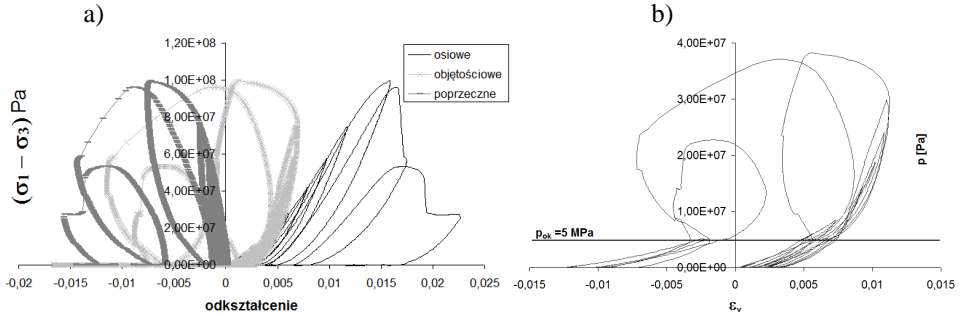


Rys. 7.13. Schemat obciążenia próbek piaskowca w procedurze: a) dla D_E , b) dla D_K

Dla zmiennej uszkodzenia wyznaczanej na podstawie zmian sztywności osiowej D_E po zainstalowaniu próbki w komorze trójosiowej i wypełnieniu jej olejem mineralnym zadawano ciśnienie okólne działające na próbkę do żądanej wartości. Następnie zwiększano siłę osiową działającą na tłok komory, po czym na danym poziomie obciążenia osiowego redukowano ją prawie do zera (zwykle 6÷10 cykli obciążeń osiowych).

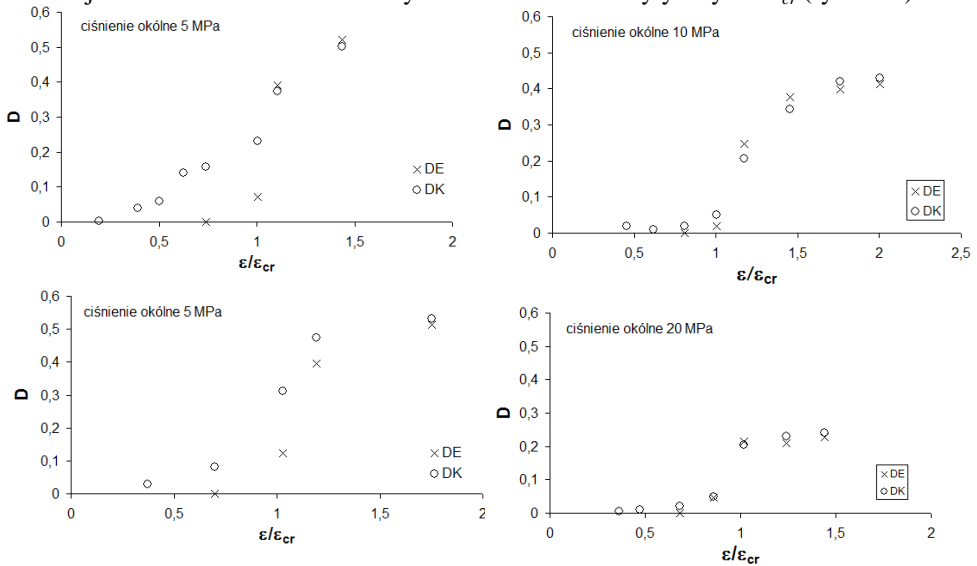
Dla zmiennej uszkodzenia wyznaczanej na podstawie zmian sztywności objętościowej D_K procedura była podobna, przy czym po każdym osiowym odciążeniu próbki dodatkowo obniżano ciśnienie płynu w komorze trójosiowej do zera.

Przykładowe charakterystyki naprężenie różnicowe-odkształcenie osiowe, poprzeczne i objętościowe oraz ciśnienie hydrostatyczne-odkształcenie objętościowe dla badanego piaskowca zaprezentowano na rys. 7.14



Rys. 7.14. Charakterystyka $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon$, a) oraz $\sigma_m - \epsilon_m$, b) dla ciśnienia okólnego $p_{ok} = 5 \text{ MPa}$

Badany piaskowiec w analizowanym przedziale ciśnień okólnych ulegał kruchemu zniszczeniu w postaci pojedynczego ścięcia. Wyznaczone na podstawie zmian osiowej i objętościowej sztywności wartości skalarnej zmiennej uszkodzenia D_E i D_K przedstawiono w funkcji odkształceń znormalizowanych odkształceniem krytycznym ϵ/ϵ_{cr} (rys. 7.15).

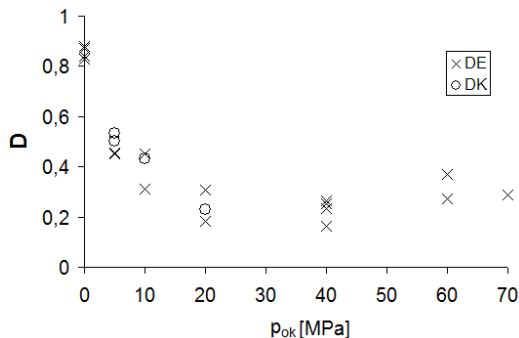


Rys. 7.15. Zmienne uszkodzenia D_E i D_K wyznaczone na podstawie zmian osiowej i objętościowej sztywności na poszczególnych poziomach obciążenia

W związku z tym, że przy wyższych ciśnieniach okólnych proces uszkodzenia jest mało widoczny (Cieślik i inni 2011), skalarne zmienne D_K określone na podstawie zmian szywności objętościowej wyznaczono dla czterech próbek; dwóch przy ciśnieniu okólnym 5 MPa i po jednej dla ciśnienia 10 MPa, i 20 MPa.

W przypadku ciśnień okólnych 5, 10 i 20 MPa proces uszkodzenia mierzony skalarną zmienną uszkodzenia D_K rozpoczyna się wcześniej niż w przypadku zmiennej wyznaczonej na podstawie zmian szywności osiowej D_E . Można założyć, iż w przybliżeniu odpowiada on progowi dylatacji względnej, który dla badanych skał jest na poziomie $0,2 \varepsilon_{cr}$ (rys. 5.16), po przekroczeniu którego rozpoczyna się proces stabilnego rozwoju spękań. Po przekroczeniu odkształceń krytycznych $\varepsilon/\varepsilon_{cr}=1$, oba opisy uszkodzenia pokrywają się i dają podobne rezultaty.

Zebrane dla wszystkich ciśnień okólnych wykonanych testów, końcowe wartości zmiennych uszkodzenia D_K i D_E , na poziomie naprężeń rezydualnych, zaprezentowano na rysunku 7.16. Należy zaznaczyć, że wyniki te zostały uzyskane w testach, gdzie próbki ulegały zniszczeniu wyłącznie przez ścięcie. W związku z tym samo uszkodzenie w paśmie ścinania ma naturę izotropową, a jego opis może być skalarny. Na poziomie naprężeń rezydualnych wartości uzyskanych zmiennych, zarówno w przypadku zmiennej wyznaczonej osiowo D_E , jak i tej wyznaczonej dla obciążeń hydrostatycznych D_K są zbliżone.



Rys. 7.16. Końcowe wartości zmiennych uszkodzenia D_E i D_K wyznaczone dla naprężeń rezydualnych w testach jednoosiowego ściskania i testach trójosiowego ściskania, dla ciśnień okólnych 5, 10, 20, 40, 60 i 70 MPa.

Na uwagę zasługuje fakt, że dla ciśnień okólnych powyżej $p_{ok}=40$ MPa zmienna uszkodzenia D_E wzrasta. Fakt ten można wytłumaczyć tym, iż dla ciśnień okólnych 60 MPa i 70 MPa próbka przed powstaniem ścięcia ulegała kompaktacji. Spowodowało to rozwój spękań wokół porów i częściowe załamanie się ich struktury. Ilustruje to wykres odkształceń objętościowych dla tych próbek (rys. 5.3)

Na podstawie przedstawionych powyżej wyników badań laboratoryjnych można stwierdzić, iż w przedkrytycznej części charakterystyki σ - ε próbek piaskowców, w opisie uszkodzenia występują istotne różnice, które zanikają w części pokrytycznej charakterystyk. W zależności od przyjętej miary i zmiennej uszkodzenia różnice wynikają z dwóch przyczyn:

- W fazie przedkrytycznej zmienna uszkodzenia D_E , wyznaczana na podstawie zmian osiowej szywności E_s zależy w znacznym stopniu od pierwotnej porowatości i zamykania się porów. Jest to widoczne szczególnie przy większych ciśnieniach okólnych badań (E_{smax} rośnie wraz z ciśnieniem okólnym, i osiągane są na coraz

niższym poziomie odkształcenia krytycznego rys. 7.10). Zmienna ta opisuje proces rozwoju uszkodzenia w dopiero od granicy wytrzymałości na ściskanie, po przekroczeniu którego następuje niestabilny wzrost spękań.

- Można przypuszczać, iż istotne różnice wartości zmiennych D_K i D_E uzyskane w przedkrytycznej fazie obciążenia spowodowane są również anizotropowym charakterem uszkodzenia, występującym do momentu formowania się powierzchni ścięcia próbek (do granicy wytrzymałości na ściskanie). Wyniki badań mikroskopowych przeprowadzonych przez Moora i Locknera (1995) oraz Patersona i Wonga (2005) potwierdzają, iż proces formowania się ścięcia rozpoczyna się bezpośrednio po przekroczeniu obciążenia krytycznego. Po uformowaniu się pasma ścinania (ścięcia) uszkodzenie rozwija się głównie w pasmie ścinania, a samo zjawisko przebiega izotropowo (Skrzypek 2006). Wówczas wartości uzyskiwane dla obu zmiennych uszkodzenia są zbliżone.

Zaproponowana skalana zmienna uszkodzenia D_K , wyznaczana na podstawie zmian sztywności objętościowej próbek odniesiona do zmiennej D_E , która wyznaczana jest na podstawie zmian sztywności osiowej, może być istotnym źródłem informacji o anizotropii procesu uszkodzenia próbek skalnych.

Należy zaznaczyć, iż zapoczątkowanie procesu uszkodzenia opisane za pomocą skalarnej zmiennej D_E , w testach jednoosiowego ściskania nie odpowiada znanym w mechanice skał progom dylatacji względnej i dylatacji bezwzględnej, opisującym początek i intensywny rozwój mikrospełkań. Odkształcenia odpowiadające odpowiednim progom dylatacji względnej i bezwzględnej, dla analizowanego piaskowca, zostały przedstawione na rysunkach 5.16 i 5.18. W przypadku badań trójosiowych zapoczątkowanie procesu uszkodzenia opisane zmienną D_E odpowiada progowi dylatacji bezwzględnej (zależnej od ciśnienia okólnego). Zapoczątkowanie procesu uszkodzenia opisane zmienną D_K w testach trójosiowego ściskania odpowiada w przybliżeniu progowi dylatacji względnej, który ma wartość około $0,2 \epsilon_{cr}$. W przypadku badanych skał osadowych, szczególnie dobrze jest to widoczne dla ciśnienia okólnego $p_{ok}=5$ MPa. Dla weryfikacji tych hipotez niezbędne są jednak dalsze badania, na większej liczbie próbek i różnych rodzajach skał.

Zmienna uszkodzenia wyznaczana na podstawie prędkości przebiegu fal ultradźwiękowych

Skalarna zmienna uszkodzenia może być również wyznaczana na podstawie pomiaru prędkości przebiegu fal ultradźwiękowych (właściwie pomiaru czasu przebiegu fal), przy założeniu izotropii ośrodka, w którym się rozchodzą (Lemaitre i Desmorat 2005)

Z uwagi na to, że prędkość fal jest proporcjonalna do gęstości ρ i właściwości sprężystych ośrodka (modułu sprężystości podłużnej E i liczby Poissona ν), prędkość fali podłużnej V_l w ośrodku izotropowym wyrażona jest zależnością:

$$V_l = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (7.25)$$

Przy założeniu stałej gęstości ośrodka i liczby Poissona (oba założenia w przypadku skał są dyskusyjne) oraz zmieniającą się pod wpływem uszkodzenia wartość modułu

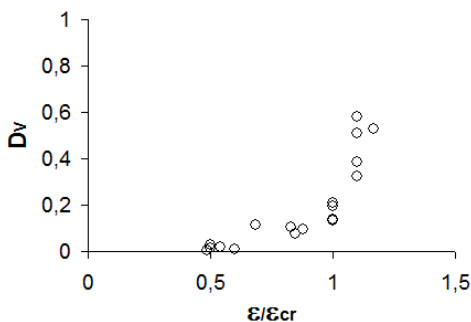
sprężystości podłużnej \tilde{E} , prędkość fali podłużnej w ośrodku z uszkodzeniem \tilde{V}_l może być określona następującą zależnością:

$$\tilde{V}_l = \sqrt{\frac{\tilde{E}}{\rho} \cdot \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (7.26)$$

W związku z powyższym skalarna zmienna uszkodzenia D_V wyznaczana na podstawie prędkości fali podłużnej wyrażona jest następująco:

$$D_V = 1 - \frac{\tilde{V}_l^2}{V_l^2} \quad (7.27)$$

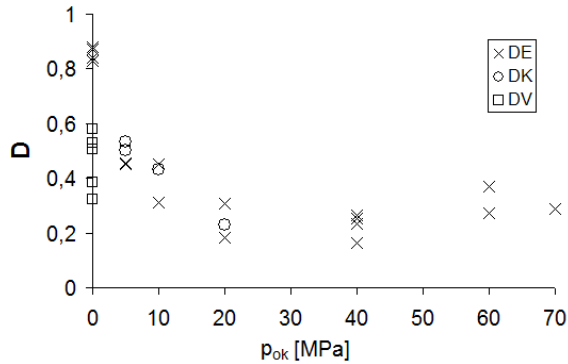
Wyniki analiz dotyczących prędkości przebiegu podłużnej fali ultradźwiękowej oraz określoną na tej podstawie skalarną zmienną uszkodzenia D_V dla 5 prostokątnych próbek piaskowca Wustenzeller ($h=90$ mm, $a=b=45$ mm) przedstawiono na rys. 7.17



Rys. 7.17. Zmiany skalarnej zmiennej uszkodzenia D_V w trakcie procesu obciążenia próbek piaskowca.

