

347 DISSERTATIONS
MONOGRAPHS

DAMIAN KRAWCZYKOWSKI

Unification of the results of
granulometric analyzes of
finegrained mineral powders



ROZPRAWY
MONOGRAFIE **347**

DAMIAN KRAWCZYKOWSKI

Unifikacja wyników
analiz granulometrycznych
drobnoziarnistych proszków mineralnych



WYDAWNICTWA AGH

KRAKÓW 2019

Wydawnictwa Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie

Redaktor Naczelny Wydawnictw AGH: *Jan Sas*

Komitet Naukowy Wydawnictw AGH:

Andrzej Pach (przewodniczący)

Jan Chłopek

Barbara Gąciarz

Bogdan Sapiński

Stanisław Stryczek

Tadeusz Telejko

Recenzenci: *prof. dr hab. inż. Kazimierz Trybalski*
prof. dr hab. inż. Eugeniusz Mokrzycki

Afiliacja autora:

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza

Wydział Górnictwa i Geoinżynierii

Katedra Inżynierii Środowiska i Przeróbki Surowców

al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

Monografia powstała na podstawie wyników badań zrealizowanych w ramach grantu badawczego Miniatura 1, nr rej. 2017/01/X/ST10/00778, ID 370791, finansowanego przez Narodowe Centrum Nauki

Opieka wydawnicza: *Joanna Ciągala*

Skład komputerowy: Andre

© Wydawnictwa AGH, Kraków 2019

ISBN 978-83-66016-64-4

ISSN 0867-6631

Wydawnictwa AGH

al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

tel. 12 617 32 28, 12 636 40 38

e-mail: redakcja@wydawnictwoagh.pl

<http://www.wydawnictwa.agh.edu.pl>

Spis treści

Streszczenie	7
Summary	8
1. Wprowadzenie, cel, teza i zakres badań	9
2. Granulometria jako podstawowa technika badawcza stosowana w inżynierii mineralnej	13
2.1. Kalkulacja i sposób wyrażania wyników analiz uziarnienia	15
2.2. Charakterystyka zastosowanych metod pomiarowych	
uziarnienia proszków mineralnych	23
2.2.1. Analiza sitowa	23
2.2.2. Dyfrakcyjna analiza laserowa (LD – <i>Laser Diffraction</i>)	27
2.2.3. Dynamiczna analiza obrazu (DIA – <i>Dynamic Image Analysis</i>)	32
2.3. Korelacja wyników analiz uziarnienia dla wybranych technik pomiarowych	39
3. Metodyka badań	42
4. Charakterystyka właściwości fizykochemicznych badanych surowców	47
5. Analiza porównawcza wyników uziarnienia uzyskanych poszczególnymi metodami pomiarowymi	53
5.1. Porównanie dystrybuant rozkładu uziarnienia	53
5.2. Precyzja i dokładność pomiarów	72
5.3. Aproksymacje wyników wybranymi rozkładami dystrybuant	78
5.4. Analiza wpływu kształtu ziaren na wyniki analizy uziarnienia	85

6. Unifikacja wyników analiz granulometrycznych	
proszków mineralnych uzyskiwanych różnymi metodami pomiarowymi	100
6.1. Wykorzystanie technik sztucznej inteligencji	
do kalkulacji dystrybuant rozkładów uziarnienia	100
6.1.1. Metoda wykorzystująca sieci neuronowe	101
6.1.2. Metoda aproksymacyjno-adaptacyjna	129
7. Podsumowanie i wnioski	157
Literatura	165
Załączniki	173

DAMIAN KRAWCZYKOWSKI

Unifikacja wyników analiz granulometrycznych drobnoziarnistych proszków mineralnych

Streszczenie

Monografia dotyczy badań nad unifikacją wyników analiz uziarnienia proszków mineralnych, określanych standardowymi metodami, m.in. analizą sitową, dyfrakcją laserową oraz nowoczesną i perspektywiczną metodą wizyjną (DIA), co pozwoli na kalkulację wyników uzyskanych jedną metodą na wyniki uzyskane drugą oraz prawidłową ich interpretację. Celem badań było więc opracowanie – przy zastosowaniu różnych technik obliczeniowych: aproksymacyjnych i adaptacyjnych, m.in. sieci neuronowych, algorytmów ewolucyjnych – zależności pomiędzy wynikami analiz granulometrycznych uzyskanych różnymi technikami pomiarowymi i wykorzystanie ich do zadań predykcyjnych.

Badania realizowano w wąskich klasach ziarnowych – w celu określenia pierwotnych zależności pomiędzy czynnikami (metodą pomiarową, surowcem, klasą ziarnową) bez udziału zakłóceń pochodzących od ziaren skrajnych związanych z ich próbkowaniem i dyspersją oraz w mieszankach klas o różnym zakresie i rozkładzie uziarnienia – w celu ustalenia synergicznego wpływu czynników bardzo często o charakterze zakłócającym. Ma to istotne znaczenie w późniejszych operacjach unifikacyjnych dla skuteczności działania modeli kalkulujących rozkłady uziarnienia otrzymane jedną metodą pomiarową na drugą. Zależności te uwzględniały więc charakter metody pomiarowej oraz charakterystykę fizykochemiczną badanego materiału. Głównym celem przeprowadzonych badań było zweryfikowanie i wytypowanie skutecznych metod i narzędzi obliczeniowych, pozwalających na kalkulację i przewidywanie wyników uziarnienia bez względu na zastosowaną metodę pomiarową. Opracowano testowy program komputerowy, bazujący na optymalizacyjnych technikach sztucznej inteligencji, dostępny w jednostce realizującej badania, który przelicza naprzemiennie rozkłady uziarnienia badanych próbek, analizowanych różnymi metodami (sitową, laserową i wizyjną). Badania pozytywnie zweryfikowały postawioną hipotezę badawczą i potwierdziły słuszność rozwijania adaptacyjnych metod unifikacji wyników uziarnienia proszków mineralnych, które wykorzystują bezpośrednio związki pomiędzy empirycznymi wynikami analiz granulometrycznych.

DAMIAN KRAWCZYKOWSKI

Unification of the results of granulometric analyzes of finegrained mineral powders

Summary

Monograph concerns investigations over unification of the results of analyzes of mineral powders granulation determined by means of standard methods, like sieve analysis, laser diffraction as well modern and perspective vision method – difference image analysis (DIA) what will allow to recalculate results from one type of analysis into another one as well its appropriate interpretation. The purpose of research was then to elaborate – by means of various calculating techniques: approximation, adaptive, like neural networks, evolutionary algorithms – relations between results of granulometric analyzes obtained by means of various measuring techniques and their applications to predictive tasks.

The investigations were released in narrow particle size fractions – to determine primary relations between factors (measuring method, raw material, particle size fraction) without noises originating from outmost particles connected with their sampling and dispersion, as well in mixtures of fractions of various range and various particle size distribution – to determine synergic influence of factors being very often of confounding character. It influences significantly, in further operations of unification, on efficiency of working of the models recalculating particle size distributions obtained by one method into another one. These relations took into consideration character of the measuring method and physicochemical characteristics of researched materials. The main goal of realized investigations was to verify and select efficient methods and calculating tools allowing calculation and forecasting of particle size distribution results no matter what kind of the measuring method was applied to this purpose. The test computer program was elaborated which was based on optimizing techniques of artificial intelligence. This program is available in the unit realizing the investigations and it recalculates alternately particle size distributions of investigated samples being analyzed by various methods (sieve, laser and vision). The investigations verified positively the research hypothesis and confirmed righteousness of the further research over unification of particle size distributions results in direction of developing adaptive methods applying direct relations between empirical results of particle size distributions of mineral powders.

1. Wprowadzenie, cel, teza i zakres badań

Problem oceny wielkości ziaren proszków mineralnych i ujednolicenia wyników analiz uziarnienia wynika z faktu, że z natury mają one nieregularny kształt, a każda metoda analityczna mierzy inną właściwość (wymiar) cząstki. Wygenerowane dane wyjściowe można więc przeliczać na wiele różnych sposobów, otrzymując odpowiednio różne rozkłady uziarnienia (np. objętościowe, powierzchniowe czy ilościowe), odpowiadające rozkładowi ziaren równoważnych wielkości kul (np. średnica kuli równoważna cząstce pod względem objętości, powierzchni itp.). Kluczowym problemem pozostaje jednak ustalenie prawidłowego ich rozmiaru. Z powyższych względów oraz z uwagi na różny poziom błędów, jakimi każda z metod może być obciążona, bezpośrednie porównywanie danych otrzymanych różnymi metodami jest często niemożliwe, a ustalenie prawidłowej wielkości cząstek pozbawione fizycznego sensu. Można bowiem uznać, że każda metoda pomiarowa generuje osobliwą i prawidłową informację o wielkości cząstek.

Przegląd literatury dotyczącej porównywania wyników analiz uziarnienia materiałów ziarnistych uzyskiwanych różnymi metodami, ich interpretacji i ustalania wzajemnych zależności jest bogaty i pokazuje, że jest to zagadnienie nierozstrzygnięte w sposób jednoznaczny i przekonujący, a interpretacja wyników jest często niespójna (Dur *et al.* 2004, Matsuyama i Yamamoto 2004, Pieri *et al.* 2006, Fedotov *et al.* 2007, Tinke *et al.* 2008, Kursun 2009, Di Stefano *et al.* 2010, Płoskonka 2010, Blott i Pye 2012, Califice *et al.* 2013, Polakowski *et al.* 2014, Bittellia *et al.* 2018, Kimura *et al.* 2018).

Najczęściej porównywane są wyniki uzyskiwane metodą dyfrakcji laserowej, sedymentacyjną, mikroskopową czy sitową. Beuselinck (Beuselinck *et al.* 1998) porównuje metodę laserową i sedymentacyjną, badając próbki gleby (drobne frakcje gliny) i piasku. Wskazuje, że nie ma uniwersalnej zależności pomiędzy wynikami. Wyniki silnie zależą od morfologii cząstek w badanych klasach ziarnowych. Metoda laserowa niedoszacowała najdrobniejszej frakcji gliny zawartej w próbkach gleby, natomiast przeszacowała jej udział w próbkach piasku. Dla unifikacji wyników, zdaniem autora, konieczne jest więc opracowanie regresyjnych modeli kalibracyjnych dla określonych

klas ziarnowych czy surowców. Uniwersalność tych zależności nie jest jednak duża, gdyż wyniki uzyskane dla innych klas ziarnowych czy surowców zakłócone są nowymi interakcjami wynikającymi z różnic w rozkładach uziarnienia, w kształtach ziaren, właściwościach mineralogicznych czy technice pomiaru. Modele kalibracyjne dla różnych klas ziarnowych będą tym dokładniejsze, im bardziej podobne będą właściwości fizykochemiczne badanych materiałów. Do podobnych wniosków doszedł Di Stefano (Di Stefano *et al.* 2010). Fedotov natomiast (Fedotov *et al.* 2007) próbuje wyjaśnić przyczynę kilkukrotnego przeszacowywania drobnych frakcji gliny w metodzie sedymentacyjnej w stosunku do metody dyfrakcji laserowej. Uzasadnia to znaczną zmiennością gęstości ziaren w próbkach gleby, która jest uznawana za stałą w metodzie sedymentacyjnej. Do frakcji gliny przypisywane są cząstki o istotnie większych rozmiarach i niższej gęstości. Przy użyciu mikroskopii optycznej, elektronowej oraz konfokalnej wykazano, że niższa gęstość ziaren gleby o wielkości $< 2 \mu\text{m}$ jest związana z powłoką organiczną (filmem) na powierzchni tych ziaren. Ta powłoka przyczynia się do łączenia mikrocząstek w agregaty przy niższej średniej gęstości. W wyniku tego agregaty mają znacznie większy rozmiar i mniejszą gęstość, w konsekwencji opadają z tą samą prędkością jak małe cząstki gliny o wyższej gęstości podczas analizy sedymentacyjnej. Zjawisko to wpływa na zwiększony udział drobnej frakcji gliny w metodzie sedymentacyjnej. Badania Fishera pokazują (Fisher *et al.* 2017), że stosowana od dawna standardowo do pomiarów wielkości cząstek gleb analiza sedymentacyjna może być z powodzeniem zastąpiona nowocześniejszą, dającą wyższą rozdzielczość dystrybuanty rozkładu uziarnienia, techniką dyfrakcji laserowej. Należy jednak skorygować wyniki, gdyż metoda dyfrakcji laserowej zawyża je. Korekta ta niestety nie jest stała i zależy przede wszystkim od zakresu uziarnienia badanej próbki. Konert (Konert i Vandenberghe 1997) wyjaśnia zawyżanie wielkości cząstek drobnych frakcji ilastych w glebach przez metodę laserową w stosunku do sedymentacyjnej ich niesferycznością i płaską budową.

Wyniki analiz uziarnienia zależą więc od wielu czynników, począwszy od analitycznych – związanych z powtarzalnością i dokładnością procedur, które bezpośrednio zależą od sposobu przygotowania próbki, parametrów i warunków prowadzenia pomiaru, zastosowanej techniki pomiarowej, aż po te związane z charakterystyką surowca – zakresem wielkości cząstek, ich kształtem, gęstością, zwilżalnością ziaren, rozpuszczalnością itp. To pokazuje skalę trudności problemu porównywania i interpretacji wyników składów ziarnowych proszków ziarnistych analizowanych różnymi metodami pomiarowymi. Klasyczne metody porównywania i kalkulacji wyników, oparte na modelach matematycznych opisanych znanymi funkcjami gęstości prawdopodobieństwa czy wielomianami, będą powodować dodatkowe błędy aproksymacyjne. Unifikacja wyników analiz granulometrycznych rozumiana jako ujednoczenie ich przez sprowadzenie do

wspólnej postaci funkcyjnej przy zastosowaniu klasycznych teorii funkcji zmiennych losowych i rozkładów złożonych jest mało skuteczna, szczególnie w przypadku unifikacji wyników badania różnych proszków mineralnych analizowanych często odmiennymi technikami pomiarowymi.

Istnieje więc potrzeba nowego podejścia do zagadnienia ujednoczenia (unifikacji) wyników analiz granulometrycznych uzyskiwanych różnymi metodami pomiarowymi, w rozumieniu bezpośredniej kalkulacji wyników z jednej metody na drugą, przy zastosowaniu adaptacyjnych modeli przejścia zbudowanych bezpośrednio na danych empirycznych. Specyfika (natura) metody pomiarowej i błędy procedury pomiarowej wraz z charakterystyką badanego materiału byłyby jednocześnie uwzględniane w modelach kalkulacyjnych. Możliwość przemiennego przedstawiania wyników analiz granulometrycznych dla poszczególnych metod analitycznych pozwoliłaby na zuniwersalizowanie interpretacji wyników analiz, a także ułatwiłaby wybór metody pomiarowej przy jednoczesnym zachowaniu ich natury pomiaru. Takie podejście do unifikacji wyników uziarnienia generowanych różnymi metodami analitycznymi wymaga żmudnych badań eksperymentalnych w celu dostarczenia dużej liczby wiarygodnych danych o rozkładach wielkości cząstek do obliczeń modelowych.

Celem badań było więc opracowanie – przy zastosowaniu różnych technik obliczeniowych: aproksymacyjnych i adaptacyjnych, m.in. sieci neuronowych, algorytmów ewolucyjnych – zależności pomiędzy wynikami analiz granulometrycznych uzyskanych różnymi metodami instrumentalnymi i wykorzystanie ich do zadań predykcyjnych realizowanych przy użyciu komputerowego programu kalkulującego składy ziarnowe. Zależności te, w postaci modeli kalkulacyjnych, uwzględniały charakter metody pomiarowej oraz charakterystykę fizykochemiczną badanego materiału.

Biorąc pod uwagę powyższe informacje, sformułowano następującą tezę badawczą: **wyniki analiz granulometrycznych proszków mineralnych uzyskiwanych metodami analizy sitowej, dyfrakcyjnej analizy laserowej (LD) oraz wizyjnej dynamicznej analizy obrazu (DIA) można zunifikować, kalkulując je naprzemiennie z jednej metody na drugą według opracowanych zależności, które uwzględniają charakter rozkładu uziarnienia oraz kształt cząstek proszków.**

Badania prowadzono na proszkach mineralnych różniących się właściwościami fizykochemicznymi. Wykorzystano cztery materiały: popiół lotny (UPS), lupek (gnejs), kwarc oraz rudę miedzi, które poddano szczegółowym analizom mineralogicznym i fizykochemicznym. Kluczowymi badaniami były analizy uziarnienia i kształtu ziaren materiałów wykonywane różnymi metodami pomiarowymi w różnych klasach ziarnowych o zmiennej charakterystyce rozkładów uziarnienia. Na tej podstawie wygenerowano dane do analiz porównawczych i modelowania.

W monografii przedstawiono wyniki badań potwierdzających przyjętą metodologię. Opracowano i zweryfikowano dwie różne metody kalkulacji wyników uziarnienia: z wykorzystaniem sieci neuronowych oraz bazującej na bardziej klasycznym podejściu do modelowania metody aproksymacyjno-adaptacyjnej. Modele kalkulacyjne opracowano dla trzech standardowych technik analizy uziarnienia: analizy sitowej, dyfrakcyjnej analizy laserowej i wizyjnej dynamicznej analizy obrazu. Uwzględniają one specyfikę technik pomiarowych oraz charakterystykę surowców mineralnych (popiół lotny, gnejs, kwarc, ruda Cu), w szczególności właściwości geometrycznych ziaren. Realizacja badań pozwoliła na wytypowanie skutecznego narzędzia kalkulacyjnego oraz weryfikację nowego podejścia do unifikacji wyników analiz granulometrycznych, bazującego na modelach adaptacyjnych bezpośrednio kalkulujących dane empiryczne.

2. Granulometria jako podstawowa technika badawcza stosowana w inżynierii mineralnej

Istnieje wiele metod i technik pomiaru wielkości ziaren. Generalnie można je podzielić na metody bezpośrednie – wykorzystujące m.in. wielkość sitową ziarna, średnicę Martina lub Fereta – np. analiza sitowa, mikroskopowa, wizyjna statyczna i dynamiczna, a także metody pośrednie, wykorzystujące zjawiska fizyczne i pewne techniki przeliczeniowe – np. pomiar lepkości mętów, dyfrakcja światła w zawieszynie, fotoelektryczne przeszukiwanie przestrzeni, segregacja ziaren w polu odśrodkowym itp. (Mączka i Trybalski 1981, Allen 1992, Trybalski *et al.* 2005, Pansu i Gautheyrou 2006, Kumar *et al.* 2013, Otunniyi 2013, *Particle Size Measurements* 2018). Najpopularniejszą i najczęściej stosowaną metodą określania uziarnienia proszków mineralnych jest analiza sitowa. Przy wielu swoich zaletach ma zasadniczą wadę, mianowicie jest niepraktyczna w zastosowaniach w odniesieniu do drobnych cząstek $<20\ \mu\text{m}$ i nie daje informacji o rozkładzie uziarnienia wewnątrz klas ziarnowych zdeterminowanych wielkością zastosowanych sit. Obecnie najbardziej alternatywnymi wobec niej metodami są metoda dyfrakcji laserowej oraz metoda wizyjna (DIA), bazujące na wielkości optycznej cząstek (McCave i Syvitski 1991, Rhodes 2000, White 2003, Abbireddy i Clayton 2009).

Wybór metody pomiarowej do określenia składu ziarnowego materiałów uziarnionych zależy od różnych właściwości fizykochemicznych reprezentującej je próbki, a przede wszystkim od zakresu wielkości ziaren znajdujących się w badanej próbce (Isphording *et al.* 2003, Trybalski *et al.* 2004, Wang-Li *et al.* 2013). Należy jednak zdawać sobie sprawę z faktu, że każda z metod pomiarowych generuje z reguły inną informację o rozkładzie wielkości cząstek. Na wyniki oznaczeń główny wpływ bowiem ma stosowana metoda pomiaru, wykorzystująca różne właściwości materiałów i inaczej identyfikująca wielkość ziarna, np. właściwości geometryczne (kształt), optyczne, gęstość, teksturę powierzchni (porowatość) itp. (Peszko *et al.* 2000, Krawczykowski *et al.* 2012). Celowe jest więc szukanie zależności pomiędzy wynikami, które umożliwią ich skuteczną unifikację.

Dane o składzie granulometrycznym materiałów uziarnionych są jedną z najistotniejszych informacji, opisujących właściwości surowców mineralnych wykorzystywanych w ocenie technologicznych procesów ich przeróbki (Gniadek *et al.* 2005, Krawczykowski i Trybalski 2009, Krawczykowski i Krawczykowska 2012, Wołosiewicz-Głąb

et al. 2017, Krawczykowski 2017a, 2017b, 2018). Informacje te są ważne w odniesieniu zarówno do surowca kierowanego do procesów przeróbki, jak i półproduktów w strumieniach międzyoperacyjnych oraz produktów końcowych. Dla przeróbczych procesów rozdrabniania i klasyfikacji skład ziarnowy jest podstawowym wskaźnikiem ich oceny, natomiast w procesach flotacji – głównym parametrem decydującym o jej efektach. Niedostosowanie zakresów uziarnienia w procesach przetwórczych inżynierii mineralnej będzie wpływać negatywnie na skuteczności tych procesów. Ziarna o rozmiarach skrajnych będą powodowały zakłócenia w procesach, szczególnie klasyfikacji czy flotacji. W procesach flotacji ziarna o zbyt dużych wymiarach mogą zawierać zrosty minerałów użytecznych, a także mają ograniczone możliwości wyniesienia do piany flotacyjnej przez pęcherzyki powietrza. Ziarna najdrobniejsze natomiast, wskutek oddziaływania sił elektrostatycznych (teoria podwójnej warstwy elektrycznej), będą tworzyć wokół siebie barierę energetyczną, utrudniającą absorpcję odczynników oraz zderzenie i trwały kontakt ziaren z pęcherzykami powietrza. Informacja o składzie ziarnowym produktów klasyfikacji jest wykorzystywana do bilansowania ich strumieni materiałowych. Skład ziarnowy surowca determinuje wybór metod jego przetwarzania.

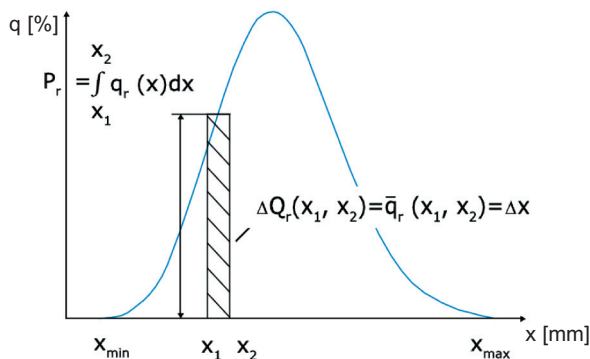
Oprócz informacji o rozkładzie uziarnienia techniki pomiaru uziarnienia wykorzystujące analizę obrazu generują dane o kształcie ziaren. W przeróbce surowców mineralnych kształt ziaren ma również duże znaczenie, np. w operacjach klasyfikacji hydraulicznej, wzbogacania grawitacyjnego oraz zagęszczania. Kształt ziaren wpływa na siły hydrodynamiczne związane z oporami ruchu, co rzutuje na prędkość i stabilność poruszania się ziaren w ośrodku ciekłym. Przekłada się to na wskaźniki ostrości rozdziału ziaren, np. w klasyfikatorach hydraulicznych czy osadzarkach, lub szybkość sedymentacji ziaren w procesach zagęszczania (Krumbein 1942, Jonasz 1987, Surowiak i Brożek 2014a, 2014b, Krawczykowski 2018). Kształt ziaren ma szczególne znaczenie w geomechanice gruntów, wpływając na ich wytrzymałość, stateczność, stopień zagęszczenia i inne mechaniczne parametry (Pestan i Whittle 1995, Mitchell i Soga 2005, Cho *et al.* 2006, Rouse *et al.* 2008).

Istnieje wiele opracowań, w których autorzy wskazują wpływ kształtu ziaren na wyniki oznaczeń ich wielkości przy zastosowaniu różnych technik pomiarowych (Beuselinc et al. 1998, Li i Patchigolla 2005, Xu i Di Guida 2003, Shang et al. 2018). Wpływ niesferyczności ziaren w różnych technikach pomiarowych jest różny, powodując rozbieżności w wynikach. Trubetskaya (2017) przedstawia opis geometryczny cząstek biomasy, który można wykorzystać w modelach spalania. Rozmiar cząstek biomasy roślinnej porównuje za pomocą mikroskopu optycznego, dynamicznej analizy obrazu, dyfrakcji laserowej oraz analizy sitowej. Porównanie wyników z mikroskopu i dynamicznej analizy obrazu wykazało, że dane dotyczące wielkości cząstek są identyczne. Badaczka ustaliła sposób ilościowego określenia wszystkich trzech wymiarów cząstek biomasy. Xu i Di Guida (2003) wykazali, że dynamiczna analiza obrazu (DIA) może dostarczyć wiarygodnych informacji o wielkości i kształcie cząstek. DIA nie podlega

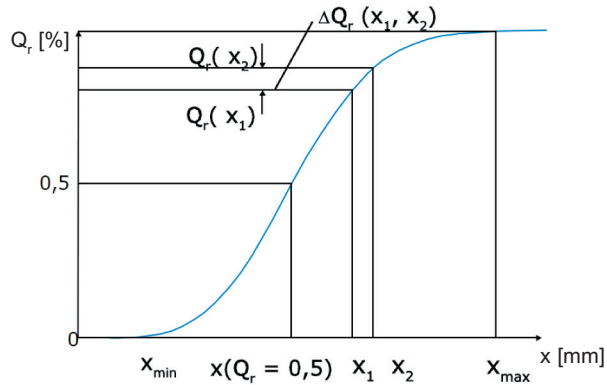
ograniczeniom wynikającym z założenia o kulistym kształcie cząstek, zatem pozwala na badanie wpływu ich kształtu na wyniki uzyskane przez inne metody pomiarowe, np. dyfrakcję laserową (LD). Metoda dyfrakcji laserowej kalkuluje rozkłady uziarnienia cząstek na podstawie równoważnych pod względem objętości średnic kul, zatem jak wskazują autorzy, LD rejestruje większe cząstki oraz podaje szersze zakresy uziarnienia badanych próbek, gdyż kształt cząsteczek w praktyce odbiega od kształtu kuli. Li, Wilkinson i Patchigolla (2005) porównywali wyniki pomiarów wąskich klas ziarnowych cząstek sferycznych (szklanych kulek) i silnie niesferycznych (ziaren blaszkowych) uzyskane za pomocą różnych technik pomiarowych, m.in. mikroskopowej, dyfrakcji laserowej (LD), ultradźwiękowej (UAS – *ultrasonic attenuation spectroscopy*) i laserowej wykorzystującej pomiar współczynnika odbicia (FBRM – *focused-beam reflectance measurement*). Wykazano, że kształt cząsteczki silnie wpływa na wyniki uzyskane różnymi technikami. Dla cząstek sferycznych wyniki uziarnienia uzyskane metodą mikroskopową, LD i UAS są względnie zgodne, natomiast dla cząstek niesferycznych są słabo skorelowane i niezgodne. Dodatkowo wyniki z metody FBRM silnie zależą od właściwości optycznych i kształtu cząstek.

2.1. Kalkulacja i sposób wyrażania wyników analiz uziarnienia

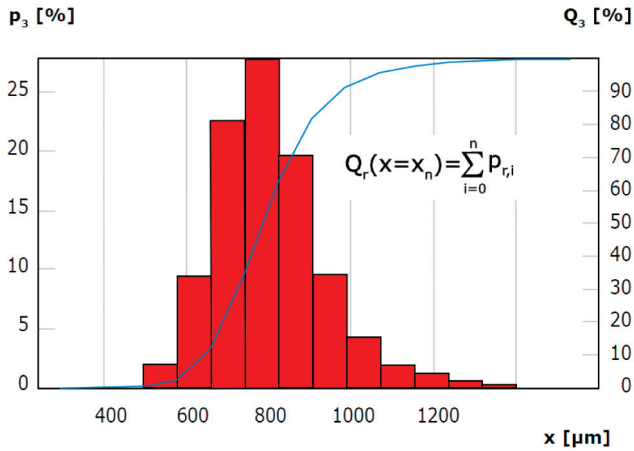
Rozkład wielkości cząstki przedstawiany jest graficznie za pomocą krzywej częstości rozkładu $q_r(x)$ (rys. 2.1) lub skumulowanej krzywej całkowitej dystrybuanty rozkładu $Q_r(x)$ (rys. 2.2). Klasy ziarnowe o poszczególnych rozmiarach mogą być również przedstawiane jako histogram (wykres słupkowy) wyrażający ilościowy, procentowy udział cząstek w klasach P_r (rys. 2.3) (*An expert guide to particle size analysis*).



Rys. 2.1. Krzywa częstości i rozkładu uziarnienia
(*An expert guide to particle size analysis*)



Rys. 2.2. Skumulowana krzywa składu ziarnowego
(An expert guide to particle size analysis)



Rys. 2.3. Histogram procentowego rozkładu cząstek w klasach ziarnowych
(An expert guide to particle size analysis)

Jeżeli $x_2 = x_1 + \Delta x$, to udział ilościowy klasy ziarnowej ($x_1 - x_2$) ograniczonej średnicami równoważnymi ziaren x_1 i x_2 równy jest:

$$\Delta Q_r(x_1, x_2) = Q_r(x_2) - Q_r(x_1) \quad (2.1)$$

Rozkład częstościowy $q_r(x_1, x_2)$ dla ziaren x_1 i x_2 wynosi:

$$q_r(x_1, x_2) = \frac{\Delta Q_r(x_1, x_2)}{\Delta x} = \frac{Q_r(x_2) - Q_r(x_1)}{x_2 - x_1} \quad (2.2)$$

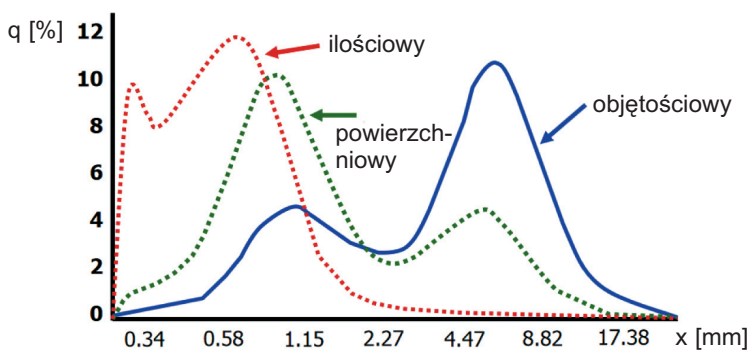
$$q_r(x) = \frac{dQ_r(x)}{dx} \quad (2.3)$$

Pod warunkiem że $Q_r(x)$ jest funkcją różniczkowalną, krzywa rozkładu częstotliwości $q_r(x)$ jest uzyskiwana jako pochodna Q_r w odniesieniu do wielkości ziarna x :

$$q_r(x) = \frac{dQ_r(x)}{dx} \quad (2.4)$$

W praktyce wymagana jest informacja o rozkładzie wielkości cząstek w postaci objętościowej lub wagowej. Całkowita liczba cząstek jest zasadniczo nieistotna, a przedstawianie rozkładów w postaci liczby mierzonych cząstek ma tendencję do wprowadzania w błąd ze względu na dużą wagę drobnych cząstek w rozkładzie uziarnienia. Wraz z dziesięciokrotnym spadkiem wielkości cząstek liczba równoważnych objętościowo cząstek wzrasta 1000-krotnie. W związku z tym konwersja wyników na postać liczbową cząstek powinna być przeprowadzona z dużą ostrożnością interpretacyjną. Istnieją również przypadki, w których ważna jest powierzchnia cząstek (np. powierzchnia właściwa). Ma to miejsce w przypadku bardzo małych cząstek, w tak zwanym zakresie koloidalnym (wielkości około kilku nanometrów do kilku mikrometrów). Stosunek powierzchni do objętości jest wówczas bardzo wysoki dla małych cząstek, a zjawiska fizykochemiczne na granicy faz stają się znaczące w oddziaływaniach pomiędzy cząstkami.

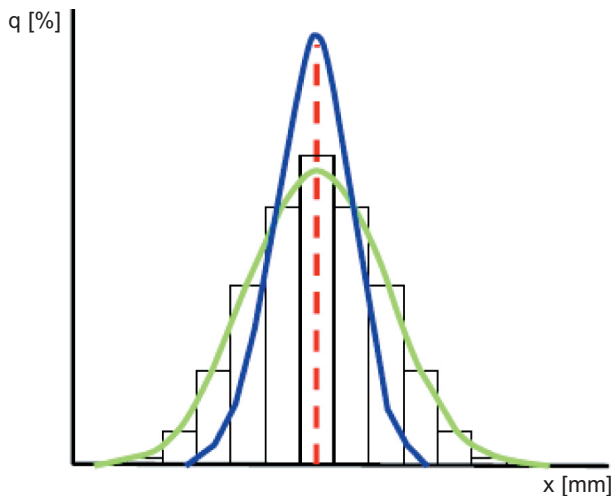
Trzeba być więc świadomym tych zależności przy interpretacji rozkładów uziarnienia, mogących mieć liczbowo niewiele małych cząstek, które nie zostaną uwzględnione w końcowym rozkładzie objętościowym lub niewiele dużych cząstek, jakie mogą przeszacować rozkład uziarnienia w tym zakresie. Powyższe problemy kalkulacyjne pokazano na rysunku 2.4 przedstawiającym udział procentowy wielkości ziaren w próbce wyrażony liczbowo, powierzchniowo i objętościowo dla tych samych danych pomiarowych. Rozkłady mogą sugerować, że wyniki uziarnienia są różne, co jest błędną sugestią. Dlatego ważne jest przy porównywaniu wyników uziarnienia, szczególnie uzyskiwanych z różnych analizatorów, zachowanie wspólnego formatu kalkulacji ziaren – objętościowego, powierzchniowego czy ilościowego (*Technical Note TN 135*).



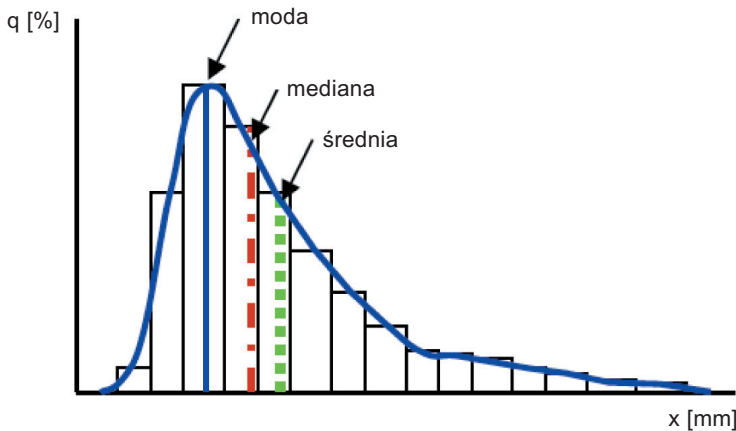
Rys. 2.4. Rozkład objętościowy cząstek przekształcony na ilościowy i powierzchniowy (wg *Technical Note TN 135*)

Wyniki uzyskane za pomocą analizatorów, których działanie oparte jest na pomiarze liczby ziaren, takich jak mikroskopy lub systemy wizyjne analizy obrazu, pierwotnie przedstawiane są w postaci rozkładów ilościowych. Wyniki uzyskane przy zastosowaniu dyfrakcji laserowej przedstawiane są natomiast objętościowo. Oprogramowanie wielu z tych systemów analizy umożliwia przekształcanie wyników z rozkładu ilościowego do objętościowego lub odwrotnie. Jest całkowicie uzasadnione i akceptowalne, aby transformować wyniki analizy obrazu do rozkładów objętościowych. Z drugiej jednak strony przekształcanie wyników objętościowych uzyskanych za pomocą dyfrakcji laserowej na rozkłady liczbowe może prowadzić do niezdefiniowanych błędów i jest zalecane tylko wówczas, gdy porównuje się je z wynikami liczbowymi wygenerowanymi przez mikroskopię czy systemy wizyjne (*Technical Note TN 154*).

Po wykonanej analizie granulometrycznej, wyniki uziarnienia należy przedstawić w formie liczbowej lub graficznej. Można je podać w postaci jednej wielkości opisującej uśredniony wynik, choć jedna liczba nie pozwala w sposób pełny scharakteryzować rozkładu uziarnienia. Można też przedstawić wynik w postaci dystrybuanty rozkładu uziarnienia jako krzywej częstości lub skumulowanej. Taka postać wyniku ma jednak ograniczoną stosowalność do bezpośredniego porównywania rozkładów. Wydaje się, że dobrym wyborem jest przedstawienie centralnych punktów rozkładu (np. średniej, mediany i mody) wraz z jednym lub większą liczbą wskaźników, opisujących szerokość rozkładu uziarnienia (np. średnic charakterystycznych: $D_{v10\%}$, $D_{v50\%}$, $D_{v90\%}$ lub wskaźnika rozpiętości *Span*). Poniżej przedstawiono interpretację tych wielkości. Jeśli dystrybuanta rozkładu uziarnienia w próbce jest symetryczna, wówczas średnia, mediana i moda są sobie równe (rys. 2.5). W przypadku skośności rozkładu statystyki te się różnią (rys. 2.6).



Rys. 2.5. Symetryczny rozkład uziarnienia, wówczas średnia = mediana = moda
(wg *Technical Note TN 135*)



Rys. 2.6. Niesymetryczny rozkład uziarnienia, wówczas średnia, mediana i moda są różne (wg *Technical Note TN 135*)

Średnia

Istnieje wiele definicji średniej wielkości ziarna, ponieważ średnia ta wynika ze sposobu obliczania rozkładu uziarnienia według ilości, powierzchni czy objętości ziaren w próbce. Definiowanie i sposób obliczania średnich zostały przedstawione w normach (ISO 9276-2:2001, ASTM E 799-03, 2015).

Średnią średnicę wielkość ziaren $D[4, 3]$, wyznaczaną według rozkładu ich objętości, oblicza się ze wzoru:

$$D[4,3] = \frac{\sum_1^n D_i^4}{\sum_1^n D_i^3} \quad (2.5)$$

Średnią średnicę $D[3, 2]$, wyznaczaną według powierzchni ziaren, oblicza się jako:

$$D[3,2] = \frac{\sum_1^n D_i^3}{\sum_1^n D_i^2} \quad (2.6)$$

natomiast średnią arytmetyczną średnicę $D[1, 0]$, wyznaczaną według liczby ziaren, ustala się następująco:

$$D[1,0] = \frac{\sum_1^n D_i}{n} \quad (2.7)$$

Uogólniona postać wzorów dla $D[4, 3]$ i $D[3, 2]$ jest następująca

$$D[p, q] = \frac{\sum_1^n D_i^p}{\sum_1^n D_i^q} \quad (2.8)$$

gdzie:

- D_i – średnica i -tej cząstki,
- p, q – potęgi,
- n – liczba ziaren.

Jeśli w próbce przeważa udział ziaren grubych, to właściwe jest przedstawianie średnicy objętościowej $D[4, 3]$ (średnia średnica De Brouckere'a), jeśli natomiast próbka zawiera w przewodzie ziarna skrajnie drobne, wówczas charakterystykę jej uziarnienia można przedstawić w postaci średniej średnicy $D[3, 2]$ (średnia średnica Sautera) liczonej na podstawie pola powierzchni cząstek w populacji.

Średnica objętościowa $D[4, 3]$ jest zatem wrażliwa na obecność ziaren grubych, natomiast średnica powierzchniowa $D[3, 2]$ na udział drobnych cząstek w rozkładzie uziarnienia próbki.

Mediana

W przypadku rozkładu wielkości cząstek mediana oznaczana jest jako $D_{50\%}$. Jest to wymiar średnicy cząstki, który dzieli rozkład uziarnienia na pół. $D_{v50\%}$ jest średnią dla rozkładu objętościowego, $D_{n50\%}$ jest używana w rozkładach kalkulowanych według liczby cząstek, natomiast $D_{s50\%}$ stosowana jest w rozkładach powierzchniowych wielkości cząstek. Ta wartość jest jedną z prostszych do interpretacji statystycznej, a jednocześnie ważnych statystyk, opisujących rozkład wielkości cząstek.

Moda

Moda charakteryzuje wielkość cząstki najczęściej występującej w populacji mierzonych ziaren. Mniejsza jest ostrożność, aby określić, czy wartość oparta jest na objętości, powierzchni lub liczbie, więc albo ryzykuje się założenie bazy wolumenu, albo sprawdzenie, czy jest ono zgodne z zasadą dystrybucji. Moda nie jest tak powszechnie stosowana do opisu rozkładu uziarnienia, ale może być szczególnie przydatna w przypadku rozkładów wielomodalnych. Moda znajduje się na szczycie rozkładu częstościowego wielkości ziaren (rys. 2.6).