Badania przeprowadzono w taki sposób, że na wstępie wyznaczono prędkości przebiegu fali podłużnej dla wszystkich próbek. Następnie przeprowadzono testy mechaniczne, w których po osiągnięciu żądanego obciążenia, próbkę odciążano i poza maszyną wytrzymałościową (bez obciążenia) dokonywano pomiaru czasu przebiegu fali podłużnej wzdłuż osi próbki. Następnie próbkę umieszczano w maszynie wytrzymałościowej i dokonywano kolejnego cyklu obciążenia i odciążenia, po czym pomiar czasu przebiegu fali podłużnej powtarzano. Prędkość przebiegu fali wyznaczano zwykle dla czterech cykli obciążanie-odciążanie, w trzech cyklach w przedziale przedkrytycznym obciążenia, oraz dla wytrzymałości rezydualnej próbek.

Na rys. 7.17 można zauważyć, że uszkodzenie mierzone skalarną zmienną D_V rozpoczyna się w okolicy progu dylatacji bezwzględnej uzyskanego dla tego piaskowca ($0,45 \epsilon_{cr}$, rys. 5.18). Zmienna ta dla stanu pełnego zniszczenia próbek (dla wartości rezydualnych obciążenia) nie przekracza wartości $D_V=0,6$. Taka miara uszkodzenia i uzyskane wyniki znacznie różnią się od wyników uzyskanych dla zmiennej wyznaczanej z redukcji sztywności osiowej D_E i objętościowej D_K . Porównanie wartości uzyskanej zmiennej D_V oraz D_E i D_K przedstawiono na rys. 7.18.



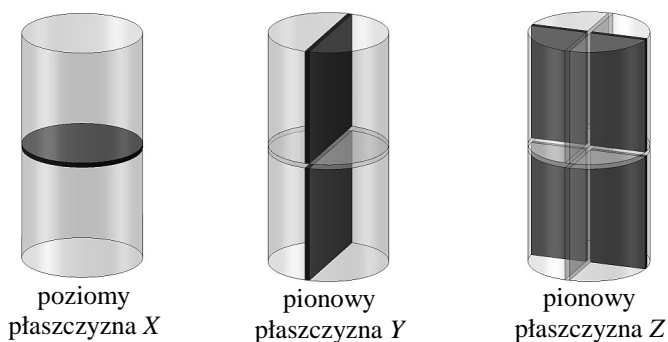
Rys. 7.18. Porównanie wyników uzyskanych dla skalarnych zmiennych uszkodzenia D_E , D_K , oraz dla D_V

W przypadku testów jednoosiowego ściskania zmienna uszkodzenia wyznaczona na podstawie redukcji sztywności osiowej D_E uzyskuje znacznie większe wartości niż uzyskana na podstawie zmian prędkości fali podłużnej D_V .

Miara uszkodzenia wyznaczona na podstawie pomiaru trwałych odkształceń

Inną metodą definiowania skalarnego parametru uszkodzenia jest metoda pomiaru trwałych odkształceń, zaproponowana przez Fatemi i Yanga (1998) w testach cyklicznego obciążenia metali. Ze względu na technikę wykonywania doświadczenia, po każdym cyklu obciążenie-odciążenie, podobnie jak w przypadku redukcji osiowej sztywności, istnieje możliwość określenia wielkości trwałych odkształceń. Trwałe odkształcenia będące efektem cech plastycznych ośrodka, w przypadku skał, w głównej mierze są efektem tarcia na powierzchniach mikropęknięć oraz makropęknięć, a więc są "pochodną" gęstości spękań. Wyniki tego typu badań powinny jednak być przeprowadzone na podstawie bezpośredniego pomiaru spękań w próbce, na odpowiednich poziomach jej obciążenia (szukanie powiązań trwałych odkształceń z np. D_E lub D_V będzie prowadziło do przewidywania właśnie tych zmiennych uszkodzenia wraz z trwałymi odkształceniami). Badania takie podjęto dla próbek dolomitu ilastego z LGOM, obciążanych jednoosiowo, do granicy wytrzymałości na ściskanie (Cieślik i Młynarczuk 2010).

Dla próbek obciążonych do progu dylatacji bezwzględnej wykonano szlify w odpowiednich przekrojach (rys. 7.19), a następnie wykonano zdjęcia pod mikroskopem i poddano analizie stereologicznej. Podobne analizy przeprowadzono dla szlifów wykonanych dla nieobciążonej próbki skały, a wyniki porównano. Analizy stereologiczne wykonane zostały w Pracowni Mikrometryki IMG PAN w Krakowie. Metodyka analiz stereologicznych zakładała, że na każdym ze szlifów cienkich sfotografowano 24 równomiernie rozmieszczone pola, (o wymiarach krawędzi każdego pola 0,87 mm i 0,65 mm). Pokryto nimi od około 1 do 4% powierzchni szlifów, w zależności od ich wielkości. Na każde z pól pomiarowych naniesiono po 12 zorientowanych linii pomiarowych. Stosunek liczby przecięć tych linii ze śladami spękań, odniesiony do sumarycznej długości linii pomiarowych daje parametr zwany gęstością liniową (Kidybiński 1982, Jakubowski 2010).



Rys. 7.19. Orientacja przekrojów szlifów cienkich w próbce dolomitu

Stopień skomplikowania struktury uniemożliwił wiarygodne zliczenie liczby przecięć linii pomiarowych ze śladami spękań. W związku z tym, oszacowanie stopnia spękania struktury przeprowadzono poprzez analizę wag mówiących o stopniu spękania struktury, przypadającym na pojedynczą linię pomiarową. W analizach przyjęto, że gdy linia pomiarowa przecinała strukturę niespękaną przypisywano jej wagę 0, zaś gdy przecinała strukturę lekko spękaną przypisujemy wagę 1, następnie wagę 2, aż do wagi 3, która świadczy o nałożeniu linii pomiarowej na strukturę bardzo spękaną. Analizy wykonano dla każdego ze szlifów, zarówno próbki nieobciążonej jak i obciążonej. W tabeli 7.1 zestawiono średnie wagi opisujące stopień spękania przypadający na jedną linię pomiarową.

Tabela 7.1.

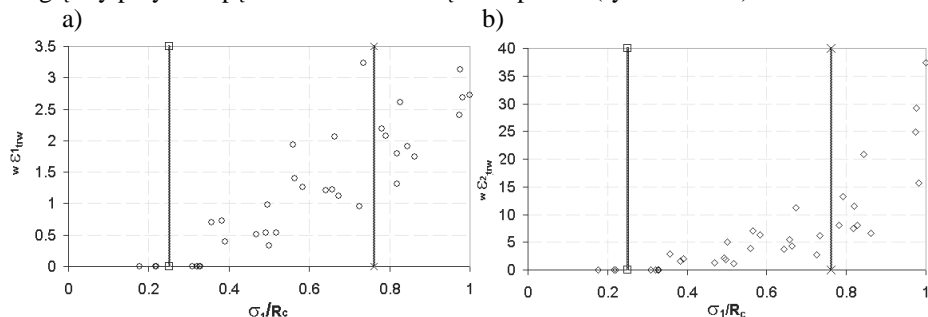
Zestawienie średnich wag opisujących stopień spękania dla próbki obciążonej i nieobciążonej

		płaszczyzna X	płaszczyzna Y	płaszczyzna Z
próbka nieobciążona	waga spękań	1,17	0,83	1,28
	odch. std.	0,014	0,010	0,018
próbka obciążona	waga spękań	1,49	1,28	1,30
	odch. std.	0,016	0,014	0,013
różnica procentowa wagi spękań [%]		27,3	54,2	1,6

Analiza danych zestawionych w tabeli prowadzi do wniosku, że stopień spękania struktury uległ powiększeniu na skutek obciążenia próbki. Jakkolwiek dla płaszczyzny Z wzrost ten był niewielki, to dla płaszczyzny X wynosił około 27%, a dla płaszczyzny Y to 54% w odniesieniu do spękań pierwotnych. Analizując natomiast wyniki osiągnięte wyłącznie dla próbki obciążonej widać, że współczynnik wagi spękań był niemal

identyczny dla płaszczyzn Y i Z , oraz wyraźnie większy dla płaszczyzny X . Uzyskane wyniki świadczą o anizotropowym charakterze rozwoju spękań w zakresie obciążenia do progu dylatacji względnej. Wyniki uzyskane z analiz stereologicznych zestawiono z wynikami mechanicznego obciążenia próbek i wyznaczonymi w ten sposób trwałymi osiowymi ε_{1_trw} i poprzecznymi ε_{2_trw} odkształceniami.

Trwałe osiowe odkształcenia wyznaczone na progu dylatacji względnej zostały zaliczone jako efekt zamykania się pierwotnych szczelin i pustek występujących w próbce skalnej jeszcze przed jej obciążeniem. Różnica pomiędzy wartością trwałych odkształceń pomierzonych na progu dylatacji bezwzględnej i na progu dylatacji względnej odniesiona do trwałych odkształceń na progu dylatacji względnej została przyjęta jako względny przyrost spękań w trakcie obciążania próbki (rys. 7.20a i b).



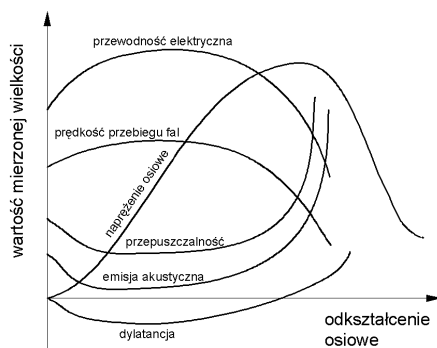
Rys. 7.20. Wykres względnych przyrostów trwałych odkształceń próbek, a) podłużnych, b) poprzecznych w całym przedziale obciążenia

Jak można zauważyć na rys. 7.20a, w przedziale między progiem dylatacji względnej i bezwzględnej (zaznaczonych pionowymi liniami), na kierunku osiowym odnotowano prawie dwukrotny wzrost liczby spękań w odniesieniu do wartości pierwotnej (wartość średnia wyliczona dla wszystkich próbek wyniosła 1,66). W przypadku odkształceń poprzecznych (rys. 7.20b) ich względny przyrost w omawianym przedziale obciążeń był prawie dziesięciokrotny. Na granicy wytrzymałości na ściskanie można szacować go na dwudziestopięciokrotny.

Zdefiniowanie skalarnej zmiennej uszkodzenia na podstawie opisanych wyżej analiz powinno być oparte o częstość powierzchniową spękań (Jakubowski 2010), co w powiązaniu z trwałymi odkształceniami mogłoby określić liczbę spękań odpowiadającą odpowiednim poziomom obciążenia. Ze względu na przyjętą metodykę oceny stopnia spękania w przypadku analizowanych próbek było to niemożliwe.

Wnioski dotyczące skalarnej zmiennej uszkodzenia

Ocenę stopnia uszkodzenia skał (według miary skalarnej) można również dokonać na podstawie emisji akustycznej (Eberhardt i inni 1999) czy pomiarze przewodności elektrycznej (Gomez i inni 1997). Wszystkie wymienione metody (poza analizą stereologiczną) pozwalają określić stopień uszkodzenia próbek na podstawie pomiaru pewnych właściwości skał, w trakcie obciążenia, przy czym samo uszkodzenie wyznaczane jest pośrednio, a nie bezpośrednio przez pomiar mikrospekkań (rys. 7.21, Paterson i Wong 2005).



Rys. 7.21. Zmiany wybranych właściwości skał mierzone w trakcie procesu obciążenia próbek (Paterson i Wong 2005)

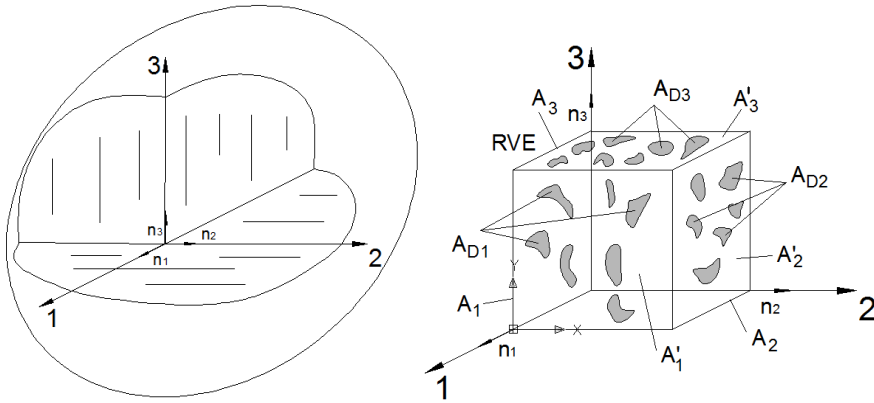
W związku z powyższym, przy wykorzystaniu różnych metod wyznaczania zmiennej uszkodzenia należy zachować daleko idącą ostrożność, gdyż uzyskana miara uszkodzenia dla różnych metod nie jest jednoznaczna, a wyniki mogą się znacznie różnić (tak jak dzieje się to w przypadku piaskowca Wustenzeller). Zdaniem Autora najlepsze rezultaty osiągnięto w przypadku zmiennej uszkodzenia wyznaczonej na podstawie zmian sztywności objętościowej D_K , gdyż najlepiej odpowiadała ona progowi dylatacji względnej obciążonych próbek, określającego początek rozwoju spękań. Nie da się jej wyznaczyć w testach jednoosiowego obciążenia. Zmienna wyznaczana na podstawie zmian sztywności osiowej próbek D_E , opisująca nieprecyzyjnie proces inicjacji uszkodzenia, stosunkowo dobrze opisuje je w zaawansowanym stadium uszkodzenia, bliskim zniszczenia. Wartości zmiennej uzyskiwane w testach jednoosiowego ściskania dochodziły do $D_E=0,9$, co odpowiada bardzo niewielkiej wytrzymałości rezydualnej badanych próbek.

W pracy do oceny uszkodzenia zdecydowano się wykorzystać skalarną zmienną, wyznaczoną na podstawie zmian sztywności osiowej. Pomimo iż zmienna ta nieprecyzyjnie odwzorowuje inicjację rozwoju spękań, daje się ją wyznaczyć w stosunkowo prosty sposób i przy obecnym stanie wiedzy i techniki badań in situ, tego typu zmienną można wyznaczyć w mechanicznych testach połowych. Wyniki takich badań, prowadzonych w warunkach połowych, mogą mieć praktyczne zastosowanie.