Szerokość rozkładu

Ważną cechą, charakteryzującą rozkład wielkości cząstek, jest jego szerokość. Do opisu szerokości rozkładów może służyć odchylenie standardowe czy wariancja. Można

stosować też współczynnik zmienności (*CV*), określane również jako względne odchylenie standardowe, szczególnie zalecany do określania powtarzalności wyników. W przypadku rozkładów niesymetrycznych efektywnym wskaźnikiem szerokości rozkładu oraz jego skośności jest współczynnik rozpiętości:

$$Span = \frac{D_{90\%} - D_{10\%}}{D_{50\%}} \quad (2.9)$$

gdzie:

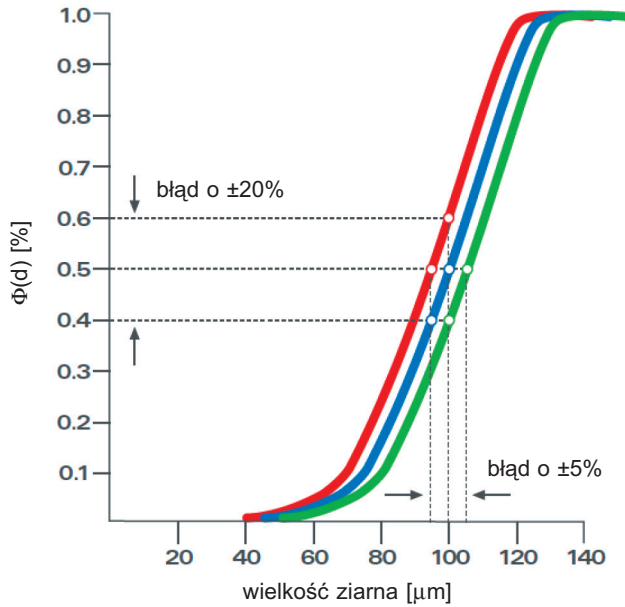
- $D_{50\%}$ – mediana, średnica ziarna wskazująca wielkość środkową, powyżej i poniżej której znajduje się połowa populacji ziaren,
- $D_{10\%}$ – średnica ziarna (procent rozkładu), poniżej której znajduje się 10% populacji ziaren,
- $D_{90\%}$ – średnica ziarna (procent rozkładu), poniżej której znajduje się 90% populacji ziaren.

Innym, bardzo często stosowanym i uniwersalnym, sposobem definiowania szerokości rozkładu jest podanie na wykresie trzech wartości średnic ziaren charakterystycznych $D_{v10\%}$, $D_{v50\%}$ i $D_{v90\%}$, szczególnie dla wyrażania wyników otrzymywanych z metody dyfrakcji laserowej. W metodzie analizy obrazu często dodatkowo podaje się współczynnik rozpiętości *Span*.

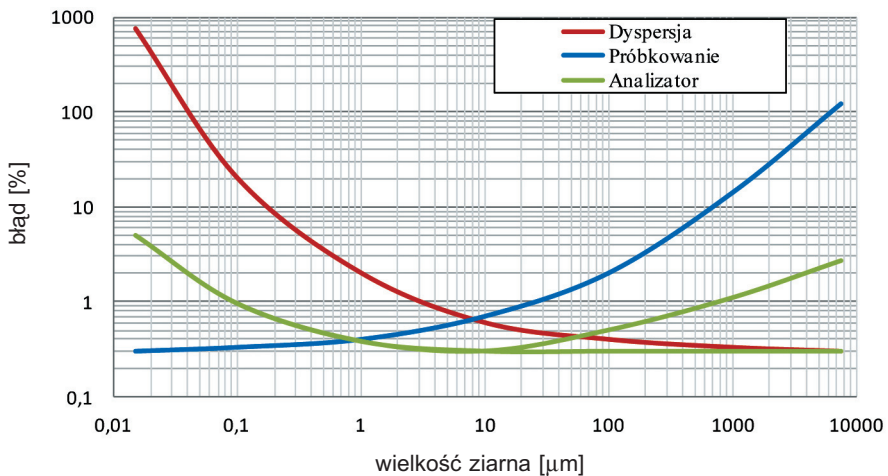
Podczas interpretacji wyników rozkładu uziarnienia ważne jest, aby rozumieć różnicę między zależnościami zachodzącymi na osi *X* (rozmiar cząstki) i *Y* (procentowy udział). Wszystkie bowiem pomiary obarczone są błędem, który zawsze powinien być brany pod uwagę podczas określania rozkładu. Dla przykładu na rysunku 2.7 przedstawiono interpretację błędu pomiaru $\pm 5\%$ dla ziarna $D_{50\%}$ wynoszącego 100 μm . Błąd ten obejmuje wszystkie źródła, takie jak pobieranie i przygotowanie próbek, błąd analizatora. Ten sam błąd po odniesieniu na oś *Y* staje się większy i wynosi $\pm 20\%$. Zaakceptowanie błędu $\pm 5\%$ jest korzystniejsze niż $\pm 20\%$, choć jest to w rzeczywistości ten sam zakres błędu. Stopień, w jakim błąd odczytywany z osi *Y* jest zawyżany względem osi *X*, zależy od kąta nachylenia krzywej składu ziarnowego. Podając więc zakres błędu, należy mieć świadomość tego zjawiska.

Istotny wpływ na rozbieżności w wynikach analiz granulometrycznych mają czynniki zakłócające pomiar, osobliwe dla poszczególnych technik (np. sposób przygotowania próbki, pobierania, jej dyspersji, precyzja metody itp.) (rys. 2.8). Głównym źródłem błędów w pomiarach cząstek ultra drobnych ($< 1 \mu\text{m}$) jest problem ich agregacji związany z siłami oddziaływań międzycząsteczkowych, elektrostatycznych. Przygotowanie i sposób dyspersji takich próbek będą miały ogromny wpływ na wynik pomiaru.

W przypadku próbek o uziarnieniu powyżej 500 μm dużym problemem staje się zachowanie ich reprezentatywności w trakcie pobierania. Wówczas błędy próbkowania dla cząstek z tego zakresu uziarnienia istotnie rosną.



Ry. 2.7. Interpretacja błędu pomiaru na dystrybucie rozkładu uziarnienia (wg *Technical Note TN 135*)



Rys. 2.8. Błędy popełniane w procedurze pomiarowej uziarnienia (wg Markus 2009)

2.2. Charakterystyka zastosowanych metod pomiarowych uziarnienia proszków mineralnych

2.2.1. Analiza sitowa

Analiza sitowa jest najstarszą i najlepiej znaną metodą wyznaczania wielkości cząstek. Rozkład wielkości cząstek określa się za pomocą sit laboratoryjnych. Analiza sitowa polega na rozdzieleniu materiału ziarnistego na klasy ziarnowe za pomocą drgających sit laboratoryjnych i określeniu masy tych klas. Sita testowe ułożone są jedno na drugi według rosnących rozmiarów sit ku górze. Próbkę umieszcza się na górnym sicie, o największym rozmiarze oczka. W ten sposób możliwa jest szybka i precyzyjna analiza stosunkowo szerokiego zakresu wielkości cząstek od 0,02 mm do 40 mm. Podczas przesiewania próbka jest poddawana ruchowi poziomemu lub pionowemu, zgodnie z wybraną metodą wytrząsania. Powoduje to względny ruch między cząstkami a powierzchnią każdego z sit. W zależności od wielkości, cząstki przechodzą przez oczka poszczególnych sit lub są zatrzymywane na powierzchni sita. Prawdopodobieństwo przechodzenia cząstek przez otwory sita zależy od stosunku wielkości cząstek do otworów sitowych, orientacji cząstki i liczby zderzeń pomiędzy cząstką a otworami sitowymi.

Prawdopodobieństwo przejścia i związana z tym jakość przesianej próbki zależy również od parametrów ruchowych urządzenia oraz czasu przesiewania.

W zależności od materiału oraz wymagań dotyczących wyników przesiewania stosowane są różne metody przesiewania. Podstawowe rozróżnienie dotyczy następujących metod: przesiewania ręcznego i mechanicznego oraz przesiewania na sucho i na mokro (*The Basic Principles of Sieve Analysis*).

Przesiewanie ręczne i mechaniczne

Obecnie ręczne przesiewanie jest stosowane tylko w razie braku dostępu do energii elektrycznej, np. w celu szybkiego losowego sprawdzania na miejscu udziału nadziarna i podziarna, i jest używane tylko do celów orientacyjnych. Aby zapewnić odpowiednią jakość przeprowadzanych badań, analizy sitowe w laboratorium przeprowadza się za pomocą wytrząsarki do sit. Nowoczesne wytrząsarki charakteryzują się tym, że ich parametry mechaniczne, takie jak czas przesiewania oraz amplituda lub częstotliwość ruchu, mogą być ustawiane z dużą dokładnością i odtwarzalnością. Rozróżnia się wytrząsarki sitowe wibracyjne (*throw-action*) oraz o ruchu poziomym sit (horyzontalne).

W wytrząsarkach wibracyjnych napęd elektromagnetyczny uruchamia mechanizm sprężynowy i przenosi drgania do zestawu sit. Próbka poddawana jest ruchowi trójwymiarowemu i rozkłada się równomiernie na całej powierzchni sita.

W wytrząsarkach horyzontalnych sita poruszają się w poziomych okręgach w jednej płaszczyźnie. Poziomy ruch sit jest korzystny w przypadku przesiewania cząstek silnie niesferycznych, np. w kształcie igieł, płaskich, długich lub włóknistych.

Przesiewanie na sucho i na mokro

Większość procesów przesiewania przeprowadza się na suchych materiałach. Jednakże istnieje wiele zastosowań, w których nie można uniknąć przesiewania na mokro, np. gdy badany materiał jest już w postaci zawiesiny bądź jest wilgotny lub gdy trzeba przesiać bardzo drobną próbkę, która ma skłonność do aglomeracji ziaren.

Podobnie jak w przypadku przesiewania na sucho zestaw sitowy jest montowany na wytrząsarce sitowej. Proces przesiewania na mokro jest dodatkowo wspomagany przez wodę z dyszy natryskowej umieszczonej powyżej najwyższego sita. Próbkę umieszcza się na najwyższym sicie w postaci zawiesiny. Płukanie przeprowadza się, aż ciecz przesiewająca opuszczająca zestaw sitowy nie będzie zawierała cząstek. W analizie sitowej na mokro ciecz wspomagająca przesiewanie nie może zmieniać fizycznych ani chemicznych właściwości próbki.

W celu uzyskania powtarzalnych wyników analizy sitowej musi zostać spełnionych wiele warunków wstępnych, a parametry pracy wytrząsarki muszą być dostosowane do właściwości surowca. Najważniejsze kryteria zostały krótko opisane poniżej.

Reprezentatywność próbki

Najważniejszym warunkiem powtarzalności wyników analizy sitowej jest przygotowanie reprezentatywnej próbki z całego badanego materiału. Termin „reprezentatywna próbka” oznacza, że właściwości częściowej próbki, w tym przypadku – rozkład wielkości cząstek – muszą być identyczne z właściwościami całego materiału sypkiego. Jeśli to wymaganie nie zostanie spełnione, wyniki analizy sitowej można odnieść tylko do konkretnej próbki. Wielkość próbki zależy przede wszystkim od maksymalnej wielkości cząstek, liczby sit w zestawie sitowym i ich otworów. Sita nie mogą być przeciążone. W przypadku sita o średnicy 200 mm i oczkach 2 mm wielkość próbki nie powinna przekraczać objętości 200 ml (na przykład 300 g piasku). W przypadku sita o oczkach 0,5 mm granica wynosi 80 ml, a sita o wielkości oczek 0,125 mm – 40 ml. Więcej informacji można znaleźć w normie DIN 66 165.

Kalibrowane i certyfikowane sita

Zwykle do analizy sitowej są stosowane standaryzowane sita zgodnie z ISO 3310 lub ASTM E11. Normy te opisują wymagania techniczne dotyczące sit i metody ich sprawdzania.

Wybór sita testowego (średnicy i oczka) zależy głównie od wielkości próbki i jej rozkładu wielkości cząstek. Liczba sit i stopni między nominalnymi otworami oczek powinna być tak dobrana, aby możliwie jak najwięcej z całej populacji ziaren w próbce zostało rozdzielone na klasy. Informacje na ten temat można również znaleźć w głównej i dodatkowej serii ISO 3310 i ISO 565. Chociaż większość stosowanych sit ma średnicę 200 mm, stosuje się również sita o średnicy od 100 mm do 400 mm.

Optymalny czas przesiewania i amplituda drgań

Ustawienia czasu przesiewania i optymalnej amplitudy lub prędkości zależą od przesiewanego materiału. Normy krajowe i międzynarodowe oraz wewnętrzne regulacje i normy zwykle dostarczają szczegółowych informacji o specyficznych dla produktu analizach sitowych oraz związanych z nimi parametrach przesiewania. Instrukcja obsługi wytrząsarki powinna również zawierać wskazówki na ten temat. Jeśli brak tej podstawowej informacji, czas przesiewania oraz amplituda lub prędkość muszą być określone eksperymentalnie. Dokonuje się tego, wybierając najpierw względnie krótki czas przesiewania (na przykład 5 min) i przeprowadzając przesiewanie przy różnych amplitudach lub prędkościach, aby określić, przy których wartościach największa ilość próbki przechodzi przez sita (optymalna jakość przesiewania). Wstępną przybliżoną wartość amplitudy można uzyskać, obserwując ruchy cząstek w próbce. Nie powinny być one zbyt słabe (próbka nie zostanie odpowiednio rozluźniona) i niezbyt mocne (cząstki „pływają” i nie mają szans na przejście przez sito).

W następnym etapie przesiewanie przeprowadza się z różnymi czasami z określoną powyżej amplitudą lub prędkością. Gdy masa materiału przechodzącego przez sito w ciągu jednej minuty zmienia się zgodnie z normą DIN 6 165 o mniej niż 0,1% ilości próbki, uzyskano optymalny czas przesiewania.

Ocena przesiewania następuje po zakończeniu procesu przesiewania. Pozostałości próbki na każdym z sit są określane za pomocą ważenia i obliczane jako procent sumy poszczególnych klas. Różnica między pierwotną masą próbki a sumą poszczególnych frakcji stanowi stratę przesiewania. Jeżeli jest to więcej niż 1%, to zgodnie z DIN 66 165 proces przesiewania należy powtórzyć.

Pomimo nowych osiągnięć w dziedzinie optycznych przyrządów do pomiaru cząstek analiza sitowa pozostaje sprawdzoną, niezawodną i niedrogą metodą określania wielkości cząstek. Jednak wynik tej analizy jest prawidłowy i odtwarzalny tylko wtedy, gdy spełnione są opisane powyżej warunki prowadzenia procesu. Nowoczesne wytrząsarki sitowe z regulowanymi i sterowanymi parametrami pracy, umożliwiają dokładne i powtarzalne pomiary.

Matematyczny opis procesu przesiewania (Allen 2003)

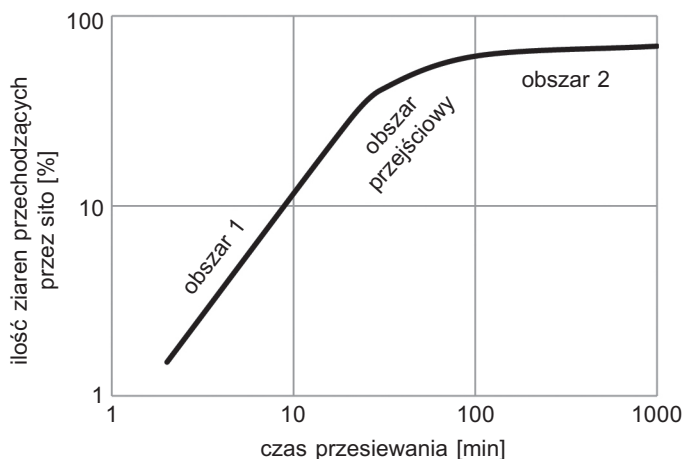
W procesie przechodzenia ziaren przez oczka sita można wyróżnić dwa obszary oraz obszar przejściowy pomiędzy nimi (rys. 2.9). W obszarze 1 odbywa się przechodzenie cząstek dużo mniejszych niż otwory oczek, natomiast w obszarze 2 następuje przechodzenie cząstek zbliżonych wielkością do oczek sita. Cząstki bliskie wielkości oczek siatki są zdefiniowane jako ziarna, które przejdą przez otwory tylko w ograniczonej liczbie sposobów orientacji, a maksymalna cząstka przejdzie przez największy otwór tylko w jednej orientacji (Whitby 1958).

Mechanizm przechodzenia ziaren w pierwszym obszarze opisany jest równaniem:

$$P = a \cdot t^b \quad (2.10)$$

gdzie:

- P – łączna masa ziaren, które przeszły przez sito,
- t – czas przesiewania,
- a – masa ziaren przechodząca przez sito w jednostce czasu,
- b – stała bliska jedności, zależna od wymiaru oczka sita.



Rys. 2.9. Wykres szybkości przechodzenia ziaren przez sito (wg Whitby 1958)

Whitby (Whitby 1958) założył, że a jest funkcją wielu zmiennych: całkowitego obciążenia sita W , gęstości przesiewanego materiału ρ_s , wielkości otworu sita S , procentowej powierzchni czynnej sita A_0 , powierzchni sita A , wielkości cząstek d i grubości materiału na sicie T . Masę jednostkową a uzależnił od postaci pięciu bezwymiarowych współczynników:

$$a = f\left(\frac{W}{\rho_s S A_0}, \frac{S}{d}, \frac{A_0}{A}, \frac{T}{d}, \frac{A}{S^2}\right) \quad (2.11)$$

gdzie A/A_0 jest stałe dla dowolnego sita, A/S jest tak duże, że jest mało prawdopodobne, by miało znaczący wpływ, natomiast wpływ zmienności współczynnika T/d jest niewielki. Funkcje więc zredukowano do postaci:

$$a = f\left(\frac{W}{\rho_s S A_0}, \frac{S}{d}\right) \quad (2.12)$$

Badając kinetykę procesu, Whitby stwierdził, że proces przesiewania kończy się po pewnym czasie w obszarze 2. Punkt końcowy, kiedy każda cząstka zdolna do przejścia przez sito zostanie odsiana, z reguły nie jest osiągnięty, gdyż czas przesiewania musiałby być nadmiernie wydłużony. W praktyce nie ma „punktu końcowego” dla operacji przesiewania, więc czas przesiewania jest określany w sposób arbitralny. Kaye (Kaye 1962) oraz Jansen i Glastonberry (Jansen i Glastonbury 1968) wyprowadzili równania dotyczące szybkości przesiewania. Ogólna zależność ma postać:

$$\frac{dR}{dt} = k(R_t - R_\infty)^m \quad (2.13)$$

gdzie:

- R_t – materiał pozostały na sicie po czasie t ,
- R_∞ – punkt końcowy przesiewania.

Przyjęto $m = 1$ oraz wykreślono zależność $\log(R_t - R_\infty)$ w funkcji t , co daje linię prostą, pod warunkiem, że założona wartość dla R_∞ jest prawidłowa.

W praktyce wzór (2.13) ma ograniczoną stosowalność, zatem największy otwór w sicie jest punktem końcowym, a maksymalna cząstka przejdzie przez to sito tylko wtedy, gdy ustawi się względem otworu sita w najbardziej korzystnej orientacji. Przykładowo dla sita 75 μm rzeczywistym punktem końcowym może być 100 μm lub więcej.

2.2.2. Dyfrakcyjna analiza laserowa (LD – *Laser Diffraction*)

Podstawą teoretyczną metody dyfraktometrycznej jest opis zjawiska dyfrakcji optycznej za pomocą transformaty Fraunhofera. Możliwość praktycznego wykorzystania tego opisu w mikromerytyce pojawiła się dopiero w latach 60. ubiegłego wieku dzięki zbudowaniu lasera oraz opracowaniu metod i urządzeń pomiarowych do analizy obrazów optycznych.

Zjawisko dyfrakcji na obrazach opisano dwuwymiarową transformacją Fouriera, jako szczególne wykorzystanie transformacji Fraunhofera. Jeżeli parametry struktury obrazu (przepuszczalnego dla światła), na którym następuje dyfrakcja światła, opisze się funkcją $f(x, y)$, to jego transformata Fouriera (obraz w ogniskowej soczewki) ma postać:

$$F(u, v) = \frac{1}{i\lambda f} \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-i2\pi(xu + yv)} dx dy \quad (2.14)$$

gdzie:

- $u = \frac{x}{\lambda f}$, $v = \frac{y}{\lambda f}$ – częstotliwości przestrzenne transformowanego obrazu,
- x, y – współrzędne układu kartezjańskiego.

Transformacja Fouriera, czyli metoda analizy obrazu poprzez optyczną transformację, charakteryzuje się kilkoma korzystnymi cechami szczególnie przydatnymi w praktycznych rozwiązaniach. Zasób informacji w obrazie transformowanym jest dokładnie taki sam jak ich zasób w obrazie źródłowym, z tym jednak, że w transformacie obraz jest uporządkowany ze względu na wielkość obiektów (Miller i Schaetzl 2012).

Zasada pomiaru

Istotą dyfrakcji laserowej jako techniki pomiaru wielkości cząstek jest oddziaływanie światła z powierzchnią cząstki. Kiedy światło pada na powierzchnię, wówczas następują zjawiska jego dyfrakcji (ugięcia), załamania, odbicia i absorpcji. Informacja o rozkładzie wielkości cząstek uzyskiwana jest na podstawie kąta i intensywności rozpraszanego światła. W tym celu wykorzystuje się światło ugięte oraz załamane. Światło pochłaniane oraz odbijane działa zakłócająco i musi być brane pod uwagę podczas pomiaru oraz obliczeń wielkości cząstek.

Układ optyczny do analizy obrazów optycznych zbudowany jest ze źródła światła monochromatycznego – światła lasera, układu optycznego formującego jego wiązkę, obrazu optycznego utworzonego z zawiesiny ziaren proszku w cieczy przepuszczającego to światło i powodującego jego dyfrakcję na granicach ziaren, optycznego układu transformującego wiązkę przepuszczonego światła, detektora obrazu powstałego z tej wiązki, przetwornika i komputera.

Obraz transformowany i wynik jego przekształcenia umieszczone są w ogniskach soczewki. Ugięcie fali światła – dyfrakcja – następuje na granicach ośrodków przepuszczalnego (zwykle cieczy) i nieprzepuszczalnego (ziaren proszku), co generuje obraz w postaci quasi-siatki dyfrakcyjnej. Jeżeli okres, czyli odległości linii quasi-siatki dyfrakcyjnej, oznaczy się jako d , a jego odwrotność $1/d$ potraktowana zostanie jako częstotliwość przestrzenna, to w przypadku różnicy dróg optycznych ugiętych skrajnych promieni na granicy ośrodków równej długości fali światła λ lub jej wielokrotności zachodzi zależność:

$$\frac{1}{d} = CP = \frac{Y}{\lambda f} \quad (2.15)$$

gdzie:

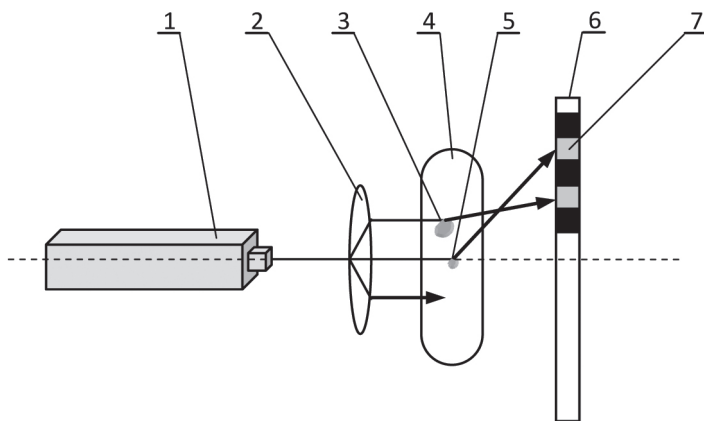
CP – częstotliwość przestrzenna,

Y – odległość od linii centralnej do prążka w obrazie (transformacie),

λ – długość fali światła lasera,

f – ogniskowa soczewki.

Ideowy schemat działania granulometru laserowego przedstawiono na rysunku 2.10.



Rys. 2.10. Schemat działania granulometru laserowego:

- 1 – laser He-Ne, 2 – układ optyczny, 3 – ziarno duże,
 4 – cela pomiarowa (kuweta), 5 – ziarno małe, 6 – detektor obrazu,
 7 – prążek odpowiadający ziarnom o identycznych wymiarach

W ogniskowej soczewki skupiają się wszystkie promienie światła ugięte i przechodzące. W ten sposób tworzą obraz dyfrakcyjny – dyfraktogram w postaci jasnych i ciemnych prążków lub plamek. Stąd mierząc Y , można obliczyć CP , a tym samym wymiary odległości prążków siatki. Identyfikacja struktury obiektów – wymiarów ziaren – polega na pomiarze odległości prążka od osi optycznej oraz intensywności jasności prążka, przy czym im większa jest odległość prążka od osi optycznej, tym mniejszy jest obiekt (wymiar ziarna), oraz im większa jest intensywność jasności prążka, tym więcej ziaren o tych wymiarach znajduje się w danej klasie ziarnowej.

Sygnały te są poddawane dekonwolucji, a następnie, za pomocą modeli matematycznych opartych na teoriach rozpraszania światła na cząstkach sferycznych według Mie lub Fraunhofera, obliczany jest rozkład wielkości cząstek w próbce. Szczegółowy opis modeli matematycznych podany jest w normie ISO 13320. Modele zakładają, że mierzone cząstki są kuliste, tak więc wielkość cząstek niesferycznych wyrażana jest objętością równoważnych im kul. Oba modele generują podobne wyniki w zakresie wielkości ziaren $>10 \mu\text{m}$, natomiast w przypadku ziaren najdrobniejszych model oparty na teorii Mie daje dokładniejsze wyniki, ale wymaga podania parametrów optycznych mierzonego materiału.

Pobieranie próbek

Najważniejszymi warunkami poprawnie wykonanej dyfrakcyjnej analizy laserowej są: właściwe pobranie próbki, odpowiednia dyspersja i precyzyjny pomiar. Próbka musi być reprezentatywna, o określonej koncentracji części stałych i rozpraszać się w odpowiedniej cieczy lub gazie.

Największe błędy w dyfrakcyjnej analizie laserowej związane są z kwestiami próbkowania, szczególnie podczas pomiarów dużych cząstek w pobliżu maksymalnych rozkładów wielkości ziaren ($D_{90\%} - D_{100\%}$). Wynika to z faktu, iż technika dyfrakcji laserowej podając rozkład objętościowy wielkości ziaren, jest bardzo wrażliwa na niewielkie zmiany w ilości gruboziarnistych cząstek w próbce. Z tego powodu, w celu zapewnienia powtarzalności wyników dla skrajnie dużych cząstek, wymagana jest odpowiednio większa ich populacja. Szczegółowe wymagania dotyczące pobierania próbek do badań uziarnienia podane są w normie (ISO 14887:2000).

Sposób dyspersji

Laserowa analiza dyfrakcyjna stosowana jest do różnego rodzaju materiałów ziarnistych, ale bardzo istotne jest dostosowanie do każdego z nich odpowiedniej metodyki dyspersji (rozpraszania) próbek. Dyspersję ziaren można realizować na mokro lub na sucho. Czynnikiem decydującym o wyborze metody dyspersji jest rozpuszczalność ziaren, łatwość rozpraszania się ziaren i objętość mierzonej próbki. W przypadku gdy próbka jest suchym proszkiem, najprostszą metodą jest bezpośrednia dyspersja próbki i jej pomiar na sucho. Istnieje jednak wiele czynników, w przypadku zistnienia których mokra metoda dyspersji jest wskazana, np. aglomeracyjność materiału, toksyczność, kruchość czy skrajnie drobne uziarnienie ($<20 \mu\text{m}$). Jeśli więc materiał nie rozpuszcza się i ziarna nie zmieniają swoich właściwości geometrycznych w cieczy, to dokładniejszą metodą dyspersji i pomiaru ziaren jest metoda na mokro. Jest to najczęściej stosowana metoda laserowej analizy dyfrakcyjnej cząstek.

Ważnym problemem dla prawidłowego pomiaru materiałów sypkich jest odpowiednie dobranie dyspergatora, który zapewni maksymalne rozproszenie ziaren. Dla surowców i odpadów mineralnych z reguły najwłaściwszym dyspergatorem jest woda. Jeśli powierzchnia ziaren wykazuje właściwości hydrofobowe, to w celu właściwego zwilżenia ziaren dodaje się odczynniki modyfikujące napięcie powierzchniowe na granicy faz ciało stałe-ciecz (Malvern). Użytecznym źródłem wiedzy na temat dyspersji próbek w cieczy jest norma (ISO 14887:2000).

Dyspersja/przygotowanie próbki do pomiaru odbywa się w jednostce dyspergującej. Aby uzyskać optymalne warunki zachowania stabilnej dyspersji cząstek, potrzebna jest odpowiednia energia pochodząca od mieszadła, pompy transportującej cząstki do celi pomiarowej oraz ewentualnych ultradźwięków rozbijających agregaty ziaren. Odpowiedni poziom nastaw tych parametrów dla różnych materiałów gwarantuje stabilną ich dyspersję/rozpraszanie oraz zapobiega rozpadowi jednorodnych ziaren. Ocena optymalnych warunków dyspersji dokonywana jest obecnie na podstawie komputerowej analizy obrazu cząstek przepływających w celi pomiarowej. Metody wizyjne pozwalają identyfikować aglomeraty, ziarna uszkodzone, zakres ich uziarnienia w próbce oraz ewentualne obce zanieczyszczenia.

Ustalenie koncentracji ziaren w zawieszynie

Aby osiągnąć stabilny sygnał rozpraszania światła laserowego, należy ustalić optymalne zagęszczenie zawiesziny. W przeciwnym razie może wystąpić zjawisko wielokrotnego rozpraszania światła laserowego na cząstkach jeszcze niewykrytych, co może doprowadzić do błędnego oszacowania wielkości cząstek. Optymalna koncentracja części stałych w zawieszynie określana jest automatycznie i wyrażona jest obskuracją – miarą procentowej emisji światła laserowego traconego przez rozpraszanie lub jego absorpcję na cząstkach. Obskuracja powinna zawierać się w przedziale 7–14%, przy czym dla małych cząstek jej wartość powinna być niższa (<10%), gdyż wpływ wielokrotnego rozpraszania na wynik pomiaru jest w tym przypadku znacznie bardziej odczuwalny niż dla dużych cząstek, które rozpraszają światło laserowe o wysokiej intensywności pod mniejszymi kątami.

Podczas dyspergowania próbki na sucho dyspergatorem jest sprężone powietrze. Celem, podobnie jak w przypadku mokrej dyspersji, jest optymalne rozpraszanie cząstek dostosowane do danego materiału. Należy ustalić ciśnienie powietrza na takim poziomie, aby rozpad aglomeratów następował bez niszczenia cząstek jednorodnych pod wpływem zjawiska samomielenia. Sama ocena porównawcza wyników analiz przy różnych poziomach ciśnienia nie daje jednak pewności, czy zmiany uziarnienia wywołane są dezintegracją aglomeratów czy rozpadem jednorodnych cząstek na skutek samomielenia. Dla poprawnego ustalenia właściwego ciśnienia powietrza dyspergującego w metodzie suchej pomiaru niezbędne są testy porównawcze z metodą analizy na mokro. Zbieżne wyniki obu metod pozwalają ustalić optymalne warunki dyspersji na sucho, tak aby ziarna nie ulegały samomieleniu. Jeśli dyspersja na sucho powoduje rozpad aglomeratów i jednocześnie zachodzi efekt samomielenia ziaren, wówczas dla tego typu materiałów rekomendowany jest pomiar w zawieszynie.

Pomiar

Sam proces pomiaru wiąże się z rejestrowaniem obrazu rozpraszania (dyfraktoqramu) światła laserowego na cząstkach. Aby obraz ten odnosił się tylko do mierzonych cząstek, automatycznie realizowany jest pomiar tła polegający na sprawdzeniu czystości dyspergatora (np. powietrza, wody) i odjęciu sygnałów zakłócających, pochodzących od obcych cząstek. Czas pomiaru jest z reguły ustalany automatycznie, natomiast rekomendowane jest jego wydłużenie w przypadku, kiedy materiał zawiera dużo ziaren grubych lub jego rozkład uziarnienia jest szeroki.

Walidacja metody

Przy ocenie prawidłowości wyników i ustaleniu, czy procedury pomiarowe oraz układ pomiarowy generują wyniki adekwatne do wzorcowych, ważne są dwa kluczowe

pojęcia: powtarzalność i odtwarzalność. Ocena powtarzalności obejmuje powtarzanie pomiarów tej samej próbki, na tym samym sprzęcie, w tych samych warunkach. Testuje się zatem precyzję analizatora i spójność strukturalną próbki. Odtwarzalność jest szerszym pojęciem, które obejmuje także pobieranie próbek, zmianę warunków pomiarowych (Willén 2007).

Precyzja pomiaru metodą dyfrakcji laserowej jest zwykle oceniana przy pomocy współczynnika zmienności V , który jest określony zgodnie z poniższym równaniem:

$$V = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% \quad (2.16)$$

gdzie:

s – odchylenie standardowe [%],

\bar{x} – średnia [%].

Ponieważ dyfrakcja laserowa generuje rozkład objętościowy ziaren, błędy analiz dużych cząstek powodują większą niepewność pomiaru w zakresie wielkości ziaren $D_{v90\%}$ niż w $D_{v10\%}$.

Według normy (ISO 13320:2009) precyzja powinna być mniejsza niż 3% dla ziarna $D_{v50\%}$ i poniżej 5% dla ziaren $D_{v10\%}$ i $D_{v90\%}$. W przypadku większości proszków mineralnych można jednak uzyskać dużo lepsze wyniki powtarzalności: $V < 0,5\%$ w próbkach o uziarnieniu $> 10 \mu\text{m}$ i $V < 1\%$, w przypadku próbek o średnicy ziaren $< 10 \mu\text{m}$.

Kryteria akceptacji dla badania odtwarzalności próbek dopuszczają większą wartość współczynnika zmienności V . Dla próbek o uziarnieniu $> 10 \mu\text{m}$: $V < 10\%$ dla ziaren $D_{v50\%}$ i $V < 15\%$ dla ziaren $D_{v10\%}$ i $D_{v90\%}$. Dopuszcza się dwukrotny wzrost tych zakresów współczynnika zmienności, dla próbek o rozmiarach ziaren mniejszych niż $10 \mu\text{m}$.

2.2.3. Dynamiczna analiza obrazu (DIA – *Dynamic Image Analysis*)

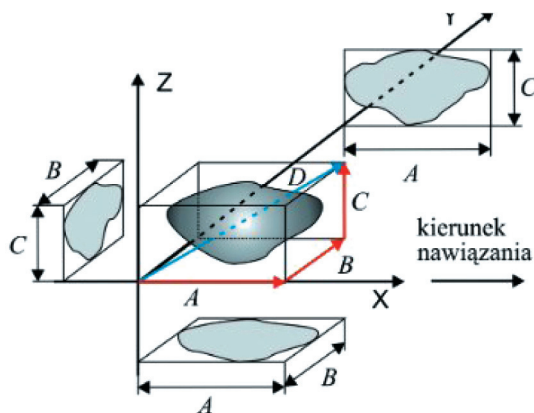
Pierwotne wyniki z metod wizyjnych (analizy obrazu) oparte są na rozkładach liczbowych. Często są one konwertowane na rozkłady objętościowe i jest to w tym przypadku akceptowalna procedura, bowiem analiza obrazu zapewnia znacznie więcej różnorodnych danych niż jakkolwiek inna technika pomiaru uziarnienia. Pomiar każdej z cząstek dostarcza użytkownikowi dużych możliwości pod względem obliczania i raportowania wielkości cząstek, np. mierniki oparte na analizie obrazu mogą generować rozkłady na podstawie długości cząstek lub rozkładów objętościowych cząstek o kształtach innych niż kule. Możliwości te opisano w normie ISO 13322-2 opracowanej dla metody dynamicznej analizy obrazu (DIA). Do opisu rozkładu uziarnienia nie powinno się stosować pojedynczej wartości – np. średniej cząstki. Dobrą praktyką w tej metodzie jest podawanie średnic $D_{v10\%}$, $D_{v50\%}$ i $D_{v90\%}$ oraz dodatkowo współczynnika rozpiętości *Span* (Altuhafi *et al.* 2013).

Wielkość i kształt cząstek to podstawowe parametry fizyczne charakteryzujące materiały sypkie. W większości badań geotechnicznych oraz często w praktyce przemysłowej rozmiary cząstek mierzy się przy użyciu analizy sitowej, a kształt cząstek ocenia się jakościowo pod mikroskopem. W literaturze znane są zaawansowane metody ilościowej analizy obrazu oparte np. na deskryptorach Fouriera (Bowman *et al.* 2001, Sukumaran i Ashmawy 2001). Metody te są jednak użyteczne w badaniach podstawowych, gdyż stopień złożoności ogranicza praktyczne ich zastosowanie do charakterystyki kształtu cząstek. Aby zmienić takie podejście, należy zaproponować prostszą metodykę, identyfikującą morfologię cząstek, opartą na analizie ich obrazu, która będzie generować tylko istotne i łatwo interpretowalne parametry opisowe np.: wypukłość (*Convexity*), sferyczność (*Sphericity*) czy wydłużenie (*Aspect Ratio*).

Znaczna automatyzacja mechanicznych etapów pomiaru mikroskopowego umożliwia co prawda zwiększenie reprezentatywnej liczby cząstek w pomiarze, jednakże metody oparte na obserwacjach mikroskopowych obejmują analizę obrazów dwuwymiarowych (2D), zatem generują niepełną informację, gdyż analizowane cząstki spoczywają zawsze w najbardziej stabilnej pozycji (Abbireddy i Clayton 2009, Cavarretta 2009).

Dane geometryczne trójwymiarowe (3D) można uzyskać przy użyciu zaawansowanej mikroskopii optycznej (np. modułu topograficznego Axiovision (Zeiss 2007) lub tomografii komputerowej (Fonseca 2011), jednakże złożoność tych metod ogranicza ich wykorzystanie jedynie do badań podstawowych. Na rysunku 2.11 pokazano wymiarowanie przestrzenne ziarna.

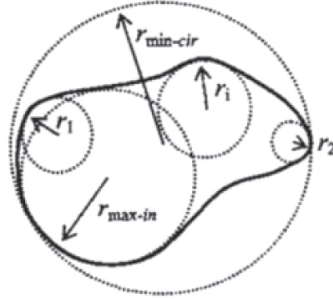
Clark (1981) podaje przykłady wielu metod pomiaru ilościowego kształtu cząstek w geomechanice i geologii. System klasyfikacji kształtu ziaren powinien wykorzystywać deskryptory, które mogą niezależnie opisywać kształt cząstek, ich kulistość, teksturę powierzchni itp. (Barrett 1980, ISO 9276-6:2008, Cavarretta 2009).



Rys. 2.11. Oznaczenie podstawowych wymiarów ziarna (Bajkowski 2014)

W mechanice gruntów, podobnie jak w inżynierii mineralnej, kształt cząstek jest powszechnie opisywany współczynnikiem gładkości (*roundness*) i kulistości (*sphericity*).

Gładkość cząstki mierzona jest jako stosunek średniego promienia i -tych krzywizn poszczególnych naroży cząstki do maksymalnego promienia koła wpisanego w cząstkę (rys. 2.12) (Wadell 1932).



Rys. 2.12. Promienie krzywizn cząstki (Wadell 1932)

Dokładna identyfikacja naroży i określenie współczynnika okrągłości nie są łatwe, a parametr jest zależny od skali (Chan 2007, Cavarretta 2009). Dlatego też często parametr ten nie jest definiowany liczbowo, lecz opisowo.

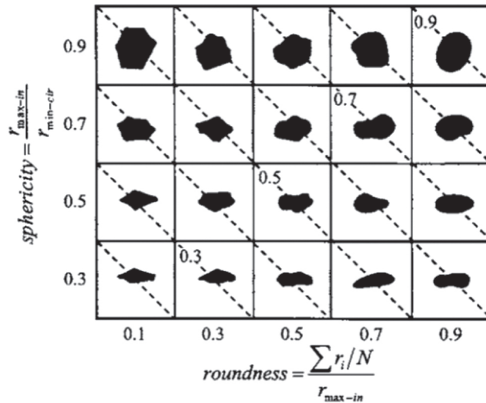
Kulistość określa stopień podobieństwa cząstki do kuli. Termin ten jest różnie definiowany (Alshibli i Alsaleh 2004, Mitchell i Soga 2005).

Wadell (Wadell 1932) określa kulistość jako stosunek powierzchni kuli tej samej objętości co rzeczywista cząstka do powierzchni tej cząstki. Praktyczna trudność w obliczaniu powierzchni cząstek o nieregularnych kształtach została rozwiązana na podstawie wykresu referencyjnego zaproponowanego przez Krumbeina i Slossa (Krumbein i Sloss 1963) (rys. 2.13). Stwierdzili oni, że kulistość jest związana z proporcją długości i szerokości cząstek, a gładkość z krzywizną konturów. Kulistość wyrazili jako stosunek maksymalnego promienia koła wpisanego w cząstkę do minimalnego promienia koła opisanego na cząstce. Dla idealnie kulistej cząstki współczynnik ten równy jest 1.

Cyfrowe obrazy cząstek w postaci 2D można otrzymać przy użyciu konwencjonalnej fotografii cyfrowej czy mikroskopii. Do tych obrazów można stosować różne algorytmy definiujące kształt cząstek. Takie podejście zawsze jednak będzie generowało niepełną informację o kształcie cząstek. Niezbędna jest więc rzeczywista ocena kształtu cząstek w przestrzeni 3D. Wymaga to jednak specjalistycznych narzędzi pomiarowych. Problemem jest również możliwość uzyskania w krótkim czasie dużej liczby obrazów cząstek, tak aby wyniki analizy były statystycznie reprezentatywne.

Wydaje się, że skutecznym narzędziem pomiarowym spełniającym powyższe oczekiwania są analizatory wizyjne kształtu cząstek, których działanie oparte jest na metodzie dynamicznej analizy obrazu (DIA), rejestrujące obrazy cząstek w ruchu. Dynamiczna analiza obrazu, będąca udoskonaleniem statycznej techniki mikroskopowej,

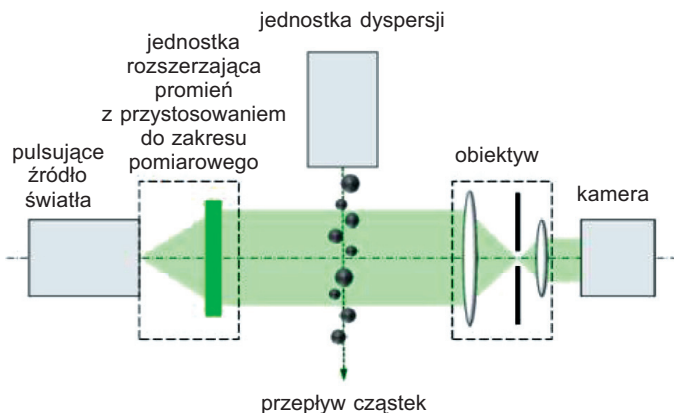
umożliwia badanie rozkładu wielkości cząstek w zależności od zastosowanego obiektywu i jednostki dyspergującej. Tym samym zakres pomiarowy metody jest bardzo duży. Metoda ta pozwala w jednym momencie generować informacje o kształcie cząstek opisanym różnymi parametrami geometrycznymi. Dodatkowo do analizy wielkości wprowadzić analizę kształtu cząstek. Analizator wytwarza efekt stroboskopowy, korzystając z pulsującego źródła światła, kamery rejestrującej obrazu z dużą prędkością oraz wymiennych układów optycznych. Podobnie jak w dyfraktometrze laserowym analizowane cząstki przed wprowadzeniem do strefy pomiarowej muszą być odpowiednio rozproszone (zdyspergowane).



Rys. 2.13. Interpretacja kształtu cząstek (Krumbein, Sloss 1963)

Zasada działania jest podobna do pomiaru z wykorzystaniem mikroskopu – kamera rejestruje obraz cząstek, a następnie oprogramowanie komputerowe analizuje kształt i wielkość każdej cząstki z osobna. Pomiar mikroskopowy jest jednak pomiarem statycznym i pozwala na analizę bardzo niewielu cząstek. Metoda DIA umożliwia pomiar cząstek w ruchu – spadających swobodnie, w podciśnieniu lub w zawieszinie. Dzięki takiej realizacji pomiaru analizie poddawanych jest około dziesięciu tysięcy obrazów na minutę, a nie zaledwie kilka.

Analiza obrazu wyznacza fizyczne właściwości każdej pojedynczej cząstki, m.in. ich rozkład wielkości czy kształtu. Za pomocą analizy obrazu można wykryć nawet najmniejsze ilości cząstek o większych lub mniejszych rozmiarach, które mogą być zagregowane, spękane czy obce w populacji. W dynamicznej analizie obrazu cząsteczki przemieszczają się w sposób ciągły przez cele pomiarową obrazowaną przez kamerę. Swobodny ruch prowadzi do losowej orientacji cząstek. Z różnych perspektyw można dokładnie określić ich rzeczywisty kształt i rozkład rozmiarów. Ciągłe podawanie zdyspergowanych cząstek sprawia, że uzyskuje się, badając dużą liczbę cząstek wiarygodne i reprezentatywne wyniki pomiaru o wysokim poziomie ufności. Przykład budowy systemu wizyjnego pokazany jest na rysunku 2.14.



Rys. 2.14. Schemat systemu optycznego dla dynamicznej analizy obrazu (Kula 2015)

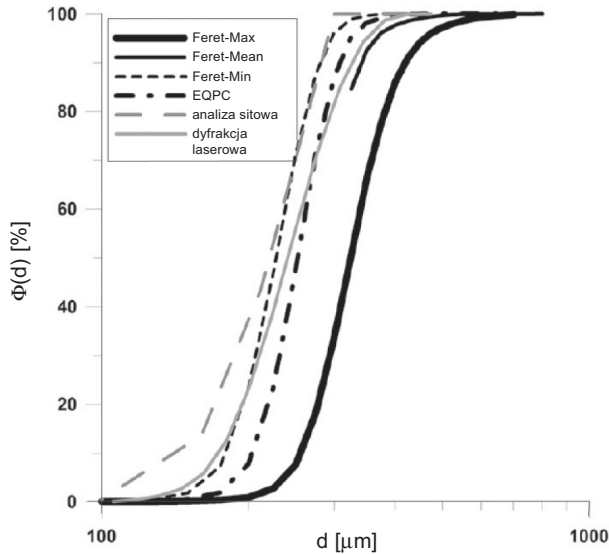
Czujnik musi zapewnić oświetlenie w sposób impulsowy, aby uzyskać czas ekspozycji na poziomie 1 ns, jednocześnie kamera powinna rejestrować obrazy z częstotliwością na poziomie kilkuset klatek w ciągu sekundy. Taka konstrukcja pozwala na pomiar cząstek rzędu pojedynczych mikrometrów aż do dziesiątek milimetrów.

Teoretycznie więc metoda ta niweluje ograniczenie konwencjonalnej analizy optycznej obrazów 2D, w której płaszczyzna obrazu cząstek jest prostopadła do najkrótszej osi cząstki. Można zatem metodą (DIA) uzyskać bardziej realistyczną miarę rzeczywistych kształtów cząstek, gdyż cząstka jest zwykle przedstawiana w różnych pozycjach. Analiza uzyskiwanych obrazów wykorzystuje algorytmy znane w dostępnych pakietach oprogramowania do komputerowego przetwarzania obrazu, np. Axiovision (Zeiss 2007), ImageJ (Schneider *et al.* 2012) czy MATLAB (MathWorks 2011).

Za pomocą tej metody można analizować w krótkim czasie dziesiątki tysięcy cząstek, co zapewnia reprezentatywność próby i wysoki poziom istotności statystycznej wyników. Przykładem takiego rozwiązania są analizatory QICPIC, ANALYSETTE 28 ImageSizer czy Camsizer X2.

Systemy wizyjne (DIA) mogą generować informacje o rozkładzie wielkości cząstek na podstawie analizy parametrów geometrycznych. Głównymi i często stosowanymi wielkościami cząstek określanymi na podstawie analizy obrazu są: d^{EQPC} – średnica koła o powierzchni równoważnej powierzchni mierzonej cząstki, która jest najlepszą miarą całkowitego rozmiaru cząstki, d^{Fmin} – minimalna średnica Fereta jako najmniejsza odległość pomiędzy stycznymi wyprowadzonymi po przeciwległych stronach cząstki oraz d^{PED} – średnica koła, które ma taki sam obwód jak obwód cząstki. Rozkład uziarnienia według minimalnej średnicy Fereta jest najbardziej zbliżony do rozkładu uzyskanego z analizy sitowej, natomiast rozkład według objętości cząstek zaważy wielkość rozkładów uziarnienia. Przykładowe różnice w rozkładach uziarnienia

w zależności od zdefiniowanego parametru wielkości cząstki oraz zastosowanej metody pomiarowej pokazano na rysunku 2.15.



Rys. 2.15. Porównanie rozkładów uziarnienia (wg Altuhafi *et al.* 2013)

Analizatory wizyjne, których działanie oparte jest na metodzie DIA, umożliwiają pomiar podstawowych współczynników kształtu, takich jak: proporcja AR (*Aspect Ratio*), wypukłość Cx (*Convexity*) i kulistość S^{QP} (*Sphericity*), według wzorów:

$$AR = \frac{d^{F\min}}{d^{F\max}} \quad (2.17)$$

$$Cx = \frac{A}{(A+B)} \quad (2.18)$$

$$S^{QP} = \frac{2\sqrt{\pi C}}{P_{\text{real}}} \quad (2.19)$$

gdzie:

$d^{F\min}$ – minimalna średnica Fereta,

$d^{F\max}$ – maksymalna średnica Fereta,

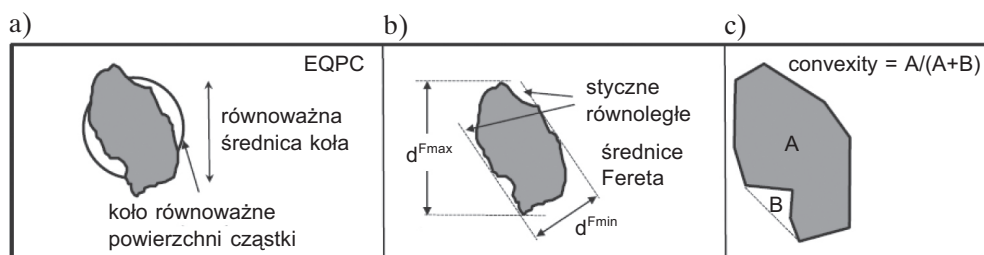
A – powierzchnia wypukła cząstki,

B – powierzchnia wklęsła cząstki,

C – powierzchnia koła równoważna powierzchni cząstki,

P_{real} – rzeczywisty obwód cząstki.

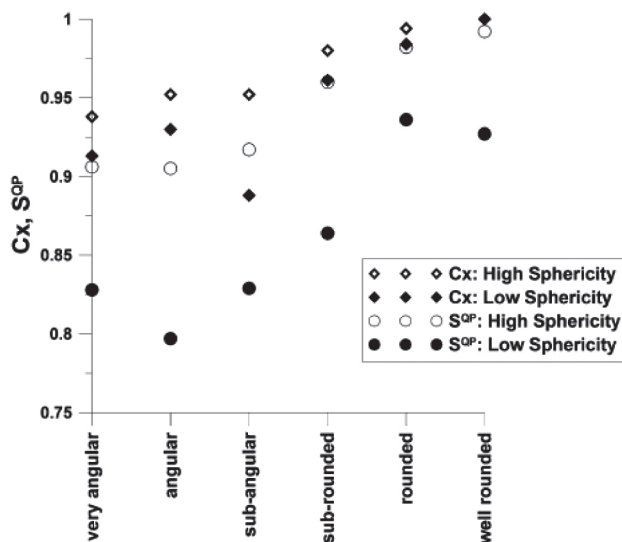
Interpretację graficzną tych wielkości pokazano na rysunku 2.16.



Rys. 2.16. Definicje wielkości i kształtu cząstek (wg Altuhafi *et al.* 2013)

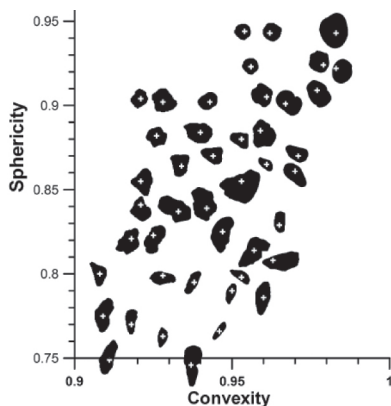
Współczynniki wypukłości (*convexity*) określa zwartość cząstki. Im większy wskaźnik (maksymalnie wskaźnik osiąga wartość 1), tym mniej wklęsłych obszarów cząstka posiada, a więc jest bardziej kompaktowa, jednolita.

Badania wskazują, że ziarna o wyższych współczynnikach C_x i S^{QP} charakteryzują się bardziej gładką (*roundnes*) powierzchnią (rys. 2.17).



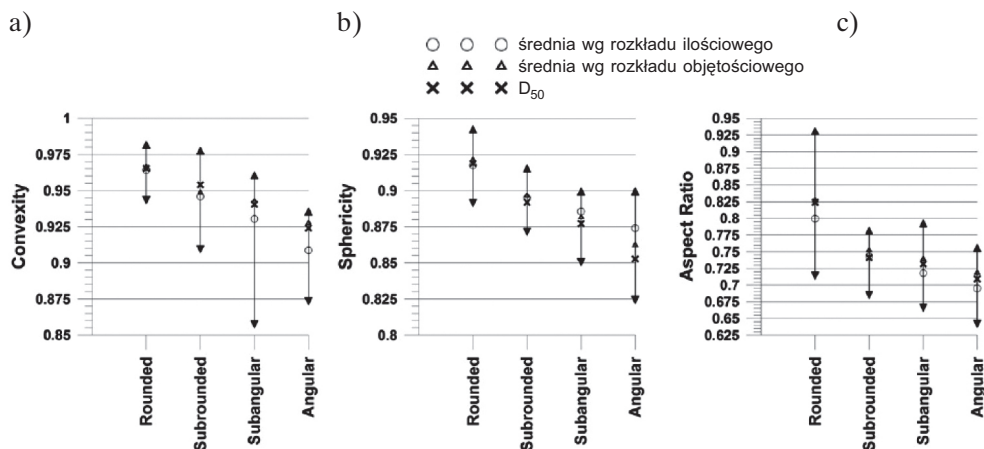
Rys. 2.17. Porównanie liczbowych współczynników kształtu uzyskanych z systemu wizyjnego DIA z opisowymi współczynnikami kształtu (wg Altuhafi *et al.* 2013)

Można zaobserwować, że wraz ze wzrostem kulistości ziaren stają się one bardziej jednolite, kompaktowe (wzrasta wskaźnik wypukłości C_x). Im bardziej kanciaste stają się cząstki, tym bardziej współczynniki kształtu maleją (rys. 2.18).



Rys. 2.18. Zależność między współczynnikami kształtu C_x i S^{OP} (wg Altuhafi *et al.* 2013)

Relacje pomiędzy liczbowymi współczynnikami kształtu (*Convexity*, *Sphericity*, *Aspect Ratio*) a opisowymi współczynnikami dla średnich wielkości ziaren przedstawionych wg rozkładu ilościowego i objętościowego przedstawiono na rysunku 2.19.



Rys. 2.19. Wartości podstawowych współczynników kształtu względem jakościowego opisu kształtu ziaren (wg Altuhafi *et al.* 2013)

2.3. Korelacja wyników analiz uziarnienia dla wybranych technik pomiarowych

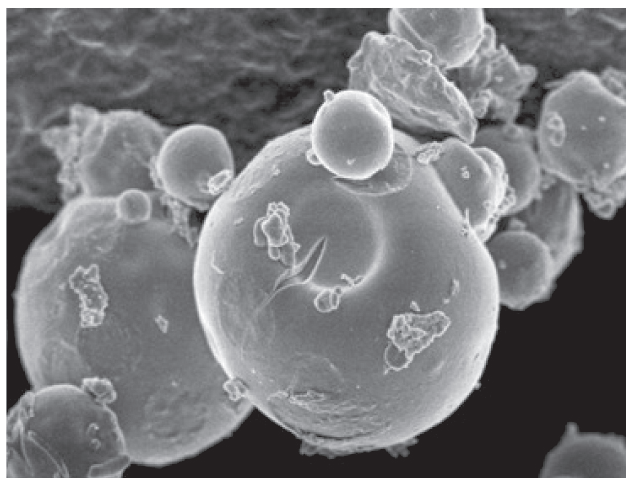
Analiza mikroskopowa – laserowa analiza dyfrakcyjna

Należy zdawać sobie sprawę z faktu, że wyniki pomiarów uziarnienia uzyskiwane różnymi technikami analitycznymi nie korelują ze sobą dostatecznie dobrze, ponieważ

poszczególne techniki mierzą różne wielkości fizyczne, raportując wyniki w ich skali (ilościowo, powierzchniowo, objętościowo itp.). Istotny wpływ na rozbieżności w wynikach mają czynniki zakłócające pomiar, osobliwe dla poszczególnych technik (np. sposób przygotowania próbki, dyspersji, charakter rozkładu uziarnienia próbki, kształt ziaren, parametry pracy analizatorów, itp.). Aby możliwa była poprawa korelacji wyników lub ich unifikacja, należy znać źródła tych różnic. Głównym źródłem różnic w pomiarach cząstek ultradrobnych ($<1 \mu\text{m}$) jest problem ich agregacji związany z siłami oddziaływań międzycząsteczkowych, elektrostatycznych. Przygotowanie i sposób dyspersji takich próbek będą miały ogromny wpływ na wynik pomiaru. Pokazuje to przykład pomiaru nanocząstek (*Technical Note TN 173*). Z analizy obrazu SEM można wnioskować, że pojedynczy rozmiar cząstek wynosi około 50 nm, są one jednak zagregowane, jak większość proszków manometrycznych (rys. 2.20). Mierząc ich powierzchnię właściwą SSA techniką BET, można obliczyć wielkość średnią cząstek D , przy określonej ich gęstości ρ , według wzoru:

$$SSA = \frac{6}{\rho D} \quad (2.20)$$

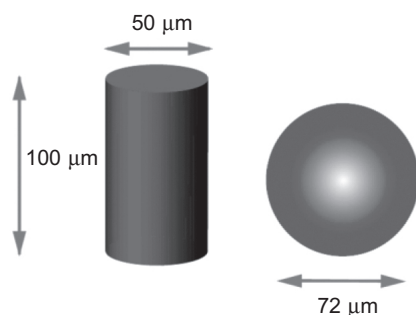
Tak wyliczona średnica może być zbliżona do 60 nm. Jeśli natomiast analizowano by tę samą zagregowaną próbkę za pomocą dyfrakcji laserowej, wynik średniej średnicy ziarna mógłby wynieść blisko 220 nm. Można przypuszczać, co stałoby się, gdyby zagregowane cząstki poddane były pierwotnie kilkuminutowemu działaniu ultradźwięków. Rozkład uziarnienia zawierałby się wówczas w przedziale 60–200 nm w zależności od poziomu energii ultradźwięków.



Rys. 2.20. Obraz cząstek manometrycznych z mikroskopu skaningowego

Analiza sitowa – laserowa analiza dyfrakcyjna

Analiza sitowa jest nadal powszechnie stosowaną analizą uziarnienia – zwłaszcza ziaren o wielkości > 1 mm. Wielu jednak analityków zastępuje technikę analizy sitowej cząstek drobnych laserową analizą dyfrakcyjną w celu zaoszczędzenia czasu i pracy. Wyniki analiz sitowych nie korelują jednak zbyt dobrze z objętościowym rozkładem uziarnienia uzyskiwanym w nowoczesnych dyfraktometrach. Aby zrozumieć różnice w wynikach, należy być świadomym wpływu rozkładu wielkości oraz kształtu cząstek na wyniki analiz, a tym samym na korelację danych. Jako przykład można rozważyć cylinder o długości $100\ \mu\text{m}$ i średnicy $50\ \mu\text{m}$ pokazany na rysunku 2.21. Jego dwuwymiarowa powierzchnia projekcyjna wynosi $50\ \mu\text{m}$ (średnica sitowa), więc teoretycznie może przechodzić przez sito o wymiarze otworu $50\ \mu\text{m}$. Obliczając objętość cylindra oraz średnicę kuli równoważną jego objętości (średnicę objętościową), stwierdzamy, że średnica będzie większa o 44% i wyniesie $72\ \mu\text{m}$. W rzeczywistych pomiarach wynik uzyskiwany metodą dyfrakcji laserowej będzie od 10% do 40% większy od wyników generowanych przez analizę sitową, dzięki wpływowi kształtu cząstek.



Rys. 2.21. Relacja pomiędzy średnicą sitową a objętościową cząstki

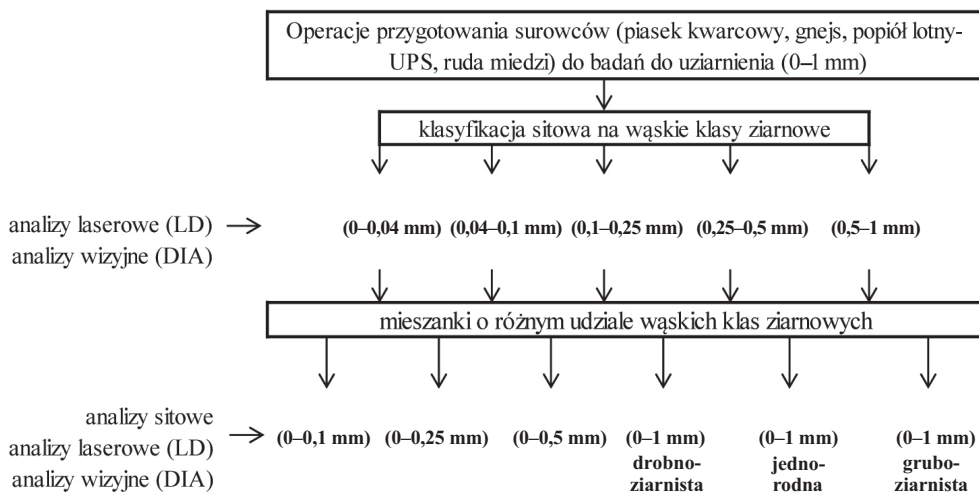
Nie opracowano do tej pory wiarygodnych modeli kalkulujących wyniki pomiędzy metodami z uwzględnieniem współczynników kształtu. Badania prezentowane w niniejszej monografii dotyczą m.in. tego zagadnienia.

3. Metodyka badań

Do badań wytypowano cztery materiały: popiół lotny (UPS – uboczne produkty spalania), łupek (gnejs), kwarc oraz rudę miedzi o uśrednionym składzie litologicznym. Były to proszki mineralne różniące się właściwościami fizykochemicznymi, m.in. kształtem ziaren, który jest istotnym czynnikiem wpływającym na wyniki analiz granulometrycznych. Materiały scharakteryzowano pod kątem mineralogicznym i fizykochemicznym. Określono ich skład pierwiastkowy metodą XRF (*X-ray fluorescence*), skład mineralogiczny i fazowy metodą rentgenowską XRD (*X-ray diffraction*), wyznaczono powierzchnię właściwą techniką BET (Brunauer – Emmett – Teller) oraz gęstość metodą piknometrii helowej. Wyniki badań zamieszczono w rozdziale 4 monografii.

Kluczowymi analizami dla zrealizowania sformułowanego celu badawczego były analizy uziarnienia i kształtu ziaren wykonywane różnymi metodami pomiarowymi w wąskich klasach ziarnowych oraz w mieszkankach klas dla poszczególnych surowców. Na tej podstawie wygenerowano dane do analiz porównawczych i modelowania, m.in.: udziały procentowe ziaren w klasach a_i , wielkości ziaren charakterystycznych $d_{5\%}$ – $d_{99\%}$, średnie wielkości ziaren w próbkach $D[4, 3]$ oraz współczynniki kształtu *Aspect Ratio*, *Sphericity* i *Convexity*. Uśrednione wartości powyższych wskaźników zestawiono w załącznikach 1–3. Badania wykonano zgodnie ze schematem pokazanym na rysunku 3.1.

Materiały zostały selektywnie rozdrobnione do uziarnienia poniżej 1 mm w kruszarce szczękowej, następnie precyzyjnie rozdzielone metodą analizy sitowej na mokro na wąskie klasy ziarnowe, z których przygotowano sześć mieszanek klas o różnym zakresie i rozkładzie uziarnienia. Każda z tak przygotowanych próbek poszczególnych surowców (11 klas ziarnowych \times 4 surowce mineralne = 44 próbki do badań) została poddana precyzyjnym analizom granulometrycznym metodą analizy sitowej na mokro, dyfrakcyjnej analizy laserowej (LD) i wizyjną – dynamicznej analizy obrazu (DIA). W celu określenia precyzji i dokładności metod pomiarowych w przypadku większości próbek pomiary powtarzano minimum trzykrotnie. Wygenerowano więc dane do dalszych obliczeń modelowych i unifikacyjnych.



Rys. 3.1. Schemat i metodyka badań

Kryterium wyboru powyższych metod pomiarowych składów ziarnowych wynikało przede wszystkim z różnic w fizycznej identyfikacji wielkości ziaren, która w analizie sitowej uwzględnia wymiar sitowy ziarna i jego masę, w dyfrakcji laserowej – wymiar objętościowy związany z kątami załamania światła laserowego na cząstkach oraz jego intensywnością, a w dynamicznej analizie obrazu – wymiar powierzchniowy ziaren. Te różnice w technikach pomiaru dają charakterystyczne wyniki rozkładów wielkości cząstek. Poza tym wszystkie trzy metody są metodami znormalizowanymi i powszechnie stosowanymi w pomiarach uziarnienia materiałów ziarnistych.

3.1. Procedury pomiarowe analiz uziarnienia

Analiza sitowa na mokro

Do pomiarów uziarnienia badanych proszków mineralnych metodą analizy sitowej wykorzystano wytrząsarkę wibracyjną EML 315 zaprezentowaną na rysunku 3.2. Analizy wykonywane były na mokro na zestawie sit o średnicy 200 mm. Amplituda drgań wynosiła 1 mm, a czas właściwego przesiewania został określony na 6 min. Przed właściwym przesiewaniem próbka była każdorazowo odmulana na sicie o najmniejszym wymiarze 0,02–0,04 mm (w zależności od przesiewanej próbki), następnie przesiewana na pełnym zestawie sit pod natryskiem wodnym. Interwał czasowy przesiewania ustalono na 10 sekund. Masa każdej przesiewanej próbki wynosiła od 100 g do 200 g w zależności od zakresu jej uziarnienia.



Rys. 3.2. Laboratoryjna wytrząsarka wibracyjna o sterowanych parametrach ruchowych typu EML 315 do przesiewania na mokro (źródło: www.haverparticleanalysis.com)

Dyfrakcja laserowa

Pomiary uziarnienia proszków mineralnych metodą dyfrakcji laserowej wykonano przy użyciu analizatora Analysette 22 MicroTec z dyspersją na mokro (rys. 3.3). Do obliczeń rozkładu uziarnienia zastosowano model oparty na teorii Fraunhofera. Koncentrację cząstek w cieczy utrzymywano, w zależności od wielkości klasy ziarnowej, na poziomie 10–20%, przy czym w przypadku klas drobnych była ona niższa w celu ograniczenia wpływu wielokrotnego rozpraszania światła pochodzącego od małych cząstek. Siła przepływu zawiesiny przez celę pomiarową ustalana była do zakresu wielkości klas ziarnowych. W przypadku grubszych klas moc pompy, wyrażona w procentach maksymalnych jej obrotów, była większa. Warunki pomiarów oraz ustawienia jednostki dyspergującej podano w tabeli 3.1.



Rys. 3.3. Dyfrakcyjny analizator cząstek Analysette 22 MicroTec (źródło: www.fritsch-international.com)

Tabela 3.1

Parametry pomiarowe o warunki dyspersji dla pomiarów metodą dyfrakcji laserowej (LD)

Klasa ziarnowa [mm]	Pompa [%]	Ultradźwięki [Hz]	Poziom kompensacji błędu	Model kalkulacyjny	Obskuracja, (koncentracja cząstek) [%]
0–0,04 0–0,1	50	0	średni	Fraunhofer	10–13
0–0,25	50	0	średni	Fraunhofer	14–18
0–0,5	60	0	średni	Fraunhofer	14–18
0–1	70	0	średni	Fraunhofer	12–20
0,04–0,1 0,1–0,25 0,25–0,5	60	0	średni	Fraunhofer	11–14
0,5–1	70	0	średni	Fraunhofer	12–20

Dynamiczna analiza obrazu

Do pomiarów uziarnienia i kształtu cząstek badanych proszków mineralnych wykorzystano analizator wizyjny QICPIC z modułem optycznym M3, M5 i M7 (rys. 3.4). Zakresy pomiarowe modułów podano w tabeli 3.2. Dolne ograniczenie zakresu odpowiada rozmiarowi pixela – wyższe ograniczenie jest wynikiem stosunku rozmiaru piksela do rozmiaru obrazu.



Rys. 3.4. Analizator wizyjny wielkości i kształtu cząstek QICPIC
(źródło: www.sympatec.com)

Tabela 3.2

Wybrane zakresy pomiarowe dla ograniczeń fizycznych i obliczeniowych w odniesieniu do ISO 13322-2

Moduł optyczny	Zakres pomiarowy	
	ograniczenia fizyczne [%]	ograniczenia wg ISO [%]
M3	0,55–1126	4,95–375
M5	1,8–3755	16–1252
M7	4,2–8665	38–2888

Do dyspersji cząstek wykorzystano systemy dyspersji:

- na sucho w sprężonym powietrzu RODOS/L – dla próbek w wąskich klasach ziarnowych 0,04–0,1 mm, 0,1–0,25 mm, 0,25–0,5 mm, 0,5–1 mm oraz o dużym uziarnieniu w klasach 0–1 mm,
- na mokro w zamkniętej pętli LIXELL dla próbek klas ziarnowych 0–0,04 mm, 0–0,1 mm, 0–0,25 mm, 0–0,5 mm.

Warunki dyspersji próbek podano w tabeli 3.3.

Tabela 3.3

Warunki prowadzenia dyspersji próbek

Rodzaj dyspersji	Dyspersja na mokro	Dyspersja na sucho
Nazwa jednostki	LIXELL	RODOS/L
Medium	woda z dodatkiem pirofosforanu	sprężone powietrze
Czynniki odpowiedzialne za właściwe rozproszenie cząstek prób	mieszadło, pompa perystaltyczna	gradient prędkości, kolizje aglomeratów ze ścianami metalowej linii dyspersji oraz między sobą
Dodatkowe informacje	przed pomiarem 30 s mieszanie 700 obr/min, węże o średnicy 3 mm, szerokość kuwety przepływowej w zależności od klasy ziarnowej, zlewka o poj. 250 ml, mieszadło śmigłowe, bez ultradźwięków	wewnętrzna średnica linii dyspersji 4 mm, dozowanie próby przez podajnik wibracyjny VIBRI/L

4. Charakterystyka właściwości fizykochemicznych badanych surowców

W celu zidentyfikowania podstawowych właściwości fizykochemicznych i mineralogicznych badanych proszków mineralnych wykonano właściwe analizy na próbkach pierwotnych o uziarnieniu 0–1 mm, z których przygotowywano próbki do badań granulometrycznych. Określono ich skład pierwiastkowy metodą XRF, skład mineralogiczny i fazowy metodą rentgenowską XRD, wyznaczono powierzchnię właściwą techniką BET oraz gęstość metodą piknometrii helowej.

Analizy pierwiastkowe, metodą fluorescencji rentgenowskiej, wykonano przy użyciu spektrometru Olympus Innov-X Mobile X-5000. Wyniki oznaczeń dla badanych proszków mineralnych przedstawiono w tabeli 4.1.

Tabela 4.1
Wyniki analizy składu pierwiastkowego metodą XRF

Pierwiastek	Ruda Cu [%]	Popiół [%]	Piasek kwarcowy [%]	Gnejs [%]
Si	12,73	5,79	38,06	19,08
P	0,11	0,13	0,06	0,16
S	1,91	4,62	–	–
Cl	1,29	1,03	0,56	–
K	3,67	1,49	0,96	8,18
Ca	14,53	20,05	0,05	1,77
Ti	0,23	0,29	0,15	0,30
V	0,11	0,05	0,05	0,06
Cr	0,05	0,04	0,03	0,03
Mn	0,24	0,07	0,03	0,07
Fe	0,96	1,88	0,26	2,84
Co	0,01	0,02	–	0,02
Ni	0,01	0,01	0,01	0,01
Cu	0,75	–	–	–
Zn	0,06	0,01	–	–

Tabela 4.1 cd.

Pierwiastek	Ruda Cu [%]	Popiół [%]	Piasek kwarcowy [%]	Gnejs [%]
Zr	0,01	0,01	–	0,01
Pb	0,13	–	–	–
LE	63,2	64,51	59,78	67,47

Wyniki gęstości surowców podano w tabeli 4.2. Wartości gęstości dla poszczególnych surowców były na podobnym poziomie i mieściły się w zakresie 2,25–2,71 g/cm³.

Tabela 4.2

Wyniki gęstości proszków mineralnych

Wyszczególnienie	Ruda Cu	Popiół	Piasek kwarcowy	Gnejs
Gęstość [g/cm ³]	2,71	2,65	2,66	2,69

Powierzchnię właściwą proszków wyznaczono, stosując metodę izotermy adsorpcji fizycznej Brunauera – Emmetta – Tellera (BET). Pomiary wykonano przy użyciu urządzenia ASAP 2000. Objętość adsorbentu wyznaczono w pięciu punktach zakresu ciśnień względnych P/P₀ w przedziale wynoszącym 0,1–0,3, a jako adsorbentu użyto azotu w temperaturze ciekłego azotu. Wyniki badania powierzchni poszczególnych proszków przedstawiono w tabeli 4.3.

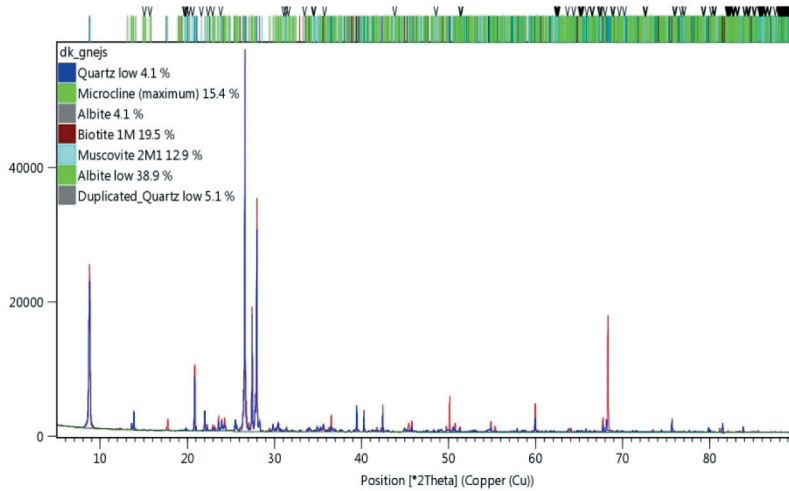
Tabela 4.3

Wyniki oznaczenia gęstości metodą piknometrii helowej

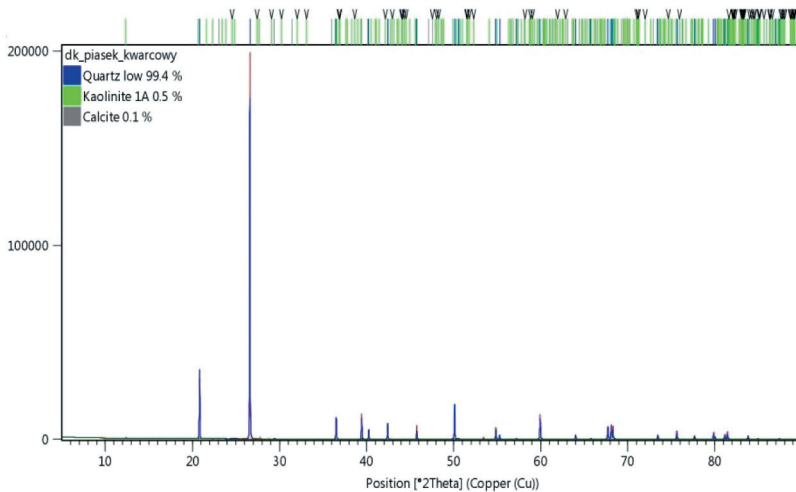
Materiał	Powierzchnia właściwa S_w [m ² /g]
Gnejs	1,264
Piasek kwarcowy	0,216
Popiół	1,753
Ruda Cu	4,678

Pomimo że rozkład uziarnienia badanych próbek był podobny (0–1 mm), to rozwinięcie ich powierzchni było różne. Najmniejszą powierzchnią właściwą charakteryzowały się ziarna piasku kwarcowego, popiół i gnejs charakteryzowały się kilkukrotnie większą powierzchnią właściwą, natomiast ziarna rudy miedzi miały zdecydowanie najbardziej rozwiniętą powierzchnię rzędu 4,68 m²/g, co może mieć wpływ na wyniki analiz uziarnienia cząstek metodą optyczną – dyfrakcji laserowej. Dyfrakcja światła na cząstkach o dużej powierzchni właściwej może być zaburzona, a część światła laserowego absorbowana.

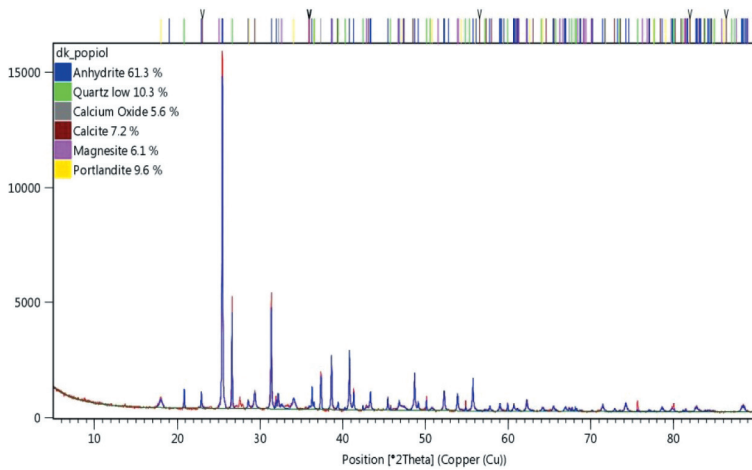
Jakościowe i ilościowe oznaczenie głównych minerałów badanych proszków wykonano metodą dyfrakcji promieniowania rentgenowskiego. Użyto dyfraktometru rentgenowskiego model Panalytical Empyrean. Udział poszczególnych faz wyznaczono metodą Rietvelda. Pomiar wykonano, wykorzystując promieniowanie monochromatyczne o długości fali odpowiadającej linii emisyjnej $K\alpha_1$ miedzi, w przedziale kątowym $5-90^\circ$ w skali 2Θ . Na rysunkach 4.1–4.4 przedstawiono uzyskane dyfraktogramy wszystkich badanych próbek wraz z ilościowym oznaczeniem stwierdzonych minerałów. Zestawienie otrzymanych wyników zaprezentowano w tabeli 4.4.



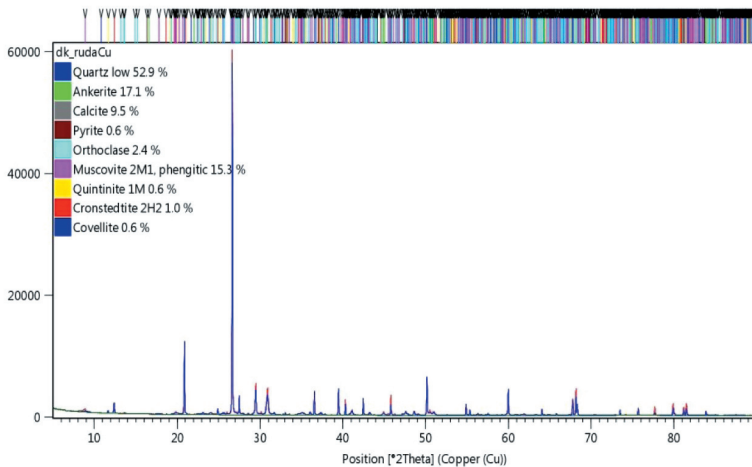
Rys. 4.1. Dyfraktogram próbki gnejsu



Rys. 4.2. Dyfraktogram próbki piasku kwarcowego



Rys. 4.3. Dyfraktogram próbki popiołu



Rys. 4.4. Dyfraktogram próbki rudy Cu

Tabela 4.4

Skład mineralogiczny i fazowy próbek proszków mineralnych

Nazwa próbki	Minerał	Udział [%]	Charakterystyka zidentyfikowanej fazy
Gnejs	kwarc	4,1	kwarc – SiO_2 – układ krystalograficzny heksagonalny – grupa P 31 2 1 (orientacja 011)
	mikroklin	15,4	mikroklin – KAlSi_3O_8 – układ krystalograficzny trójskośny – grupa P – 1

Tabela 4.4 cd.

Gnejs	albit	4,1	albit – $\text{NaAlSi}_3\text{O}_8$ – układ krystalograficzny trójskośny – grupa P – 1 (orientacja 200)
	biotyt	19,5	biotyt 1M – $\text{K}(\text{Mg,Fe})_3(\text{Al,Si}_3\text{O}_{10})(\text{F,OH})_2$ – układ krystalograficzny jednoskośny – grupa C 1 2/m 1
	muskowit	12,9	muskowit 2M1 – $\text{KAl}_2(\text{OH,F})_2\text{AlSi}_3\text{O}_{10}$ – układ krystalograficzny jednoskośny – grupa C 1 2/c 1
	albit	38,9	albit – $\text{NaAlSi}_3\text{O}_8$ – układ krystalograficzny trójskośny – grupa P – 1 (orientacja 200)
	kwarc	4,1	kwarc – SiO_2 – układ krystalograficzny heksagonalny – grupa P 31 2 1 (orientacja 010)
Piasek kwarcowy	kwarc	99,4	kwarc – SiO_2 – układ krystalograficzny heksagonalny – grupa P 31 2 1
	kaolinit	0,5	kaolinit 1A – $\text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_5(\text{OH})_4$ – układ krystalograficzny trójskośny – grupa P – 1 (orientacja 001)
	kalcyt	0,1	kalcyt – CaCO_3 – układ krystalograficzny heksagonalny – grupa R – 3c
Popiół	anhydryt	61,3	anhydryt – CaSO_4 – układ krystalograficzny rombowy – grupa C m c m
	kwarc	10,3	kwarc – SiO_2 – układ krystalograficzny heksagonalny – grupa P 31 2 1
	wapno palone	5,6	wapno – CaO – układ krystalograficzny regularny – grupa F m – 3 m
	kalcyt	7,2	kalcyt – CaCO_3 – układ krystalograficzny heksagonalny – grupa R – 3c
	magnezyt	6,1	magnezyt – MgCO_3 – układ krystalograficzny heksagonalny – grupa R 3 – c
	wapno gaszone	9,6	portlandyt – $\text{Ca}(\text{OH})_2$ – układ krystalograficzny heksagonalny – grupa P – 3 m 1

Dodatkowo określono udział fazy amorficznej w próbkach metodą wzorca wewnętrznego. Jako wzorzec zastosowano dodatek 10% wag. $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$. Wyniki przedstawiono w tabeli 4.5.