7.3.2.2. Tensorowy opis uszkodzenia

Założenie izotropowego rozwoju uszkodzenia, które leżało u podstaw opisu skalarnego, zostaje odrzucone w przypadku opisu anizotropowego uszkodzenia. W przypadku ortotropii przyjmując miarę uszkodzenia w trzech wzajemnie prostopadłych płaszczyznach (których normalne pokrywają się z kierunkami naprężeń głównych) stan uszkodzenia definiowany jest przez trzy zmienne opisujące redukcję powierzchni nośnej w trzech wzajemnie prostopadłych kierunkach (rys. 7.22). Jest to koncepcja zaproponowana przez Murakami i Ohno (1980), zmodyfikowana przez Litewkę (1985), gdzie opis uszkodzenia realizowany jest za pomocą tensora efektu uszkodzenia drugiego rzędu \mathbf{D} . Jeżeli D_1, D_2, D_3 są wartościami własnymi (głównymi) tensora efektu uszkodzenia \mathbf{D} , a \bar{n}_1, \bar{n}_2 i \bar{n}_3 są jego wektorami własnymi (głównymi), to można zapisać:

$$D = \begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 \\ 0 & D_2 & 0 \\ 0 & 0 & D_3 \end{bmatrix} n_i \otimes n_k \quad (2.28)$$



Rys. 7.22. Model ośrodka z uszkodzeniem typu ortropowego

Wartości główne D_1, D_2, D_3 tensora efektu uszkodzenia oblicza się z zależności:

$$D_i = \frac{\Omega_i}{1 - \Omega_i} \quad (7.29)$$

dla $i=1, 2, 3$

przy czym Ω_i jest ilorazem pola powierzchni mikropęknięć i pustek A_D i pola powierzchni w stanie nieuszkodzonym $A = A' + A_D$.

$$\Omega_i = \frac{A_{Di}}{A'_i + A_{Di}} \quad (7.30)$$

Opis taki został przedstawiony w pracach Litewki (1985), Litewki i Dębińskiego (1997), Samborskiego i Sadowskiego (2007), do opisu uszkodzenia betonu w złożonych stanach naprężenia. Zależność pomiędzy naprężeniem efektywnym, a naprężeniem Cauchy w przypadku uszkodzenia ortropowego można napisać w następującej formie:

$$\tilde{\sigma} = \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{\sigma_1}{1-D_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_2}{1-D_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_3}{1-D_3} \end{array} \right\} \quad (7.31)$$

W podobnej formie, ale z inaczej zdefiniowaną zmienną uszkodzenia $\omega_n(n)$, w postaci tensora uszkodzenia drugiego rzędu, zależną od kierunku n oraz z warunkiem propagacji mikropeknięć uszkodzenie zdefiniowali Seweryn i Mróz (1998).

Pełny anizotropowy opis uszkodzenia wprowadzony został w modelach mikromechanicznych, w których macierz sztywności, bądź podatności ośrodka, poszerzona jest o człon opisujący podatność na skutek występowania mikroszczelin (Kachanov 1992, 1993). Zależność pomiędzy uśrednionym ("makroskopowym") po konfiguracji objętości V tensorem odkształcenia, a tensorem naprężenia zapisana jest wtedy w następującej postaci:

$$\bar{\epsilon}_{ij} = S_{ijkl}^0 \bar{\sigma}_{kl} + \frac{1}{2V} \sum_{r=1}^N \int_{S_r} ([u_i]n_j + [u_j]n_i) dS \quad (7.32)$$

gdzie:

S_{ijkl}^0 – tensor podatności ośrodka bez mikroszczelin,

$[u_i]$ – składowa wektora nieciągłości przemieszczenia wzdłuż mikroszczeliny,

$\bar{\sigma} = \left(\frac{1}{V} \right) \int_V \sigma_{ij} dV$ – uśredniona po konfiguracji objętości V wartość tensora naprężenia,

n_i – normalna zewnętrzna kolejnej mikroszczeliny,

S_r – powierzchnia kolejnej mikroszczeliny.

Pierwszy człon równania 7.32 opisuje podatność ośrodka bez mikroszczelin (szkieletu), drugi dodatkową podatność na skutek występowania płaskich, okrągłych bądź eliptycznych, dowolnie zorientowanych mikroszczelin, bez możliwości oddziaływania na siebie.

Mauge i Kachanov (1992, 1994) rozszerzyli opis dotyczący części podatności z uwzględnieniem mikroszczelin, tensora podatności B_{ij} , o człon normalnej B_N i stycznej B_T względem mikroszczeliny:

$$B_{ij} = B_N n_i n_j + B_T (\delta_{ij} - n_i n_j) \quad (7.33)$$

W zależności od postaci tensora B_{ij} zmiana podatności na skutek występowania mikroszczelin może być wyrażona w postaci tensora drugiego i czwartego rzędu. W pierwszym przypadku opisuje on ośrodek ortotropowy, w drugim w pełni anizotropowy.

Oczywiście w zaprezentowanych w rozdziale 7.2.3 modelach termodynamicznych uszkodzenia jego opis również jest tensorowy. W równaniu 7.2 energia swobodna maleje na skutek uszkodzenia (energia jest wyzwalana na skutek powstawania i wzrostu mikroszczelin) i jest liniową funkcją względem tensora uszkodzenia drugiego rzędu D (Skrzypek 2006).

Tensorowa zmienna uszkodzenia, może być również wyznaczana na podstawie pomiaru prędkości przebiegów fal ultradźwiękowych, bez założeń, co do formy izotropii ośrodka. W takim przypadku istnieją trudności matematyczne związane z określeniem wszystkich stałych materiałowych. Przy pewnych założeniach upraszczających możliwe jest uzyskanie stałych tensora sztywności lub podatności materiału uszkodzonego i nieuszkodzonego (Sayers i Kachanov 1995, Verdon i inni 2008, Hamiel i inni 2009).

7.3.3. Kryterium inicjacji uszkodzenia

Warunek zapoczątkowania uszkodzenia może być zdefiniowany jako funkcja wyznaczona z potencjału dyssypacji (w przypadku sformułowania termodynamicznego równanie 7.4) w przestrzeni tzw. sił termodynamicznych $Y(\epsilon^e, B)$ (Lemaitre i Chaboche 1985, Szrypek 2006), lub też w funkcji tensora odkształcenia $F^D(\epsilon, \kappa)$ (De Borst i inni 1999, Jirasek i Bazant 2002, Jirasek 2011). W tym drugim przypadku funkcja F^D określa zakres odkształceń sprężystych ośrodka i warunek, od którego rozpoczyna się uszkodzenie. Stany, w których:

$$F^D(\epsilon, \kappa) < 0 \quad (7.34)$$

oznaczają, iż proces uszkodzenia w modelu nie jest aktywny. W przeciwnym wypadku warunek obciążenia-odciążenia ma następującą postać:

$$F^D(\epsilon, \kappa) = \hat{\epsilon}(\epsilon) - \kappa \quad (7.35)$$

W wyrażeniu 7.35 $\hat{\epsilon}$ jest tzw. ekwiwalentnym odkształceniem będącym skalarną miarą stanu odkształcenia, κ kontroluje ewolucję warunku i jest zdefiniowana jako największa wartość odkształcenia w całej historii obciążania (również miara skalarna stanu odkształcenia). W pewnym sensie wyrażenie definiujące ekwiwalentne odkształcenie odgrywa podobną rolę jak warunek plastyczności w teorii plastyczności. Istnieje wiele możliwości jego zdefiniowaną np. przez miarę tensora odkształcenia:

$$\hat{\epsilon} = \sqrt{\epsilon_{ij}\epsilon_{ij}} \quad (7.36)$$

Dla stanu (zgodnie z tzw. warunkami Kuhn-Tuckera):

$$F^D(\hat{\epsilon}, \kappa) = 0 \text{ oraz } \dot{\kappa} > 0 \text{ i } \dot{\kappa}F^D = 0 \quad (7.37)$$

zachodzi:

$$\omega = \omega(\kappa) \text{ oraz } \kappa = \hat{\epsilon} \quad (7.38)$$

W pracy, przy założeniu uszkodzenia izotropowego i skalarnej zmiennej opisującej to uszkodzenie, do warunku zapoczątkowania procesu uszkodzenia zostało przyjęte kryterium miary odkształceń, zdefiniowane na podstawie odkształceń plastycznych (Abaqus Theory Manual, Dassault Systemes 2012):

$$\bar{\epsilon}_D^{pl}(\eta, \bar{\epsilon}^{pl}) \quad (7.39)$$

gdzie:

$\eta = -p/q$ – jest tzw. współczynnikiem trójosiowości stanu naprężenia,

$\bar{\epsilon}^{pl}$ – jest ekwiwalentnym odkształceniem plastycznym (w tym przypadku jest to intensywność odkształcenia ϵ_q^{pl}).

Zgodnie z (7.39) uszkodzenie zostaje zapoczątkowane jeżeli spełniony jest warunek:

$$\frac{\Delta \bar{\epsilon}^{pl}}{\bar{\epsilon}_D^{pl}(\eta, \bar{\epsilon}^{pl})} = 1 \quad (7.40)$$

Taki warunek inicjacji uszkodzenia zakłada, że uszkodzenie nastąpi dopiero po przekroczeniu warunku plastyczności i będzie niejako "prowadzone" przez odkształcenia plastyczne. Założenie takie jest zgodne z wynikami uzyskanymi dla inicjacji uszkodzenia (w postaci skalarnej zmiennej uszkodzenia D_E i D_K) dla próbek skalnych, które jest poprzedzone trwałymi odkształceniami. Warunek zapoczątkowania procesu uszkodzenia (7.40) zależny jest również od tzw. współczynnika trójosiowości η . Ten fakt został potwierdzony w badaniach laboratoryjnych, gdzie dla większych ciśnień okólnych uszkodzenie, określone miarą D_E , inicjowane było coraz wcześniej (rys. 7.10).

7.3.4. Opis ewolucji uszkodzenia

Przyjmując założenie, że uszkodzenie rozpoczyna się po wystąpieniu pierwszych odkształceń plastycznych i jest zależne od miary odkształcenia plastycznego κ ogólnie warunek jego ewolucji przyjmuje postać:

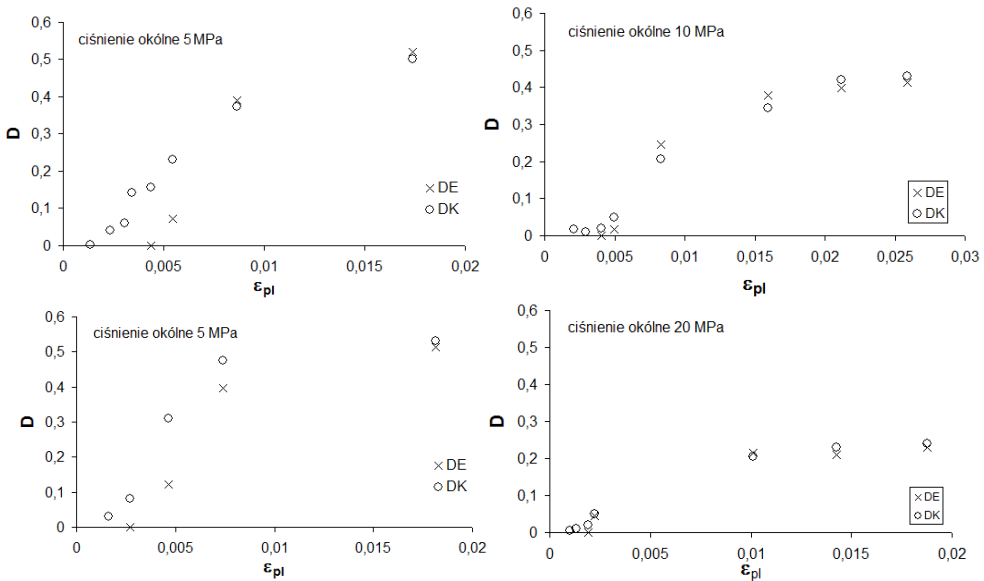
$$S_n = f(S_n, \kappa) \quad (7.41)$$

gdzie:

S_n – jest zbiorem n zmiennych tensorowych (lub skalarnych) opisujących aktualny stan uszkodzenia materiału.

W przypadku założeń przyjętych w pracy, opis ewolucji uszkodzenia sprowadza się do zdefiniowania zależności pomiędzy skalarną zmienną uszkodzenia (D_E , D_K lub inną) i miarą plastycznego odkształcenia. Miarą plastycznego odkształcenia w przypadku obciążeń jednoosiowych mogą być plastyczne odkształcenia na kierunku działania obciążenia (osiowe), bądź tzw. ekwiwalentne odkształcenie plastyczne (np. intensywność odkształceń plastycznych ϵ_q^{pl}).

Przedstawione na rysunku 7.23 zależności pomiędzy zmiennymi uszkodzenia D_E oraz D_K w funkcji osiowych odkształceń plastycznych przedstawiają proces ewolucji uszkodzenia. Należy zauważyć, że uszkodzenie, niezależnie od przyjętego opisu, pojawia się dopiero przy pewnej wartości trwałych odkształceń. Oznacza to, że procesy plastycznej dyssypacji energii w próbkach wyprzedzają uszkodzenie. Jak już wspomniano fakt ten ma bardzo istotne znaczenie dla definicji warunku inicjacji uszkodzenia.



Rys. 7.23. Zmienne uszkodzenia D_E i D_K wyznaczone na podstawie zmian osiowej i objętościowej sztywności w funkcji trwałych osiowych odkształceń próbek

Proces uszkodzenia przebiega nieliniowo w odniesieniu do odkształceń plastycznych, początkowo intensywnie rośnie, po czym stabilizuje się na pewnym poziomie zależnym od ciśnienia okólnego.

7.3.5. Kryterium zniszczenia na skutek uszkodzenia

Kryterium zniszczenia na skutek uszkodzenia definiuje warunek dekohezji ośrodka (przerwania jego ciągłości) i powstanie makropęknięcia. Warunek ten jest granicą stosowności kontynuualnej mechaniki uszkodzeń, po przekroczeniu której opis zniszczenia powinien być kontynuowany za pomocą mechaniki pękania. Ogólnie zakłada się, iż warunek dekohezji następuje w sytuacji, gdy zmienna uszkodzenia przyjmuje wartość $\omega=1$. W wielu programach obliczeniowych MES istnieje wtedy możliwość usunięcia z siatki elementów skończonych tych elementów, w których warunek taki został spełniony (redukuje się ich sztywność prawie do zera). Dla przeprowadzonych badań laboratoryjnych skał warunek ten nie został spełniony w żadnym przypadku, poza niekontrolowanym i dynamicznym zniszczeniem próbek, czego przyczyny mają zupełnie inne źródło. Wielkość zmiennej uszkodzenia asymptotycznie zbliżała się zawsze do pewnej wartości, zależnej od ciśnienia okólnego testu.