Tabela 4.5

Udział fazy amorficznej w badanych proszkach mineralnych

Nazwa próbki	Faza amorficzna [%]
Gnejs	29,9
Piasek kwarcowy	0
Popiół	38,6
Ruda Cu	0

Tak szczegółowa charakterystyka fizykochemiczna i mineralogiczna badanych próbek proszków mineralnych stanowi kompleksową informację uzupełniającą dane o składzie ziarnowym proszków określanych różnymi metodami pomiarowymi. Może ona być pomocna w interpretacji wyników uziarnienia w razie ich rozbieżności wynikających z różnic fizykochemicznych i mineralogicznych badanych surowców.

5. Analiza porównawcza wyników uziarnienia uzyskanych poszczególnymi metodami pomiarowymi

5.1. Porównanie dystrybuant rozkładu uziarnienia

Porównanie wyników uziarnienia badanych próbek polegało na statystycznej analizie różnic wybranych parametrów rozkładów uziarnienia i kształtu ziaren (zawartości klas ziarnowych a_i , wielkości ziaren charakterystycznych $d_{\%}$, średnich wielkości ziaren $D[4, 3]$, współczynników kształtu *Aspect Ratio*) pomiędzy surowcami, klasami ziarnowymi oraz metodami pomiarowym. Wspólne ujęcie tych trzech czynników w interpretacji wyników oraz formułowanie uogólnionych wniosków nie jest zadaniem łatwym i wymaga zastosowania czynnikowej analizy statystycznej. Trudności wynikają przede wszystkim z faktu, że wpływy surowca (zwłaszcza kształtu ziaren), zakresu uziarnienia oraz metody pomiarowej na wyniki uziarnienia są niejednoznaczne i oddziałują na siebie nawzajem. Synergiczne działanie tych czynników nasila się wraz ze wzrostem szerokości klas ziarnowych czy niesferyczności ziaren. Dlatego też badania prowadzono w wąskich klasach ziarnowych pozbawionych cząstek najdrobniejszych: 40–100 μm , 100–250 μm , 250–500 μm , 500–1000 μm – w celu określenia pierwotnych zależności pomiędzy czynnikami bez udziału zakłóceń pochodzących od ziaren skrajnie drobnych i grubych czy błędów ich próbkowania, oraz w mieszankach klas o różnym zakresie i rozkładzie uziarnienia – w celu ustalenia synergicznego wpływ czynników, bardzo często o charakterze zakłócającym, związanych z udziałem ziaren skrajnych, z próbkowaniem czy dyspersją ziaren. Przekłada się to w późniejszych operacjach unifikacyjnych na skuteczność działania modeli kalkulacyjnych pod względem przeliczania wyników uziarnienia uzyskanych jedną metodą pomiarową na wyniki otrzymane drugą.

Na rysunkach 5.1–5.6 oraz 5.7–5.12 zestawiono uśrednione wyniki analiz uziarnienia badanych próbek w postaci dystrybuant uziarnienia $\Phi(d)$. Dystrybuanty na rysunkach 5.1–5.6 pokazują rozkłady uziarnienia proszków mineralnych w klasach ziarnowych, a na rysunkach 5.7–5.12 zestawione zostały rozkłady uzyskane za pomocą poszczególnych metod pomiarowych. Takie porównanie wyników pozwala na analizę różnic w uziarnieniu w zależności od rodzaju surowca, klasy ziarnowej oraz metody pomiarowej.

Wielkości cząstek określane metodą wizyjną wyrażone były w postaci minimalnych średnic Fereta (FERET_MIN) oraz średnic koła (EQPC) o takiej samej powierzchni projekcyjnej odpowiadającej cząstce.

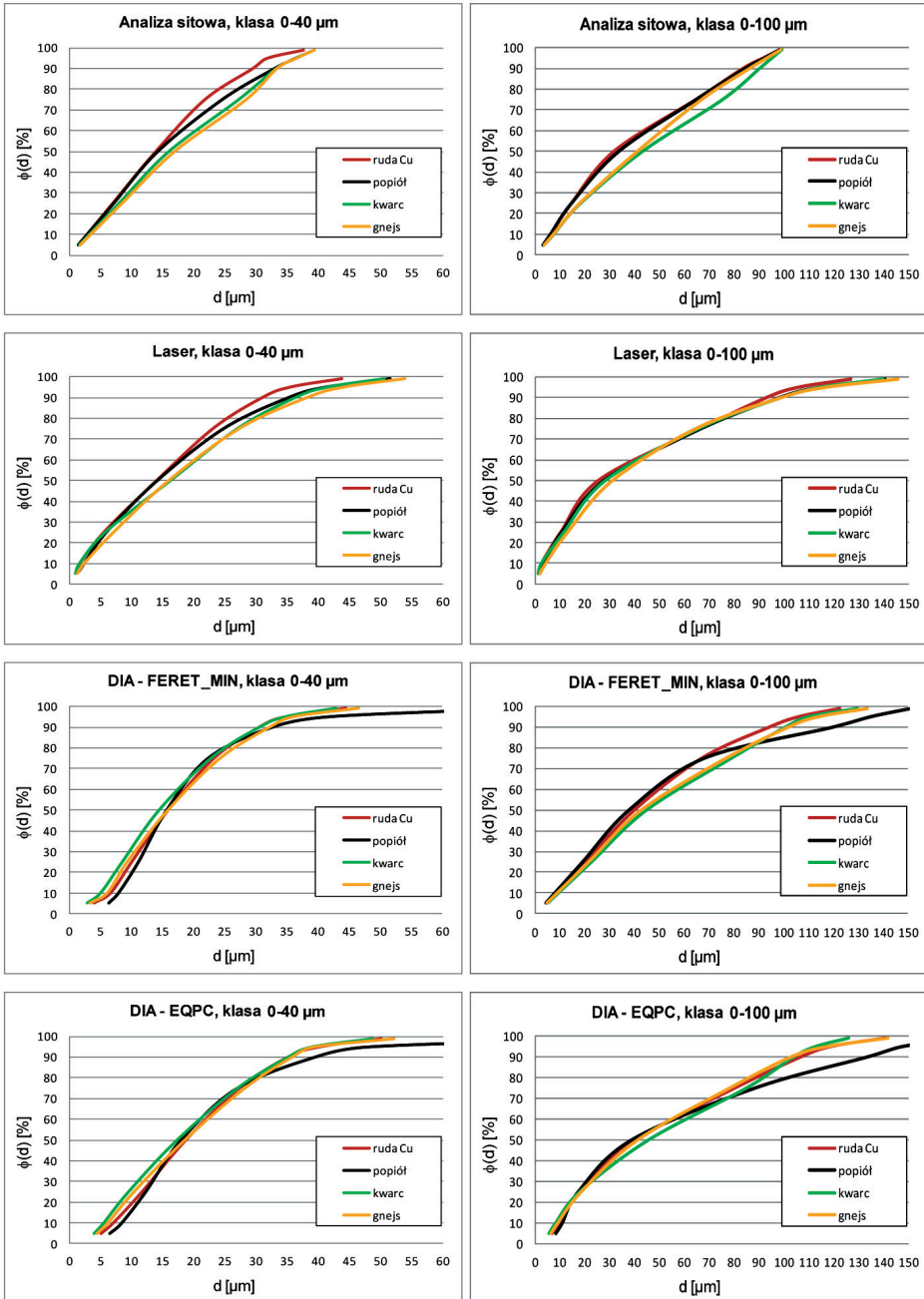
Analiza wyników w wąskich klasach ziarnowych (rys. 5.5 i 5.6) jednoznacznie wskazuje na korelację pomiędzy surowcami pod względem uziarnień uzyskanych za pomocą poszczególnych metod pomiarowych. W klasie 40–100 μm wszystkie metody pomiarowe określają rudę Cu, popiół oraz gnejs jako surowce o podobnym uziarnieniu, natomiast wskazują na grubsze uziarnienie kwarcu. W klasie 100–250 μm metody pomiarowe jednoznacznie określają rudę Cu jako surowiec najdrobniejszy, natomiast pozostałe – jako surowce o niemal identycznym, grubszym uziarnieniu. W klasie 250–500 μm ruda Cu mierzona wszystkimi metodami okazuje się najdrobniejsza, choć metody laserowa i wizyjna najsilniej zaniżają wyniki. W klasie 500–1000 μm techniki określają kwarc jako najdrobniejszy, a rudę Cu – jako najgrubiej uziarnioną. Podobna analiza krzywych uziarnienia wykonana dla mieszanek klas ziarnowych (rys. 5.1–5.4) nie wykazuje już jednoznacznej korelacji wyników próbek analizowanych różnymi metodami. Powodem są zakłócenia oraz błędy pomiarowe pochodzące od ziaren skrajnych w szerokich klasach, które są różne w zależności od udziału tych ziaren oraz zastosowanej metody pomiarowej.

Inne ujęcie wyników uziarnienia i ich analiza w wąskich klasach ziarnowych pod kątem różnic w poszczególnych metodach pomiarowych wskazuje, że pomimo zgodności w tendencjach wyników pomiędzy surowcami mierzonymi różnymi metodami liczbowe wartości rozkładów uziarnień są często bardzo różne w zależności od zastosowanej techniki pomiarowej (rys. 5.11 i 5.12). Analiza sitowa zaniża wyniki składów ziarnowych surowców, analiza wizyjna (DIA), kalkulująca rozkład według wielkości średnicy Fereta, zawyża wielkość cząstek w stosunku do analizy sitowej, kalkulująca wyniki powierzchniowo (średnica EQPC) tendencję tę jeszcze bardziej nasila. Najbardziej zawyżone wyniki składów ziarnowych badanych surowców w wąskich klasach ziarnowych zaobserwowano więc w przypadku metody DIA kalkulującej wielkości ziaren według średnicy EQPC oraz metody dyfrakcji laserowej (LD) w klasach gruboziarnistych. Zależności te zmieniają się w odniesieniu do mieszanek klas ziarnowych charakteryzujących się różnym zakresem i rozkładem uziarnienia (rys. 5.7–5.10). Ponownie powodem takiego stanu rzeczy jest wpływ synergii zakłóceń pochodzących od ziaren skrajnych i błędów próbkowania oraz dyspersji ziaren w szerokich klasach ziarnowych. Problem precyzji i dokładności pomiarów badanych próbek, potwierdzający słuszność takiego wniosku, będzie omawiany w kolejnym podrozdziale.

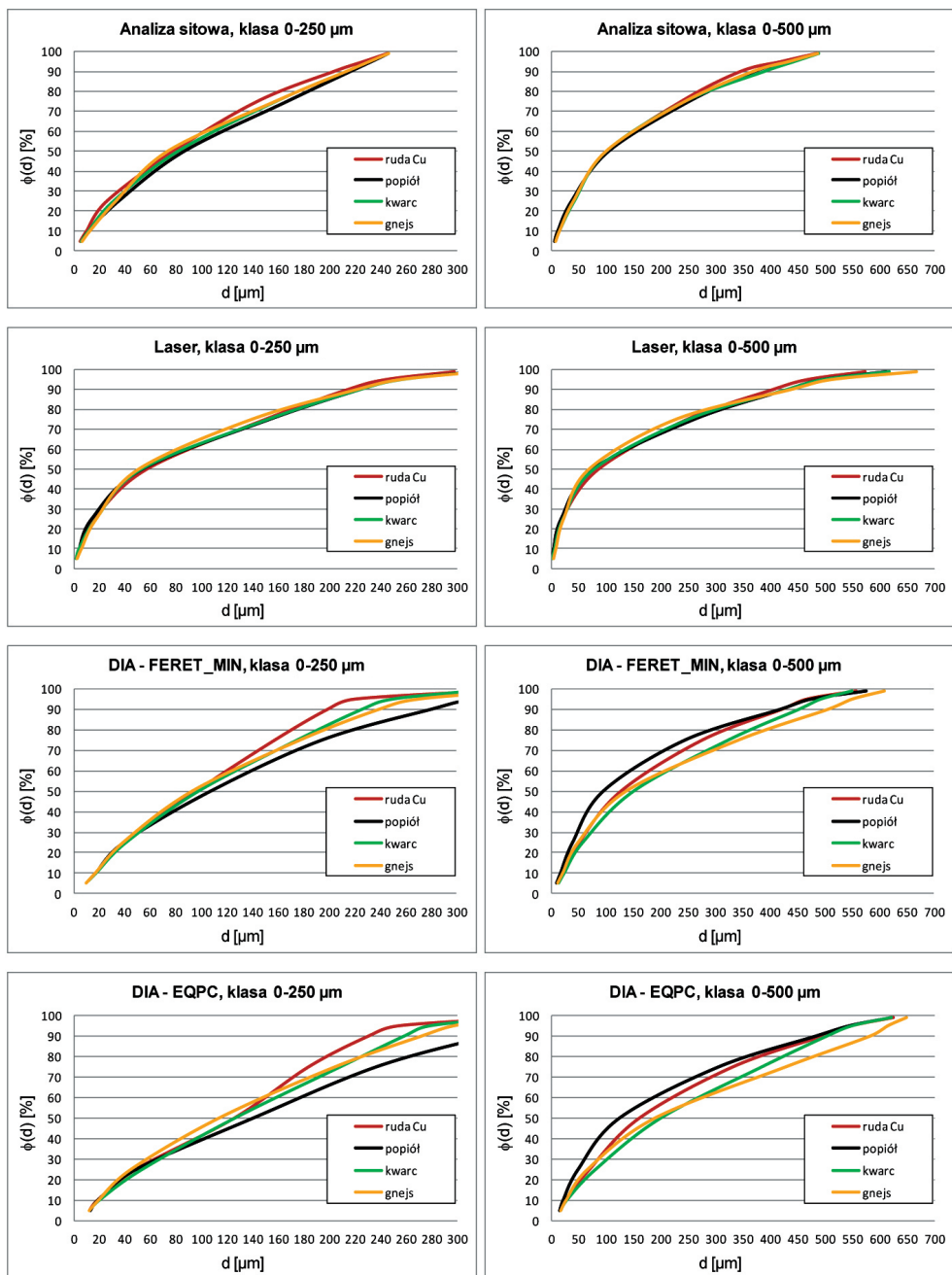
W celu potwierdzenia powyższych obserwacji na rysunkach 5.13 i 5.14 zestawiono średnie wielkości ziaren w badanych próbkach uzyskane różnymi metodami pomiarowymi i pogrupowane według klas ziarnowych oraz surowców. Dowodzą one, że, biorąc pod uwagę średnie wartości pomiarów pogrupowane względem surowców, metoda sitowa podaje najbardziej zaniżone wyniki, metoda laserowa natomiast najbardziej

zawyżone, a wizyjna (standardowo kalkulująca wyniki minimalną średnicą Fereta) rejestruje wartości pośrednie. Analizując uśrednione wyniki względem klas ziarnowych, można stwierdzić, jak wcześniej wspomniano, wpływ czynników zakłócających. W wąskich klasach (pozbawionych ziaren najdrobniejszych) zachowana jest typowa zależność wynikająca z natury techniki pomiarowej, tj. analiza sitowa wskazuje najniższe wyniki, wizyjna pośrednie, a laserowa najbardziej je zawyża. W przypadku mieszanek klas ziarnowych o maksymalnej wielkości ziarna 500 μm średnie wyniki analizy sitowej i laserowej są podobne, natomiast systemu wizyjnego – istotnie wyższe. W najszerszych trzech badanych klasach, 0–1000 μm , o odmiennych rozkładach (drobnoziarnistym, jednorodnym i gruboziarnistym) widać, jak bardzo silny wpływ na wyniki uzyskiwane różnymi metodami pomiarowymi ma rozkład uziarnienia próbek. Relacje pomiędzy wynikami dla szerokiej klasy drobnoziarnistej i jednorodnej odbiegają od typowych, wyniki wizyjnej metody DIA są silniej niż zwykle zawyżone w stosunku do pozostałych metod, a wyniki uzyskane za pomocą dyfraktometru laserowego LD najbardziej zaniżone w stosunku do wyników uzyskanych wszystkimi metodami (szczególnie silnie dla klasy drobnoziarnistej (rys. 5.9)). Analizując wyniki w szerokiej klasie 0–1000 μm gruboziarnistej, należy stwierdzić, że relacje pomiędzy metodami pomiarowymi gwałtownie się odwracają: analiza sitowa generuje najniższe średnie wyniki uziarnienia, metoda wizyjna istotnie je zawyża, a laserowa drastycznie przeszacowuje uziarnienie w kierunku grubych cząstek i jednocześnie przeszacowuje ilość ziaren drobnych, która jest znikoma w mieszanke gruboziarnistej (rys. 5.10). Należy również zauważyć, analizując wykresy na rysunkach 5.13 i 5.14, że wpływ surowca na wyniki uziarnienia jest zdecydowanie słabszy niż wpływ szerokości klasy, a w szczególności przebiegu rozkładu ich uziarnień. Najbardziej wrażliwa na te zmiany jest metoda laserowa. W tabeli 5.1 zestawiono szczegółowe wyniki procentowych różnic w wielkościach ziaren: $d_{10\%}$, $d_{50\%}$, $d_{90\%}$, pomiędzy metodami pomiarowymi, które charakteryzują rozkłady uziarnienia odpowiednio dla ziaren drobnych, pośrednich i grubych. Znak przy wartościach procentowych różnic informuje o zawyżaniu lub zaniżaniu wyników uziarnienia uzyskanych przy zastosowaniu jednej z metod w stosunku do drugiej.

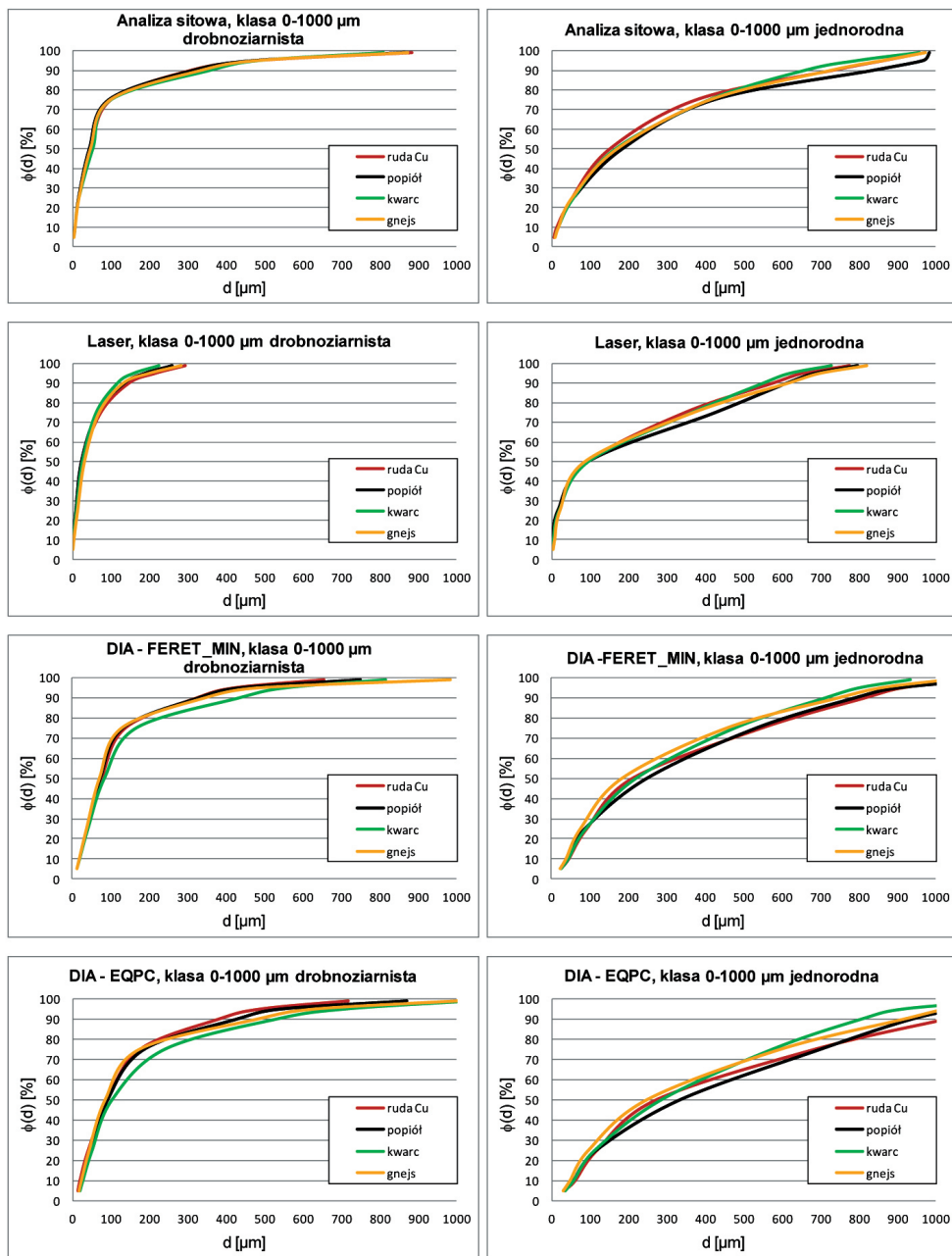
Analiza różnic procentowych w wynikach uziarnienia (tab. 5.1) potwierdza wcześniejsze spostrzeżenia na ten temat. Czynniki silnie różnicującymi ten parametr są szerokość i rozmiar klasy ziarnowej oraz udział w niej ziaren skrajnych (rozkład uziarnienia w klasie). W dużo mniejszym stopniu tym czynnikiem jest rodzaj surowca. W wąskich klasach ziarnowych różnice w wynikach uzyskiwanych różnymi metodami są średnio znacznie mniejsze niż w mieszanek klas. Analiza sitowa zaniża wymiary ziaren w stosunku do wyników uzyskanych za pomocą dyfraktometru laserowego o około 23%, natomiast w stosunku do dynamicznej analizy obrazu o około 12%. Wyniki z analizy laserowej są zawyżone w stosunku do wyników uzyskanych metodą wizyjną o około 8%. Różnice te nie są stałe w całym zakresie dystrybucji, wraz ze wzrostem wielkości ziaren mają tendencję wzrostową.



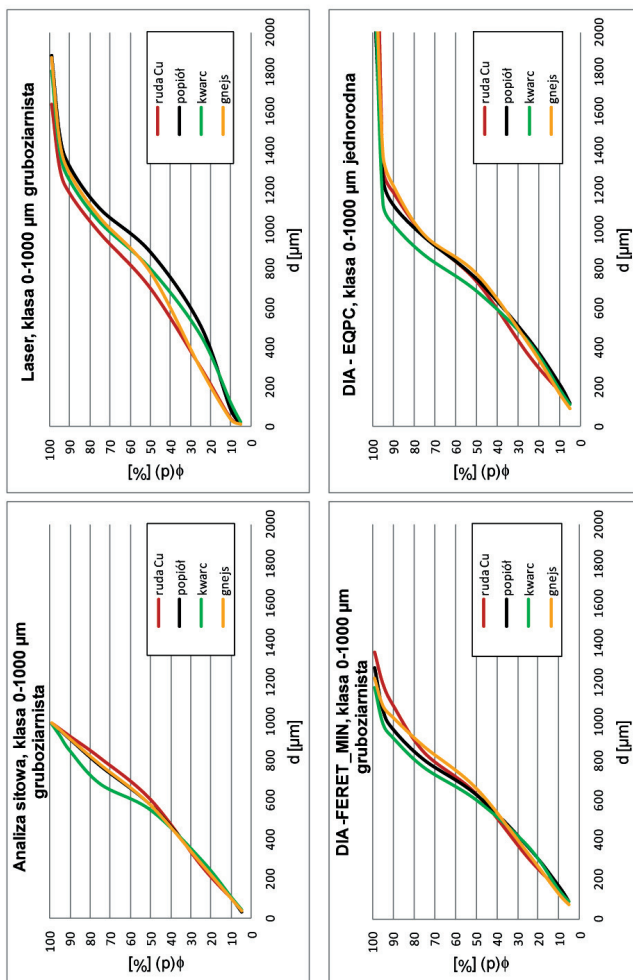
Rys. 5.1. Empiryczne dystrybuanty rozkładu uziarnienia proszków mineralnych w klasach ziarnowych 0–40 μm i 0–100 μm uzyskane różnymi metodami pomiarowymi



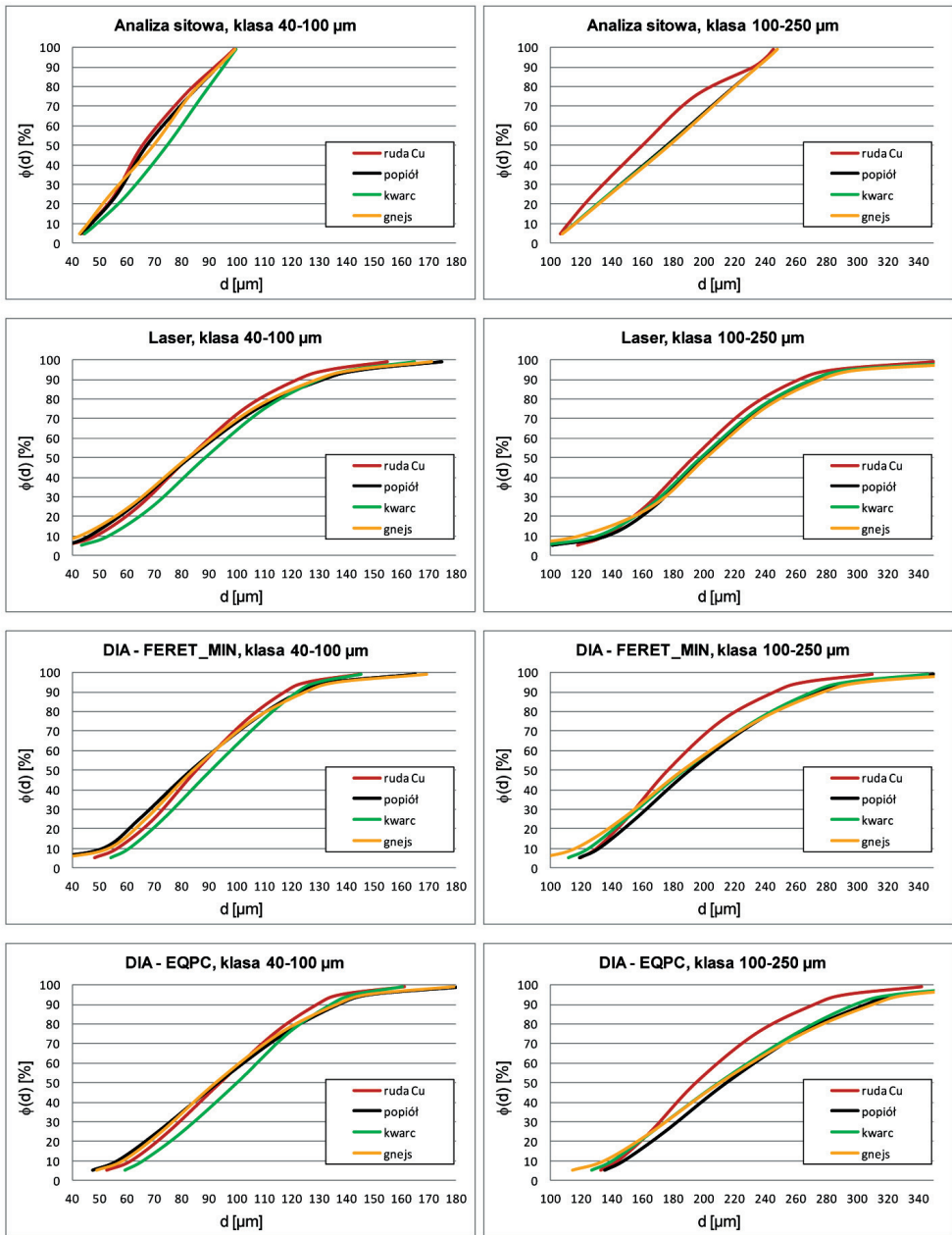
Rys. 5.2. Empiryczne dystrybuanty rozkładu uziarnienia proszków mineralnych w klasach ziarnowych 0–250 μm i 0–500 μm uzyskane różnymi metodami pomiarowymi



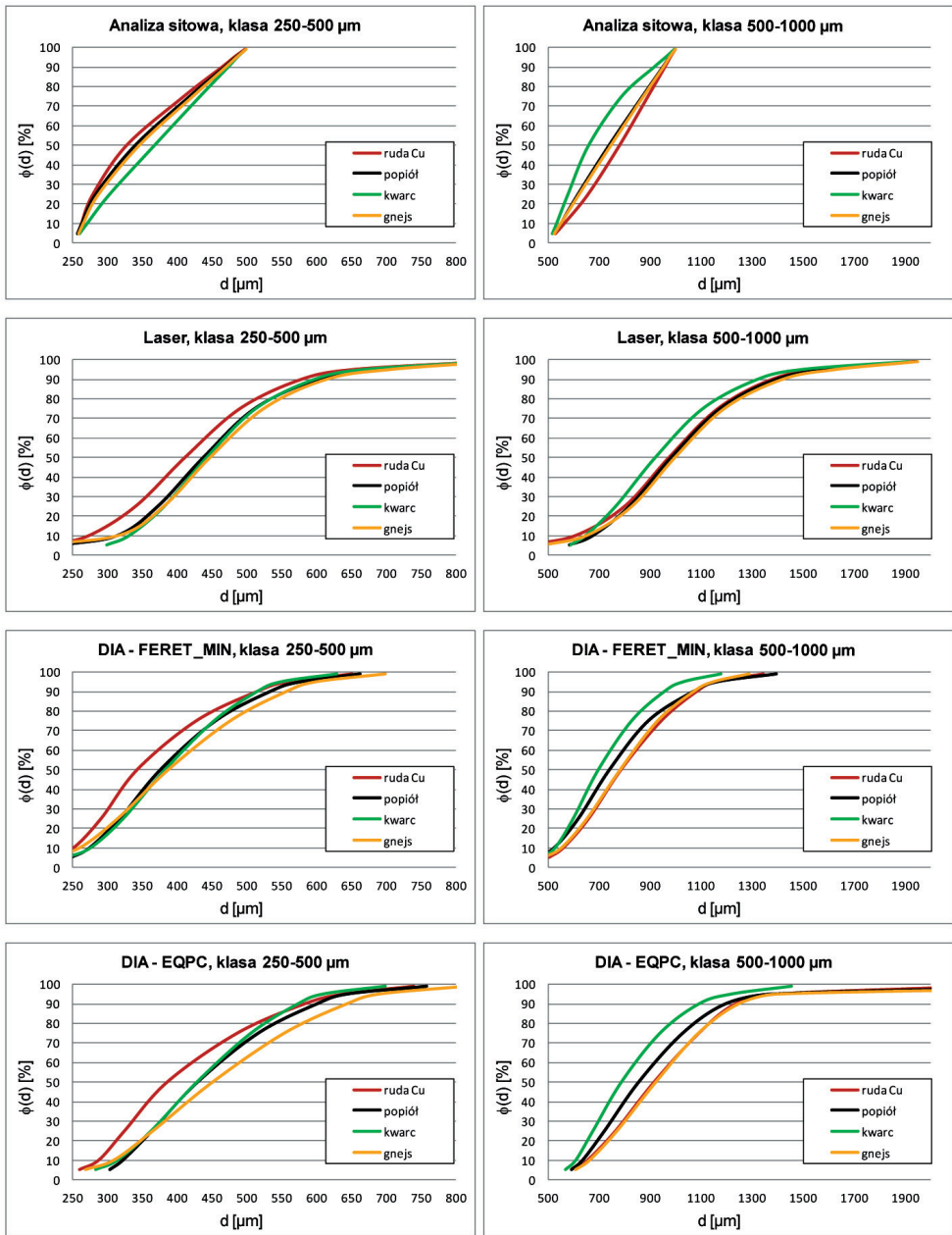
Rys. 5.3. Empiryczne dystrybuanty rozkładu uziarnienia proszków mineralnych w klasach ziarnowych drobno i jednorodnie uziarnionych 0–1000 μm uzyskane różnymi metodami pomiarowymi



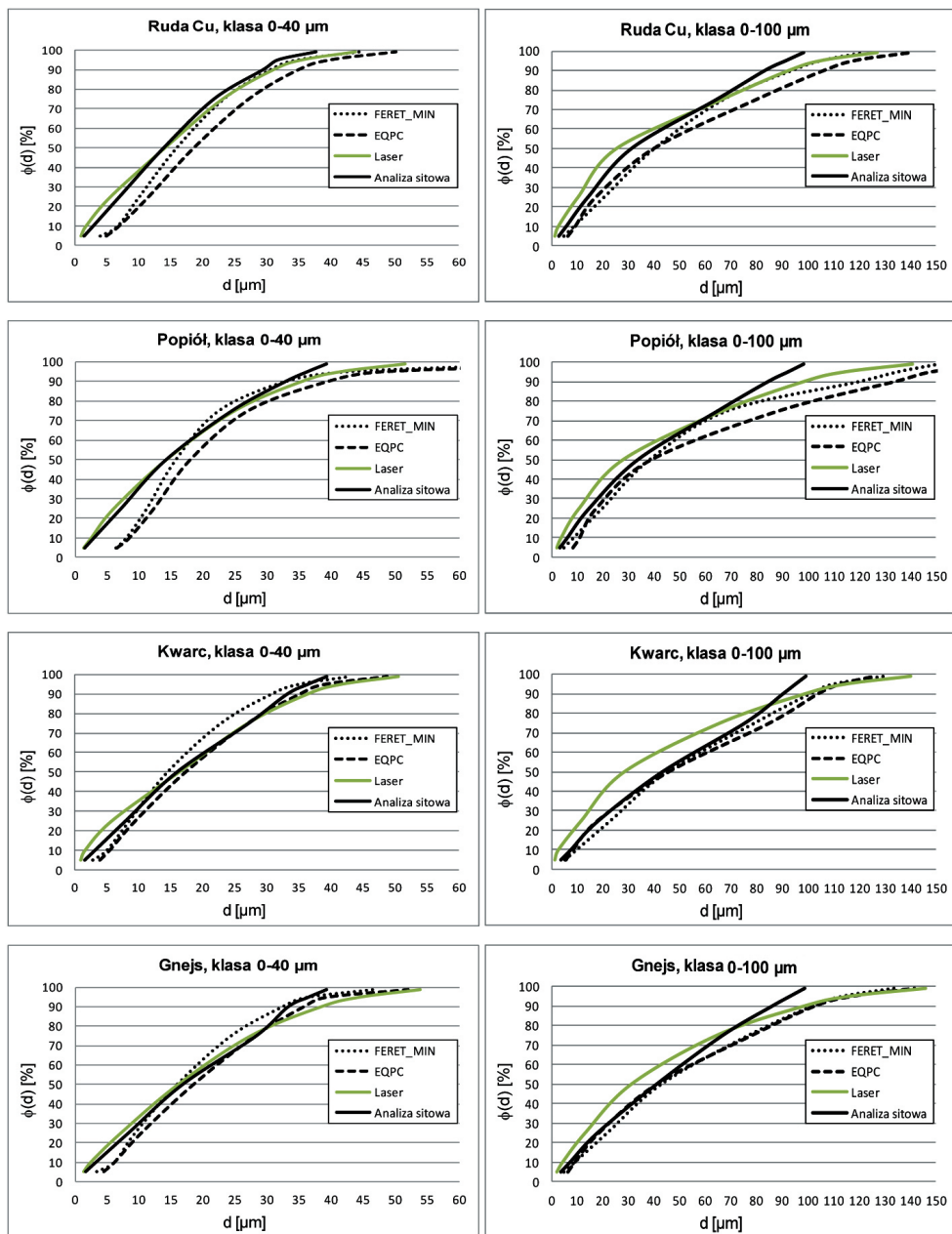
Rys. 5.4. Empiryczne dystrybuanty rozkładu uziarnienia proszków mineralnych w klasie gruboziarnistej 0–1000 μm uzyskane różnymi metodami pomiarowymi



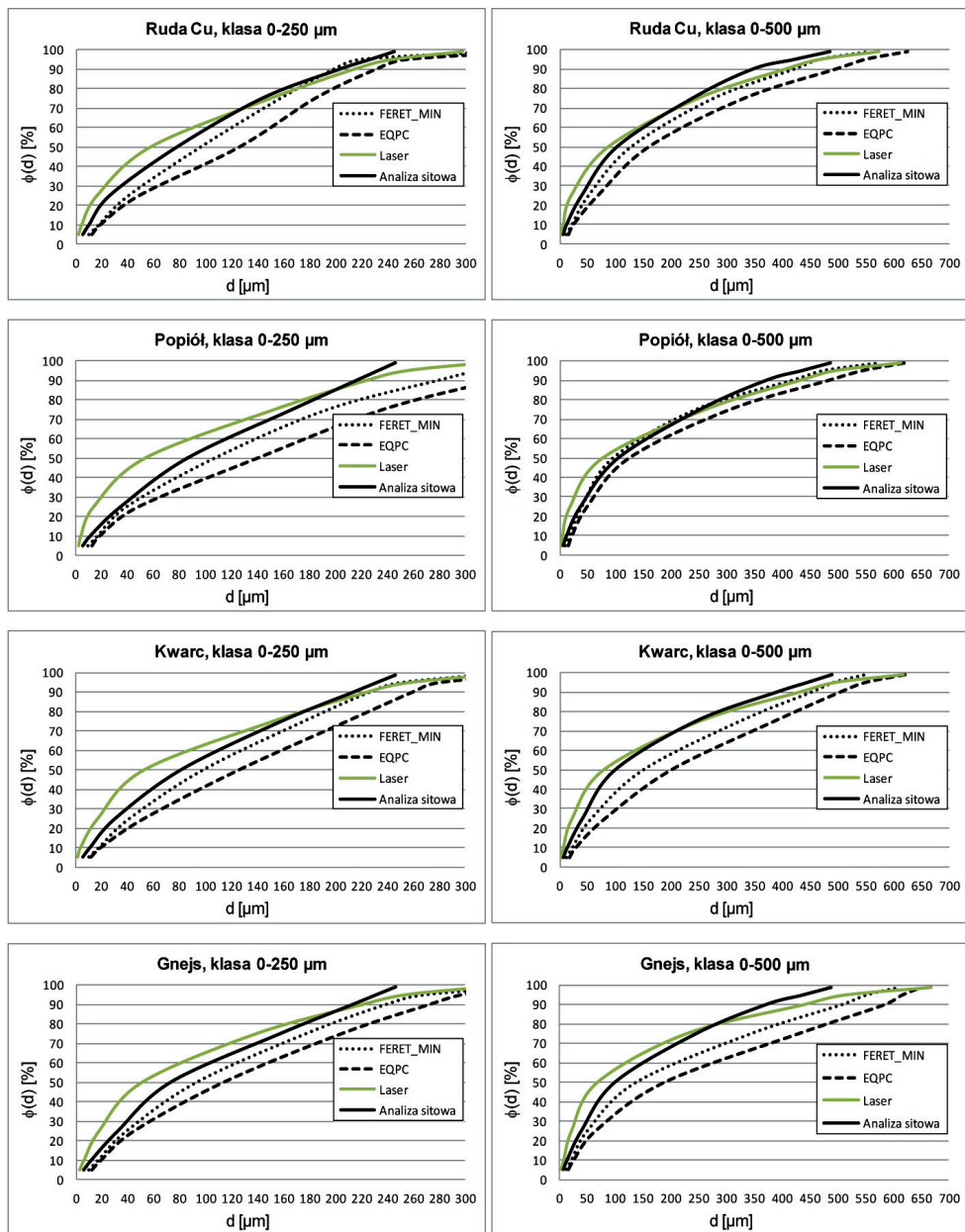
Rys. 5.5. Empiryczne dystrybuanty rozkładu uziarnienia proszków mineralnych w wąskich klasach ziarnowych 40–100 μm i 100–250 μm uzyskane różnymi metodami pomiarowymi



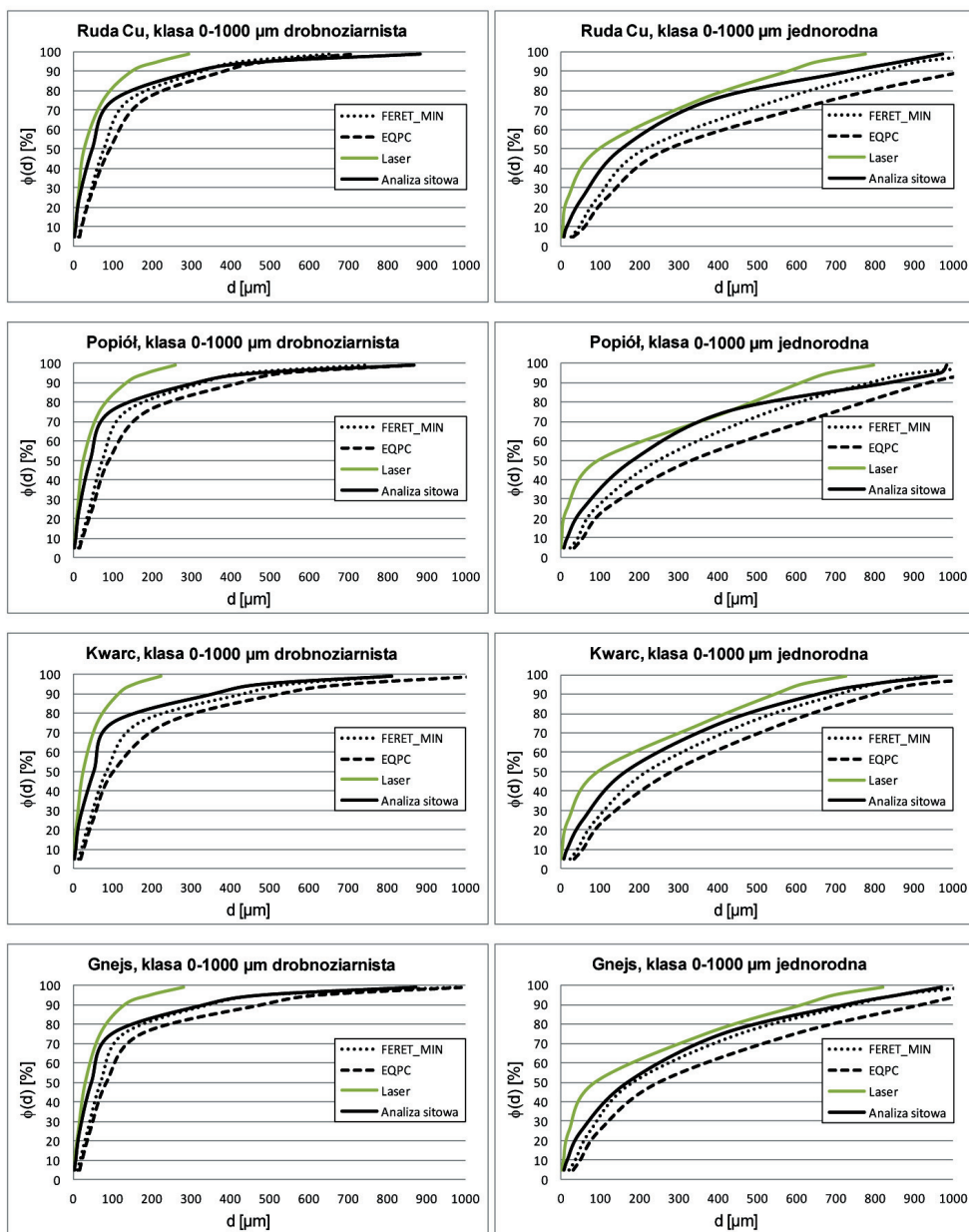
Rys. 5.6. Empiryczne dystrybuanty rozkładu uziarnienia proszków mineralnych w wąskich klasach ziarnowych 250–500 μm i 500–1000 μm uzyskane różnymi metodami pomiarowymi



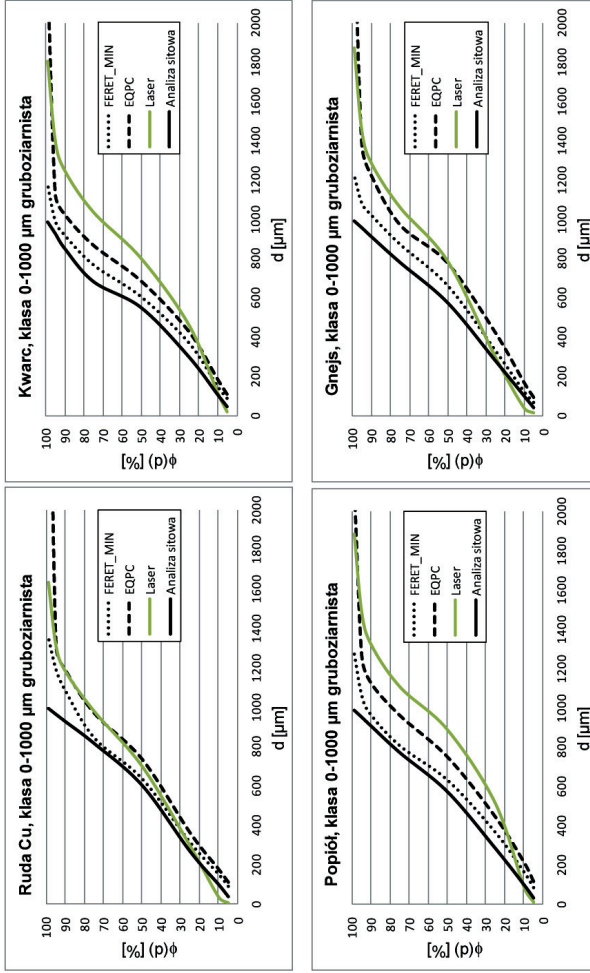
Rys. 5.7. Zestawienie empirycznych dystrybuant rozkładu uziarnienia proszków mineralnych dla poszczególnych metod pomiarowych w klasach ziarnowych 0–40 μm i 0–100 μm



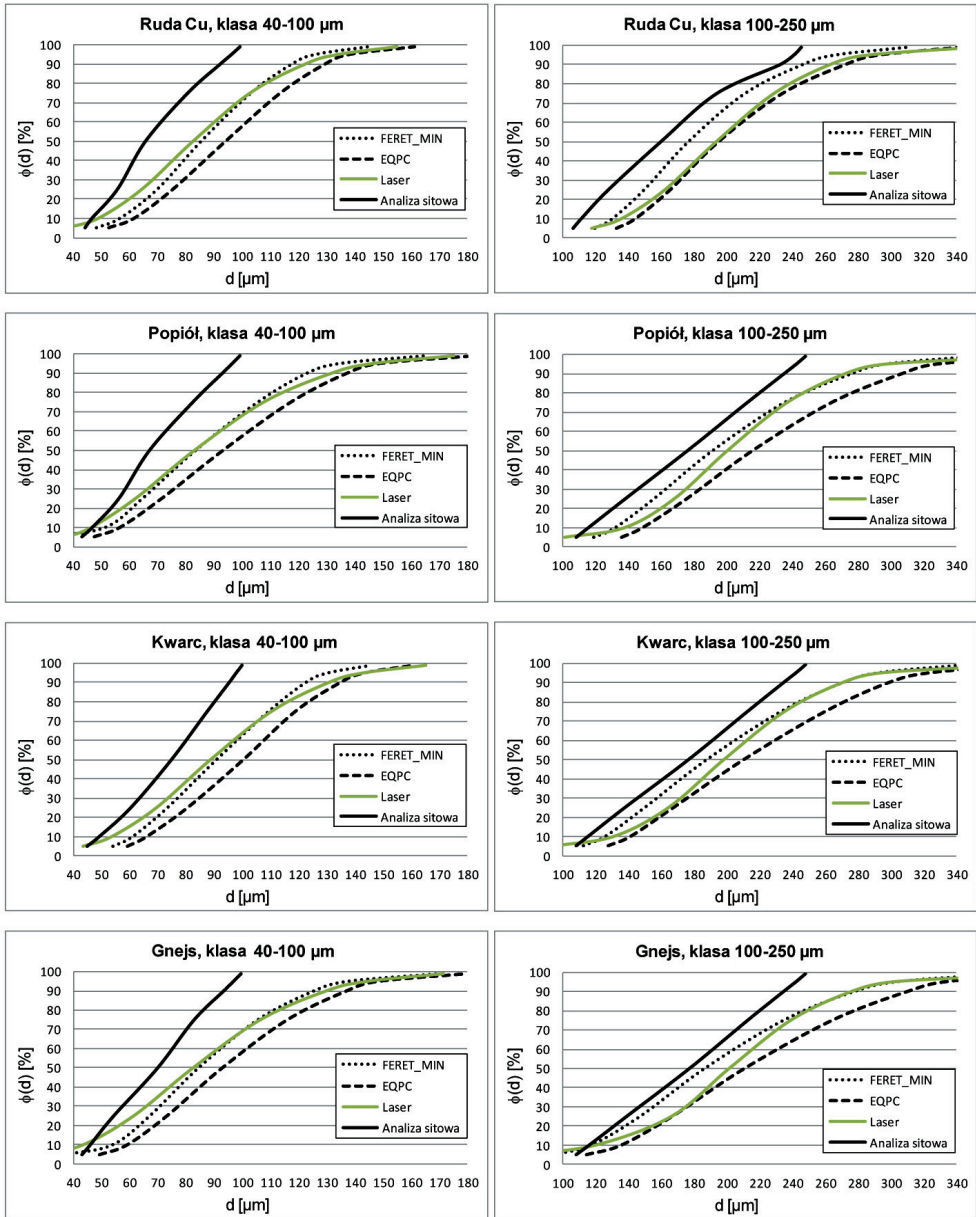
Rys. 5.8. Zestawienie empirycznych dystrybuant rozkładu uziarnienia proszków mineralnych dla poszczególnych metod pomiarowych w klasach ziarnowych 0–250 μm i 0–500 μm



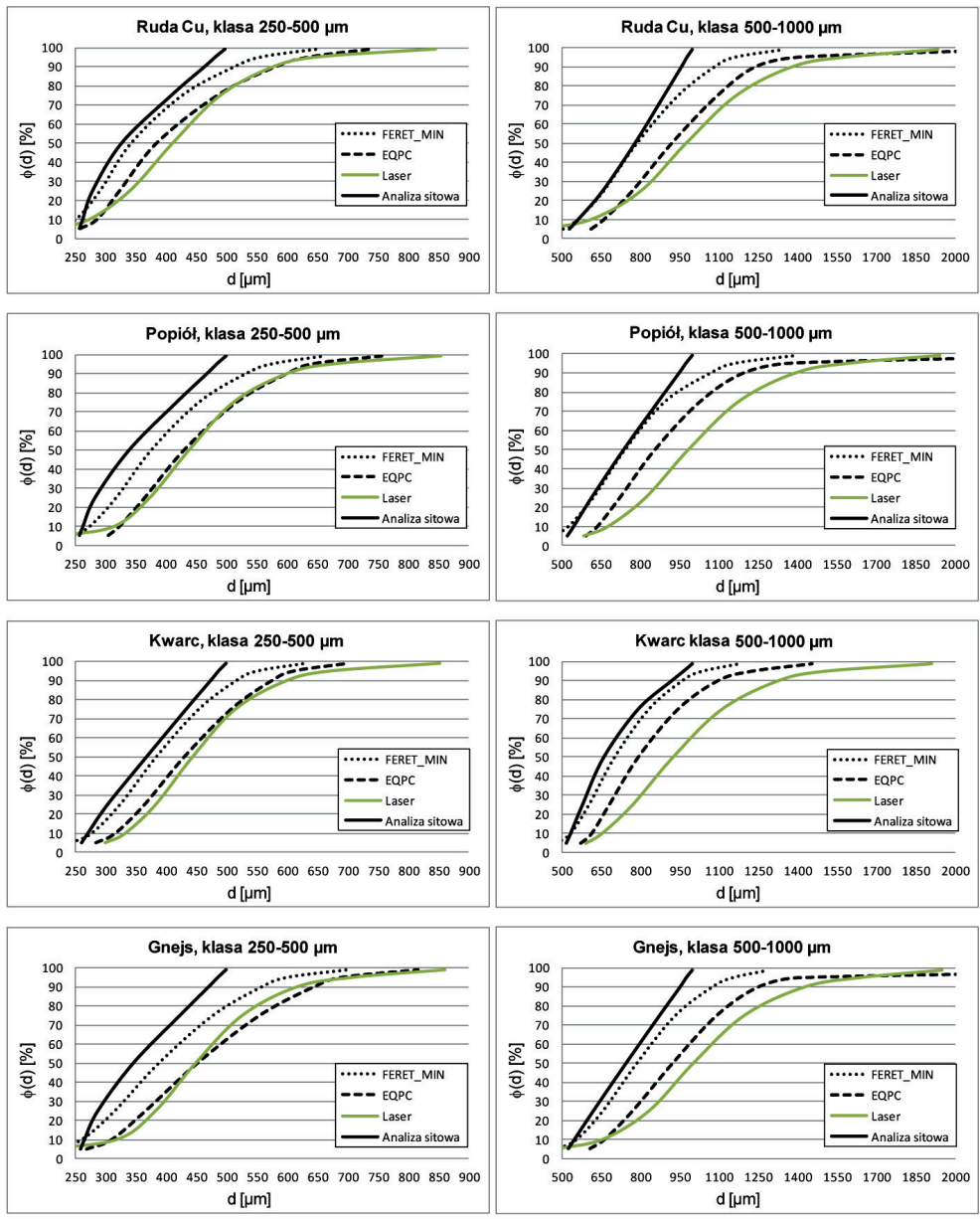
Rys. 5.9. Zestawienie empirycznych dystrybuant rozkładu uziarnienia proszków mineralnych dla poszczególnych metod pomiarowych w klasach drobno i jednorodnie uziarnionych 0–1000 μm



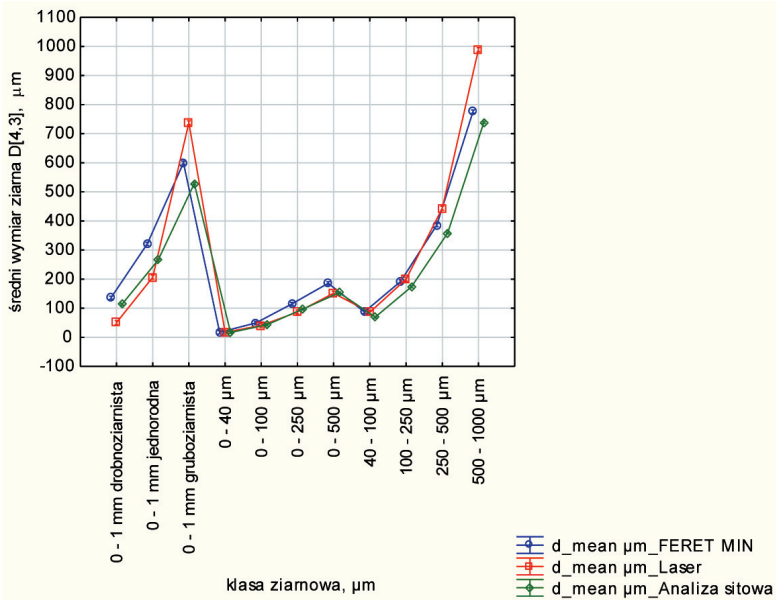
Rys. 5.10. Zestawienie empirycznych dystrybucji rozkładu uziarnienia proszków mineralnych dla poszczególnych metod pomiarowych w klasie gruboziarnistej 0–1000 μm



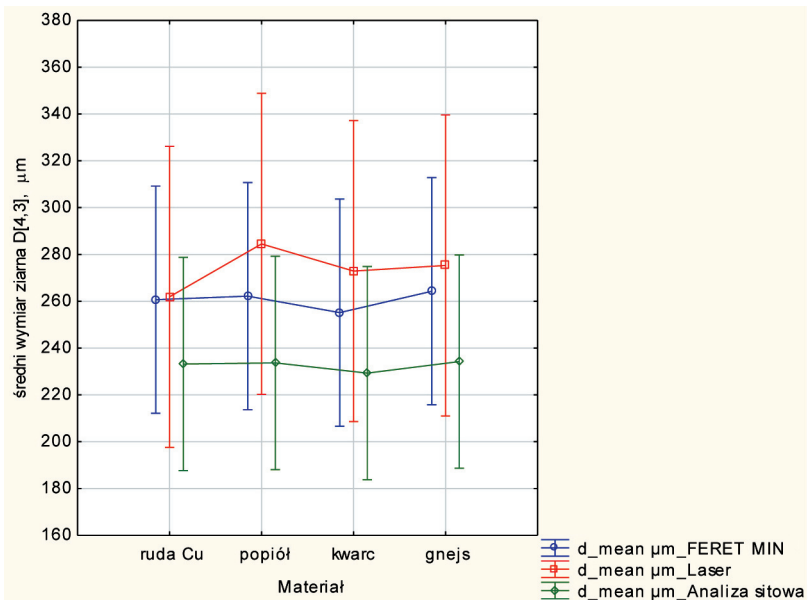
Rys. 5.11. Zestawienie empirycznych dystrybuant rozkładu uziarnienia proszków mineralnych dla poszczególnych metod pomiarowych w wąskich klasach 40–100 μm i 100–250 μm



Rys. 5.12. Zestawienie empirycznych dystrybuant rozkładu uziarnienia proszków mineralnych dla poszczególnych metod pomiarowych w wąskich klasach 250–500 μm i 500–1000 μm



Rys. 5.13. Rozkład średnich wielkości ziaren w klasach ziarnowych uzyskanych różnymi metodami pomiarowymi



Rys. 5.14. Rozkład średnich wielkości ziaren dla badanych surowców uzyskanych różnymi metodami pomiarowymi

Tabela 5.1

Zestawienie średnich procentowych różnic w wynikach uziarnienia pomiędzy metodami pomiarowymi dla ziaren charakterystycznych

Wyszczególnienie	$d_{\%}$	Analiza sitowa – LD [%]	LD – analiza sitowa [%]	Analiza sitowa – DIA [%]	DIA – analiza sitowa [%]	LD – DIA [%]	DIA – LD [%]
Wąskie klasy: 40–100 μm , 100–250 μm , 250–500 μm , 500–1000 μm							
Ruda Cu	10	–9,9	8,7	–8,5	6,9	1,2	–2,1
Ruda Cu	50	–24,4	19,6	–11,6	9,5	10,3	–12,5
Ruda Cu	90	–28,7	21,7	–14,4	12,2	10,7	–12,7
Popiół	10	–15,5	12,7	–6,3	5,6	6,9	–9,3
Popiół	50	–25,0	19,7	–11,2	9,6	10,6	–13,2
Popiół	90	–33,4	24,4	–19,3	15,8	9,9	–12,2
Sio ₂	10	–17,0	14,3	–8,8	7,4	6,4	–8,8
Sio ₂	50	–22,9	18,1	–9,5	8,4	10,2	–12,7
Sio ₂	90	–30,9	23,0	–14,4	12,0	11,9	–15,3
Gnejs	10	–9,4	7,6	–4,5	3,8	2,9	–5,8
Gnejs	50	–24,0	19,0	–11,0	9,6	10,0	–12,2
Gnejs	90	–34,5	25,1	–21,1	17,1	9,2	–11,5
Klasy jednorodnie uziarnione: 0–40 μm , 0–100 μm , 0–250 μm , 0–500 μm , 0–1000 μm							
Ruda Cu	10	54,9	–133,0	–118,5	50,5	–430,0	77,4
Ruda Cu	50	19,3	–27,2	–26,5	20,7	–62,4	35,4
Ruda Cu	90	–3,6	1,6	–9,6	8,3	–7,7	5,1
Popiół	10	52,0	–155,5	–97,7	44,0	–411,0	73,9
Popiół	50	25,9	–41,9	–15,1	11,6	–66,5	33,6
Popiół	90	–3,3	0,3	–15,6	11,5	–13,2	10,0
Sio ₂	10	61,7	–169,1	–74,8	39,4	–379,2	76,6
Sio ₂	50	26,1	–40,7	–19,9	13,9	–70,9	35,0
Sio ₂	90	–3,6	2,3	–6,9	5,9	–4,5	2,5
Gnejs	10	44,5	–85,3	–64,8	37,0	–210,0	64,8
Gnejs	50	27,9	–44,3	–14,4	10,9	–66,3	35,0
Gnejs	90	–7,3	5,4	–13,5	10,6	–6,5	4,7

Tabela 5.1 cd.

Wyszczególnienie	$d_{\%}$	Analiza sitowa – LD [%]	LD – analiza sitowa [%]	Analiza sitowa – DIA [%]	DIA – analiza sitowa [%]	LD – DIA [%]	DIA – LD [%]
Szeroka klasa 0–1000 μm drobnoziarnista							
Ruda Cu	10	49,4	-97,7	-207,4	67,5	-507,7	83,5
Ruda Cu	50	46,3	-86,1	-59,4	37,3	-196,6	66,3
Ruda Cu	90	52,6	-110,9	-5,5	5,2	-122,5	55,1
Popiół	10	45,0	-81,8	-219,0	68,6	-479,9	82,8
Popiół	50	43,9	-78,3	-70,6	41,4	-204,2	67,1
Popiół	90	57,0	-132,3	-5,1	4,9	-144,1	59,0
Sio ₂	10	67,4	-206,9	-201,1	66,8	-824,0	89,2
Sio ₂	50	51,3	-105,4	-60,3	37,6	-229,2	69,6
Sio ₂	90	67,5	-208,0	-21,3	17,6	-273,7	73,2
Gnejs	10	34,5	-52,6	-173,2	63,4	-317,1	76,0
Gnejs	50	31,8	-46,7	-51,9	34,2	-122,9	55,1
Gnejs	90	60,7	-154,6	-3,1	3,0	-162,5	61,9
Szeroka klasa 0–1000 μm gruboziarnista							
Ruda Cu	10	61,9	-162,2	-50,4	33,5	-294,3	74,6
Ruda Cu	50	-16,3	14,0	-5,4	5,1	9,3	-10,3
Ruda Cu	90	-27,6	21,6	-16,8	14,4	8,5	-9,2
Popiół	10	14,2	-16,5	-67,5	40,3	-95,2	48,8
Popiół	50	-54,6	35,3	-10,2	9,3	28,7	-40,3
Popiół	90	-45,1	31,1	-5,8	5,5	27,1	-37,2
Sio ₂	10	-12,2	10,9	-40,8	29,0	-25,4	20,3
Sio ₂	50	-45,9	31,4	-10,1	9,1	24,5	-32,5
Sio ₂	90	-46,7	31,9	-7,9	7,3	26,5	-36,0
Gnejs	10	61,8	-161,6	-25,4	20,2	-227,9	69,5
Gnejs	50	-36,9	26,9	-15,4	13,4	15,7	-18,6
Gnejs	90	-41,2	29,2	-12,0	10,7	20,7	-26,1

Rozważane relacje w mieszankach klas ziarnowych nie są tak oczywiste. W klasach jednorodnie uziarnionych analiza laserowa (LD) silnie zaniża wyniki względem wyni-

ków uzyskanych za pomocą systemu wizyjnego (DIA), szczególnie dla ziaren drobnych (nawet kilkukrotnie). Ma to związek z ograniczeniami rozdzielczymi metody DIA w pomiarze cząstek skrajnie drobnych, mikrometrycznych. W stosunku do analizy sitowej metoda laserowa LD zachowuje podobne relacje z tą różnicą, że wymiary ziaren grubych w rozkładzie ($d_{90\%}$) są nieznacznie zawyżone. Relacje pomiędzy analizą sitową i wizyjną DIA mają podobny kierunek, lecz większą siłę do tych zachodzących w wąskich klasach ziarnowych, analiza sitowa silniej bowiem zaniża wyniki (dla $d_{10\%}$ o ok. 89%, dla $d_{90\%}$ o ok. 11%).

W szerokiej klasie drobno uziarnionej (0–1000 μm), z niewielką ilością ziaren skrajnie grubych (ok. 5% udziału wąskiej klasy najgrubszej 500–1000 μm), analiza laserowa LD, w całym zakresie mierzonych dystrybuant, generuje skrajnie zaniżone uziarnienia próbek w stosunku do obu pozostałych metod, w szczególności do analizy wizyjnej DIA. Ziarna różnią się wielkością nawet o kilkaset procent. Taki wynik należy uznać za błędny. Jest on związany z niedostatecznie dużą populacją ziaren skrajnie dużych w analizowanej próbce, czego efektem jest kompensacja niewielkiej populacji tych ziaren zarejestrowanych w obrazie dyfrakcyjnym polegająca na przeszacowaniu ziaren drobnych. Zwiększenie populacji ziaren skrajnie grubych w próbce wiąże się z dozowaniem większej ilości próbki do analizatora, co będzie skutkowało wzrostem wskaźnika obskuracji (koncentracji optycznej materiału w zawiesinie jako miary procentowej emisji światła laserowego traconego przez rozpraszanie lub jego absorpcję na cząstkach) i w konsekwencji – błędnym szacowaniem wielkości ziaren w całym rozkładzie wynikającym ze zjawiska wielokrotnego rozpraszania światła laserowego na cząstkach jeszcze niezarejestrowanych. Analiza sitowa, mierząc szeroką klasę drobno uziarnioną (0–1000 μm), silnie zaniża jej wyniki w stosunku do wyników uzyskiwanych za pomocą systemu wizyjnego (DIA): w zakresie pomiaru ziaren drobnych ($d_{10\%}$) średnio o ok. 200%, natomiast w zakresie wielkości ziaren grubych ($d_{90\%}$) o ok. 9% w zależności od surowca. Duże różnice w pomiarze ziaren drobnych spowodowane są błędnym zawyżaniem wyników przez system wizyjny w stosunku do analizy sitowej, co jest spowodowane ograniczeniami rozdzielczymi układu optycznego w zakresie cząstek drobnych < 10 μm . Cząstki te, w zależności od zastosowanego modułu optycznego, są silnie niedoszacowane lub nieuwzględniane w rozkładzie.

W szerokiej klasie grubo uziarnionej (0–1000 μm) relacje pod względem wyników uziarnienia pomiędzy metodami sitową a wizyjną są podobne do tych obserwowanych w szerokiej klasie drobnoziarnistej. Metoda DIA ponownie zawyża wyniki, ale nie tak silnie (o ok. 16% w całym rozkładzie). Można to tłumaczyć niewielkim wpływem na rozkład ziaren drobnych, niedoszacowywanych z powodu graniczeń rozdzielczych systemu, których udział w próbce gruboziarnistej jest niewielki. W odniesieniu do szerokiej klasy grubo uziarnionej, w zakresie 0–1000 μm , która fizycznie zawiera ok. 5% ziaren drobnych < 40 μm , przewagę pomiarową uzyskuje metoda dyfrakcji laserowej (LD).

Jako jedyna umożliwia mierzenie, z wysoką rozdzielczością i powtarzalnością, cząstek mikrometrycznych. Znając jednak fizycznie skład mierzonej klasy gruboziarnistej, należy zaznaczyć, że metoda laserowa zbyt silnie zaniża udział ziaren drobnych w tego typu niesymetrycznych rozkładach.

Szczegółowe wyniki wielkości ziaren charakterystycznych $d_{\%}$, określonych za pomocą poszczególnych technik pomiarowych, dla badanych proszków w klasach ziarnowych, zestawiono w Załączniku 1.

5.2. Precyzja i dokładność pomiarów

Na podstawie uzyskanych wyników składów ziarnowych badanych próbek określono precyzję metod pomiarowych w rozumieniu powtarzalności wyników, uzyskanych z wielokrotnych pomiarów tej samej próbki, przez tego samego analityka, przy użyciu tego samego sprzętu pomiarowego.

Określono również dokładność metod pomiarowych jako stopień zgodności wartości rzeczywistej ze średnią arytmetyczną wyników uzyskanych z wielokrotnych pomiarów próbek (fizycznie próbkowanych i podawanych do analizatora). Pomiarów fizyczne i powtórzenia wykonywano minimum trzykrotnie. Do określenia precyzji i dokładności pomiarów uziarnienia wykorzystano współczynnik zmienności CV (klasyczną miarę zróżnicowania rozkładu cech) obliczany dla wielkości ziaren charakterystycznych $d_{5\%}$, $d_{10\%}$, $d_{25\%}$, $d_{50\%}$, $d_{75\%}$, $d_{90\%}$, $d_{95\%}$, $d_{99\%}$, co pozwoliło na analizę dokładności i precyzji w praktycznie całym zakresie rozkładu uziarnienia badanych próbek. Wartości współczynników pogrupowano w klasy ziarnowe. W tabeli 5.2 podano współczynniki CV , określające precyzję metod pomiarowych w klasach ziarnowych badanych proszków mineralnych, natomiast w tabeli 5.3 wskaźniki CV , charakteryzujące dokładność pomiarów w klasach.

Analiza wyników precyzji pomiarów wielkości ziaren charakterystycznych $d_{\%}$ odzorowujących niemal cały rozkład uziarnienia, wskazuje (tab. 5.2), że w analizie sitowej najwyższą precyzją pomiaru charakteryzują się ziarna grube powyżej $d_{90\%}$, pośrednią precyzją ziarna w przedziale $d_{50\%}$ – $d_{90\%}$, a najniższą ziarna najdrobniejsze – poniżej $d_{25\%}$. Wyraźnie wyższe wartości wskaźnika CV dla niektórych ziaren charakterystycznych w klasach najdrobniejszych, pośrednich czy grubych są wynikiem przypadkowych błędów, którymi mechaniczna analiza sitowa na mokro jest często obciążona. Analiza precyzji pomiarów wielkości ziaren charakterystycznych $d_{\%}$ metodą dyfrakcji laserowej wskazuje średnio na niższy jej poziom w przypadku ziaren najdrobniejszych, poniżej $d_{10\%}$ ($CV = 5,2$ – 6%) i podobną precyzję pomiaru pozostałych ziaren rozkładu (uśredniony względem klas wskaźnik CV waha się dla $d_{>10\%}$ w przedziale $3,3$ – $4,2\%$).

Gorsza precyzja pomiaru w zakresie wielkości ziaren najdrobniejszych związana jest z zakłóceniami w obrazie dyfrakcyjnym (nakładanie obrazów) pochodzącymi od bardzo licznej populacji ziaren skrajnie drobnych. Podobna analiza metody wizyjnej DIA wskazuje na odmienny charakter precyzji pomiarów cząstek o różnej wielkości. Metoda dynamicznej analizy obrazu z wyższą precyzją mierzy cząstki drobniejsze – poniżej wielkości ziarna $d_{50\%}$. Błąd pomiaru (CV) stopniowo rośnie wraz ze wzrostem mierzonych ziaren. Uśredniona wartość wskaźnika CV względem klas ziarnowych dla ziaren $d_{5\%}$, wynosiła 2,1%, a dla skrajnie grubych ziaren $d_{99\%}$ – odpowiednio 6,2%. Spadek precyzji pomiaru wraz ze wzrostem wielkości ziaren, może być związany z odmiennym kalkulowaniem pierwotnych wyników rozmiaru cząstek. Metoda wizyjna DIA kalkuluje wyniki na bazie pomiarów geometrycznych przy zastosowaniu komputerowej analizy obrazu, więc różnice w geometrii ziaren dużych silnie wpływają na wyniki analiz w zakresie wielkości tych ziaren. Natomiast analiza optyczna, wykorzystująca zjawisko dyfrakcji światła laserowego na cząstkach, jest wrażliwa na znaczną koncentrację ziaren skrajnie drobnych, generujących nakładające się na siebie widma optyczne, które zakłócają pomiar w zakresie ziaren najdrobniejszych.

Aby jednoznacznie określić poziom precyzji pomiarów uziarnienia poszczególnych metod pomiarowych, wyniki dotyczące poszczególnych ziaren charakterystycznych uśredniono względem badanych próbek w klasach ziarnowych. Wartości wskaźników CV , w takim ujęciu, pokazano na rysunku 5.15. Analizując wykres, można zauważyć, że wraz ze wzrostem szerokości klas ziarnowych rośnie wskaźnik CV , a więc maleje precyzja pomiarów. Szczególnie dużymi błędami obarczone są pomiary próbek klas o najszerszym zakresie uziarnienia (0–1000 μm), gdzie liczba potencjalnych zakłóceń pomiarowych związanych z koncentracją próbki, dyspersją czy morfologią ziaren jest największa. Precyzja pomiarów uziarnienia w wąskich klasach ziarnowych jest widocznie wyższa z uwagi na niższy poziom czynników zakłócających.

Średnio najwyższą precyzją pomiarową charakteryzowała się analiza sitowa na mokro ($CV = 1,57\text{--}0,97\%$), która dawała stabilne wyniki w przypadku wszystkich mieszanek klas ziarnowych. Można przypuszczać, że w wąskich klasach ziarnowych taka tendencja również by się zachowała. Precyzja pomiarowa pozostałych dwóch metod była wyraźnie niższa – dla DIA wynosiła $4,53\% \pm 2,33\%$, a dla LD – $5,58\% \pm 3,53\%$ i była niestabilna w klasach ziarnowych. Taki stan rzeczy wprost wynika z metody pomiarowej, która w analizie sitowej realizuje bezpośredni (analogowy) pomiar ziarna, nie stosując przetworników, np. optycznych, algorytmów przetwarzania obrazu czy procedur przygotowania (dyspersji) próbki w celi pomiarowej. Te czynniki, znamienne dla pozostałych dwóch metod, wpływają na błędy pomiarowe, szczególnie nasilające się wraz ze wzrostem zakresu uziarnienia oraz niejednorodności jego rozkładu w badanych próbkach.

Tabela 5.2

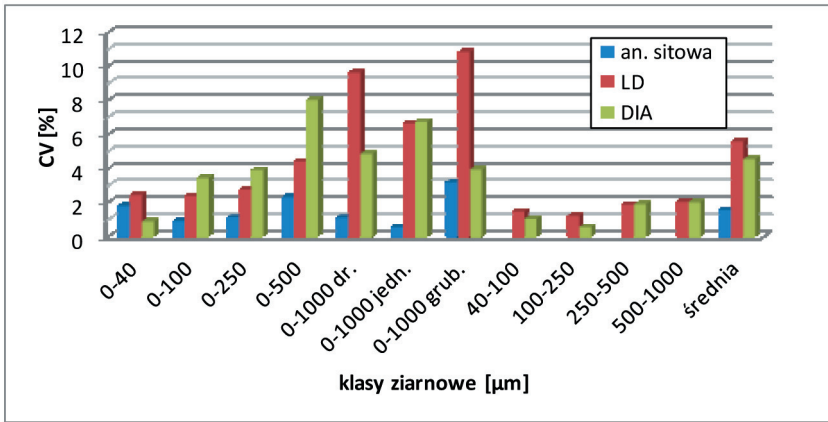
Wartości wskaźnika zmienności CV dla precyzji pomiarów w zakresie wielkości ziaren charakterystycznych $d_{\%}$ w klasach ziarnowych

Klasa ziarnowa [μm]	CV [%] – analiza sitowa na mokro							
	$d_{5\%}$	$d_{10\%}$	$d_{25\%}$	$d_{50\%}$	$d_{75\%}$	$d_{90\%}$	$d_{95\%}$	$d_{99\%}$
0–40	1,99	1,25	1,50	1,40	7,81	0,22	0,16	0,02
0–100	1,99	0,99	1,19	1,04	1,06	0,58	0,27	0,07
0–250	2,48	2,48	2,06	1,65	0,22	0,07	0,03	0,03
0–500	3,63	3,06	7,52	2,03	0,28	1,28	0,57	0,07
0–1000 dr.	2,32	1,14	0,69	2,95	0,71	0,92	0,15	0,08
0–1000 jedn.	2,05	0,51	0,13	0,84	0,47	0,29	0,08	0,01
0–1000 gr.	9,18	7,82	4,35	3,40	0,43	0,19	0,07	0,04
40–100	–	–	–	–	–	–	–	–
100–250	–	–	–	–	–	–	–	–
250–500	–	–	–	–	–	–	–	–
500–1000	–	–	–	–	–	–	–	–
Klasa ziarnowa [μm]	CV [%] – dyfrakcja laserowa (LD)							
	$d_{5\%}$	$d_{10\%}$	$d_{25\%}$	$d_{50\%}$	$d_{75\%}$	$d_{90\%}$	$d_{95\%}$	$d_{99\%}$
0–40	3,38	2,61	3,28	2,65	1,89	1,88	1,84	1,85
0–100	2,23	3,08	3,22	2,60	1,40	1,91	2,08	2,46
0–250	2,86	4,40	4,85	4,00	2,84	1,16	0,91	0,97
0–500	4,23	6,80	4,71	5,07	6,54	2,49	2,20	3,20
0–1000 dr.	4,37	4,99	4,60	4,87	9,45	14,17	17,55	16,98
0–1000 jedn.	4,34	6,72	5,78	7,73	9,69	6,59	6,28	5,98
0–1000 gr.	18,34	30,69	14,83	6,35	3,60	3,59	4,14	5,07
40–100	2,01	0,80	0,56	0,74	1,13	1,65	1,98	2,75
100–250	2,33	1,80	1,25	0,84	0,63	0,63	0,70	1,44
250–500	6,49	1,98	1,52	1,17	1,07	1,02	1,25	0,38
500–1000	6,68	2,70	1,43	1,10	0,99	1,22	1,60	0,52
Klasa ziarnowa [μm]	CV [%] – dynamiczna analiza obrazu (DIA)							
	$d_{5\%}$	$d_{10\%}$	$d_{25\%}$	$d_{50\%}$	$d_{75\%}$	$d_{90\%}$	$d_{95\%}$	$d_{99\%}$
0–40	0,23	1,29	1,30	6,04	0,93	3,47	3,80	1,69
0–100	0,25	1,38	1,45	6,63	1,32	3,99	5,62	0,52

Tabela 5.2 cd.

0–250	0,25	1,42	1,57	8,54	1,71	3,33	4,78	0,51
0–500	0,27	1,45	3,54	8,42	1,32	7,04	2,57	0,57
0–1000 dr.	0,28	3,87	2,23	10,80	3,63	11,11	3,53	0,66
0–1000 jedn.	0,27	6,19	2,81	8,75	6,74	11,42	3,72	0,76
0–1000 gr.	0,54	6,01	4,23	7,90	8,34	9,98	3,69	0,96
40–100	4,90	5,84	14,04	7,04	14,81	3,57	3,66	2,66
100–250	0,23	1,29	1,30	6,04	0,93	3,47	3,80	1,69
250–500	0,25	1,38	1,45	6,63	1,32	3,99	5,62	0,52
500–1000	0,25	1,42	1,57	8,54	1,71	3,33	4,78	0,51

dr. – drobnoziarnista, jedn. – jednorodnie uziarniona, gr. – gruboziarnista



Rys. 5.15. Uśrednione wskaźniki CV charakteryzujące precyzję pomiarów w klasach ziarnowych poszczególnymi technikami pomiarowymi

Analogiczne porównanie wyników przeprowadzono w odniesieniu do dokładności pomiarów uziarnienia badanych proszków mineralnych poszczególnymi metodami pomiarowymi, która związana jest nie tylko z metodą pomiarową, ale również z błędami próbkowania i dyspersji ziaren w samym analizatorze. Z założenia więc wskaźniki CV dokładności pomiarów są średnio ponaddwukrotnie wyższe niż wskaźniki precyzji oznaczeń.

Analiza dokładności pomiarów wielkości ziaren charakterystycznych $d_{\%}$ mierzona wskaźnikiem CV wskazuje, że w analizie sitowej najwyższą dokładnością pomiaru charakteryzują się ziarna grube, powyżej $d_{95\%}$, pośrednią dokładnością ziarna w przedziale $d_{75\%}-d_{95\%}$, a najniższą – pozostałe ziarna rozkładu poniżej $d_{75\%}$ (tab. 5.3). Trend ten jest zrozumiały, gdyż wraz ze zmniejszaniem się oczka sita maleje również skuteczność

przesiewania ziaren. Rosną więc błędy pomiarowe. Analiza dokładności pomiarów wielkości ziaren charakterystycznych $d_{5\%}$ metodą dyfrakcji laserowej (LD) wskazuje średnio na dużo wyższy poziom błędów pomiarowych w przypadku ziaren najdrobniejszych, poniżej $d_{10\%}$ ($CV = 20\text{--}22\%$) w stosunku do błędów pomiarów pozostałych ziaren w rozkładzie uziarnienia powyżej $d_{10\%}$ ($CV = 5\text{--}10\%$). Należy dodać, że w metodzie laserowej (LD) analizowana wcześniej precyzja pomiarów jest silnie skorelowana w klasach z dokładnością, która jest średnio dwukrotnie niższa od precyzji. Podobna analiza metody wizyjnej DIA wskazuje, że największe błędy generowane są w przypadku ziaren skrajnych ($d_{5\%}$ i $d_{99\%}$), dla których uśredniona wartość wskaźnika CV wynosiła ok. 10%. Pozostałe ziarna charakterystyczne rozkładu cechowały się niewiele niższymi błędami pomiarowymi ($CV = 7\text{--}8\%$). Zaobserwowano wyjątkowo wysokie błędy pomiarowe ziaren drobnych $d_{5\%}$ w próbkach najdrobniej uziarnionych: 0–40 μm i 40–100 μm . Wskaźnik CV ziaren $d_{5\%}$ w tych klasach wynosił odpowiednio 37,87% i 23,72%. Najprawdopodobniej powodem tego stanu rzeczy jest ograniczona rozdzielczość optyczna systemu wizyjnego, która we frakcji ziaren o rozmiarach mikrometrycznych uniemożliwia dokładne odwzorowanie ziaren. W rezultacie ziarna te są filtrowane, co generuje błędy w uziarnieniu.