7.3.6. Podsumowanie i wnioski

Anizotropowy opis uszkodzenia wymagany jest dla stanów rozciągania oraz jednoosiowego i dwuosiowego ściskania, gdy uszkodzenie ma wyraźnie kierunkową naturę, a ostateczne zniszczenie występuje w postaci makropęknięcia. Izotropowy opis można stosować w przypadku, gdy zniszczenie następuje poprzez ściecie w postaci pasm ścinania, bądź plastyczne płynięcie (w przypadku plastycznego płynięcia próbek skalnych również występuje niewielka redukcja sztywności). W przypadku trójosiowych obciążeń skały zwykle ulegają zniszczeniu poprzez ściecie.

Istnieje wiele możliwości definiowania zmiennych uszkodzenia, tak w postaci skalarnej jak i tensorowej. Doświadczalna weryfikacja takich założeń ogranicza jednak możliwości definiowania zmiennej uszkodzenia do najprostszej, czyli skalarnej, w przypadku badań w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania, lub zmiennej tensorowej opisującej uszkodzenie ortotropowe, w przypadku prawdziwego trójosiowego ściskania. Rozważania w tej pracy ograniczono jedynie dla jednoosiowego i konwencjonalnego trójosiowego ściskania. Uszkodzenie ośrodka występuje również w warunkach naprężeń rozciągających, gdzie jest najbardziej widoczne. Wtedy jednak efekty plastyczne mogą być znacznie ograniczone (a nawet pominięte), dominować zaś może proces uszkodzenia prowadzący do makropęknięcia. Należy również pamiętać, iż sztywność materiałów kruchych, takich jak beton, czy skały, zależy od warunków prowadzenia eksperymentu i jest inna w warunkach obciążeń ścisających i rozciągających (np. Tomiczek 2007a, b). W ośrodku ulegającym uszkodzeniu, zmiana charakteru obciążenia (z rozciągania na ściskanie), powoduje pojawienie się nowego zjawiska zwanego efektem unilateralnym lub tzw. częściową deaktywacją uszkodzenia (Ganczarski 2001, Kuna-Ciskał i Skrzypek 2004, Skrzypek 2006).

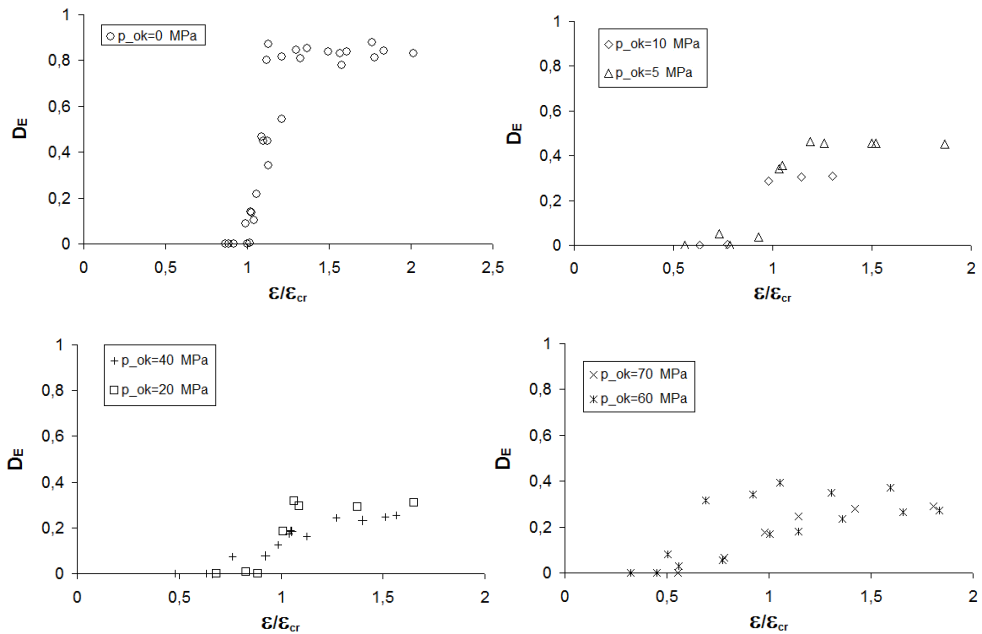
7.4. Identyfikacja parametrów modelu sprężysto-plastycznego z uszkodzeniem dla analizowanych skał

W rozdziale tym przedstawiono wyniki badań doświadczalnych dotyczące identyfikacji stałych materiałowych modeli sprężysto-plastycznych z uszkodzeniem. W rozdziale 6.3 przedstawiono wyniki takich badań dla modelu sprężysto-plastycznego bez uszkodzenia. W związku z tym, że w części dotyczącej plastyczności, oba opisy się pokrywają, a stałe materiałowe wyznaczone poprzednio zachowują swoją ważność, w tym rozdziale zaprezentowane zostaną jedynie wyniki badań dotyczące uszkodzenia skał. Poszczególne podrozdziały zawierają wyniki badań uzyskane dla piaskowca drobnoziarnistego Wustenzeller oraz dolomitu ilastego z LGOM. W obu przypadkach określona została skalarna zmienna uszkodzenia, wyznaczana na podstawie redukcji sztywności osiowej próbek oraz prawo ewolucji uszkodzenia, zdefiniowane jako funkcja zmiennej uszkodzenia i ekwiwalentnego odkształcenia plastycznego ϵ_q^{pl} .

7.4.1. Parametry modelu uzyskane dla piaskowca Wustenzeller

7.4.1.1. Skalarna zmienna uszkodzenia

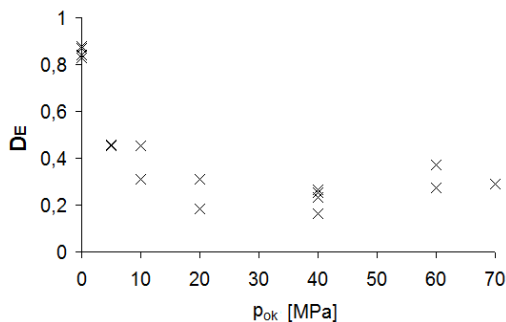
Skalarną zmienną uszkodzenia wyznaczono na podstawie zmian osiowej sztywności próbek, określając na danym poziomie obciążenia aktualną wartość modułu sprężystości podłużnej E_s . Korzystając z zależności 7.17 można wyznaczyć wtedy aktualną wartość skalarnej zmiennej D_E opisującej uszkodzenie. Na rysunku 7.24 przedstawiono wartości zmiennej uszkodzenia D_E , uzyskane dla piaskowca Wustenzeller, w badaniach jednoosiowego i trójosiowego ściskania.



Rys. 7.24. Wartości zmiennej uszkodzenia D_E , w całym zakresie obciążenia, piaskowca Wustenzeller, w badaniach jednoosiowego ($p_{ok}=0$) i trójosiowego ściskania ($p_{ok}>0$)

Uszkodzenie opisane zmienną D_E rozpoczyna się w przedziale obciążenia odpowiadającego wartości $(0,5 \div 1,0) \epsilon_{cr}$. W przypadku testów jednoosiowego ściskania inicjacja uszkodzenia odpowiada praktycznie odkształceniom krytycznym próbek i przebiega bardzo gwałtownie w porównaniu z innymi ciśnieniami okólnymi.

Końcowe wartości zmiennej uszkodzenia D_E , na poziomie naprężeń rezydualnych, dla wszystkich ciśnien okólnych stosowanych w eksperymentach, zaprezentowano na rysunku 7.25. Wartość zmiennej uszkodzenia na poziomie naprężeń rezydualnych próbek spada wraz ze wzrostem ciśnienia okólnego badań. Największa jest w testach jednoosiowych i wynosi $D_E=0,85$. W testach, gdzie stosowano ciśnienie okólne powyżej 5 MPa, wartość zmiennej uszkodzenia wynosi $D_E=0,31$.



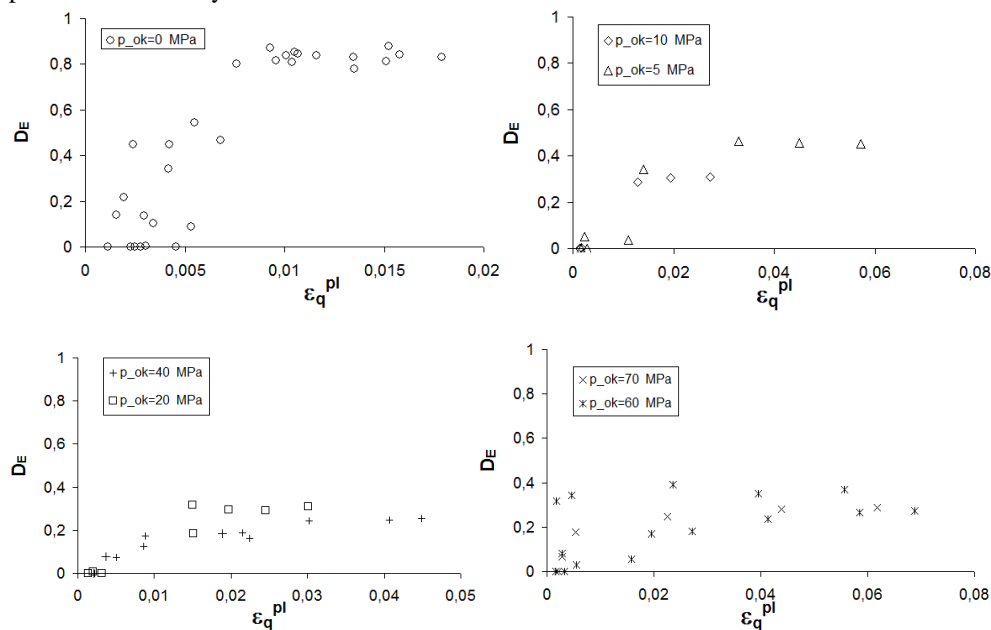
Rys. 7.25. Wartości zmiennej D_E uzyskane na poziomie naprężeń rezydualnych próbek piaskowca

Podkreślenia wymaga fakt, że wyniki te zostały uzyskane w testach, w których próbki ulegały zniszczeniu wyłącznie przez ścięcie, w związku z czym samo uszkodzenie w paśmie ścinania ma naturę izotropową, a jego opis może być skalarny.

7.4.1.2. Ewolucja uszkodzenia

W przypadku poczynionych wcześniej założeń, opis ewolucji uszkodzenia sprowadza się do zdefiniowania zależności między skalarną zmienną uszkodzenia D_E , a miarą plastycznego odkształcenia. Miarę tę przyjęto w postaci intensywności odkształceń plastycznych ϵ_q^{pl} .

Wartość zmiennej uszkodzenia D_E , uzyskanej w badaniach jednoosiowego i trójosiowego ściskania w funkcji intensywności odkształceń plastycznych ϵ_q^{pl} przedstawiono na rysunku 7.26.



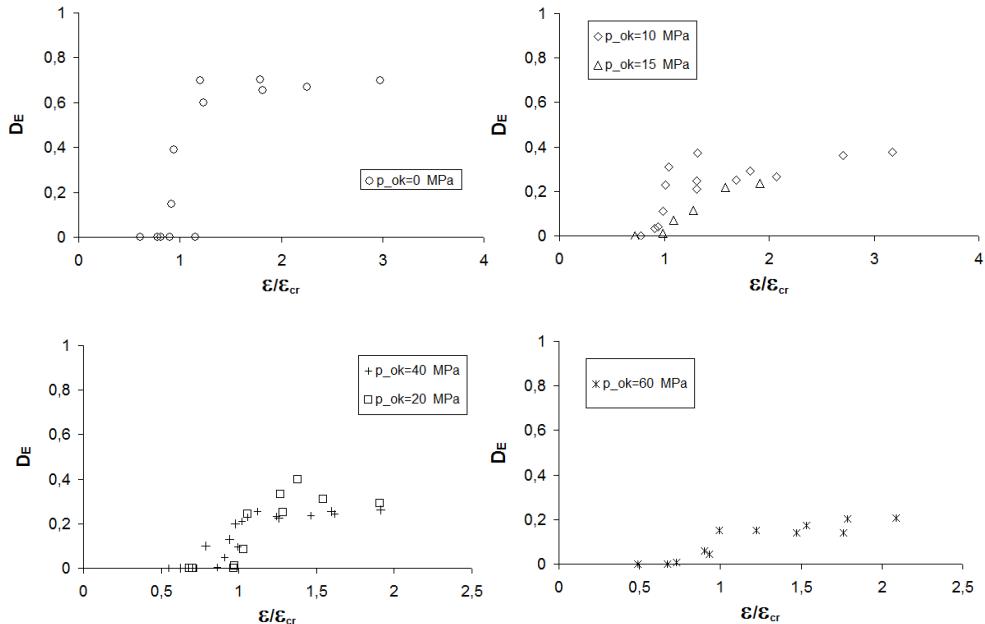
Rys. 7.26. Ewolucja zmiennej uszkodzenia D_E wraz z postępującym odkształceniem plastycznym

Z rozkładu punktów określających wartość D_E wynika, że proces uszkodzenia przebiega nieliniowo, początkowo intensywnie rośnie, po czym stabilizuje się na pewnym poziomie, zależnym od ciśnienia okólnego. Uszkodzenie, pojawia się dopiero przy pewnej wartości trwałych odkształceń. Oznacza to, że procesy plastycznej dyssypacji energii w próbkach wyprzedzają uszkodzenie.

7.4.2. Parametry modelu uzyskane dla dolomitu z LGOM

7.4.2.1. Skalarna zmienna uszkodzenia

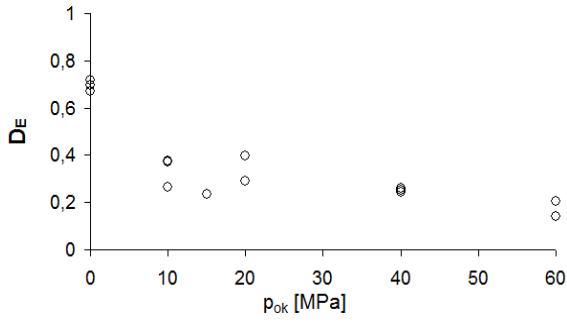
Na rysunku 7.27 zestawiono zmiany skalarnej zmiennej uszkodzenia D_E uzyskane dla próbek dolomitu, w całym przedziale jednoosiowych i trójosiowych obciążeń.