Podsumowując rozważania na temat dokładności pomiarowej badanych technik pomiaru uziarnienia, należy stwierdzić, że wyniki dla określonych ziaren charakterystycznych uśredniono względem badanych próbek w klasach ziarnowych. Wartości wskaźników CV , w takim ujęciu, pokazano na rysunku 5.16. Analiza wykresu wskazuje, że dla wszystkich badanych metod zaobserwowano około trzykrotnie wyższą dokładność pomiarów uziarnienia w wąskich klasach ziarnowych (pozbawionych ziaren drobnych) w stosunku do pozostałych badanych klas o szerszym zakresie uziarnienia. Ma to związek z wyższą dokładnością pobierania próbek w wąskich klasach ziarnowych, w przypadku których łatwiej jest zachować reprezentatywność próbek pomiarowych, oraz ze stabilniejszą dyspersją ziaren w wąskich klasach. Średnio najwyższą dokładnością pomiarową charakteryzowała się analiza sitowa na mokro ($CV = 4,86\% \pm 2,29\%$), która obarczona była jedynie większymi błędami dla mieszanek klas najdrobniejszych $<100 \mu\text{m}$, co wynikał z oczywistego spadku skuteczności przesiewania wraz ze zmniejszaniem się oczka sita analitycznego. Dokładność pomiarowa pozostałych dwóch metod była dwukrotnie niższa. Wskaźnik CV dla DIA wynosił $8,32\% \pm 2,95\%$, a dla LD $9,97\% \pm 4,53\%$ i był niestabilny w klasach ziarnowych. Metoda dyfrakcji laserowej najmniej dokładnie analizowała próbki w szerokich klasach ziarnowych (0–1000 μm), a dynamiczna analiza obrazu generowała znaczne błędy szczególnie w klasach najdrobniejszych $<40 \mu\text{m}$.

Taki stan rzeczy bezpośrednio wynika z różnic w sposobie pomiaru ziaren dla poszczególnych metod oraz czynników związanych z przygotowaniem próbek pomiarowych (próbkowaniem, dyspersją).

Tabela 5.3

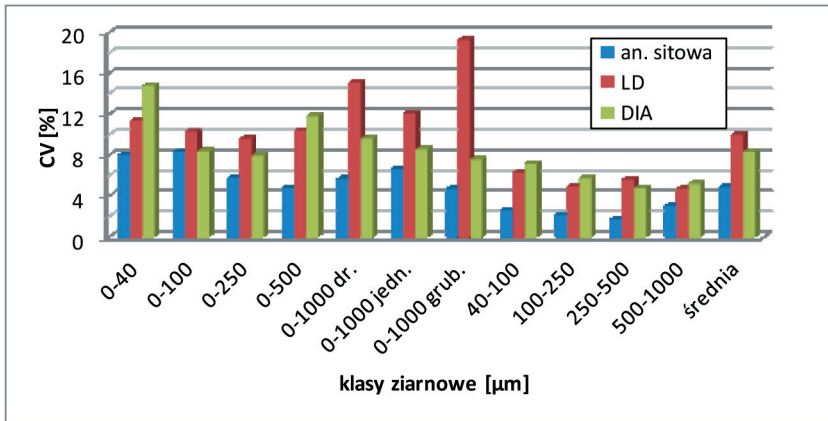
Wartości wskaźnika zmienności CV dla dokładności pomiarów w zakresie wielkości ziaren charakterystycznych $d_{\%}$ w klasach ziarnowych

Klasa ziarnowa [μm]	CV [%] – analiza sitowa na mokro							
	$d_{5\%}$	$d_{10\%}$	$d_{25\%}$	$d_{50\%}$	$d_{75\%}$	$d_{90\%}$	$d_{95\%}$	$d_{99\%}$
0–40	9,89	9,22	9,41	9,55	11,61	5,78	6,54	2,19
0–100	12,05	13,12	13,34	15,30	7,51	3,42	1,57	0,34
0–250	7,99	8,24	12,55	7,17	6,23	2,70	1,20	0,21
0–500	10,48	10,85	4,58	2,46	2,46	4,84	2,23	0,34
0–1000 dr.	11,12	5,33	5,54	8,44	3,03	6,98	1,19	3,78
0–1000 jedn.	9,30	8,51	3,69	7,62	4,81	9,98	8,09	1,14
0–1000 gr.	12,92	3,24	4,39	3,81	7,42	3,71	1,66	0,29
40–100	2,01	2,95	4,64	5,68	3,42	1,35	0,65	0,25
100–250	0,70	1,83	3,82	4,89	4,53	0,53	0,31	0,51
250–500	0,51	1,35	3,63	4,84	2,27	0,75	0,35	0,08
500–1000	1,11	2,35	5,30	7,06	5,37	1,99	0,81	0,17
Klasa ziarnowa [μm]	CV [%] – dyfrakcja laserowa (LD)							
	$d_{5\%}$	$d_{10\%}$	$d_{25\%}$	$d_{50\%}$	$d_{75\%}$	$d_{90\%}$	$d_{95\%}$	$d_{99\%}$
0–40	16,93	21,08	11,36	7,79	7,71	8,56	8,87	8,61
0–100	24,81	24,35	10,77	8,20	1,39	2,91	4,28	5,83
0–250	24,07	24,66	11,57	4,87	4,21	2,05	2,29	3,01
0–500	23,57	22,93	7,90	9,55	5,78	3,40	3,67	6,27
0–1000 dr.	22,30	27,89	17,54	12,48	7,71	9,27	12,38	11,36
0–1000 jedn.	26,65	28,61	11,30	5,01	9,04	5,37	5,37	5,15
0–1000 gr.	38,33	56,28	28,33	9,58	5,07	4,74	5,34	6,47
40–100	17,03	9,04	5,70	3,55	2,86	3,26	3,78	5,24
100–250	18,05	5,98	1,52	1,82	1,95	2,16	2,46	5,52
250–500	18,43	7,92	5,26	3,72	2,82	2,52	3,32	0,75
500–1000	15,81	4,18	3,47	3,47	3,18	3,05	3,64	0,89
Klasa ziarnowa [μm]	CV [%] – dynamiczna analiza obrazu (DIA)							
	$d_{5\%}$	$d_{10\%}$	$d_{25\%}$	$d_{50\%}$	$d_{75\%}$	$d_{90\%}$	$d_{95\%}$	$d_{99\%}$
0–40	37,87	19,00	11,52	4,57	3,55	3,54	9,53	28,78
0–100	6,47	6,97	7,29	7,40	8,24	10,55	11,11	9,03

Tabela 5.3 cd.

Klasa ziarnowa [μm]	CV [%] – dynamiczna analiza obrazu (DIA)							
	$d_{5\%}$	$d_{10\%}$	$d_{25\%}$	$d_{50\%}$	$d_{75\%}$	$d_{90\%}$	$d_{95\%}$	$d_{99\%}$
0–250	2,57	2,95	3,20	6,33	8,56	14,29	15,12	10,65
0–500	11,70	12,89	15,46	18,46	14,97	8,96	7,49	4,52
0–1000 dr.	3,35	4,26	5,13	7,83	12,38	14,39	12,43	17,24
0–1000 jedn.	8,25	9,44	9,29	12,52	8,71	5,92	5,86	8,48
0–1000 gr.	10,91	11,30	8,07	3,76	5,57	7,13	7,67	6,05
40–100	23,72	7,30	5,40	3,74	2,35	2,61	3,76	8,31
100–250	10,77	5,40	2,47	3,41	5,13	5,52	5,85	7,44
250–500	7,02	4,59	4,64	5,47	4,42	3,78	3,84	4,44
500–1000	3,71	3,22	4,52	5,58	5,80	5,76	5,72	7,26

dr. – drobnoziarnista, jedn. – jednorodnie uziarniona, gr. – gruboziarnista



Rys. 5.16. Uśrednione wskaźniki CV charakteryzujące dokładność pomiarów w klasach ziarnowych w poszczególnych technikach pomiarowych

5.3. Aproksymacje wyników wybranymi rozkładami dystrybuant

Jednym ze sposobów ujednolicania wyników uziarnienia materiałów sypkich jest ich aproksymacja za pomocą znanych funkcji gęstości prawdopodobieństwa oraz wyznaczanie wspólnych zależności funkcyjnych pomiędzy parametrami równań aproksymacyjnych dla poszczególnych metod pomiarowych czy surowców. W badaniach nad unifikacją wyników uziarnienia prezentowanych w monografii w rozdziale 6 zweryfiko-

wano tę metodę wspomaganą algorytmami ewolucyjnymi, nazywając ją aproksymacyjno-adaptacyjną. W tym celu niezbędne było opracowanie modeli matematycznych opisujących rozkłady uziarnienia badanych próbek. Zapis wyników analiz granulometrycznych w postaci funkcyjnej wymagał zastosowania do ich aproksymacji dystrybuant teoretycznych rozkładu uziarnienia. Poniżej podano wzory dystrybuant najczęściej stosowanych do opisu rozkładu uziarnienia proszków mineralnych (5.1)–(5.4).

Dystrybuanta rozkładu Weibulla (RRB) ma postać:

$$\Phi(d) = 1 - e^{-\left(\frac{d}{d_0}\right)^n} \quad (5.1)$$

gdzie:

d_0 – wielkość ziarna charakterystycznego (parametr skali),
 n – parametr kształtu ziaren.

Ucięty rozkład Weibulla wyraża równanie (Weibull 1951):

$$\Phi(d) = 1 - e^{-c \left(\frac{d}{d_{\max} - d}\right)^n} \quad (5.2)$$

gdzie:

d_{\max} – wielkość ziarna maksymalnego (parametr skali),
 n, c – parametry równania.

Rozkład Gaudina–Andrejewa–Schumanna (GAS) zapisywany jest w postaci:

$$\Phi(d) = \left(\frac{d}{d_{\max}}\right)^K \quad (5.3)$$

gdzie K – parametr kształtu ziaren.

Dystrybuanta rozkładu logarymiczno-normalnego (Kolmogorow 1941) jest określona wzorem (Epstein 1948)

$$\Phi(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (5.4)$$

$$0 < d < +\infty$$

gdzie:

$$z = \frac{\lg d - M}{\sigma},$$

M – wartość średnia zmiennej $\lg D$,

σ – odchylenie standardowe $\lg d$ wokół średniej.

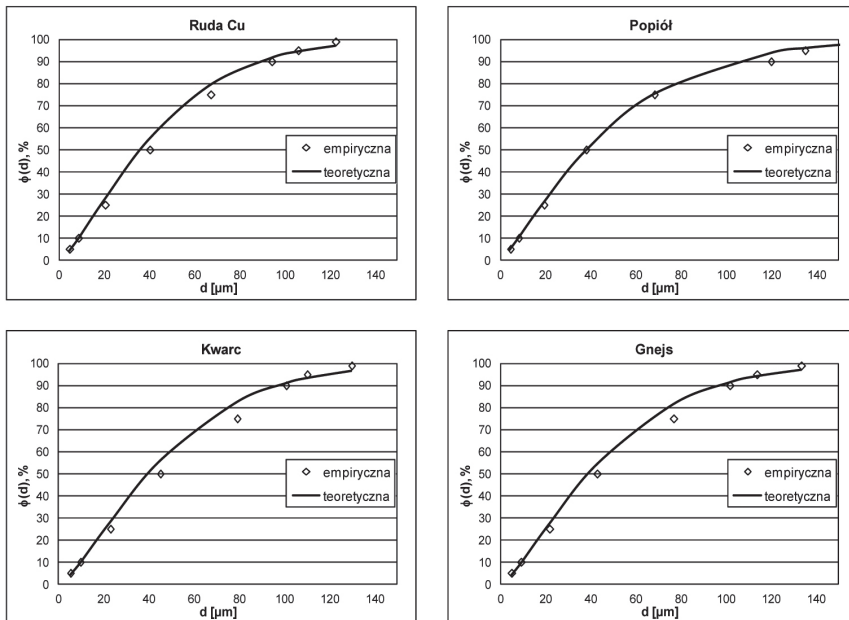
Na podstawie badań własnych oraz przeglądu literatury wytypowano do obliczeń aproksymacyjnych rozkład Weibulla, jako najkorzystniejszy pod względem zakresu uziarnienia próbek (Peszko *et al.* 2000, Gniadek *et al.* 2005, Niedoba 2016). Do estymacji parametrów n i d_0 rozkładu wykorzystano klasyczną metodę najmniejszych kwadratów. Przykładowe wykresy dystrybuant aproksymowanych funkcją Weibulla oraz stopień dopasowania do danych empirycznych rozkładów uziarnienia badanych próbek przedstawiono na rysunkach 5.17–5.19. W tabeli 5.4 zestawiono estymowane parametry równania dla wszystkich badanych próbek proszków mineralnych. Posłużyły one jako parametry modeli przejścia do obliczeń kalkulacyjnych, mających na celu unifikację wyników analiz uziarnienia pomiędzy metodami pomiarowymi.

Błąd dopasowania rozkładów, znany jako błąd resztowy, określono na podstawie różnic w wartościach dystrybuant teoretycznych i empirycznych według wzoru:

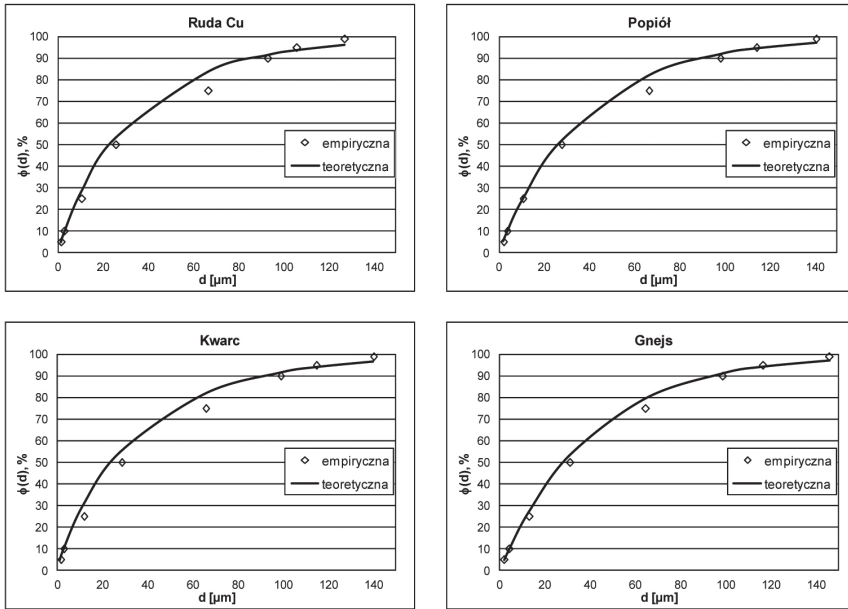
$$S_r = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (\Phi_r(d_i) - \Phi_k(d_i))^2}{n-2}} \quad (5.5)$$

gdzie:

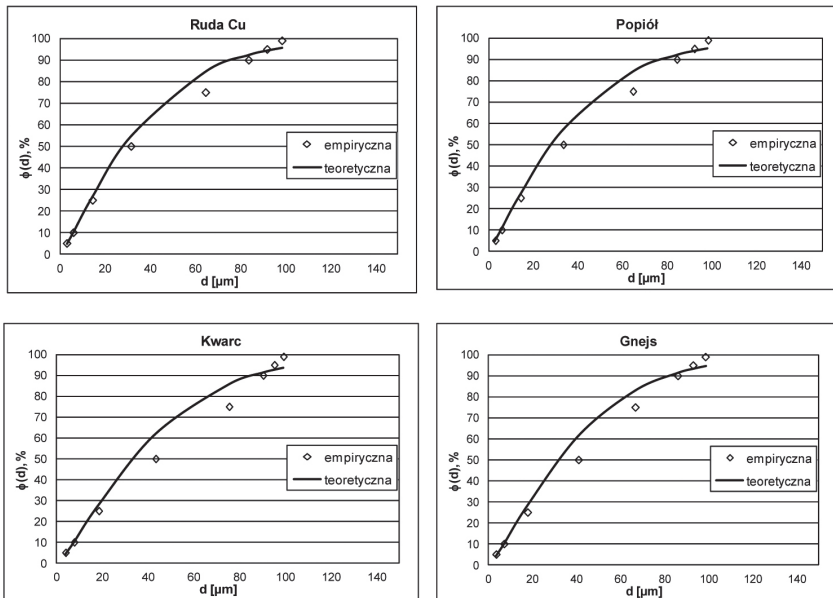
- $\Phi_k(d_i)$ – dystrybuanta kalkulowana,
- $\Phi_r(d_i)$ – dystrybuanta empiryczna,
- n – liczba uwzględnionych w obliczeniach klas ziarnowych.



Rys. 5.17. Aproksymacje rozkładem Weibulla empirycznych składów ziarnowych proszków mineralnych w klasie 0–100 μm , mierzonych metodą DIA



Rys. 5.18. Aproksymacje rozkładem Weibulla empirycznych składów ziarnowych proszków mineralnych w klasie 0–100 μm , mierzonych metodą LD



Rys. 5.19. Aproksymacje rozkładem Weibulla empirycznych składów ziarnowych proszków mineralnych w klasie 0–100 μm , mierzonych metodą analizy sitowej

Tabela 5.4

Parametry rozkładu Weibulla oraz błędy dopasowania do danych empirycznych dla badanych próbek proszków mineralnych

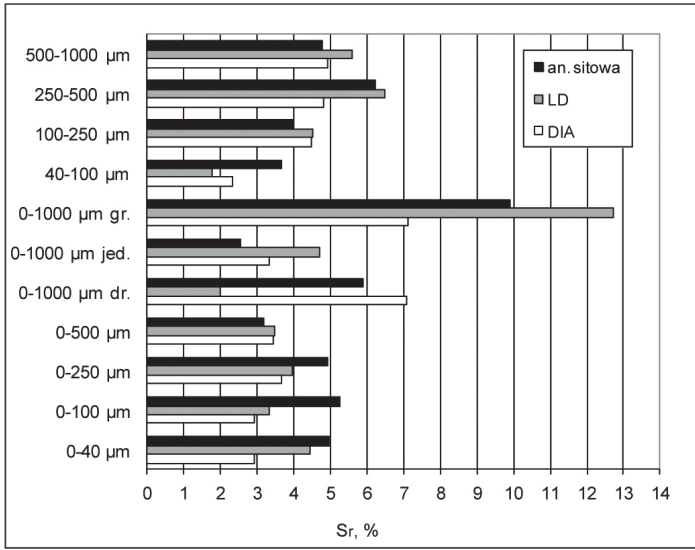
Klasa ziarnowa [μm]	Materiał	DIA			LD			Analiza sitowa		
		parametry równania		błąd	parametry równania		błąd	parametry równania		błąd
		<i>n</i>	<i>d</i> ₀	<i>S_r</i> [%]	<i>n</i>	<i>d</i> ₀	<i>S_r</i> [%]	<i>n</i>	<i>d</i> ₀	<i>S_r</i> [%]
0–40	ruda Cu	1,91	19,8	1,01	1,11	14,7	5,25	1,32	15,2	4,40
	popiół	1,86	23,9	8,49	1,17	16,8	2,85	1,29	16,3	4,12
	kwarc	1,65	18,1	0,98	1,05	16,5	5,75	1,33	17,4	5,38
	gnejs	1,75	19,8	1,15	1,15	18,2	3,87	1,35	17,9	5,97
0–100	ruda Cu	1,32	47,6	2,91	0,91	34,6	3,97	1,19	38,4	4,28
	popiół	1,21	51,9	1,59	0,98	38,3	2,95	1,19	38,8	4,60
	kwarc	1,33	52,1	3,99	0,90	36,5	3,82	1,25	44,5	6,52
	gnejs	1,31	51,7	3,27	1,01	40,6	2,53	1,27	42,6	5,72
0–250	ruda Cu	1,27	105,9	4,14	0,81	70,4	4,59	1,06	85,0	4,91
	popiół	1,14	126,4	3,40	0,81	70,9	4,30	1,10	94,8	5,59
	kwarc	1,25	112,4	4,00	0,80	71,7	4,04	1,10	91,7	4,96
	gnejs	1,19	113,8	3,12	0,89	75,8	2,93	1,12	91,1	4,23
0–500	ruda Cu	1,09	173,5	2,76	0,74	114,3	3,97	0,94	133,7	3,27
	popiół	1,02	154,7	3,10	0,73	114,7	3,82	0,94	137,9	3,55
	kwarc	1,10	188,5	3,97	0,73	117,4	3,27	0,98	143,0	2,90
	gnejs	1,03	191,2	3,91	0,79	123,4	2,91	0,99	140,8	2,99
0–1000 dr.	ruda Cu	1,10	139,3	6,08	0,82	49,4	2,27	0,78	99,0	5,37
	popiół	1,08	143,8	7,36	0,87	46,2	2,83	0,78	96,5	6,09
	kwarc	1,04	167,0	6,45	0,82	40,1	1,25	0,80	104,6	5,88
	gnejs	1,01	150,5	8,37	0,90	52,4	1,60	0,80	102,9	6,29
0–1000 jedn.	ruda Cu	1,12	336,2	3,86	0,67	135,6	4,47	0,84	225,6	2,14
	popiół	1,11	337,6	3,11	0,66	143,9	5,25	0,85	252,1	2,72
	kwarc	1,16	306,2	3,00	0,69	139,3	4,67	0,89	231,6	2,70
	gnejs	1,08	294,2	3,43	0,73	155,0	4,38	0,88	238,0	2,69

Tabela 5.4 cd.

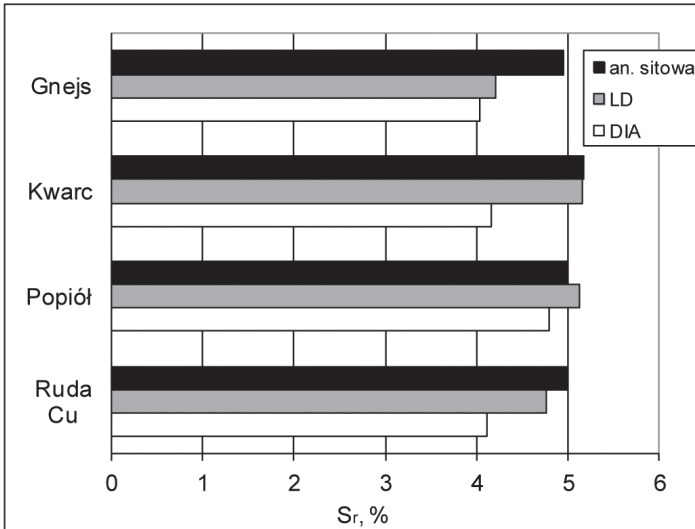
0–1000 gr.	ruda Cu	1,59	634,7	5,49	0,82	541,1	12,20	1,29	512,3	10,19
	popiół	1,67	619,5	6,90	0,83	704,3	14,84	1,24	501,4	10,30
	kwarc	1,69	589,2	7,57	1,00	704,8	12,34	1,39	495,6	9,39
	gnejs	1,48	604,2	8,53	0,85	594,8	11,48	1,31	507,3	9,69
40–100	ruda Cu	4,13	96,5	2,05	3,24	94,8	1,47	4,94	74,7	4,36
	popiół	2,95	96,1	2,39	2,92	99,1	2,49	4,87	75,4	3,64
	kwarc	4,43	101,1	2,11	3,37	102,0	1,83	5,05	78,4	3,45
	gnejs	3,14	98,5	2,80	2,59	95,1	1,34	4,71	75,2	3,23
100–250	ruda Cu	4,63	207,3	6,05	4,26	223,2	4,65	4,62	183,0	4,94
	popiół	4,08	225,6	4,82	3,70	230,3	4,54	4,76	190,4	3,64
	kwarc	3,91	220,5	4,09	3,58	226,9	3,94	4,75	190,6	3,69
	gnejs	3,36	220,3	3,04	2,98	225,8	4,90	4,78	190,9	3,58
250–500	ruda Cu	4,07	418,4	6,58	3,56	486,6	5,45	5,59	385,4	7,84
	popiół	4,48	444,0	5,74	3,81	514,2	6,23	5,67	389,4	6,62
	kwarc	4,77	434,9	3,70	4,41	526,2	8,32	5,98	399,5	4,27
	gnejs	3,88	449,9	3,25	3,39	518,0	5,89	5,71	391,4	6,21
500–1000	ruda cu	4,55	906,7	4,34	3,18	1124,4	4,05	6,38	820,5	3,26
	popiół	4,09	882,8	5,88	3,81	1173,5	6,24	6,09	801,7	4,18
	kwarc	4,91	810,8	5,86	3,84	1121,7	7,55	5,89	767,4	7,78
	gnejs	4,59	891,3	3,58	3,45	1167,7	4,51	6,14	804,9	3,95

dr. – drobnoziarnista, jedn. – jednorodnie uziarniona, gr. – gruboziarnista

W celu oceny stopnia dopasowania modeli matematycznych rozkładów uziarnienia badanych proszków mineralnych w postaci funkcji Weibulla na rysunkach 5.20 i 5.21 pokazano uśrednione wartości błędów resztowych względem klas ziarnowych oraz surowców. Analiza błędów wskazuje, że poziom dopasowania wyników uziarnienia badanych proszków aproksymantą Weibulla nie jest stały w klasach ziarnowych i waha się średnio: od 2,9% do 7,1% w metodzie DIA, od 2% do 12,7% w metodzie LD oraz od 2,6% do 9,9% w metodzie sitowej (rys. 5.20). Najdokładniej aproksymowane są wyniki w klasach o drobnym rozkładzie uziarnienia, natomiast największymi błędami obarczona jest klasa o najszerszym zakresie uziarnienia (0–1000 μm), charakteryzująca się gruboziarnistym rozkładem cząstek. Odnosząc się do błędów dopasowania aproksymant uziarnienia dla poszczególnych surowców, można zauważyć, że nie różnią się one znacząco.



Rys. 5.20. Uśrednione dla klas ziarnowych wartości błędów dopasowania rozkładu Weibulla do danych empirycznych



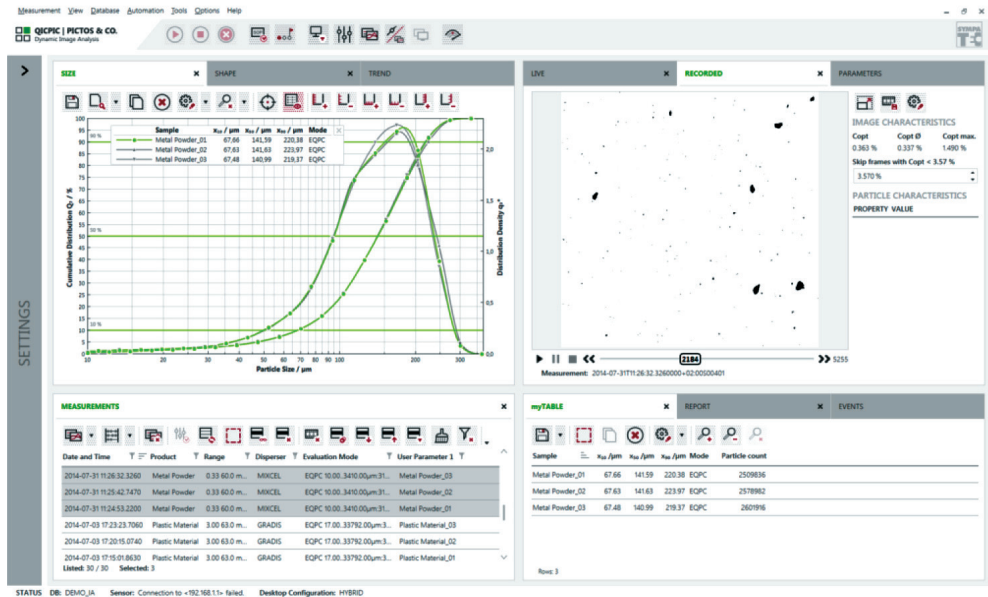
Rys. 5.21. Uśrednione dla surowców wartości błędów dopasowania rozkładu Weibulla do danych empirycznych

Gnejs jest surowcem najdokładniej aproksymowanym, szczególnie wyniki uzyskane metodą dynamicznej analizy obrazu. Natomiast pomiary popiołu i kwarcu obarczone

są nieco większymi błędami dopasowania. Należy również zauważyć, że średnio wyniki uziarnienia badanych proszków mineralnych uzyskane metodą wizyjną (DIA) są najdokładniej aproksymowane ($S_r = 4,28\%$), najgorsze efekty daje aproksymacja wyników uzyskanych metodą analizy sitowej. Nie są to jednak duże różnice. Powyższa analiza pokazuje, że problem błędów w procedurze aproksymacyjno-adaptacyjnej w zakresie kalkulacji wyników uziarnienia uzyskanych jedną metodą pomiarową na wyniki drugiej (rozdz. 6) będzie związany z błędami aproksymacji pochodzącymi od klas ziarnowych badanych proszków, a w mniejszym stopniu będzie zależał od rodzaju mierzonego surowca.

5.4. Analiza wpływu kształtu ziaren na wyniki analizy uziarnienia

Rozkłady wielkości oraz kształtu cząstek zostały obliczone na podstawie obrazów binarnych zarejestrowanych podczas pomiarów analizatorem wizyjnym QICPIC. Analizator pozwala na rejestrację do 500 obrazów na sekundę bez względu na liczbę cząstek w jednej klatce, nawet w przypadku, gdy badana próba zawiera miliony cząstek. Zarejestrowane obrazy zostały analizowane za pomocą oprogramowania PAQXOS. Na rysunku 5.22 pokazano przykładowe okno oprogramowania.



Rys. 5.22. Widok ekranu programu PAQXOS do komputerowej analizy obrazów cząstek

Proces komputerowego przetwarzania obrazów przebiegał w pełni automatycznie i obejmował typowe operacje:

- recepcję (akwizycję) obrazu – przyjęcie i zapamiętanie,
- wstępne przetwarzanie obrazu – wstępną filtrację, eliminację zakłóceń, wyostanie,
- segmentację i binaryzację – wyeksponowanie i zaznaczenie ważnych cech,
- przetwarzanie obrazów binarnych (przekształcenia morfologiczne, operacje logiczne),
- analizę obrazu – pomiary cech geometrycznych, interpretację jakościową i ilościową cząstek.

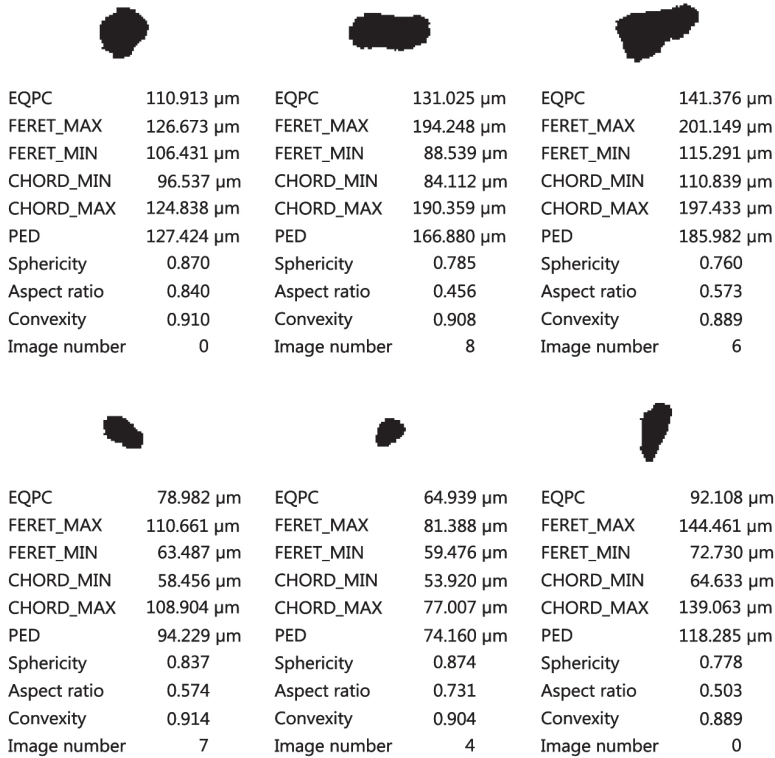
Skuteczna realizacja powyższych działań, polegająca na prawidłowym doborze parametrów w poszczególnych operacjach, decydowała o końcowym efekcie analizy. Poziom filtracji ziaren był minimalny i polegał jedynie na eliminacji pęcherzyków powietrza dla procedury pomiaru w zawieszynie.

System wizyjny (DIA) generował informacje o rozkładzie wielkości cząstek na podstawie analizy parametrów geometrycznych – średnic zastępczych: d^{Fmin} – minimalnej średnicy Fereta jako najmniejszej odległości pomiędzy stycznymi wyprowadzonymi po przeciwległych stronach ziarna, oraz d^{EQPC} – średnicy koła o powierzchni równoważnej powierzchni mierzonej cząstki. W dalszych analizach i obliczeniach wykorzystywano rozkłady uziarnienia kalkulowane dla systemu wizyjnego według minimalnej średnicy Fereta, jako najbardziej zbliżone z wynikami analiz sitowych. Rozkłady kalkulowane powierzchniowo (według d^{EQPC}) istotnie zawiązały skład ziarnowy badanych próbek (rys. 5.7–5.12). Analizator wizyjny umożliwiał również określanie podstawowych współczynników kształtu takich jak: wydłużenie (AR – *Aspect Ratio*), wypukłość (Cx – *Convexity*), kulistość (S^{QP} – *Sphericity*). Wzory opisujące współczynniki podano w rozdziale drugim monografii, a wartości współczynników określone przez system wizyjnych (DIA) dla badanych próbek zestawiono w Załączniku 2. Do dalszych analiz wytypowano współczynnik AR wykorzystujący minimalną i maksymalną średnicę Fereta, który dobrze opisywał wydłużenie ziaren i wykazywał się dużą zmiennością wartości. Przykładową galerię ziaren wraz z możliwymi do określenia parametrami geometrycznymi zaprezentowano na rysunku 5.23.

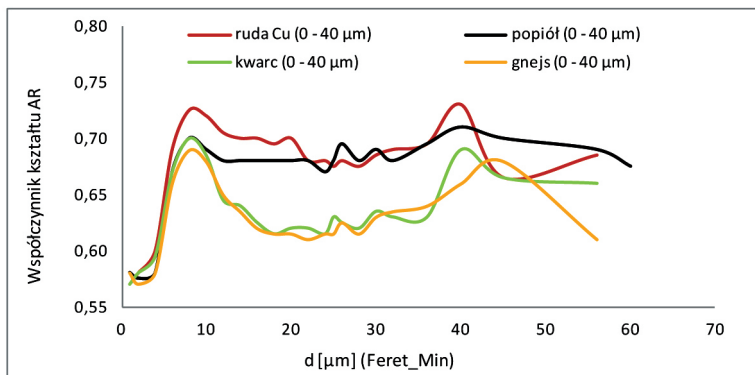
W celu porównania współczynników kształtu AR badanych proszków mineralnych na rysunkach 5.24–5.34 przedstawiono rozkłady ich wartości w zależności od wielkości ziaren podanych według minimalnej średnicy Fereta.

Z analizy wykresów rozkładu współczynników AR w klasach ziarnowych wynika, że w przypadku ziaren najdrobniejszych ($< 10 \mu m$) oraz najgrubszych w klasach występują anomalie w wartościach współczynników. Silne zaniżanie wskaźnika AR dla najdrobniejszych cząstek wynika z niedostatecznego poziomu rozdzielczego rejestracji obrazów ziaren przez system wizyjny i w konsekwencji błędnej analizy ich kształtu wskazującej na często silnie wydłużoną ich postać. W przypadku rozpoznawania ziaren maksymal-

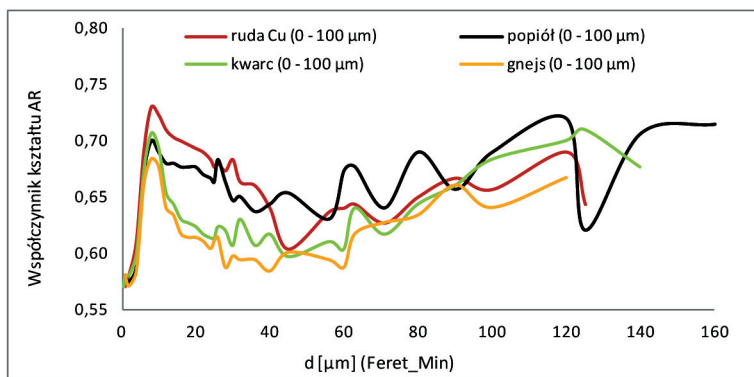
nych w danej klasie ziarnowej obserwuje się dużą zmienność współczynnika AR , losowo osiągającego wyższe lub niższe wartości. Związane jest to ze znacznie mniejszą populacją ziaren skrajnie dużych w rozkładzie, co rzutuje na odchylenia w wynikach.



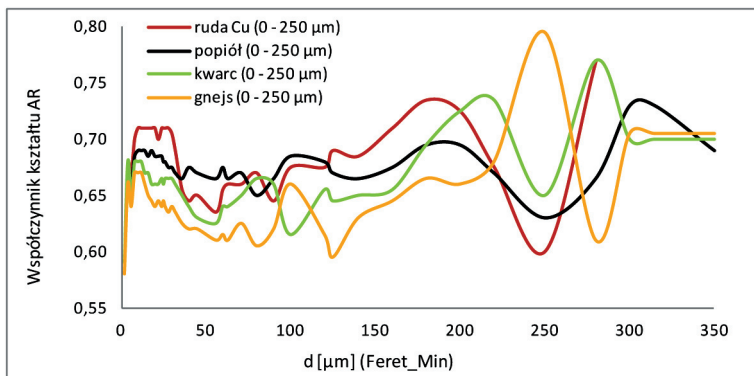
Rys. 5.23. Obrazy binarne ziaren gnejsu



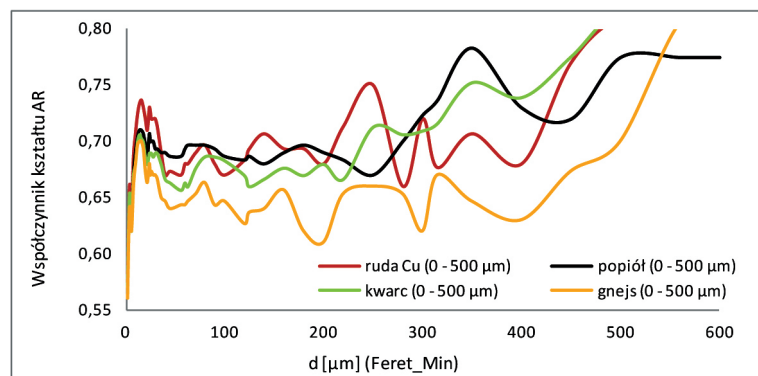
Rys. 5.24. Rozkład współczynnika kształtu *Aspect Ratio* w zależności od wielkości ziaren w klasie 0–40 μm



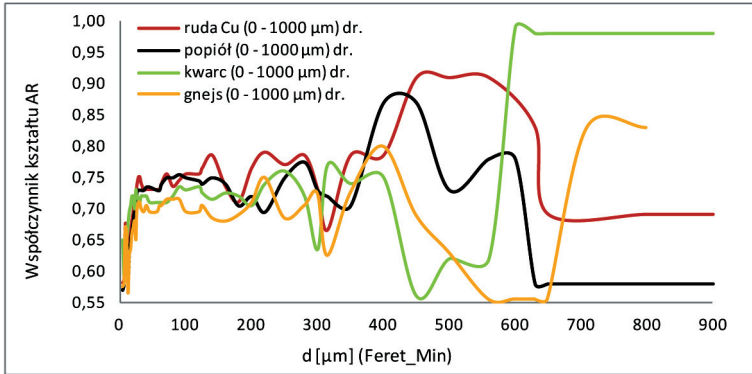
Rys. 5.25. Rozkład współczynnika kształtu *Aspect Ratio* w zależności od wielkości ziaren w klasie 0–100 μm



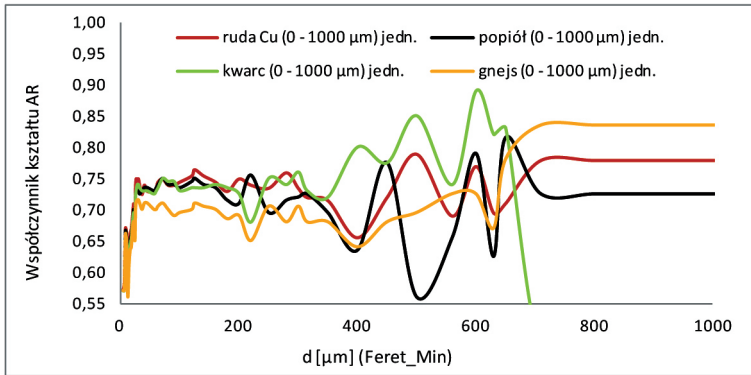
Rys. 5.26. Rozkład współczynnika kształtu *Aspect Ratio* w zależności od wielkości ziaren w klasie 0–250 μm



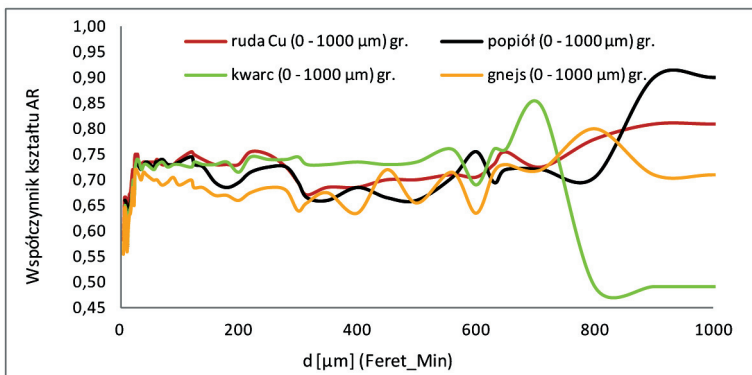
Rys. 5.27. Rozkład współczynnika kształtu *Aspect Ratio* w zależności od wielkości ziaren w klasie 0–500 μm



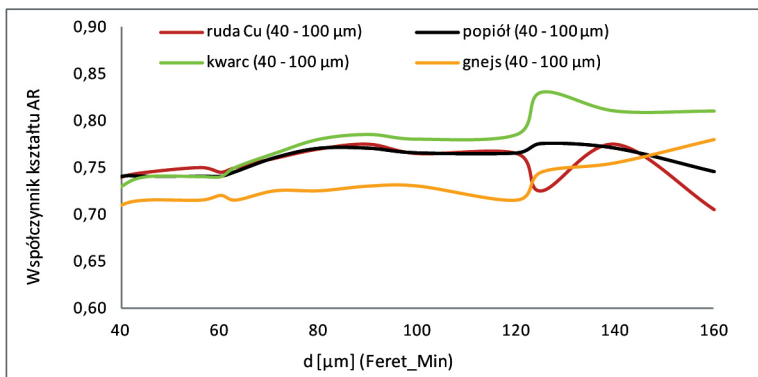
Rys. 5.28. Rozkład współczynnika kształtu *Aspect Ratio* w zależności od wielkości ziaren w klasie 0–1000 μm drobno uziarnionej



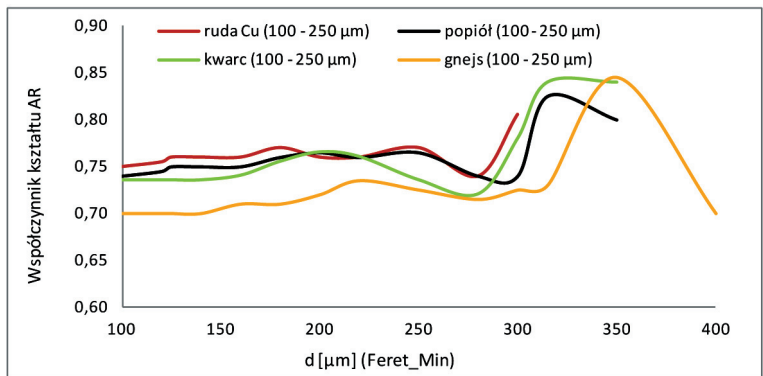
Rys. 5.29. Rozkład współczynnika kształtu *Aspect Ratio* w zależności od wielkości ziaren w klasie 0–1000 μm jednorodnie uziarnionej



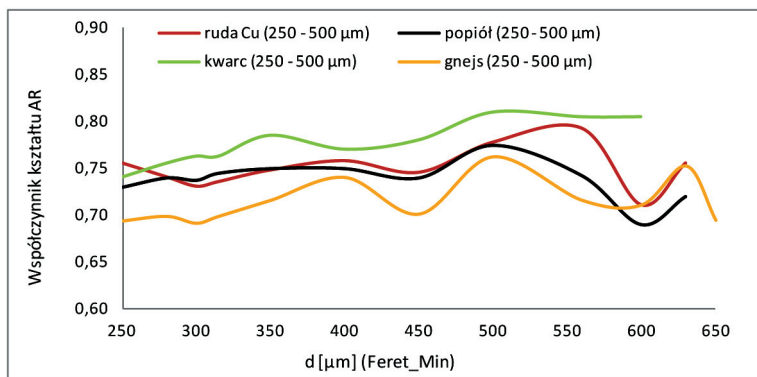
Rys. 5.30. Rozkład współczynnika kształtu *Aspect Ratio* w zależności od wielkości ziaren w klasie 0–1000 μm grubo uziarnionej



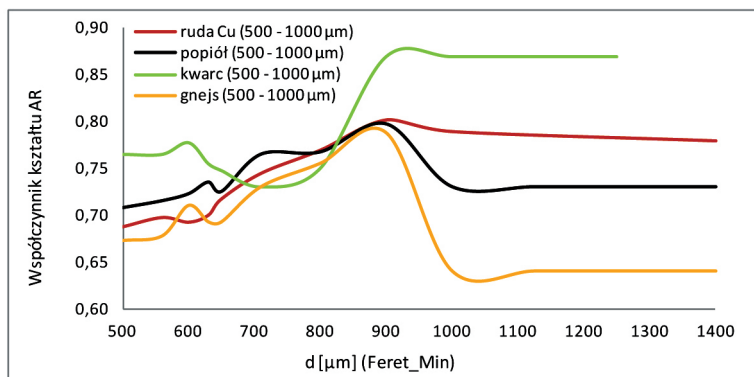
Rys. 5.31. Rozkład współczynnika kształtu *Aspect Ratio* w zależności od wielkości ziaren w wąskiej klasie 40–100 μm



Rys. 5.32. Rozkład współczynnika kształtu *Aspect Ratio* w zależności od wielkości ziaren w wąskiej klasie 100–250 μm



Rys. 5.33. Rozkład współczynnika kształtu *Aspect Ratio* w zależności od wielkości ziaren w wąskiej klasie 250–500 μm

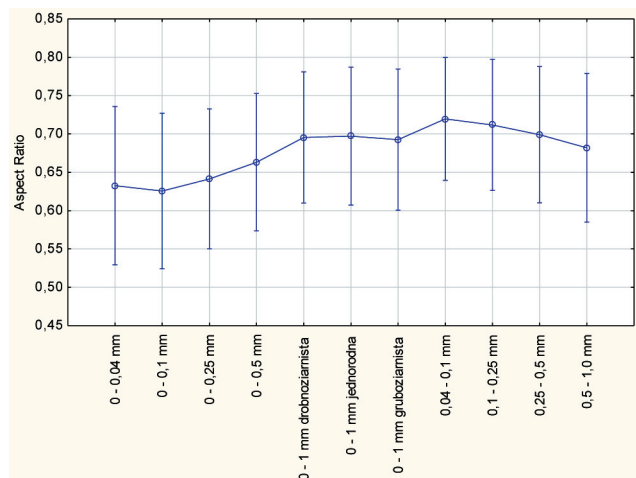


Rys. 5.34. Rozkład współczynnika kształtu *Aspect Ratio* w zależności od wielkości ziaren w wąskiej klasie 500–1000 μm

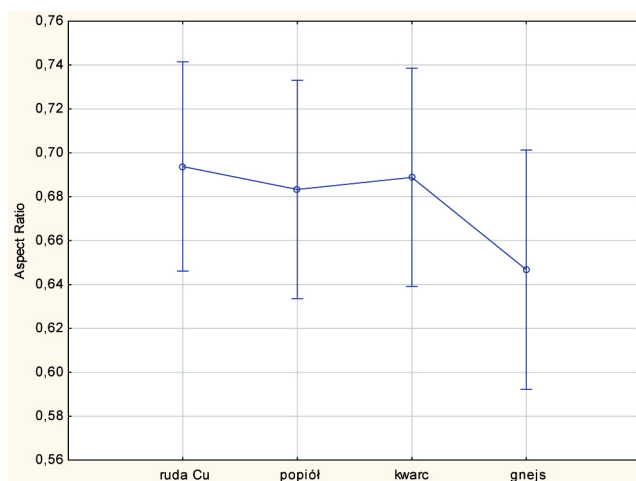
W klasie najdrobniejszej (0–40 μm) ruda Cu i popiół charakteryzują się bardziej proporcjonalnymi kształtami ziaren (wyższy współczynnik *AR*) niż kwarc i gnejs. W pozostały grubszych klasach jednorodnych ruda Cu wykazywała wyższą wartość współczynnika *AR*, natomiast gnejs najniższą, będąc tym samym surowcem charakteryzującym się najbardziej wydłużonym kształtem ziaren. W klasie gruboziarnistej (0–1000 μm) oraz w wąskich klasach ziarnowych (rys. 5.30–5.34) najbardziej proporcjonalnymi kształtami ziaren charakteryzuje się kwarc, natomiast na drugim biegunie, z najniższymi wartościami współczynnika *AR*, znajduje się gnejs.

W celu prawidłowego uogólnienia wyników na rysunkach 5.35 i 5.36 pokazano rozkład średnich wartości współczynników kształtu ziaren w badanych klasach ziarnowych i surowcach. Zostały one obliczone z wartości współczynników określonych dla ziaren charakterystycznych $d_{10\%}$, $d_{50\%}$, $d_{90\%}$, w celu wyeliminowania wartości zakłócających, pochodzących od ziaren skrajnie drobnych i grubych w poszczególnych klasach ziarnowych.

Analiza wykresu (rys. 5.35) pokazuje, że współczynniki kształtu w szerokich klasach ziarnowych (0–1000 μm) oraz w wąskich klasach ziarnowych o różnych rozkładach uziarnienia mają zbliżone wartości, natomiast zauważalny jest istotny spadek wartości współczynników kształtu w klasach ziarnowych <500 μm. Ta różnica nie wynika z fizycznych różnic w kształtach ziaren, ponieważ na przykład dwie wąskie klasy ziarnowe: 40–100 μm i 100–250 μm, mające podobny skład ziarnowy do klas 0–100 μm i 0–250 μm, nie powinny tak znacznie różnić się współczynnikami kształtu. Powodem różnic był odmienny sposób dyspersji tych próbek w analizatorze wizyjnym DIA. Próbkę w klasach <500 μm (z udziałem ziaren skrajnie drobnych), w celu zapewnienia lepszych parametrów rozdzielczych w zakresie wielkości ziaren najdrobniejszych, mierzone były w zawiesinie, a pozostałe próbki w szerokich oraz wąskich klasach ziarnowych – na sucho.



Rys. 5.35. Rozkład średnich wartości współczynnika kształtu AR dla badanych klas ziarnowych względem surowców



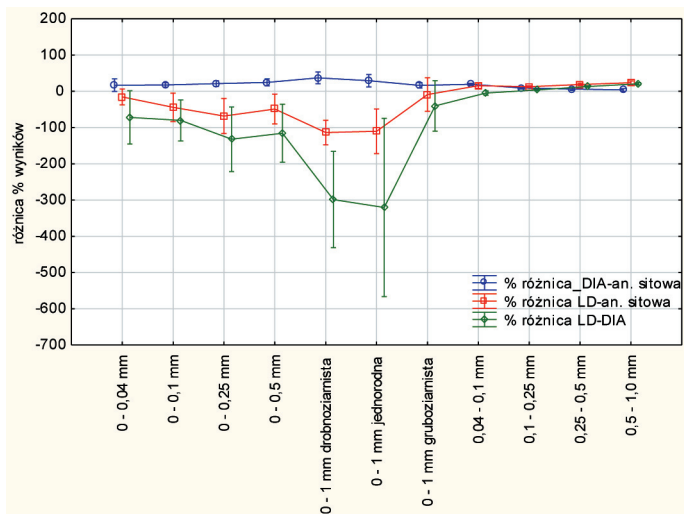
Rys. 5.36. Rozkład średnich wartości współczynnika kształtu AR dla ziaren surowców względem wszystkich badanych klas ziarnowych

Ziarna przepływając w cieczy, ustawiały się dłuższym wymiarem wzdłuż linii prądu i w takiej orientacji były rejestrowane ich parametry geometryczne, co rzutowało na zmniejszenie wartości współczynnika AR i wydłużenie proporcji ziaren w klasach $<500 \mu\text{m}$. Zatem kształty ziaren badanych proszków mineralnych nie zmieniają się istotnie w zależności od wielkości ich ziaren.

Rozkład współczynników kształtu ziaren badanych surowców pokazuje, że ruda Cu, popiół i kwarc charakteryzują się zbliżonymi wartościami współczynników kształtu AR ,

natomiast istotnie wydłużone ziarna są charakterystyczne dla gnejsu (rys. 5.36). Wyniki te są zgodne z oczekiwanymi i potwierdzają różnice w budowie strukturalnej surowców, która dla gnejsu wykazuje dobrą rozdzielczość łupkową (ziarna dzielą się na płytki).

Kluczowa w tym rozdziale analiza wpływu kształtu ziaren na wyniki pomiarów uziarnienia uzyskiwane poszczególnymi metodami pomiarowymi będzie oparta na różnicach procentowych w wymiarach ziaren charakterystycznych $d_{10\%}$, $d_{50\%}$, $d_{90\%}$ określonych w podrozdziale 5.1 – jako wskaźnikach wiarygodnie odzwierciedlających rozkłady uziarnienia – oraz na zmierzonych dla tych ziaren współczynnikach kształtu *Aspect Ratio*. W podrozdziale 5.1 przeprowadzono wnikliwą analizę różnic w wielkościach ziaren charakterystycznych mierzonych poszczególnymi metodami, czego podsumowaniem jest wykres pokazany na rysunku 5.37.



Rys. 5.37. Rozkład różnic procentowych w wielkościach ziaren charakterystycznych mierzonych różnymi technikami w badanych klasach ziarnowych

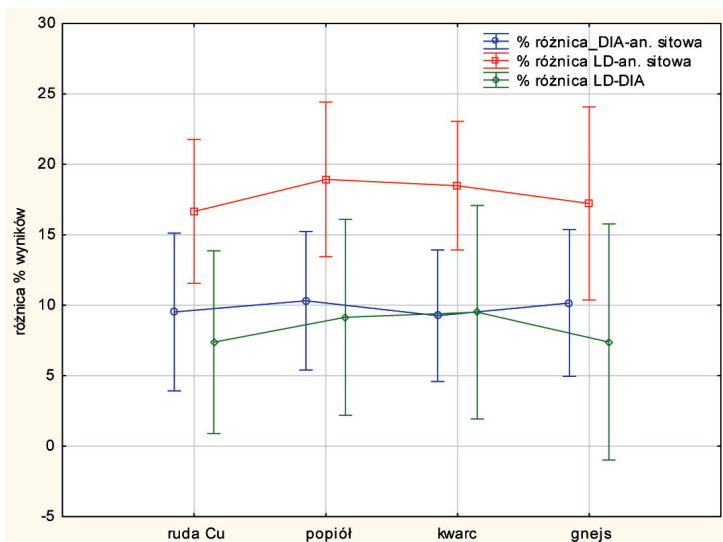
Analiza wykresu wskazuje, że duże różnice w wielkościach ziaren mierzonych poszczególnymi metodami występują w mieszankach wąskich klas ziarnowych z udziałem ziaren skrajnie drobnych (szczególnie w klasach szerokich), natomiast w przypadku wąskich klas ziarnowych różnice te są stabilne i dużo niższe. Nasuwa się więc pytanie, czy taki stan rzeczy może być spowodowany różnicami w kształtach mierzonych ziaren. Aby odpowiedzieć na to jedno z najważniejszych pytań (w kontekście prezentowanych badań), należy skorelować wyniki zawarte na rysunku 5.37 (różnice w wielkościach ziaren) z wynikami z rysunku 5.35 (wartości współczynników kształtu). Porównanie wyników jednoznacznie wskazuje, że bardzo dużym różnicom w wielkościach ziaren w szerokich klasach (0–1000 μm) – drobnoziarnistej i jednorodnej – nie towarzyszą różnice

w kształcie ziaren (rys. 5.35). Dowodzi to faktu, że nie kształt ziaren surowców jest istotnym czynnikiem zakłócającym, a raczej udział ziaren skrajnych oraz szerokość i charakter rozkładu uziarnienia, które szczególnie silnie wpływają na wyniki uziarnienia generowane przez metodę dyfrakcji laserowej (LD). Kolejnym potwierdzeniem tych wniosków jest analogiczne porównanie pod tym względem surowców. W celu uwiarygodnienia rozważań analizie poddano wąskie klasy ziarnowe, w których różnice procentowe pomiędzy wynikami uzyskiwanymi za pomocą różnych metod pomiarowych są najmniejsze i najbardziej stabilne (rys. 5.37). Porównano zatem różnice w wielkościach ziaren charakterystycznych (rys. 5.38) z odpowiadającymi im współczynnikami kształtów (rys. 5.39). Pomimo istotnych statystycznie różnic w wartościach współczynników kształtu pomiędzy kwarcem a gnejssem, potwierdzonych testem *t*-Studenta dla grup zmiennych niezależnych (oba surowce wykazywały rozkłady normalne współczynników kształtu) (tab. 5.5), różnice procentowe w wielkościach ziaren charakterystycznych uzyskiwanych poszczególnymi metodami dla kwarcu i gnejsu nie były większe niż różnice pomiędzy innymi surowcami, np. rudą a popiołem, o podobnych kształtach ziaren (rys. 5.38 i 5.39). Różnice te były duże, ale w odniesieniu do klas ziarnowych (rys. 5.40), w których współczynniki kształtu nie różniły się silnie (rys. 5.41). Potwierdza to wnioskowanie, że nie kształt ziaren surowców, a inne czynniki omawiane w podrozdziale 5.1 są istotnymi zakłóceniami wyników. Wykres na rysunku 5.40 pokazuje również dużą wrażliwość metody laserowej (LD) na wzrost wielkości ziaren w próbce. Wzrost wielkości ziaren silnie zawyża wyniki w stosunku do metody dynamicznej analizy obrazu (DIA). W przypadku próbki najdrobniejszej metoda laserowa precyzyjnie rejestruje ziarna mikronowe tam, gdzie metoda DIA ma problemy z rozdzielczością ich obrazów, w konsekwencji metoda laserowa generuje dla tej klasy niższe wyniki w stosunku do metody DIA. Zjawisko niedoszacowania ziaren najdrobniejszych przez metodę wizyjną (DIA) widać również, jeśli analizuje się wyniki w odniesieniu do analizy sitowej. W najdrobniejszej wąskiej klasie ziarnowej metoda DIA zawyża w stosunku do niej wyniki. Analizując wyniki uzyskane metodą laserową i sitową, można także zauważyć tendencje do zawyżania wyników przez dyfraktometr laserowy wraz ze wzrostem wielkości ziaren w badanej klasie.

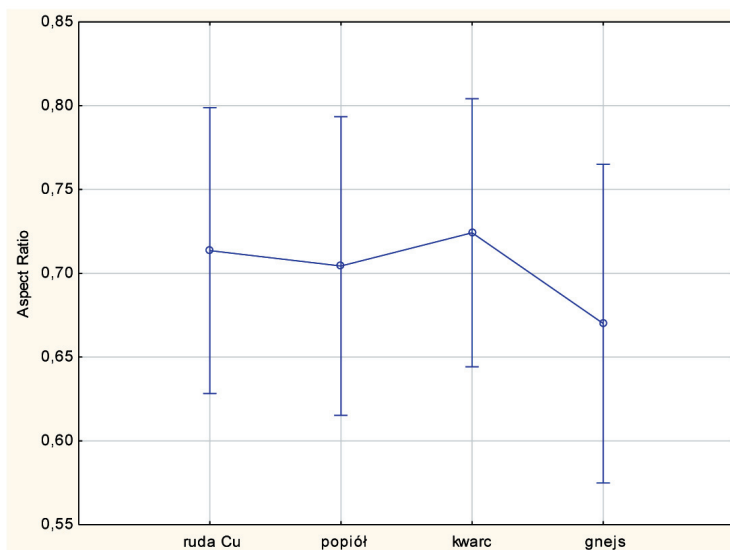
Tabela 5.5

Wyniki testu *t*-Studenta dla średnich wartości współczynników AR

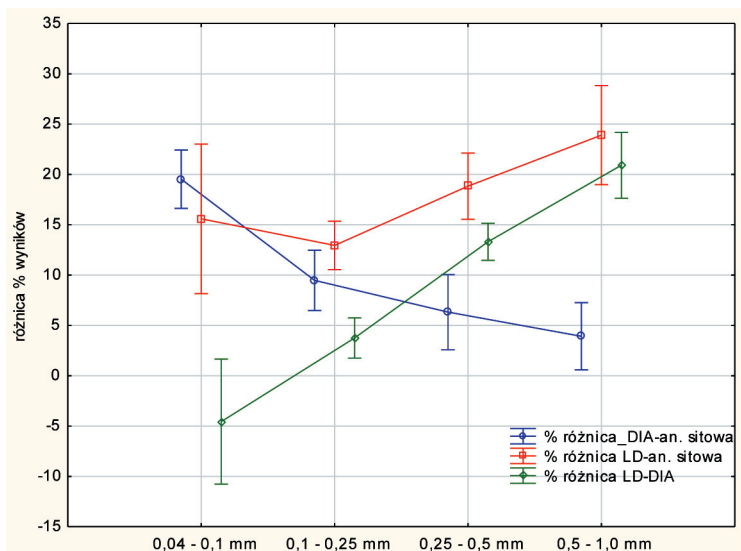
Współczynnik kształtu	Testy <i>t</i> -Studenta; zmienna grupująca: surowiec Grupa 1: kwarc, Grupa 2 gnejs								
	średnia kwarc	średnia gnejs	t	df	P	N kwarc	N gnejs	odch. std kwarc	odch. std gnejs
<i>Aspect Ratio</i>	0,72	0,670	4,86	893,0	0,0001	440	455	0,08	0,06



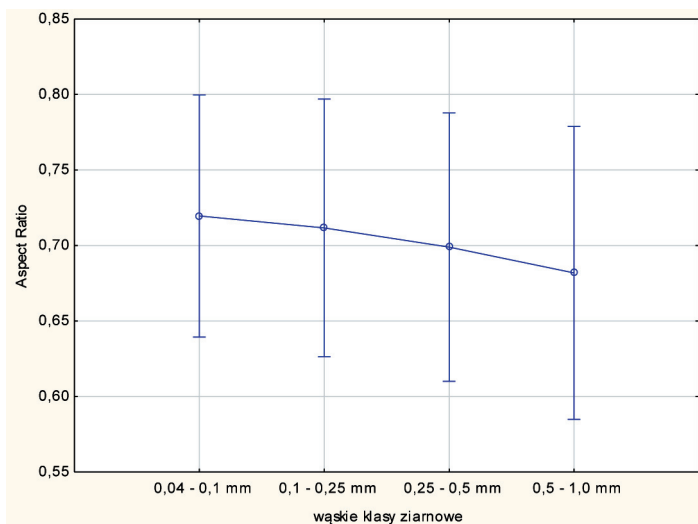
Rys. 5.38. Rozkład różnic procentowych w wielkościach ziaren charakterystycznych mierzonych różnymi technikami w badanych surowcach w wąskich klasach ziarnowych



Rys. 5.39. Rozkład średnich wartości współczynnika kształtu AR w wąskich klasach ziarnowych dla badanych surowców mineralnych



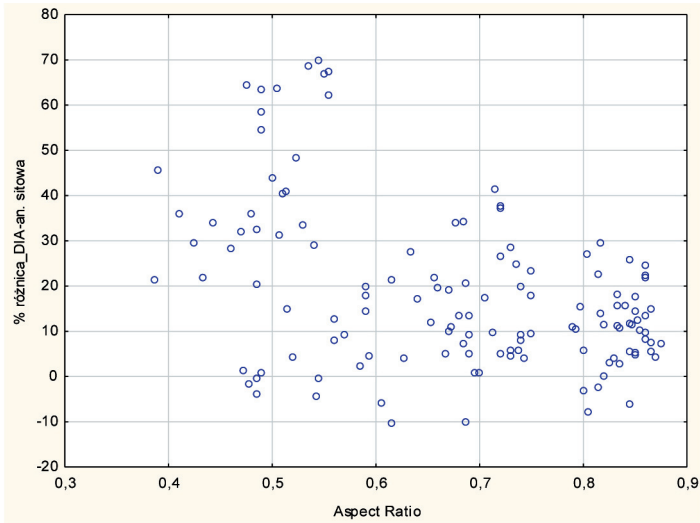
Rys. 5.40. Rozkład różnic procentowych w wielkościach ziaren charakterystycznych zmierzonych różnymi metodami w wąskich klasach ziarnowych



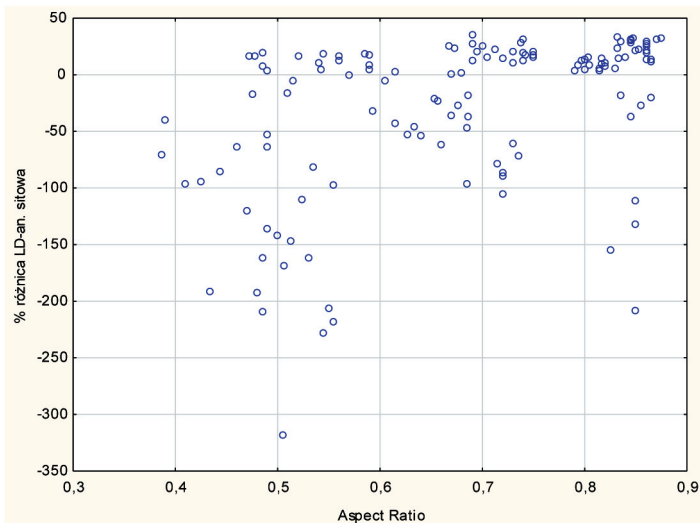
Rys. 5.41. Rozkład średnich wartości współczynnika kształtu AR w wąskich klasach ziarnowych

Potwierdzeniem znikomego wpływu różnic w kształtach ziaren badanych proszków mineralnych na wyniki analiz ich uziarnienia różnymi metodami pomiarowymi są wykresy rozrzutu pomiędzy procentowymi różnicami w wielkościach ziaren charakte-

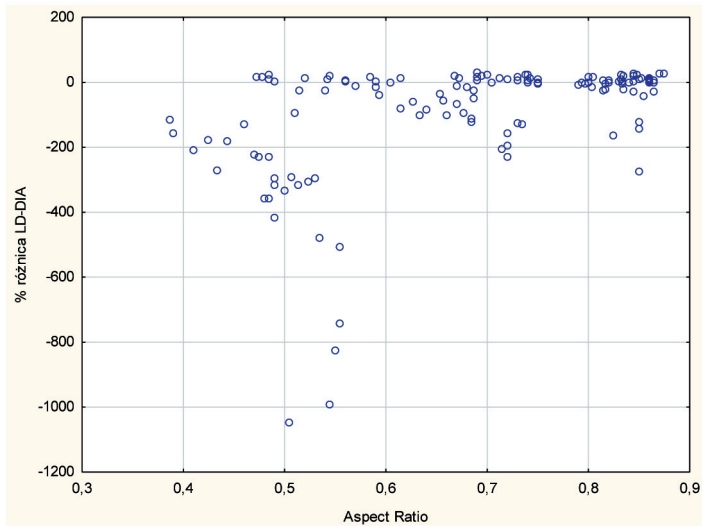
rystycznych mierzonych metodami pomiarowymi a wartościami ich współczynników kształtu (rys. 5.42–5.44). Wyniki na wykresach są rozrzucone bez widocznej tendencji co do kierunku oraz siły zależności.



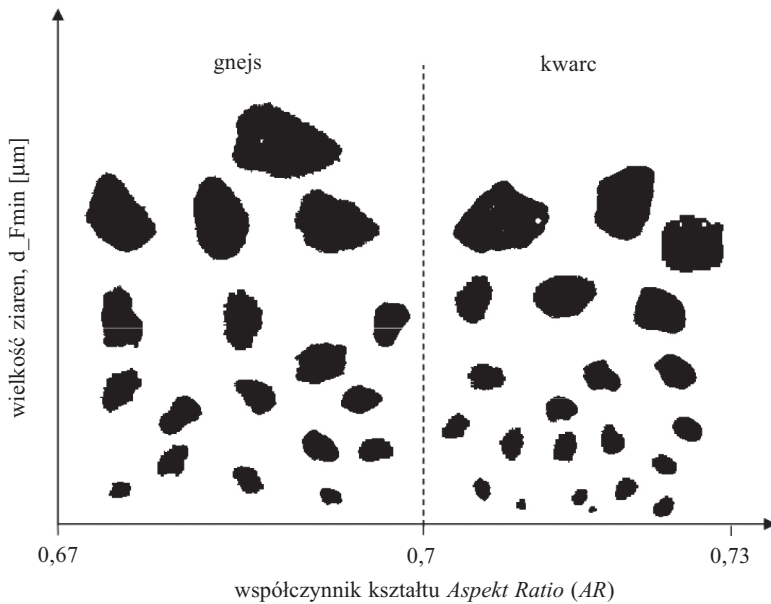
Rys. 5.42. Wykres rozrzutu pomiędzy różnicami w wielkościach ziaren mierzonych metodą wizyjną i sitową a ich współczynnikami kształtu AR



Rys. 5.43. Wykres rozrzutu pomiędzy różnicami w wielkościach ziaren mierzonych metodą laserową i sitową a ich współczynnikami kształtu AR



Rys. 5.44. Wykres rozrzutu pomiędzy różnicami w wielkościach ziaren mierzonych metodą laserową i sitową a ich współczynnikami kształtu *AR*



Rys. 5.45. Galeria przykładowych zdjęć binarnych ziaren gnejsu i kwarcu odpowiadających średnim wartościom współczynników kształtu w wąskich klasach ziarnowych

Na rysunku 5.45 pokazano galerię przykładowych obrazów binarnych ziaren odpowiadających średnim wartościom współczynników kształtu dla kwarcu i gnejsu.

Kształty ziaren tych surowców, pomimo różnic statystycznych, wizualnie są bardzo podobne. Można więc wyciągnąć bardziej ogólny wniosek, że różnice w kształtach ziaren naturalnych proszków mineralnych są na tyle małe, że nie mają silnego wpływu na wyniki analiz ich uziarnienia przy zastosowaniu różnych technik pomiarowych. Należy jednak podkreślić z pełną świadomością, że w metodach, które kalkulują wielkości cząstek na podstawie średnic równoważnych kul, głównym czynnikiem systematycznego przesunięcia wyników w stosunku do metod mierzących bezpośrednio wymiary cząstek jest ich niesferyczność.

6. Unifikacja wyników analiz granulometrycznych proszków mineralnych uzyskiwanych różnymi metodami pomiarowymi

6.1. Wykorzystanie technik sztucznej inteligencji do kalkulacji dystrybuant rozkładów uziarnienia

Rozwój techniki komputerowej doprowadził do tego, że klasyczne zadania projektowania i poszukiwanie optymalnych warunków w dowolnej dziedzinie techniki stały się zadaniami z zakresu informatyki i odpowiednich procedur obliczeniowych (algorytmów). W ostatnich dziesięcioleciach narastało zainteresowanie algorytmami, które w pewien sposób naśladowały procesy występujące w naturze. Takimi procedurami są: sieci neuronowe, programowanie ewolucyjne, algorytmy genetyczne, strategie ewolucyjne. Sieci neuronowe często stosowane są w rozwiązywaniu zagadnień modelowania matematycznego różnych zjawisk oraz prognozowania ich wyników. Dają bardzo dokładne odpowiedzi bez wyjaśnienia mechanizmów i przyczyn ich funkcjonowania. Innym podejściem do modelowania, korzystniejszym z poznawczego punktu widzenia, jest zastosowanie obliczeń ewolucyjnych. Od kilkunastu lat jako komputerowy sposób rozwiązywania wielu zagadnień optymalizacyjnych stosowane są algorytmy genetyczne. Dość szeroko rozpowszechnionym w badaniach przeróbki surowców mineralnych sposobem optymalizacji jest metoda algorytmów genetycznych, które rozwiązują wiele, zdecydowanie nieliniowych, problemów i są względnie łatwe w zastosowaniach. Literatura dotycząca zastosowania algorytmów genetycznych jest bogata i różnorodna (Svedensten i Evertsson 2005, Goldberg 1998). Wiele z metod adaptacyjnych wykorzystuje się do analizy procesów przeróbki surowców mineralnych. Szczególnie często stosowane są w zagadnieniach klasyfikacji i predykcji danych (modelowanie procesów rozdrabniania i klasyfikacji, rozpoznawanie typów rud, analiza obrazu pian flotacyjnych, klasyfikacji typów węgla, wielkości i kształtu ziaren) (Fuerstenau i Han 2003, Gupta i Yan 2006, Trybalski *et al.* 2006, Krawczykowska *et al.* 2009, Krawczykowska *et al.* 2013, Jamróż i Niedoba 2015).

Do skutecznej unifikacji wyników uziarnienia proszków mineralnych, wygenerowanych przy użyciu metody sitowej, laserowej oraz systemu wizyjnego, w rozumieniu naprzemiennej kalkulacji funkcji rozkładów uziarnienia uzyskanej przy użyciu jednej

metody pomiarowej w funkcję rozkładu uziarnienia tego samego materiału uzyskaną przez inną metodę, wymagane jest zastosowanie wydajnej techniki obliczeniowej. W tym celu zweryfikowano dwa podejścia do zagadnienia kalkulacji wyników, wykorzystujące adaptacyjne techniki modelowania predykcyjnego. Wynikiem działania każdej z analizowanych metod badania funkcji rozkładu uziarnienia jest zunifikowana funkcja w formie dyskretnej. Typowane metody obliczeniowe powinny zatem pozwolić stworzyć odwzorowanie przekształcające funkcję przedstawioną w postaci n wartości w inną funkcję przedstawioną w postaci k wartości.

W badaniach zweryfikowano dwie metody:

- 1) sieci neuronowych,
- 2) aproksymacyjno-adaptacyjną wykorzystującą aproksymantę oraz algorytmy ewolucyjne w połączeniu z sieciami neuronowymi.

Przedstawione w dalszej części opracowania wyniki zostały uzyskane przy użyciu powstałego w tym celu testowego programu komputerowego napisanego w języku C++.

6.1.1. Metoda wykorzystująca sieci neuronowe

Sytuacja, w której należy stworzyć odwzorowanie przekształcające n wartości w k wartości, sugeruje użycie sieci neuronowych. Można do tego celu wykorzystać klasyczną sieć neuronową, uczoną metodą propagacji wstecznej błędu. Wykorzystanie takiej sieci możliwe jest po przeprowadzeniu wcześniejszego etapu uczenia. Na wstępie tego etapu należy wykonać przeskalowanie danych, które mają się pojawić na wyjściu tak, by sieć neuronowa mogła je odtworzyć. Jeżeli do liczenia wartości wyjścia neuronu przyjmie się funkcję tangens hiperboliczny, którego wartości mieszczą się w przedziale $(-1, 1)$, zbiór danych należy przeskalować do przedziału w nim zawartego, np. $[-0.9, 0.9]$. Należy również przeprowadzić losowanie wszystkich wag dla wszystkich neuronów.

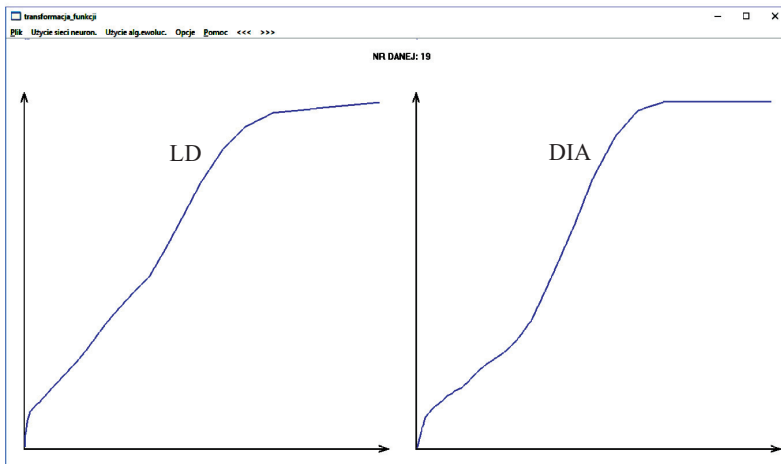
Następne punkty algorytmu uczenia należy zrealizować dla każdego wektora danych wejściowych – stanowi to jedną iterację nauki. Naukę taką należy powtarzać do momentu, w którym sieć zostanie prawidłowo nauczona, czyli błąd uczenia zostanie zminimalizowany (Jamróz 2014).

W uproszczeniu algorytm uczenia przedstawia się następująco:

1. dla kolejnego w -tego wektora danych wejściowych obliczane są wartości wyjścia wszystkich neuronów znajdujących się w pierwszej warstwie,
2. obliczane są wartości wyjścia wszystkich neuronów znajdujących się we wszystkich warstwach sieci, w kolejności od pierwszej warstwy do ostatniej,
3. obliczane są błędy wyjścia sieci, czyli różnicę pomiędzy wartościami na wyjściach sieci a wartościami oczekiwanymi.
4. modyfikowane są wagi wszystkich neuronów sieci na podstawie policzonych wcześniejszych błędów.

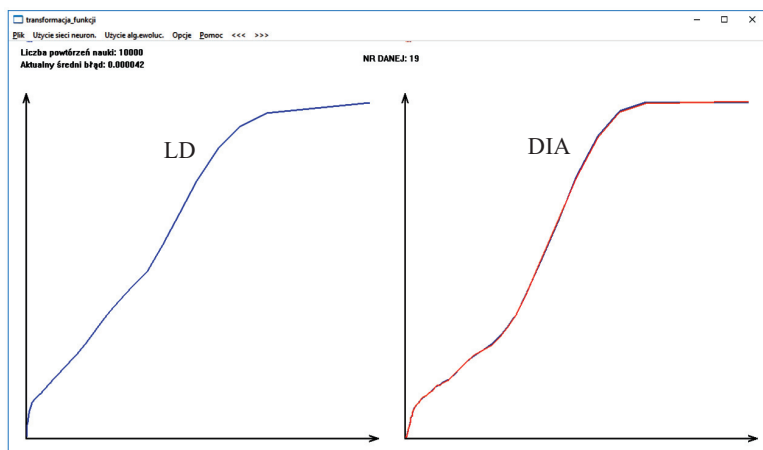
Po zakończeniu nauki działanie sieci polega na aktualizującym obliczaniu wartości wyjść sieci na podstawie wartości ich wejść.

Dane modelowane sieciami neuronowymi składały się z 44 funkcji rozkładu uziarnienia uzyskanych każdą z trzech metod pomiarowych: analizą sitową, laserową analizą dyfrakcyjną (LD) oraz dynamiczną analizą obrazu (DIA). Funkcje reprezentowały rozkłady uziarnienia czterech surowców mineralnych (ruda Cu, popiół UPS, piasek kwarcowy, gnejs) w 11 zakresach uziarnienia. Dane zostały połączone w zestawy składające się z par funkcji rozkładu uziarnienia. Na przykład w zestawie 'LD_DIA' znalazły się 44 pary funkcji rozkładu, z których pierwsza funkcja w parze stanowiła dystrybuantę rozkładu uzyskaną przy użyciu metody laserowej, a druga – dystrybuantę uzyskaną przy użyciu metody wizyjnej. Celem sieci neuronowej było odwzorowanie, pozwalające przekształcić pierwszą funkcję występującą w parze w funkcję drugą. Zestaw danych został podzielony na zbiór uczący złożony z 33 par funkcji oraz zbiór kontrolny złożony z 11 par funkcji reprezentujących każdy badany zakres uziarnienia. Na rysunku 6.1 pokazano parę dystrybuant funkcji rozkładu przykładowej próbki zestawu 'LD_DIA' reprezentującej rudę Cu w zakresie uziarnienia 0–1 mm, która znalazła się w zbiorze uczącym. Dystrybuanta po lewej stronie została uzyskana przy użyciu metody laserowej (LD), a dystrybuanta z prawej przy użyciu metody wykorzystującej system wizyjny (DIA).



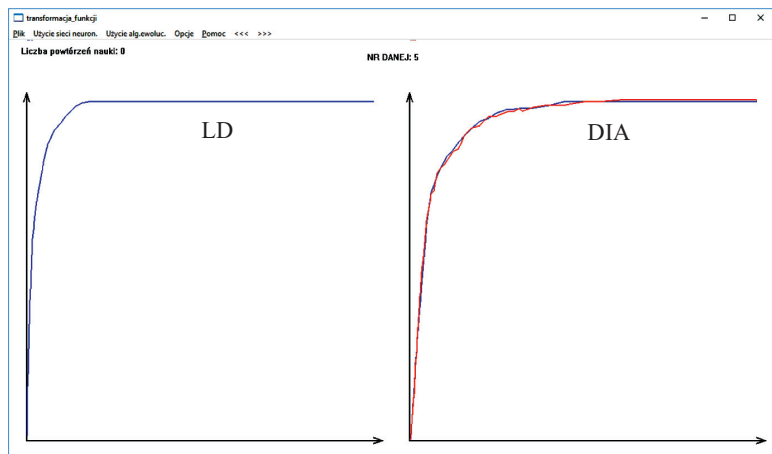
Rys. 6.1. Para dystrybuant funkcji rozkładu przykładowej próbki zestawu 'LD_DIA', która znalazła się w zbiorze uczącym

Rysunek 6.2 przedstawia wynik uczenia sieci neuronowej. Sieć składała się z pięciu warstw neuronów. Na wejściu sieci podano dystrybuantę znajdującą się z lewej strony, w wyniku czego sieć neuronowa wygenerowała dystrybuantę narysowaną czerwoną linią, która, jak widać, dokładnie pokrywa się z funkcją, której się uczyła (niebieska linia). Przedstawiona próbka znajdowała się w ciągu uczącym.