Rys. 7.27. Wartości zmiennej uszkodzenia D_E , w całym zakresie obciążenia, dolomitu, w badaniach jednoosiowego ($p_{ok}=0$) i trójosiowego ściskania ($p_{ok}>0$)

W przypadku dolomitu, podobnie jak w piaskowcu, uszkodzenie opisane tą zmienną rozpoczyna się, w zależności od ciśnienia okólnego, w przedziale wartości $(0,5 \div 1,0) \epsilon_{cr}$. Dla obciążeń jednoosiowych można dodatkowo zauważyć skokowy wzrost wartości zmiennej D_E w niewielkim przedziale wartości odkształceń krytycznych $(0,9 \div 1,1) \epsilon_{cr}$. Efekt ten jest potwierdzeniem intensywnego uszkodzenia w testach jednoosiowego ściskania w przedziale pokrytycznym obciążenia.

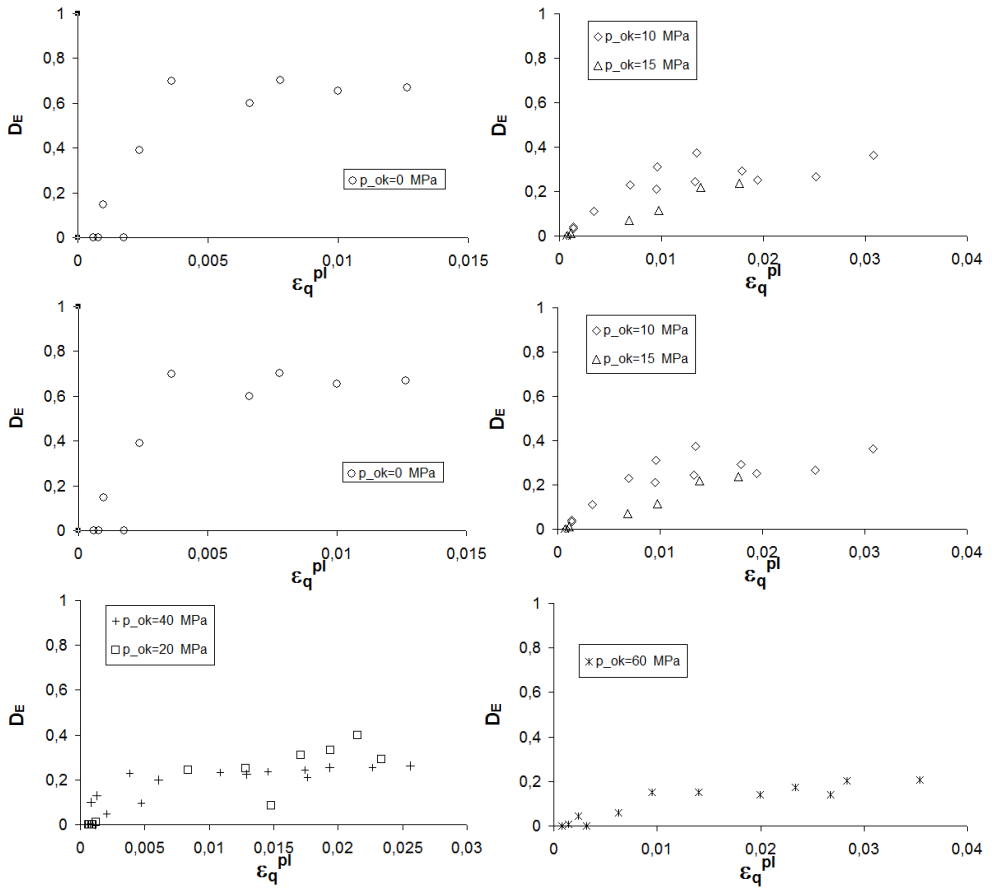
Wartości końcowych zmiennych uszkodzenia D_E uzyskane dla próbek dolomitu (rys. 7.28) również są zależne od ciśnienia okólnego, przy czym największą wartość $D_E=0,7$, uzyskano w testach jednoosiowych, a najmniejszą $D_E=0,2$, dla ciśnienia okólnego $p_{ok}=60$ MPa. W testach trójosiowych wartość zmiennej kształtuje się na podobnym poziomie, a jej średnia wartość wyznaczona w przedziale $p_{ok}=(10 \div 60)$ MPa wnosi, $D_E=0,27$.



Rys. 7.28. Końcowe wartości zmiennej D_E , na poziomie naprężeń rezydualnych.

7.4.2.2. Ewolucja uszkodzenia

Ewolucję zmiennej uszkodzenia w trakcie odkształceń plastycznych dla dolomitu przedstawiono na rysunku 7.29.



Rys. 7.29. Wartości zmiennej uszkodzenia D_E , w całym zakresie obciążenia, dolomitu, w badaniach jednoosiowego ($p_{ok}=0$) i trójosiowego ściskania ($p_{ok}>0$)

Proces ewolucji zmiennej uszkodzenia jest zależny od wartości przyjętego w badaniach ciśnienia okólnego i jest najgwałtowniejszy dla testów jednoosiowych. Dla ciśnienia okólnego $p_{ok}=60$ MPa, wartość zmiennej uszkodzenia nie przekracza $D_E=0,2$.

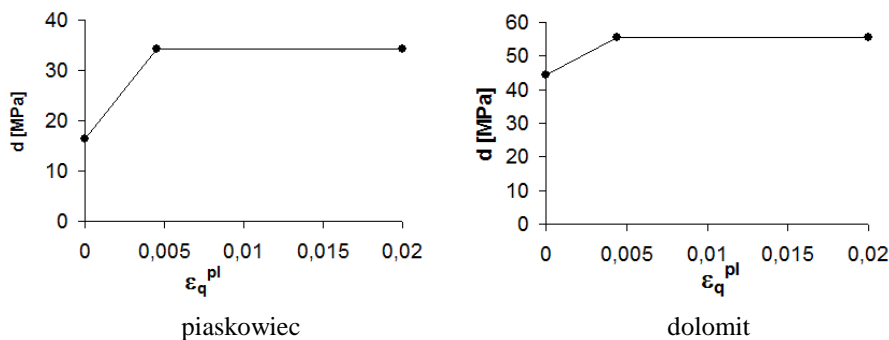
7.5. Weryfikacja sprężysto-plastycznego modelu z uszkodzeniem na podstawie wyników badań laboratoryjnych próbek skał

Przedstawione w tym rozdziale wyniki obliczeń mają na celu odpowiedź na pytanie, w jakim stopniu i zakresie obciążeń zaproponowany model sprężysto-plastyczny z uszkodzeniem, odwzorowuje rzeczywiste zachowanie się próbek skał.

Weryfikację omówionego w rozdziale 6 i rozwiniętego w rozdziale 7 sprężysto-plastycznego modelu fizycznego z uszkodzeniem przeprowadzono z wykorzystaniem metody elementów skończonych i systemu Abaqus v6.12. W bibliotece materiałów systemu znajduje się model, który umożliwia symulację zachowania się ośrodka sprężysto-plastycznego z uszkodzeniem, nazywanym tam, od sposobu definicji uszkodzenia, ciągłym.

Podobnie jak to było w przypadku modelu sprężysto-plastycznego do analiz przyjęto różne ścieżki obciążenia, zaś wyniki obliczeń porównano tym razem tylko z tymi uzyskanymi dla modelu sprężysto-plastycznego.

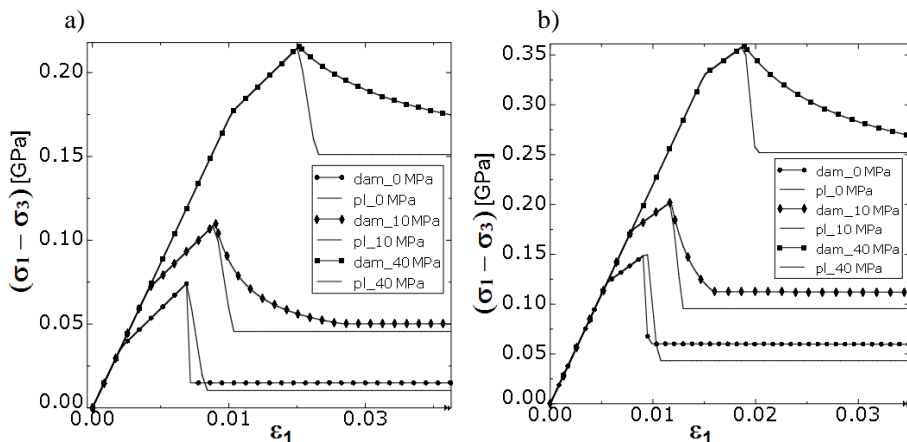
Podstawowym założeniem, które odbiegało od warunków obliczeń na sprężysto-plastycznym modelu, była definicja osłabienia ośrodka. W obecnych obliczeniach założono, że osłabienie próbek skalnych ma wyłącznie przyczynę w uszkodzeniu i degradacji sztywności. Pomimo, iż możliwe jest zdefiniowanie osłabienia ośrodka również na skutek deformacji plastycznych, to zdaniem Autora takie podejście nie ma uzasadnienia fizycznego a jedynie fenomenologiczne. Podejście prezentowane w tej pracy uzasadniają wyniki testów laboratoryjnych, w których o osłabieniu decydował rozwój spękań, skutkujący ostatecznie makropęknięciem lub ścięciem. W związku z powyższym, w części dotyczącej plastyczności modelu fizycznego zmieniono prawo wzmocnienia plastycznego, definiując je w postaci wzmocnienia, a następnie idealnej plastyczności (rys. 7.30). Dla położenia granicznej powierzchni plastyczności, uzyskanej przy wartości $\varepsilon/\varepsilon_{cr}=1$, wartość plastycznych odkształceń postaciowych próbek piaskowca wynosiła $\varepsilon_q^{pl}=0,0045$, zaś dla dolomitu, wartość tych odkształceń, uzyskanych w położeniu granicznym warunku plastyczności, dla $\varepsilon/\varepsilon_{cr}=1$, wynosiła $\varepsilon_q^{pl}=0,003$. Początkowy warunek plastyczności ulegał wzmocnieniu do granicznego i pozostawał w tym położeniu "zatrzymany" tzn. nie ulegał ani wzmocnieniu ani osłabieniu. Osłabienie ośrodka było zdefiniowane wyłącznie przez skalarną zmienną uszkodzenia D_E , która ulegała ewolucji od zera do wartości granicznej, uzyskanej dla rezydualnej wytrzymałości próbek (rys. 7.25 i 7.28), w funkcji postaciowych odkształceń plastycznych ε_q^{pl} (rys. 7.26 i 7.29).



Rys. 7.30. Zależności wzmocnienia plastycznego, definiowane w modelu sprężysto-plastycznym z uszkodzeniem dla piaskowca i dolomitu

W związku z tym, iż w prezentowanym modelu fizycznym uszkodzenie inicjowane było przez określoną wartość odkształcenia plastycznego $\bar{\epsilon}_D^{pl}(\eta, \bar{\epsilon}^{pl})$ (rozdział 7.3.2), w obu przypadkach uszkodzenie zostało zainicjowane dla wartości odkształcenia odpowiadającego granicznej powierzchni plastyczności, czyli w modelach próbek piaskowca wynosiła ona $\epsilon_q^{pl}=0,0045$, zaś dla dolomitu, przy wartości $\epsilon_q^{pl}=0,003$. Pozostałe parametry stosowanego modelu fizycznego (parametry sprężyste, kat dylatacji), były identyczne jak w poprzednim modelu sprężysto-plastycznym. Model obliczeniowy MES, warunki brzegowe i sposób rozwiązania zadania również były identyczne, jak w obliczeniach dla modelu sprężysto-plastycznego.

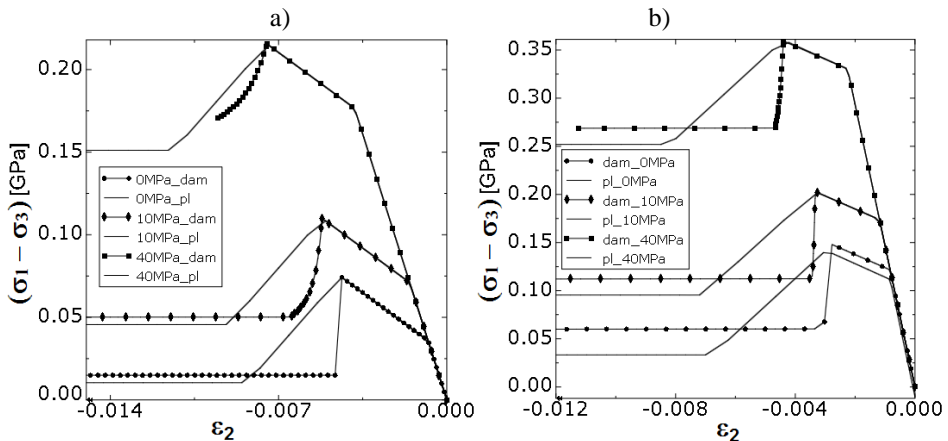
Na rysunkach 7.31 oraz 7.32 przedstawiono wyniki obliczeń zestawione dla modeli próbek ze sprężysto-plastycznym prawem fizycznym (oznaczonych linią ciągłą) i sprężysto-plastycznym z uszkodzeniem (oznaczonych linią z punktami).



Rys. 7.31. Charakterystyki naprężenie różnicowe-odkształcenie osiowe modeli próbek a) piaskowca i b) dolomitu.

Pod względem wytrzymałości model z uszkodzeniem odpowiada dokładnie modelowi sprężysto-plastycznemu, ponieważ inicjacja uszkodzenia w tym modelu zapoczątkowana

była podobnie jak osłabienie plastyczne (przy tych samych odkształceniach plastycznych). Zupełnie inaczej prezentują się jednak odkształcenia osiowe modelowanych próbek. W przypadku modeli z uszkodzeniem, dla testów trójosiowych ($p_{ok}=10\text{MPa}$ i $p_{ok}=40\text{MPa}$), osłabienie przebiega znacznie łagodniej i istotnie odbiega od wyników uzyskanych na modelach sprężysto-plastycznych (również wyników doświadczeń laboratoryjnych). uzyskane W przypadku modeli poddanych obciążeniom jednoosiowym, odkształcenia osiowe są zbliżone do tych uzyskanych w doświadczeniach laboratoryjnych. Niekorzystnie sytuacja przedstawia się również w przypadku odkształceń poprzecznych modelowanych próbek, przedstawionych na rys. 7.32, zarówno dla piaskowca, jak i dolomitu. Odkształcenia poprzeczne w modelach sprężysto-plastycznych, definiowane w znacznej mierze przez prawo płynięcia plastycznego, były zbliżone do wyników doświadczeń laboratoryjnych (poza przypadkiem jednoosiowego ściskania). W modelach z uszkodzeniem poprzeczne odkształcenia, w momencie inicjacji uszkodzenia (izotropowej redukcji sztywności) odbiegają istotnie od wyników uzyskanych na modelach sprężysto-plastycznych, a tym samym również od wyników doświadczeń. Wartości poprzecznych odkształceń (a co za tym idzie i objętościowych) uzyskiwane na modelach z uszkodzeniem są znacznie mniejsze od rzeczywistych.



Rys. 7.32. Charakterystyki naprężenie różnicowe-odkształcenie poprzeczne modeli próbek
a) piaskowca i b) dolomitu

Izotropowe uszkodzenie postępujące w warunkach trójosiowych obciążeń ściskających powoduje kompaktację próbek, przeciwnie do obserwowanej w badaniach laboratoryjnych dytatacji. W warunkach badań laboratoryjnych, ma to miejsce jedynie w przypadku skał słabych, o znacznej porowatości, ulegających kompaktacji nawet w warunkach hydrostatycznych obciążeń (Baud i inni 2000, Vajdova i inni 2010).

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że w przypadku analizowanych skał osadowych sprężysto-plastyczny model fizyczny z uszkodzeniem daje niezadowalające wyniki w opisie kinematyki ośrodka. Nie sprawdza się ani w warunkach jednoosiowego obciążenia, ani w warunkach trójosiowego obciążenia (może z wyjątkiem wyniku uzyskanego dla modelu próbki piaskowca przy $p_{ok}=40\text{ MPa}$). Dylatacja próbek skalnych przy wykorzystaniu tego modelu fizycznego nie jest odwzorowana prawidłowo, a różnice są istotne.

Największe rozbieżności odkształceń poziomych uzyskano dla warunków jednoosiowego ściskania przy małej składowej hydrostatycznej stanu naprężenia. Odkształcenia objętościowe powinny być nieporównywalnie większe od tych uzyskiwanych na modelach fizycznych z uszkodzeniem.

Nie można wykluczyć, że gdyby w modelu tym osłabienie było definiowane również przez plastyczność, to wyniki byłyby nieco bardziej zbliżone do rzeczywistych. Wtedy część odkształceń objętościowych odwzorowana byłaby przez prawo płynięcia. Należy jednak pamiętać, że związki fizyczne plastyczności nie opisują poprawnie stanów jednoosiowych, gdzie dochodzi głównie do pęknięcia. Osłabienie ośrodków kruchych jest powodowane przez nieciągłości, mikrospęknięcia i ich rozwój i nie ma źródła w plastycznych odkształceniach (nawet w ośrodkach typowo ciągliwych osłabienie jest wynikiem powstawania i rozwoju pustek, porów).

Nie jest również wykluczone, że model sprężysto-plastyczny z uszkodzeniem sprawdzałby się w warunkach, gdy stan uszkodzenia i plastyczności zostały osiągnięte w warunkach odciążenia. Tego typu warunki występują w górotworze, a ścieżki obciążania odpowiadające poszczególnym sytuacjom powinny być sprawdzone i zweryfikowane.

W związku z powyższymi uwagami, z modeli sprężysto-plastycznych z uszkodzeniem w warunkach obciążeń odpowiadających trójosiowemu ściskaniu, należy korzystać z najwyższą ostrożnością, gdyż obliczenia mogą być obciążone dużymi błędami, szczególnie w opisie kinematyki ośrodka. Pod względem wytrzymałościowym, przyjęty model wydaje się dobrze odwzorowywać zachowanie próbek skał.

8. Podsumowanie i wnioski

Testy mechaniczne na próbkach skalnych przeprowadzone w celach poznawczych, identyfikacji parametrów modeli fizycznych czy weryfikacji, są obecnie jednym z podstawowych źródeł informacji o zachowaniu się skał. Praca ta skoncentrowana jest właśnie na takich testach, w których na wstępie przeprowadza się identyfikację charakterystycznych cech zachowania skał, następnie przyjmuje się pewne modele fizyczne, a ostatecznie, na podstawie uzyskanych wyników badań przeprowadza się ich weryfikację.

W związku z tym, iż szczegółowej analizie poddano cechy plastyczne i uszkodzenie piaskowca oraz dolomitu, badania laboratoryjne przeprowadzono w taki sposób, aby wyznaczyć właśnie te cechy zachowania się próbek skalnych. Na podstawie przeprowadzonych analiz przyjęto, że jako plastyczne rozumiane będzie takie zachowanie próbek skał, któremu pod wpływem obciążenia towarzyszą trwałe odkształcenia, będące w głównej mierze efektem tarcia i poślizgu na mikrospekaniach i mikroszczelinach, granicach ziaren oraz poślizgu na powierzchni makropęknięcia, bądź w pasmach poślizgu. Uszkodzenie skał, rozumiane jako propagacja mikrospeknań prowadzące ostatecznie do makropęknięcia, bądź przy obciążeniach trójosiowych do makrościęcia, zostaje zapoczątkowane jeszcze w przedziale przedkrytycznym obciążenia. W zależności od wielkości opisującej rozwój uszkodzenia, rozpoczyna się ono blisko granicy wytrzymałości na ściskanie (w przypadku jednoosiowego ściskania), lub wcześniej, na poziomie zależnym od wielkości ciśnienia okólnego (w przypadku trójosiowego ściskania). Zawsze jednak trwałe odkształcenia, opisujące zachowanie plastyczne, wyprzedzają zjawiska związane z uszkodzeniem próbek skalnych.

Z analizy zmian energetycznych towarzyszących zniszczeniu próbek piaskowca i dolomitu wynika, że wielkość energii odkształcenia sprężystego zgromadzona w próbce, w trakcie jej niszczenia spada kosztem wzrostu energii dyssypowanej na speknięcia i tarcie. Można odnotować istotne różnice, co do ilościowego udziału poszczególnych rodzajów dyssypacji, dla warunków jednoosiowego i trójosiowego ściskania. W warunkach jednoosiowych obciążeń energia dyssypowana na speknięcia przewyższa tę dyssypowaną na zjawiska plastyczne. Dzieje się tak w przypadku gdy próbki ulegają zniszczeniu w postaci kilku podłużnych pęknięć. W przypadku obciążeń trójosiowych, gdy następuje ścięcie, energia plastyczna dyssypacji jest zwykle większa niż ta dyssypowana na propagację speknań. Wielkość poszczególnych rodzajów dyssypowanej energii jest zależna od warunków obciążenia.

Do opisu zachowania próbek przyjęto dwa rodzaje modeli fizycznych: sprężysto-plastyczny oraz sprężysto-plastyczny z uszkodzeniem. W obu przypadkach plastyczność

została opisana liniowym warunkiem plastyczności Druckera-Pragera, funkcją wzmocnienia/osłabienia i niestowarzyszonym prawem płynięcia. W modelu sprężysto-plastycznym trudności sprawiała jednak fizyczna interpretacja osłabienia ośrodka. Próbkę skalną po przekroczeniu granicy wytrzymałości zwykle ulegają osłabieniu, a osłabienie nie ma bezpośredniej przyczyny w zjawiskach identyfikowanych jako plastyczne. Jego przyczynami, w głównej mierze, są propagacja i łączenie mikrospeków i mikroszczelin oraz kruszenie ziaren skalnych w procesie kataklazy (jeśli taka występuje). Zdaniem Autora, modele sprężysto-plastyczne wykorzystywane do opisu tych zjawisk nie mają podłoża fizycznego, a jedynie fenomenologiczne. Do opisu takich cech rzeczywistego zachowania próbek w pracy przyjęto model sprężysto-plastyczny z uszkodzeniem. W tym celu założono, że uszkodzenie może być, z pewnym przybliżeniem, opisane przez skalarną zmienną uszkodzenia wyznaczoną na podstawie zmian osiowej sztywności próbek, oraz że osłabienie próbek skalnych ma wyłącznie przyczynę w uszkodzeniu (opisanym przez degradację sztywności).

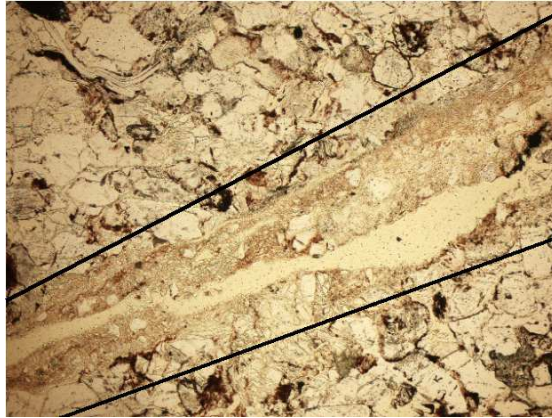
Weryfikację przyjętych w modelach fizycznych założeń, zarówno w przypadku modelu sprężysto-plastycznego, jak i sprężysto-plastycznego z uszkodzeniem przeprowadzono na poziomie punktu materialnego, tzn. przyjęto, iż punkt taki reprezentuje całą próbkę skalną. Do tego celu wykorzystano metodę elementów skończonych. Z porównania wyników badań laboratoryjnych i wyników obliczeń MES wynika, iż proponowany sprężysto-plastyczny model fizyczny dla badanych skał słabo opisuje rzeczywiste zachowanie próbek w testach jednoosiowego ściskania, zaś w miarę poprawnie, w testach trójosiowego ściskania. Najbardziej istotne różnice dotyczą odkształceń poprzecznych i objętościowych rejestrowanych w testach jednoosiowego ściskania.

Na podstawie wyników uzyskanych dla modelu sprężysto-plastycznego z uszkodzeniem należy stwierdzić, że przyjęty do obliczeń model fizyczny daje niezadowolające wyniki w opisie kinematyki ośrodka. Nie sprawdza się generalnie ani w warunkach jednoosiowego obciążenia, ani w warunkach trójosiowego obciążenia. Pod względem wytrzymałościowym model sprężysto-plastyczny z uszkodzeniem stosunkowo poprawnie opisuje zachowanie się próbek skalnych (podobnie jak model sprężysto-plastyczny).

Zadania planowane w przyszłości

Do zasadniczych zadań, jakie należałoby w przyszłości podjąć, w analizowanym w tej pracy obszarze badań, jest weryfikacja przyjętych modeli fizycznych skał na poziomie konstrukcji. Zgodnie z tym co napisano we wstępie pracy, założenie iż próbka skalna może być traktowana jako punkt materialny jest spełnione do momentu powstania makropęknięcia, bądź ścięcia (do granicy wytrzymałości). Zniszczenie próbki powoduje, że jej odkształcenia nie są już jednorodne, a założenie o RVE od tego momentu nie jest spełnione. Uzyskany po przekroczeniu tego punktu obciążenia wynik nie jest już cechą materiałową ośrodka (punktu materialnego), ale jest cechą elementu konstrukcyjnego, o ściśle określonych wymiarach. Zjawisko coraz bardziej kruchego zachowania się skał i betonów wraz ze stopniowym zwiększaniem wymiarów próbek jest dobrze znane i potwierdzone doświadczalnie (np. Labuz i Biolzi 1991, Bazant i Planas 1998). Tłumaczy się je jako efekt dyssypacji coraz to większej energii sprężystej odkształcenia nagromadzonej w próbce, rosnącej z rozmiarem próbki, w pewnej stałej rozmiarem strefie zniszczonego materiału. Wielkość strefy zniszczenia, zależna od charakteru obciążenia

i niejednorodności skały jest jej cechą, opisywaną w postaci tzw. charakterystycznej długości (ang. length scale).



Rys. 8.1. Pasma ścinania definiujące obszar, w którym następuje dyssypacja energii sprężystej w trakcie makroskopowego zniszczenia. Zdjęcie mikroskopowe pasma ścinania zniszczonej próbki piaskowca Wustenzeller

Wyznaczone doświadczalnie cechy stref zniszczenia, w różnych skalach obserwacji, powiązane z cechami struktury i mikrostruktury ośrodka, są podstawowym zadaniem, które należy rozwiązać, aby poprawnie definiować proces dyssypacji energii, w materiałach z osłabieniem.

Celowe jest również przeprowadzenie tego typu badań na innych rodzajach skał np. magmowych, metamorficznych, itp. Ich zachowanie może bowiem odbiegać od zaobserwowanego w trakcie badań skał osadowych.

Literatura

- Abaqus Theory Manual v.6.12. 2012: Dassault Systemes SIMULIA.
- Abu Al.-Rub, R. K., Voyiadjis G. Z. 2003: On the coupling of anisotropic damage and plasticity models for ductile materials. *Int. J. Solids Struct.*, 40, 2611-2643.
- Albert R. A. , Rudnicki J. W. 2001: Finite element simulations of Tennessee marble under plane strain laboratory testing: Effects of sample-platen friction on shear band onset. *Mechanics of Materials*, 33, 47-60.
- Andreev G. E. 1995: Brittle failure of rock materials. A. A. Balkema.
- Ashby M. F., and Sammis, C. G. 1990: The Damage Mechanics of Brittle Solids in Compression. *Pure Appl. Geophys.*, Vol. 133. Issue 3, 489–521.
- Ashby M. F., Jones D. H. 1995: Materiały inżynierskie właściwości i zastosowania. Tom 1, Wyd. Naukowo - Techniczne, Warszawa.
- Atkinson B. K. 1989: Fracture mechanics of rock. Academic Press.
- Barber D. J., Wenk H. R. 1979: Deformation twinning in calcite, dolomite and other rhombohedral carbonates. *Phys. Chem. Minerals*, 5, 141-65.
- Basista M., Gross D. 1989: A note on brittle damage description. *Mech. Res. Comm.*, 16, 147-154.
- Baud P., Schubnel, A., Wong T-F. 2000: Dilatancy, compaction and failure mode in Solnhofen limestone. *J. Geophys. Res.*, Vol. 195, 19289–19303.
- Bazant Z. 1996: Analysis of work - of fracture method for measuring failure energy of concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 122, No. 2.
- Bazant Z., Planas J. 1998: Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials. RCR Press LLC.
- Bésuelle P. 2001: Evolution of Strain Localisation with Stress in a Sandstone: Brittle and Semi-Brittle Regimes. *Phys. Chem. Earth (A)*, Vol. 26, No. 1-2, pp. 101-106.
- Bieniawski ZT. 1967: Mechanism of brittle fracture of rock. Parts I, II, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* vol. 4.
- Bourcier M., Dimanov A., Heripre E., Raphanel J. L., Bornert M., Desbois G. 2012: Full field investigation of salt deformation at room temperature: Cooperation of crystal plasticity and grain sliding. In *Mechanical Behavior of salt VII - Berest Ghoreychi, Hadj-Hassen & Tijani (eds)*, Taylor&Francis Group, London.
- Brace, W.F. 1964: Brittle fracture of rocks. In *State of Stress in the Earth Crust. Proceedings of the International Conference, Santa Monica, Calif.* Edited by W.R. Judd. American Elsevier Publishing Company, New York, pp. 110.178.

- Broek D. 1988: The practical use of fracture mechanics. Kluwer Academic Publishers.
- Bukowska M., 2003: Post-critical properties of Carboniferous rocks in the Upper Silesian Coal Basin under varying strain rate and confining pressure conditions. Archives of Mining Sciences, vol. 48/4, 561-575. Kraków.
- Bukowska M. 2005: Prognozowanie skłonności do tępań górotworu metodą wskaźnikowej oceny geologiczno-geomechanicznej w warunkach Górnośląskiego Zagłębia Węglowego. Prace naukowe GIG, Studia - Rozprawy - Monografie Nr 866, Katowice.
- Bukowska M., Santera U., 2008: Badania konwencjonalnego trójosiowego ściskania granitu i dolomitu w aspekcie ich własności mechanicznych. Gospodarka Surowcami Mineralnymi., Kwartalnik IGSMiE, t. 24, z.2/3, 345-358, Kraków.
- Bukowska M., 2012: Skłonność górotworu do tępań – geologiczne i geomechaniczne metody badań. Wydawnictwo GIG, Katowice.
- Chen W. F. 1994: Constitutive equations for engineering materials. Vol. 2, Plasticity and modeling, Elsevier.
- Chen W. F., Mizuno E. 1990: Nonlinear Analysis in soil mechanics Theory and implementation, Elsevier.
- Cieślak J. 2003: Optymalizacja geometrii filarów w komorowo-filarowym systemie eksploatacji rud. Praca doktorska, niepublikowana.
- Cieślak J. 2007: Results of triaxial compression tests on LGOM sandstone and dolomite in the context of the elastic-plastic constitutive model selection. Archiwum Górnictwa, vol. 52 iss. 3 s. 437-451.
- Cieślak J. 2009: Fizyczne podstawy oraz efekty związane z rozwojem uszkodzeń i dyssypacja plastyczna w teście jednoosiowego ściskania próbek dolomitu. III krajowa konferencja Polskiego Towarzystwa Mechaniki Skał, 26 listopada 2009, Gliwice, Politechnika Śląska.
- Cieślak J. 2011: Zmiany energetyczne związane z rozwojem uszkodzenia i dyssypacją plastyczną w teście jednoosiowego i trójosiowego ściskania próbek piaskowca. Górnictwo i Geoinżynieria, R. 35 z. 4 s. 25-32.
- Cieślak J. 2013a: Damage and plasticity rate dependence of Luna limestone in uniaxial compression. Proc. Eurock 2013, Taylor & Francis / Balkema, (referat przyjęty do publikacji w materiałach konferencyjnych).
- Cieślak J. 2013b: Scalar damage variable determined in the uniaxial and triaxial compression conditions of sandstone samples. Studia Geotechnica et Mechanica, No.1, 73-84.
- Cieślak J., Tajduś A. 2004: Identyfikacja parametrów modelu konstytutywnego dolomitu i piaskowca z Z. G. „Rudna” – badania laboratoryjne. Geotechnika i budownictwo specjalne, Zimowa Szkoła Mechaniki Górotworu: Zakopane, 14-19 marca 2004. T. 1, Wydawnictwo KGBiG AGH, Kraków.
- Cieślak J. Młynarczyk M. 2010: Wyniki wstępnych analiz zmian struktury próbek dolomitu z LGOM w teście jednoosiowego ściskania na podstawie badań stereologicznych i rejestrowanych trwałych odkształceń. Górnictwo i Geoinżynieria, R. 34 z. 2 s. 157-164.
- Cieślak J., Jakubowski J., Tajduś A. 2011: Zmiany osiowej sztywności i rozwój uszkodzenia próbek piaskowca w teście konwencjonalnego trójosiowego ściskania. Górnictwo i Geoinżynieria, R. 35 z. 2 s. 163-170.

- Civodini A. 1993: Constitutive behaviour and numerical modeling, Comprehensive rock deformation Principles, Practice&Projects, Editor in Chief John Hudson, Volume editor Edwin T. Brown, vol. 1 Fundamentals, Pergamon Press.
- Cook N. G. W. 1981: Stiff Testing Machines - Stick slip sliding and the stability of rock deformation. Mechanical Behavior of Crustal Rocks, Geophysical Monograph 24, pp. 93-102, Published by American Geophysical Union.
- Crisfield M. A. 2000a: Non linear finite element analysis of solids and structures. Vol. 1, Essentials, John Wiley and Sons.
- Crisfield M. A. 2000b: Non linear finite element analysis of solids and structures. Vol. 2, Advanced topics, John Wiley and Sons.
- De Borst R. 1986: Non-linear analysis of frictional materials. Dissertation, Delft University Press, Delft.
- De Borst R., Pamin J., Geers M. G. D. 1999: On coupled gradient-dependent plasticity and damage theories with a view to localization analysis. Eur. J. Mech. A/Solids 18, 939-962.
- De Borst R., Sluys L. J., Muhlhaus H. B., Pamin J. 1993: Fundamental issues in finite element analyses of localization of deformation. Engineering Computations, 10, 99-121.
- De Souza Neto E. A., Perić D., Owen D. R. J. 2008: Computational Methods for Plasticity: Theory and Applications. John Wiley & Sons, Ltd.
- Desai C. S. 1980: A general basis for yield, failure and potential functions in plasticity. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 4, 361-375.
- Desai C. S., Salami M. R. 1987: A constitutive model and associated testing for soft rock. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 24, 299-307
- Dobrzański L. A. 2002: Podstawy nauki o materiałach i metaloznawstwo. WNT, Warszawa-Gliwice.
- Dragon A., Mróz, Z. 1979: A continuum model for plastic brittle behaviour of rock and concrete. Inf. J. Eng. Sci. 17, 121-137.
- Dragon A., Halm D. 1998: A mesocrack damage and friction coupled model for brittle materials. Damage Mechanics in Engineering Materials, 321-335, Elsevier Science.
- Dunham R.J. 1962: Classification of carbonate rocks according to depositional texture. In Ham, W.E. Classification of carbonate rocks. American Association of Petroleum Geologists Memoir. 1. pp. 108-121.
- Eberhardt E., Stead D., Stimpson B., Read R.S. 1998: Identifying crack initiation and propagation thresholds in brittle rock. Can. Geotech. Journal 35: p.222-233.
- Eberhardt E., Stead D., Stimpson B. 1999: Quantifying progressive pre-peak brittle fracture damage in rock during uniaxial compression. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 36, 361-380.
- El Bied A., Sulem J., Martineau F. 2002: Microstructure of shear zones in Fontainebleau sandstone. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 39, 7, 917-932.
- Erbel S., Kuczyński K., Marciniak M. 1986: Obróbka plastyczna. PWN Warszawa.
- Fatemi A., Yang L. 1998: Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials. Int. J., Fatigue, 20, 1, pp.-9-34.
- Gambin W., Kowalczyk K. 2003: Plastyczność metali. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.

- Gambrotta L., Lagomersino S. 1993: A microcrack damage model for brittle materials. *Int. J. Solids Structures*, 30, 177-198.
- Ganczarski A. 2001: Problemy nabytej anizotropii w ujęciu sprzężonej termomechaniki uszkodzeń. *Zeszyty Naukowe Politechniki Krakowskiej, seria Podstawowe Nauki Techniczne*, nr 25 Kraków.
- Ganczarski A.W., Skrzypek J. 2009: *Plastyczność materiałów inżynierskich, podstawy, modele, metody i zastosowania komputerowe*. Drukarnia Politechniki Krakowskiej.
- German J. 2011: *Podstawy mechaniki Pękania*. Wyd. Politechniki Krakowskiej.
- Gomez J. B., Glover P. W. J., Meredith P. G. 1997: Damage of saturated rocks undergoing triaxial deformation using complex electrical conductivity measurements. *Mechanical Modelling, Phys. Chem. Earth*, Vol. 22, No. 1-2, pp. 63-68.
- Grassl P., Jirasek M. 2006: Damage-plastic model for concrete failure. *Int. J. Solids Struct.*, 43, 7166-7196.
- Gross, D., Seelig, T. 2006: *Fracture Mechanics with an Introduction to Micromechanics*. Springer, Berlin.
- Gustkiewicz J. 1985: Transition of the rocks from the brittle to ductile state: Strain at failure as a function of confining pressure. *Acta Geophysica. Polonica*. 33, 169-181
- Gustkiewicz, J. 1989: Synoptic view of mechanical behavior of rock under triaxial compression. *Rock at Great Depth*, Maury&Fourmaintraux (eds.), Balema, Rotterdam, 3-10.
- Gustkiewicz J. 1999. *Własności fizyczne wybranych skał karbońskich Górnosląskiego Zagłębia Węglowego*. Wydawnictwo IGSMiE PAN, Kraków.
- Haied A., Kondo D., Henry J.P. 2000: Strain localization in Fontainebleau sandstone. *Mech. Cohes.-Frict. Mater.* 5, 239-253.
- Hallbauer D. K., Wagner K., Cook N. G. W. 1973: Some observations concerning the microscopic and mechanical behavior of quartzite specimens in stiff, triaxial compression tests. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 10, 713-726.
- Hamiel Y., Lyakhovsky V., Stanchits S., Dresen G. Ben-Zion Y. 2009: Brittle deformation and damage-induced seismic wave anisotropy in rocks. *Geophys. J. Int.*, 178, 901-909.
- Hill R. 1950: *The mathematical theory of plasticity*. Oxford University Press, New York.
- Hill R. 1958: A general theory of uniqueness and stability in elastic plastic solids. *J. Mech. Phys. Solids*, 6, 236-249.
- Horii H., Nemat -Nasser S. 1985. Compression-Induced Microcrack Growth in Brittle Solids. Axial Splitting and Shear Failure. *J. Geophys. Res.* 90 (B4): 3105-3125.
- Hudson J.A. (ed.) 1993. *Comprehensive rock deformation, Principles, Practice&Projects*. Editor in Chief John Hudson, Volume editor Edwin T. Brown, vol. 1 Fundamentals, Pergamon Press.
- Ingraffea A. R., Boone T. J., Swenson D. V. 1993: Computer simulation of fracture processes. *Comprehensive rock deformation, Principles, Practice&Projects*, Editor in Chief John Hudson, Volume editor Edwin T. Brown, vol. 1 Fundamentals, Pergamon Press.
- Issen K.A., Rudnicki J. W. 2000: Conditions for compaction bands in porous rock. *J. Geophys. Res.*, Vol. 105, pp. 21529-21536.
- Izbicki R., Mróz Z. 1976: *Metody nośności granicznej w mechanice gruntów i skał*. PWN, Warszawa-Poznań.

- Jaeger J. C., Cook N. G. W., Zimmerman R. W. 2007: *Fundamentals of Rock Mechanics*. Fourth edition, Blackwell Publishing.
- Jakubowski J. 2010: Stochastyczna symulacja stateczności wyrobisk w nieciągłym masywie skalnym. Rozprawy monografie 216, Wydawnictwa AGH, Kraków.
- Jakubowski J., Równiak M. 2002: Badanie zmienności wybranych mechanicznych własności dolomitowych próbek skalnych. Materiały konferencyjne ZSMG, Geotechnika i Budownictwo Specjalne, AGH Kraków.
- Jirasek M. 2011: Modeling of Localized Inelastic Deformation. Short course given by M. Jirasek at the Czech Technical University i Prague, 12-16 September, notatki z wykładów, niepublikowane.
- Jirasek M., Bazant Z. 2002: *Inelastic Analysis of Structures*. John Wiley & Sons.
- Ju Y., Xie H. 2000: Applicability of damage definition based on hypothesis of strain equivalence. *Journal of Coal Science & Engineering (China)*, Vol. 6, No. 2, 9-14.
- Kachanov M. 1958: Time to rupture process under creep conditions. *Izv. AN SSR, Otd. Tekh. Nauk*, 8, 26-31.
- Kachanov M. 1992: Effective elastic properties of cracked solids: Critical review of some basic concepts. *Appl. Mech. Rev.*, 45(8), 304-335.
- Kachanov M. 1993: Elastic solids with many crack and related problems. *Advances in Appl. Mechanics (J. Hutchinson and T. Wu eds.)*, 30, 259-433.
- Kemeny, J. M., Cook N. G. W. 1987: Crack models for the failure of rock under compression. In *Proc. 2nd Int. Conference Constitutive Laws for Engineering Materials, Theory and Applications*, Tucson, Arizona, C. S. Desai, E. Krempl, P. D. Kiousis and T. Kundu, eds. Vol. 1, 879-887. Elsevier Science Publishing Co.
- Kidybiński A. 1982: *Podstawy geotechniki kopalnianej*. Wydawnictwo "Śląsk", Katowice.
- Kleiber M. 1985: *Metoda elementów skończonych w nieliniowej mechanice kontinuum*. PWN, Warszawa-Poznań.
- Krajcinovic, D. 1996: *Damage Mechanics*. Elsevier, Amsterdam.
- Krzyś W., Życzkowski M. 1962: *Sprężystość i plastyczność: wybór zadań i przykładów*. PWN.
- Kuna-Ciskał H., Skrzypek J. 1999: Local CMD based approach to fracture of elastic-brittle structures. *Techn. Mechanik*, 351-361.
- Kuna-Ciskał H., Skrzypek J. 2004: CMD based modeling of damage and fracture mechanisms in concrete under tension and compression. *Eng. Fracture Mechanics*, 71, 681-698.
- Kwaśniewski M. 1983a: Kryteria przejścia skał ze stanu kruchego w stan ciągliwy i plastyczny. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej nr 745, seria Górnictwo z. 123*, 161-181.
- Kwaśniewski M. 1983b: Odkształceniowe i wytrzymałościowe własności trzech strukturalnych odmian piaskowców karbońskich w warunkach konwencjonalnego trójosiowego ściskania. *Archiwum Górnictwa*, t. 28, z. 4, 523-550.
- Kwaśniewski M. 1986a: Dylatacja jako zwiastun zniszczenia skały. Cz.I. Fizykalna istota zjawiska dylatacji. *Przegląd Górniczy*, t. 42, nr 2, 42-49.
- Kwaśniewski M. 1986b: Dylatacja jako zwiastun zniszczenia skały. Cz.II. Mechanizm zjawisk poprzedzających zniszczenie. *Przegląd Górniczy*, t. 42, nr 6, 184-190.
- Kwaśniewski M. 1986c: Wpływ stanu naprężenia, temperatury i prędkości odkształcenia na mechaniczne własności skał. *Archiwum Górnictwa*, t. 32, z. 2, 383-415.

- Kwaśniewski M. 1990: Kruche pękanie i plastyczne płynięcie suchego i mokrego iłowca z Lubelskiego Zagłębia Węglowego w warunkach trójosiowego ściskania. *Przegląd Górniczy*, t. 46, nr 11-12, 14-24.
- Kwaśniewski M. 1997: Kilka uwag w sprawie interpretacji zachowania się skał w stanie pokrytycznym. Środowiskowa konferencja warsztatowa nt. "Badania wytrzymałościowe w stanach pokrytycznych". Wydział Geologii Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 28-29 listopada.
- Kwaśniewski M. 2002: Zachowanie się skał izo- i anizotropowych w warunkach trójosiowego ściskania. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Górnictwo*. Nr 1510
- Kwaśniewski M., Takahashi, M., Li, X. 2003: Volume changes in sandstone under true triaxial compression conditions. *ISRM 2003 Technology roadmap for rock mechanics*, South African Institute of Mining and Metallurgy.
- Kwaśniewski M. 2012: Mechanical behavior of rocks under true triaxial compression conditions - A review. In M. Kwaśniewski, X. Li & M. Takahashi (eds), *True Triaxial Testing of Rocks*, pp. 99-138. CRC Press/Balkema, Leiden.
- Kwaśniewski M., Rodriguez-Oitaben P. 2012: Study on the dilatancy angle of rocks in the pre-failure domain. *Harmonising Rock Engineering and the Environment – Qian & Zhou* (eds). Taylor & Francis Group, London.
- Labuz J. F., Biolzi L. 1991: Class I vs class II stability: a demonstration of size effect. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* V28, N2/3, 199–205.
- Lama R. D., Vutukuri V. S. 1978: *Handbook on mechanical properties of rocks*. Vol.1-4, Trans Tech Publications.
- Landis E. N. & Nagy E. N. 2000. Three-dimensional work of fracture for mortar in compression. *Engineering Fracture Mechanics* 65:223-234.
- Lee D. H., Juang C.H, Chen J.W., Lin H.M. 1999: Stress paths and mechanical behavior of sandstone in hollow cylinder tests. *International Journal of Rock Mechanics Mining Sciences*, 36, 857-870.
- Lee J., Fenves G. L. 1998: Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 124, 892-900.
- Lemaitre J. 1992: *A curse in damage mechanics*. Springer, Berlin.
- Lemaitre J. Chaboche J.-L. 1985: *Mechanique des materiaux solides*. Dunod Publ. Paris.
- Lemaitre J., Desmorat R. 2005: *Engineering damage mechanics, ductile, creep fatigue and brittle failures*. Berlin, Heidelberg, Germany: Springer-Verlag.
- Litewka A. 1985: Effective material constants for orthographically damaged elastic solid. *Arch. Mech.*, 6, 631-642.
- Litewka A., Dębiński J. 1997: Anizotropowy model odkształcalności betonu w złożonym stanie naprężenia. *XLIII Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB Krynica`97, Poznań-Krynica*, tom VI, 57-64.
- Lockner D. A., Byerlee J. D., Kuksenko V., Ponomarev A., Sidorin A. 1991: Quasi-static fault growth and shear fracture energy in granite. *Nature* 350:39-42.
- Lubarda V. A., Krajcinovic D. 1993: Damage tensors and the crack density distribution. *Int. J. Solids Structures*, Vol. 30, No. 20, pp. 285-2877.
- Lubliner J. 2008: *Plasticity Theory*. Dover Publications Inc.
- Łukaszewski P. 2013: *Odkształcalność piaskowców fliszowych w złożonym stanie naprężenia*. Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego.

- Maier G., Hueckel T. 1979: Nonassociated and coupled flow rules of elastoplasticity for rock-like materials. *International Journal of Rock Mechanics Mining Sciences & Geomech. Abstr.* 16, 77–92.
- Martin C. D. 1997: Seventeenth Canadian Geotechnical Colloquium: The effect of cohesion loss and stress path on brittle rock strength. *Can. Geotech. J.* 34: 698–725.
- Mauge C., Kachanov M. 1992: Interacting arbitrarily oriented cracks in anisotropic matrix. Stress intensity factors and effective moduli. *Int. J. Fracture*, 58, R69-R74.
- Mauge C., Kachanov M. 1994: Effective elastic properties of an anisotropic material with arbitrarily oriented interacting cracks. Volume 42, Issue 4, pp. 561-584
- Mogi K. 2007: *Experimental Rock Mechanics*. Taylor&Francis/Balkema
- Mokni, M., Desrues, J. 1999: Strain localisation measurements in undrained plane-strain biaxial tests on Hostun RF sand. *Mech. Cohes.-Frict. Mater.* 4, 419–441
- Moore, D.E. & Lockner, D.A. 1995: The role of microcracking in shear-fracture propagation in granite. *J. Struct. Geol.*; 17: 5-114.
- Mróz Z. 1980: Modele gruntów. Praca zbiorowa pod red. W. Wolskiego, Zastosowanie MES w geotechnice, Wydawnictwo PAN, Wrocław
- Mróz Z., Drescher A. 1972: Podstawy teorii plastyczności ośrodków rozdrobnionych. Wydawnictwo PAN, Wrocław
- Murakami S., Ohno N. 1980: A continuum theory of creep and creep damage. Creep in Structures, eds. A. R. S. Ponter, D. R. Hayhursts, Proc. 3rd IUTAM Symp. Leicester 1980, Springer Verlag, Berlin, s. 422-444
- Murakami, S., Kamiya, K. 1997: Constitutive and damage evolution equations of elastic-brittle materials based on irreversible thermodynamics. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 39, No. 4, pp. 473–486.
- Neimitz A. 1998: *Mechanika Pękania*. PWN Warszawa.
- Olsson W., Peng S. 1976: Microcrack nucleation in marble. *Int. J. Rock Mech. Min Sci. & Geomech. Abstr.* 13: 53-59.
- Olszak W., Perzyna P., Sawczuk A. 1965: *Teoria Plastyczności*. PWN Warszawa.
- Ortiz A. 1985: A constitutive theory for inelastic behaviour of concrete. *Mechanics of Materials*, 4(1), 67-93.
- Owen D. R. J., Hinton E. 1980: *Finite elements in plasticity*. Pineridge Press.
- Paluch M. 2006: *Podstawy teorii sprężystości i plastyczności z przykładami*. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków.
- Paluch M. 2008: *Zastosowanie rachunku tensorowego do wybranych zagadnień mechaniki*. Rozprawy monograficzne 187, Wydawnictwa AGH.
- Pamin J. 1994: *Gradient Dependent Plasticity in Numerical Simulation of Localization Phenomena*. Praca Doktorska, Delft University Press, Delft, Netherlands.
- Papamichos E., Tronvoll J., Vardoulakis I., Labuz J. F., A. Skjærstein A., T. E. Unander T. E., Sulem J. 2000: Constitutive testing of Red Wildmoor sandstone. *Mech. Cohes.-Frict. Mater.*, 5, 1-40.
- Paterson M. S., Wong T-F. 2005. *Experimental rock deformation - the brittle field*. Second Edition, Springer.
- Peerlings R.H.J., Massart T.J., Geers M.G.D. 2004: A thermodynamically motivated implicit gradient damage framework and its application to brick masonry cracking. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 193, 3403–3417.

- Pettijohn F. J., Potter P.E. 1972: Sand and sandstone. Springer Verlag, Berlin.
- Pietruszczak S. 2010: Fundamentals of Plasticity in Geomechanics. CRC Press/Balkema, Leiden.
- Pinińska J. 2003: Właściwości wytrzymałościowe i odkształceniowe skał. Części I-IV, Zakład Graficzny Uniwersytetu Warszawskiego.
- Potts D. M., Zdravković L. 1999: Finite element analysis in geotechnical engineering: theory. Tom 1, Thomas Telford Publishing.
- Rakowski G., Kacprzyk Z. 2005: Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.
- Rawling G.C., Baud P., Wong T-f. 2002: Dilatancy, brittle strength and anisotropy of foliated rocks: experimental deformation and micromechanical modeling. *J. Geophys. Res.* 107, 2234.
- Rudnicki J.W., Rice J.R. 1975: Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant solids. *J.Mech. Phys. Solids*, 32, 371-394.
- Rutter E. H. 1993: The mechanics of natural rock deformation. *Comprehensive rock deformation, Principles, Practice&Projects*, Editor in Chief John Hudson, Volume editor Edwin T. Brown, vol. 1 Fundamentals, Pergamon Press.
- Rymarz Cz. 1993: *Mechanika środków ciągłych*. PWN, Warszawa.
- Samborski S., Sadowski L. 2007: Ocena uszkodzenia porowatej ceramiki polikrystalicznej na podstawie analizy odkształceń w stanie jednoosiowego ściskania. *Acta Mechanica et Automatica* Vol. 1, No. 1.
- Saxena A. 1998: *Nonlinear fracture mechanics for engineers*. CRC Press.
- Sayers C. M., Kachanov M. 1995: Microcrack-induced elastic wave anisotropy of brittle rocks. *J. Geophys. Res.* 100(B3), 4149-4156.
- Serpi D. 2000: Influence of the kinematic testing conditions on the mechanical response of a sand. *Computers and Geotechnics*, 26, 23-41.
- Seweryn A. 2004: Modelowanie zagadnień kumulacji uszkodzeń i pęknięcia w złożonych stanach obciążeń. *Wyd. Politechniki Bałostockiej, Rozpr. Nauk.* nr 10.
- Seweryn A., Mróz Z. 1998: On the criterion of damage evolution for variable multiaxial stress state. *Int. J. Solids Structures*, 3, 1599-1616.
- Shimada M. 2000: Mechanical behavior of rock under high pressure conditions. A. A. Balkema.
- Simo J. C., Hughes T. J. R. 1998: *Computational Inelasticity (Interdisciplinary Applied Mathematics)*. Vol. 7, Springer.
- Simo J.C., Ju J.W. 1987: Strain- and stress-based continuum damage models —I. Formulation, II. Computational aspects. *Int. J. Sol. Struct.* 23 (7), 821–869.
- Skrzypek J. 1986: *Plastyczność i Pełzanie*. PWN Warszawa.
- Skrzypek J. 2006: *Podstawy Mechaniki Uszkodzeń*. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków.
- Stanisławski S. 1977: *Podstawy Teorii Plastyczności*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej.
- Stewarski E., Jakubowski J., Bystrowski J. 1999: *Wytrzymałość materiałów. Ćwiczenia laboratoryjne*, Wydawnictwa AGH.
- Sulem J., Vardoulakis I., Papamichos E., Oulahna A. 1999: Elasto-plastic modelling of Red Wildmoor sandstone. *Mechanics of cohesive-frictional materials*, 4, 215-245.

- Szczepiński W. 1974: Stany graniczne i kinematyka ośrodków sypkich. PWN, Warszawa.
- Tomiczek K. 2007a: O zachowaniu się skał w warunkach naprężeń rozciągających (część I). *Budownictwo Górnicze i Tunelowe*, nr 1, 38-44.
- Tomiczek K. 2007b: O zachowaniu się skał w warunkach naprężeń rozciągających (część II). *Budownictwo Górnicze i Tunelowe*, nr 2, 24-34.
- Tomiczek K. 2009: Zmienna uszkodzenia D dla skał - część 1. Wybrane metody oznaczania zmiennej D. *Budownictwo górnicze i Tunelowe*. vol.3, p. 12- 17.
- Ulusay R. & Hudson J.A., 2007: *The Complete ISRM Suggested Methods for Rock Characterization Testing and Monitoring. 1974 - 2006*, Editors R. Ulusay & J.A. Hudson, Kozan Ofset Matbaacilik San. ve Tic. Sti.
- Vajdova V., Zhu W., Chen T-M N., Wong T-f. 2010: Micromechanics of brittle faulting and cataclastic flow in Tavel limestone. *Journal of Structural Geology* 32, 1158-1169.
- Vardoulakis I., Graf B. 1985: Calibration of constitutive models for granular materials using data from biaxial experiments. *Geotechnique*, 35, 299-317.
- Vardoulakis I., Sulem J., Papamichos E. Balkema 1996: *Elasto-plastic behavior of a weak sandstone*. Eurock'96, Barla (eds.).
- Verdon J. P., Angus D. A., Kendall J. M., Hall S A. 2008: The effect of microstructure and nonlinear stress on anisotropic seismic velocities. *Geophysics*, vol. 73, No. 4, P. D41-D51.
- Voyiadjis G., Kattan P. 2006: *Advances in damage mechanics*. Elsevier.
- Voyiadjis, G. Z., Deliktas, B. 2000: A coupled anisotropic damage model for the inelastic response of composite materials. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.* 183, 159-199.
- Walsh J. B. 1965a: The effect of cracks on the compressibility of rock. *J. Geophys. Res.*, Vol. 70, 381-389.
- Walsh J. B. 1965b: The effect of cracks on the uniaxial elastic compression of rocks. *J. Geophys. Res.*, Vol. 70, 399-411.
- Wang C. H. 1996: *Introduction to Fracture Mechanics*. Published by DSTO Aeronautical and Maritime Research Laboratory, Australia.
- Wendt A. S., Mainprice D. 1998: A joint study of experimental deformation and experimentally induced microstructures of pretextured peridotites. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 103, No. B8, 205-221.
- Winnicki L. 1980: *Zagadnienia nieliniowe w metodzie elementów skończonych*. Praca zbiorowa pod red. W. Wolskiego, Zastosowanie MES w geotechnice, Wydawnictwo PAN, Wrocław 1980.
- Wong T-f. 1982: Micromechanics of faulting in westerly granite. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, vol. 19 Issue 2, 143-160.
- Zhang J., Jiang Y. 2005: An experimental investigation on cyclic plastic deformation and substructures of polycrystalline copper. *International Journal of Plasticity* 21, 2191-2211.
- Zienkiewicz O. C., Humpherson C., Lewis R. W. 1975: Associated and nonassociated visco-pasticity and plasticity in soil mechanics. *Geotechnique*, 4.
- Zienkiewicz O. C., Taylor R. L. 2000: *The finite element method*. Fourth edition, vol. 1 i 2, Butterworth-Heinemann.
- Życzkowski M. 1981: *Combined loadings in the theory of plasticity*. PWN, Warszawa.