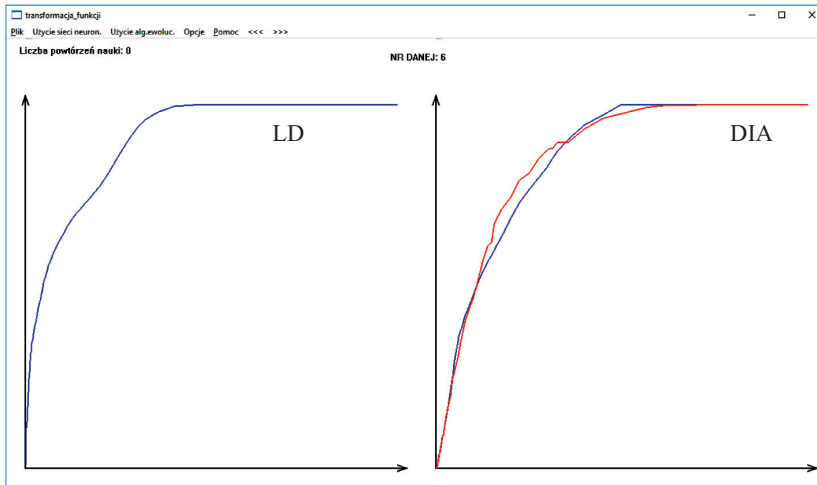
Rys. 6.2. Wynik uczenia sieci neuronowej

Na rysunku 6.3 pokazano odpowiedź sieci na próbkę ze zbioru danych testowych, która nie znajdowała się w zbiorze uczącym. Widać w tym przypadku skuteczną odpowiedź nauczonej sieci, która kalkulowała nowe dane empiryczne o rozkładzie uziarnienia uzyskane metodą LD (niebieska krzywa po lewej stronie) w dystrybuantę, która powinna zostać uzyskana metodą wizyjną DIA (wykres z prawej strony). Skalkulowana dystrybuanta (czerwony kolor) prawie idealnie pokrywa się z dystrybuantą empiryczną (kolor niebieski), co wskazuje na wysoką skuteczność sieci w procesie unifikacji wyników uziarnienia, w tym przypadku z metody laserowej (LD) na wizyjną (DIA).



Rys. 6.3. Odpowiedź sieci, która na podstawie dystrybuanty uzyskanej przy użyciu metody laserowej (wykres z lewej) wygenerowała dystrybuantę (wykres czerwony z prawej) hipotetycznie uzyskaną przy użyciu metody wizyjnej (DIA)

Rysunek 6.4 przedstawia najgorszą odpowiedź sieci na próbkę ze zbioru testowego. Widać, że nawet w tym przypadku odpowiedź sieci, która wygenerowała dystrybucję według metody DIA (kolor czerwony – prawy wykres), nie różni się w sposób istotny od empirycznej (kolor niebieski – prawy wykres).

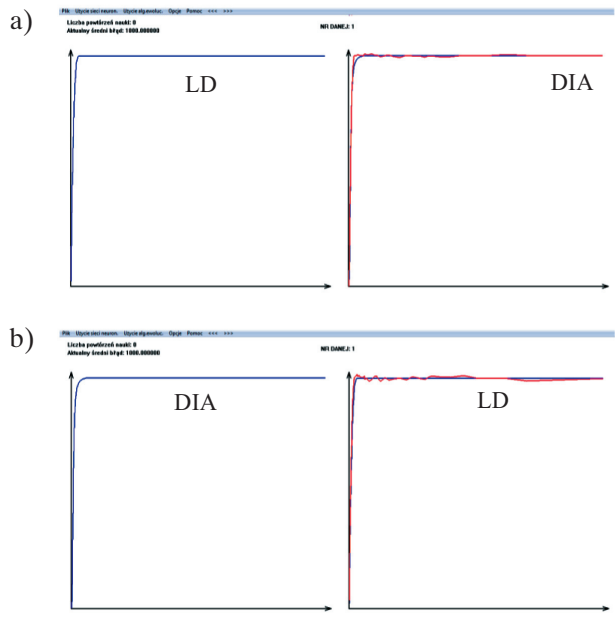


Rys. 6.4. Najgorsza odpowiedź sieci na próbkę, która nie znajdowała się w ciągu uczącym (wykres po lewej – dystrybuanta empiryczna w metodzie LD, wykresy po prawej – dystrybuanta empiryczna i kalkulowana w metodzie DIA)

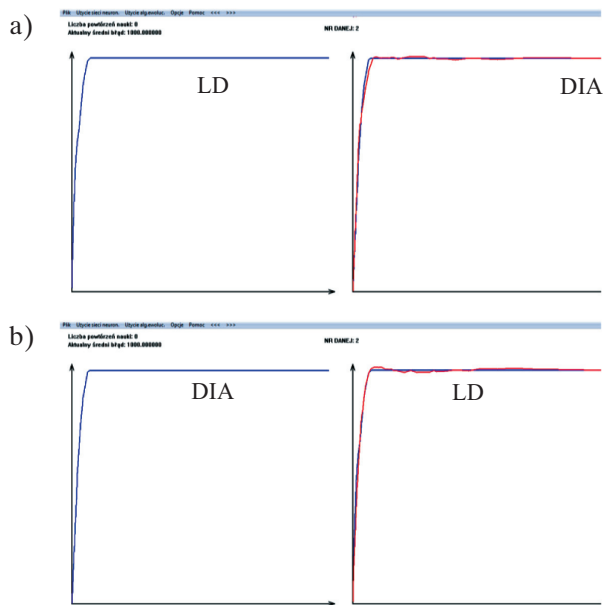
Przedstawione przykłady unifikacji pokazują, że zastosowanie sieci neuronowych w rozważanym problemie stanowi skuteczne narzędzie przekształcenia funkcji rozkładu uziarnienia uzyskanej przy zastosowaniu jednej metody w funkcję rozkładu uziarnienia uzyskaną przy użyciu innej metody pomiarowej. Należy zaznaczyć, że w celu stabilnego i skuteczniejszego uczenia sieci neuronowych w przyszłych badaniach celowe byłoby zwiększenie zbioru uczącego i testowego do kilkuset, a nawet kilku tysięcy próbek.

Kalkulacja wyników uziarnienia uzyskanych metodami dyfrakcji laserowej (LD) i dynamicznej analizy obrazu (DIA)

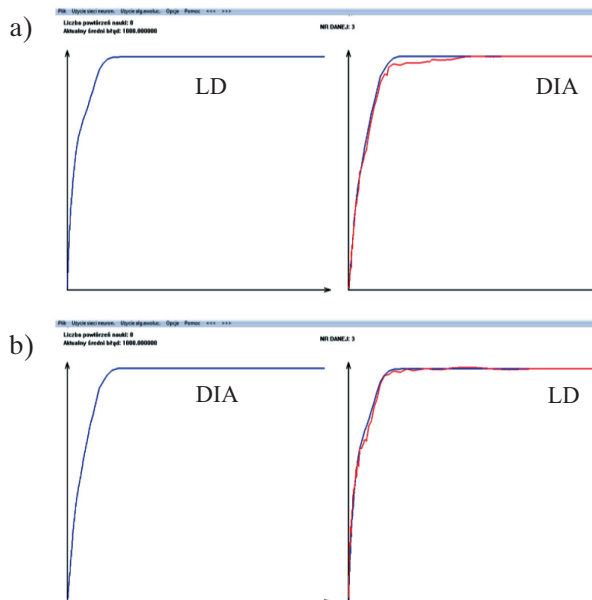
Na rysunkach 6.5–6.15 pokazano efekty naprzemiennej kalkulacji wyników uziarnienia za pomocą sieci neuronowych, w postaci dystrybuant rozkładu wielkości ziaren, uzyskanych metodą dyfrakcji laserowej (LD) i dynamicznej analizy obrazu (DIA), dla wybranych materiałów w badanych klasach ziarnowych. Dane pochodziły ze zbioru testowego, reprezentującego wybrane losowo surowce we wszystkich 11 badanych klasach ziarnowych.



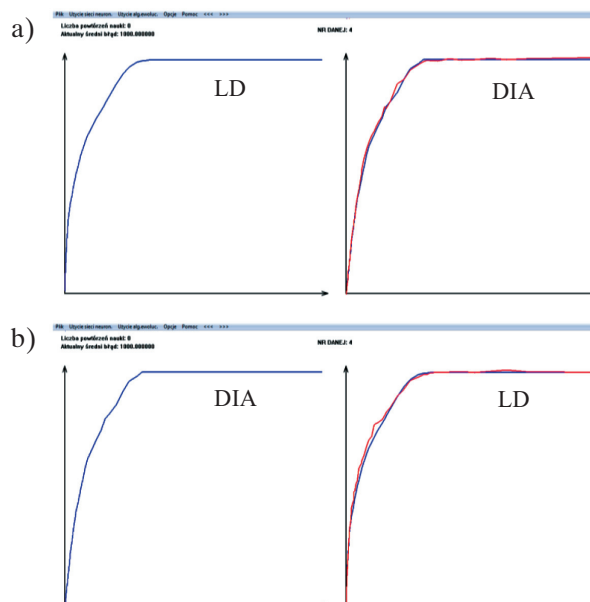
Rys. 6.5. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe par dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w klasie 0–40 μm z jednej metody na drugą: a) LD – DIA; b) DIA – LD



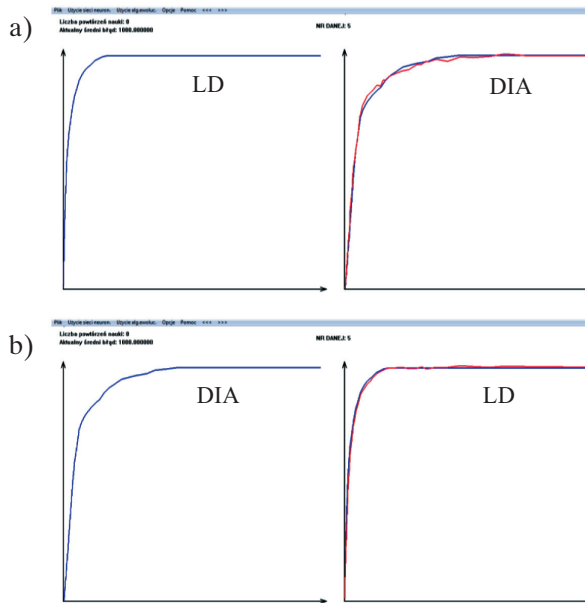
Rys. 6.6. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe par dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki rudy Cu w klasie 0–100 μm z jednej metody na drugą: a) LD – DIA; b) DIA – LD



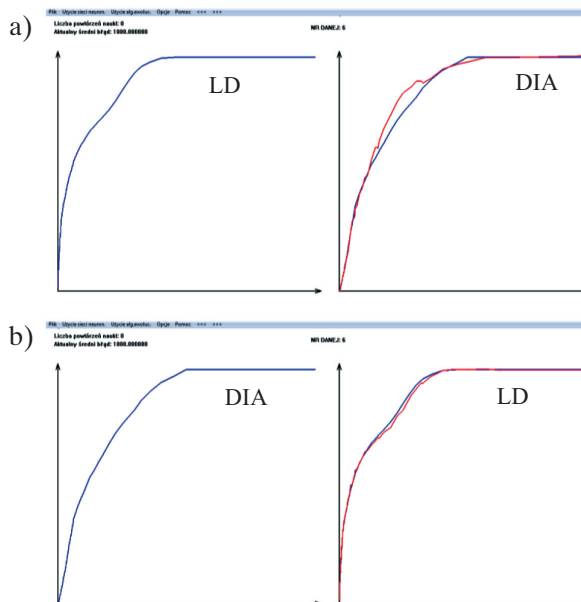
Rys. 6.7. Wyniki kalkucacji przez sieci neuronowe par dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki gnejsu w klasie 0–250 μm z jednej metody na drugą: a) LD – DIA; b) DIA – LD



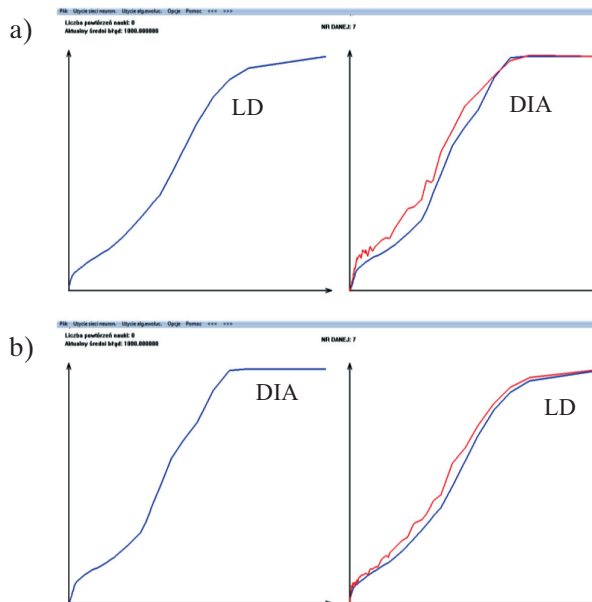
Rys. 6.8. Wyniki kalkucacji przez sieci neuronowe par dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki rudy Cu w klasie 0–500 μm z jednej metody na drugą: a) LD – DIA; b) DIA – LD



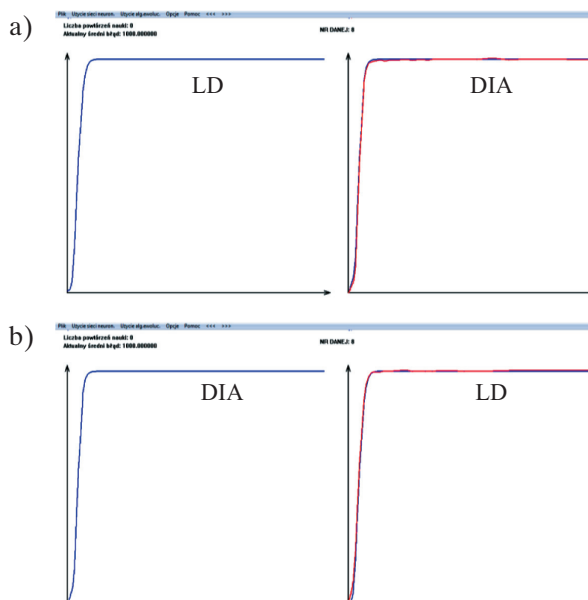
Rys. 6.9. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe par dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w klasie drobnoziarnistej 0–1000 μm z jednej metody na drugą: a) LD – DIA; b) DIA – LD



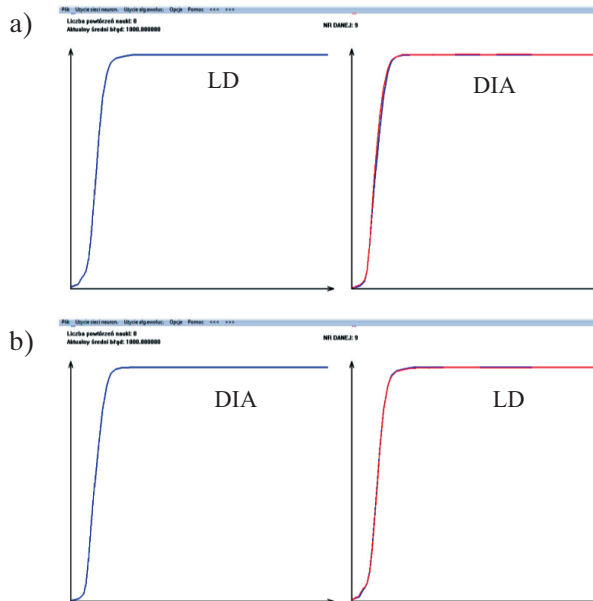
Rys. 6.10. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe par dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki SiO_2 w klasie jednorodnej 0–1000 μm z jednej metody na drugą: a) LD – DIA; b) DIA – LD



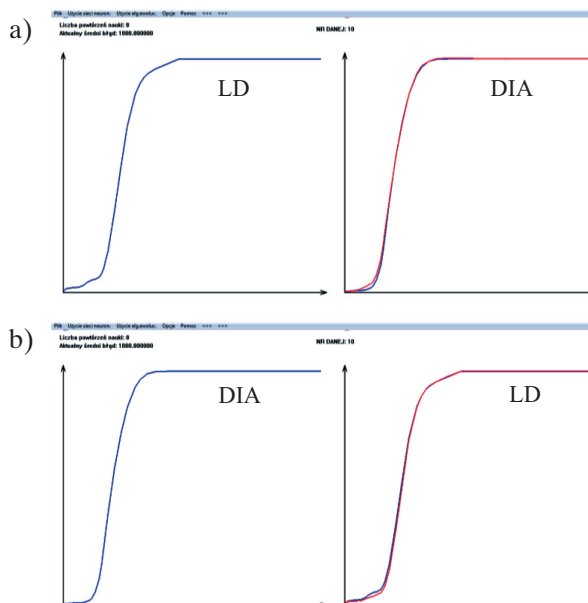
Rys. 6.11. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe par dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki SiO₂ w klasie gruboziarnistej 0–1000 μm z jednej metody na drugą: a) LD – DIA; b) DIA – LD



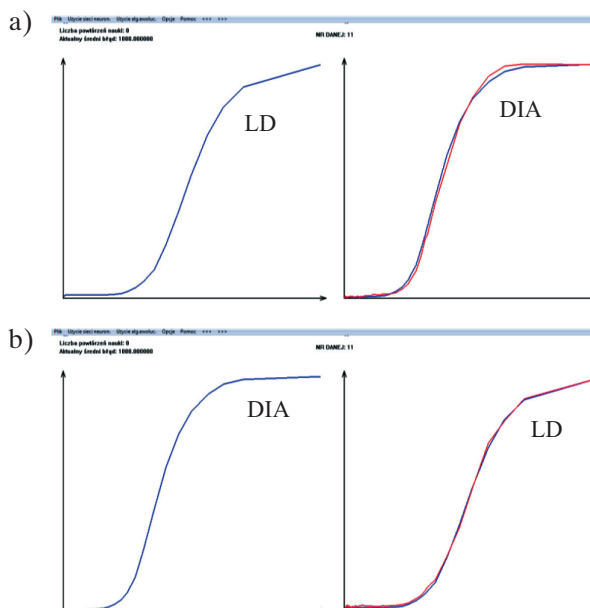
Rys. 6.12. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe par dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w wąskiej klasie 40–100 μm z jednej metody na drugą: a) LD – DIA; b) DIA – LD



Rys. 6.13. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe par dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki SiO₂ w wąskiej klasie 100–250 μm z jednej metody na drugą:
a) LD – DIA; b) DIA – LD



Rys. 6.14. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe par dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w wąskiej klasie 250–500 μm z jednej metody na drugą:
a) LD – DIA; b) DIA – LD



Rys. 6.15. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe par dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbek popiołu w wąskiej klasie 500–1000 μm z jednej metody na drugą: a) LD – DIA; b) DIA – LD

Analizę statystyczną wyników kalkulacji składów ziarnowych za pomocą sieci neuronowych dla próbek surowców w różnych klasach ziarnowych pomiędzy metodami pomiarowymi oparto na różnicach w wartościach empirycznych i kalkulowanych pomiędzy dystrybuantami rozkładów uziarnienia $\Phi(d)$. Obliczono średnią wartość różnic w klasach pomiarowych, ich odchylenie standardowe, wartości maksymalne i minimalne różnic, rozstęp tych wartości oraz błąd kalkulacji (dopasowania) wyników uziarnienia uzyskanych poszczególnymi metodami. Błąd ten zwany błędem resztowym określony został według wzoru:

$$S_r = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (\Phi_r(d_i) - \Phi_k(d_i))^2}{n-2}} \quad (6.1)$$

gdzie:

- $\Phi_k(d_i)$ – dystrybuanta kalkulowana, tzn. obliczona przez sieci neuronowe,
- $\Phi_r(d_i)$ – dystrybuanta empiryczna,
- n – liczba uwzględnionych w obliczeniach klas pomiarowych.

W tabelach 6.1 i 6.2 zestawiono wyniki podstawowych statystyk opisowych oceniających dokładność kalkulacji za pomocą sieci neuronowych dystrybuant rozkładu uziarnienia $\Phi(d)$ pomiędzy metodami LD i DIA.

Analizując przedstawione na rysunkach 6.3–6.15 i w tabelach 6.1 oraz 6.2 wyniki naprzemiennej kalkulacji sieciami neuronowymi uziarnienia badanych próbek pomiędzy metodami LD i DIA, należy stwierdzić dużą ich dokładność. Szczególnie dokładnie kalkulowane są wąskie klasy ziarnowe: 100–250 μm , 250–500 μm , 500–1000 μm oraz klasy w szerszym zakresie uziarnienia o rozkładzie jednorodnym: 0–500 μm , 0–1000 μm . Większymi błędami obarczone są kalkulacje wyników w klasach najdrobniejszych: 0–40 μm , 0–100 μm oraz gruboziarnistej w szerokim zakresie uziarnienia 0–1000 μm . W przypadku tych klas ziarnowych odchylenia standardowe oraz błędy dopasowania (S_r) różnic w wartościach funkcji empirycznej i kalkulowanej są na ogół najwyższe.

Większy udział w poszczególnych próbkach ujemnych wartości średnich różnic pomiędzy funkcjami empiryczną i kalkulowaną świadczy o drobniejszym uziarnieniu próbek po ich kalkulacji z metody laserowej (LD) na wizyjną (DIA) (tab. 6.1). Szczególnie widać to w przypadku kwarcu w klasie 0–1000 μm z przewagą ziaren grubych.

Tabela 6.1

Statystyki podsumowujące dokładność kalkulacji wyników uziarnienia uzyskanych metodą dyfrakcji laserowej (LD) na wyniki uziarnienia mierzone metodą dynamicznej analizy obrazu (DIA)

Próbki	Średnia [%]	Odchylenie std. [%]	Maks. [%]	Min. [%]	Rozstęp [%]	S_r [%]
Popiół (0–40 μm)	-1,91	3,37	2,73	-8,33	11,06	4,02
Ruda Cu (0–100 μm)	-1,59	3,17	5,40	-5,55	10,95	3,63
Gnejs (0–250 μm)	1,35	1,60	5,08	-1,35	6,42	2,11
Ruda Cu (0–500 μm)	-0,84	1,26	1,30	-3,92	5,22	1,52
Popiół (0–1000 μm) dr.	-1,75	1,61	1,72	-5,40	7,12	2,40
SiO ₂ (0–1000 μm) jedn.	-1,54	3,02	3,11	-8,35	11,46	3,45
SiO ₂ (0–1000 μm) gr.	-5,46	2,84	1,28	-12,61	13,89	6,31
Popiół (40–100 μm)	2,56	1,42	4,54	0,63	3,90	3,13
SiO ₂ (100–250 μm)	-2,26	2,22	-0,06	-5,96	5,90	3,42
Popiół (250–500 μm)	-1,10	1,29	0,48	-2,70	3,17	1,83
Popiół (500–1000 μm)	1,37	2,19	4,37	-2,43	6,79	2,78

dr. – drobnoziarnista, jedn. – jednorodnie uziarniona, gr. – gruboziarnista

Tabela 6.2

Statystyki podsumowujące dokładność kalkulacji wyników uziarnienia uzyskanych metodą dynamicznej analizy obrazu (DIA) na wyniki uziarnienia mierzone metodą dyfrakcji laserowej (LD)

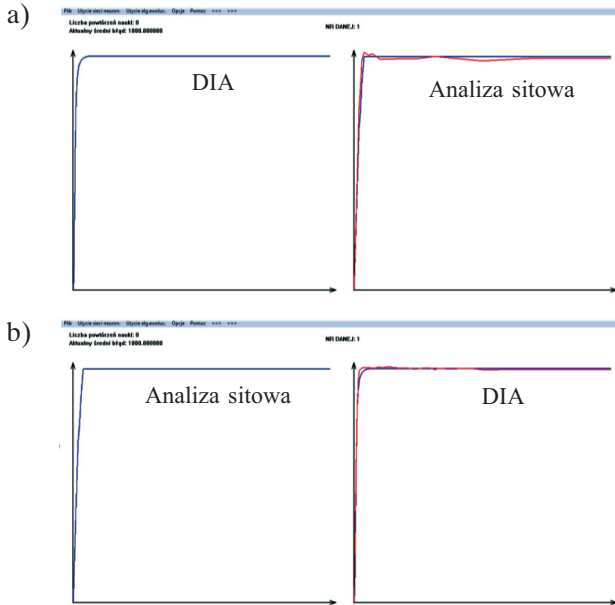
Próbki	Średnia [%]	Odchylenie std. [%]	Maks. [%]	Min. [%]	Rozstęp [%]	S_r [%]
Popiół (0–40 μm)	-5,76	1,88	-2,96	-8,17	5,21	6,35
Ruda Cu (0–100 μm)	5,64	4,88	13,34	-3,59	16,93	7,69
Gnejs (0–250 μm)	-1,23	3,63	6,31	-7,39	13,70	3,84
Ruda Cu (0–500 μm)	-1,47	1,83	1,68	-5,36	7,04	2,36
Popiół (0–1 000 μm) dr.	4,29	2,69	8,18	0,05	8,13	5,20
SiO ₂ (0–1000 μm) jedn.	0,09	1,10	2,89	-2,67	5,56	1,11
SiO ₂ (0–1000 μm) gr.	-2,73	2,04	-0,09	-9,92	9,83	3,47
Popiół (40–100 μm)	-3,19	1,22	-1,21	-5,28	4,07	3,70
SiO ₂ (100–250 μm)	0,46	0,50	1,22	-0,32	1,55	0,74
Popiół (250–500 μm)	1,16	1,00	2,56	-0,06	2,61	1,64
Popiół (500–1 000 μm)	-0,51	1,01	1,25	-1,96	3,21	1,21

dr. – drobnoziarnista, jedn. – jednorodnie uziarniona, gr. – gruboziarnista

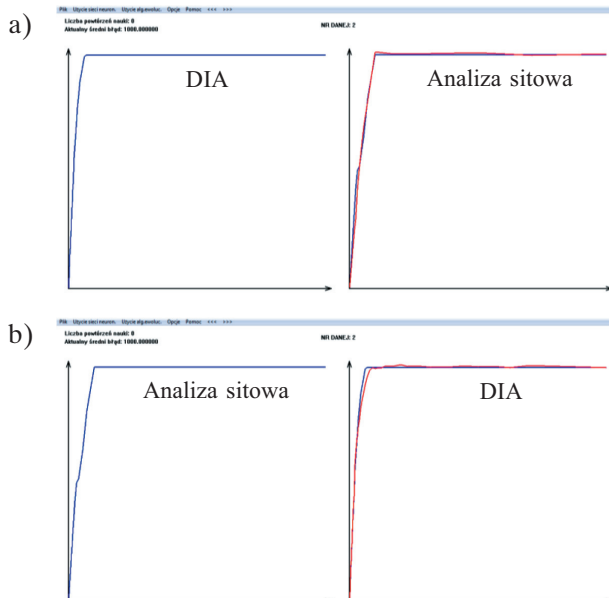
Bezwzględna różnica w wartościach funkcji empirycznej i kalkulowanej mierzona wskaźnikiem rozstępu osiąga najmniejszą wartość dla próbek w wąskich klasach ziarnowych, największą zaś dla klas najdrobniejszych oraz najgrubszych w pełnym zakresie uziarnienia. Odchylenie standardowe różnic pomiędzy wartościami funkcji jest zróżnicowane w próbkach. Niska jego wartość świadczy o stabilnym przebiegu kalkulowanej krzywej składu ziarnowego w klasach pomiarowych. Składy ziarnowe kalkulowane z metody DIA na LD charakteryzują się niższą wartością odchyleń standardowych różnic.

Kalkulacja wyników uziarnienia uzyskanych metodami dynamicznej analizy obrazu (DIA) i analizy sitowej

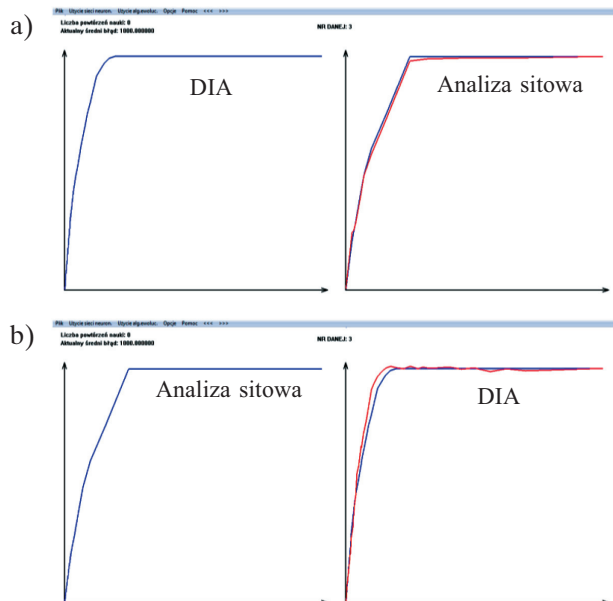
Na rysunkach 6.16–6.26 pokazano efekty naprzemiennej kalkulacji wyników uziarnienia za pomocą sieci neuronowych, w postaci dystrybuant rozkładu wielkości ziaren uzyskanych metodą dynamicznej analizy obrazu (DIA) i analizy sitowej dla wybranych materiałów w badanych klasach ziarnowych. Był to losowo wytypowany zbiór danych testowych sieci, reprezentujący różne materiały we wszystkich 11 badanych klasach ziarnowych.



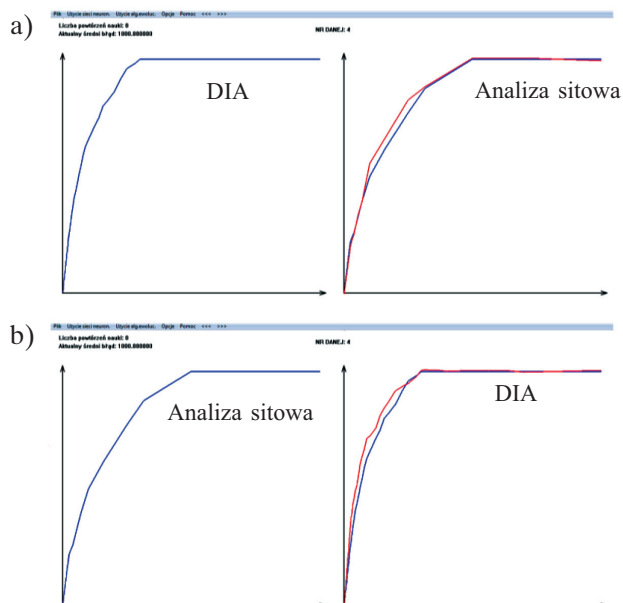
Rys. 6.16. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe par dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w klasie 0–40 μm z jednej metody na drugą:
a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



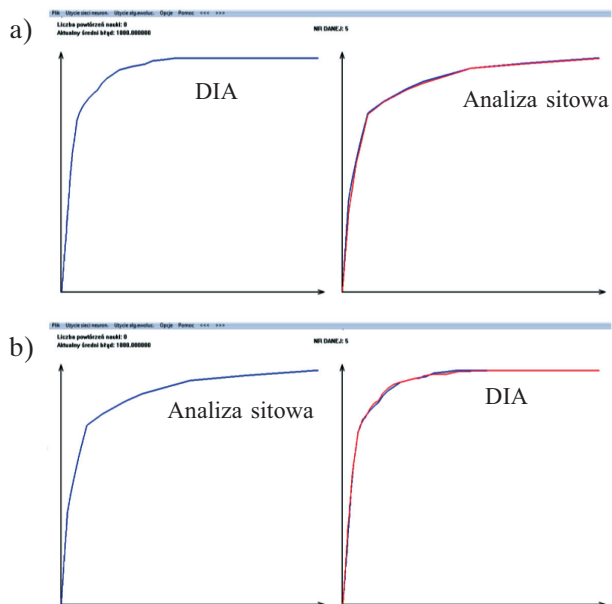
Rys. 6.17. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe par dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki rudy Cu w klasie 0–100 μm z jednej metody na drugą:
a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



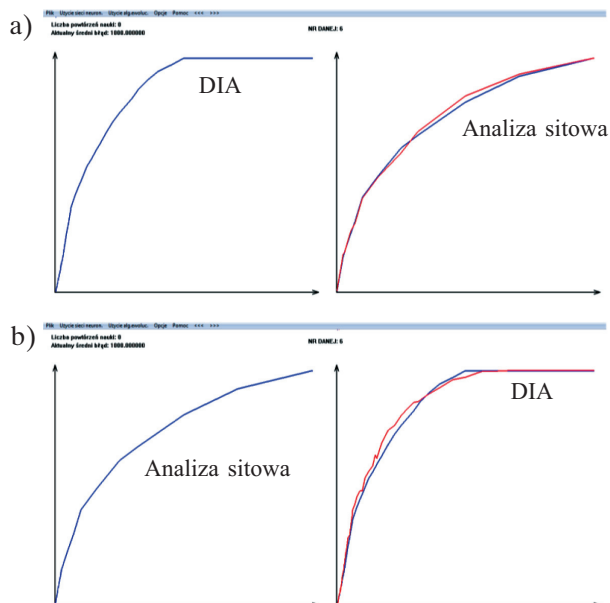
Rys. 6.18. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe par dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki gnejsu w klasie 0–250 μm z jednej metody na drugą:
 a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



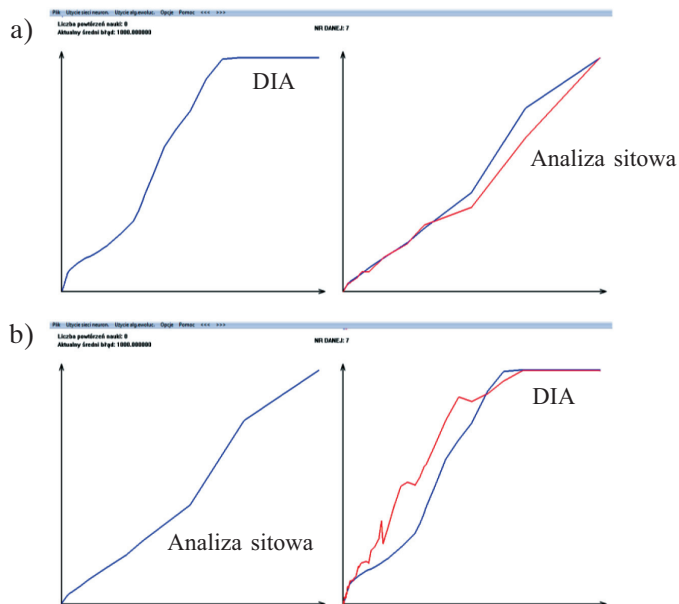
Rys. 6.19. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe par dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki rudy Cu w klasie 0–500 μm z jednej metody na drugą:
 a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



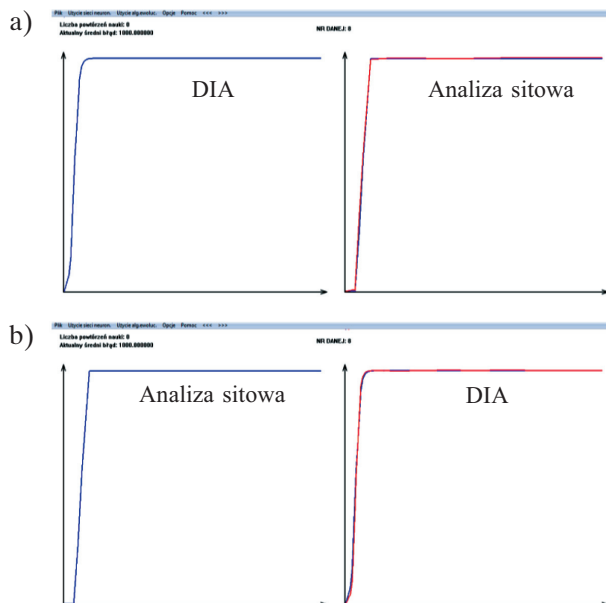
Rys. 6.20. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w klasie drobnoziarnistej 0–1000 µm z jednej metody na drugą:
 a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



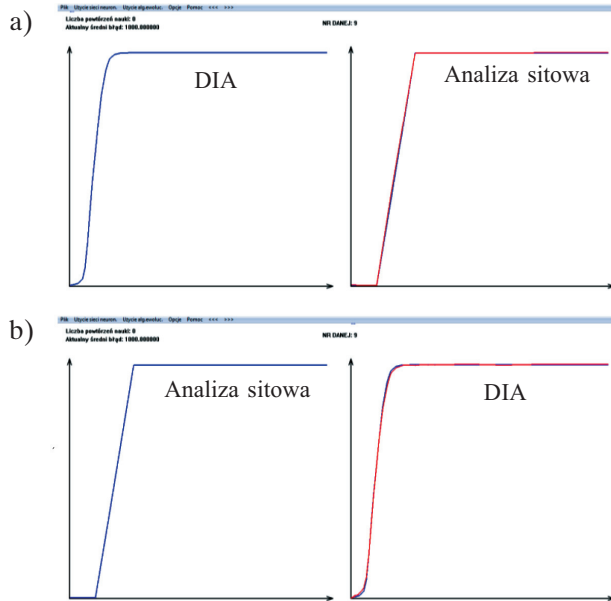
Rys. 6.21. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki SiO₂ w klasie jednorodnej 0–1000 µm z jednej metody na drugą:
 a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



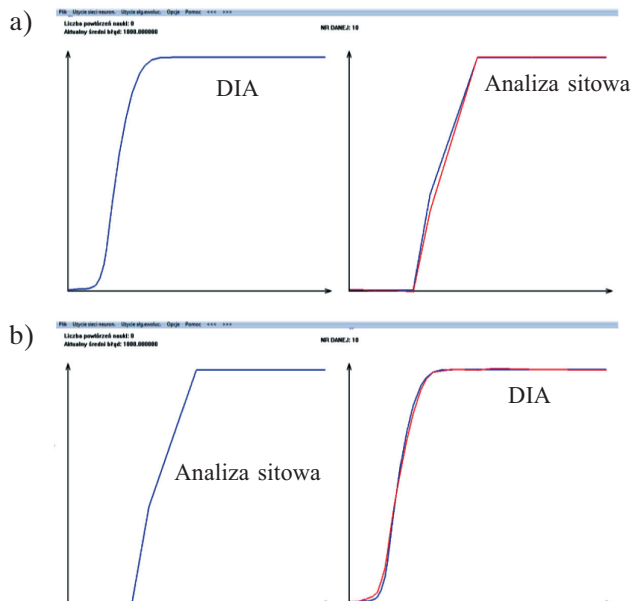
Rys. 6.22. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki SiO_2 w klasie gruboziarnistej 0–1000 μm z jednej metody na drugą:
 a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



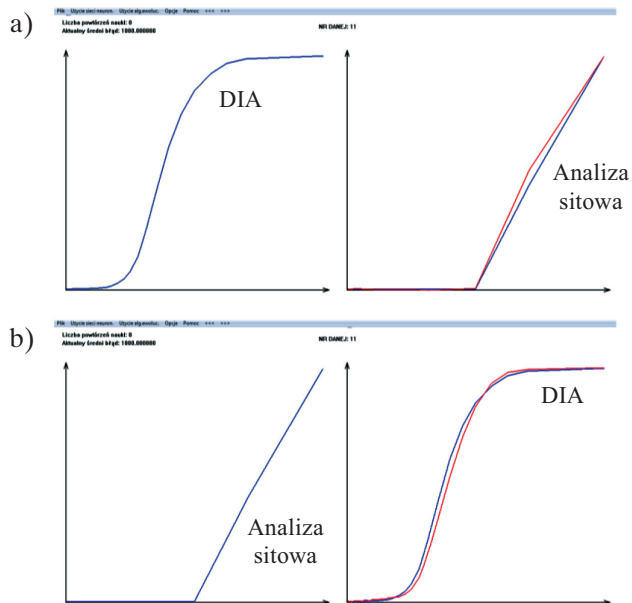
Rys. 6.23. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe par dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbek popiołu w wąskiej klasie 40–100 μm z jednej metody na drugą:
 a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



Rys. 6.24. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki SiO_2 w wąskiej klasie 100–250 μm z jednej metody na drugą:
 a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



Rys. 6.25. Wyniki kalkulacji przez sieci neuronowe par dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w wąskiej klasie 250–500 μm z jednej metody na drugą:
 a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



Rys. 6.26. Wyniki uczenia sieci neuronowych par dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w wąskiej klasie 500–1000 μm z jednej metody na drugą: a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA

W tabelach 6.3 i 6.4 zestawiono wyniki podstawowych statystyk opisowych, oceniających dokładność kalkulacji sieciami neuronowymi dystrybuant rozkładu uziarnienia $\Phi(d)$ pomiędzy metodami DIA i analizy sitowej.

Analizując przedstawione na rysunkach 6.16–6.26 i w tabelach 6.3–6.4 wyniki naprzemiennej kalkulacji sieciami neuronowymi uziarnienia badanych próbek pomiędzy metodami DIA i analizy sitowej, należy stwierdzić wysoką ich dokładność dla większości próbek. Szczególnie dokładnie kalkulowane są klasy w szerszym zakresie uziarnienia o rozkładzie drobnoziarnistym i jednorodnym: 0–1000 μm , a także wąska klasa ziarnowa 100–250 μm . Większymi błędami obarczone są kalkulacje wyników dla klasy najdrobniejszej: 0–40 μm , a szczególnie dla gruboziarnistej w szerokim zakresie uziarnienia 0–1000 μm , kalkulowanej z metody analizy sitowej na dynamiczną analizę obrazu. W tym przypadku wszystkie wskaźniki oceny dopasowania rozkładu są najgorsze i nie do zaakceptowania (tab. 6.4). Większy udział ujemnych wartości średnich różnic pomiędzy wartościami funkcji empirycznej i kalkulowanej świadczy o przesunięciu wyników w kierunku drobniejszego uziarnienia po ich kalkulacji z metody sitowej na wizyjną (DIA) (tab. 6.4), szczególnie widać to w przypadku piasku kwarcowego w klasie 0–1000 μm z przewagą ziaren grubych.

Tabela 6.3

Statystyki podsumowujące dokładność kalkulacji wyników uziarnienia uzyskanych metodą dynamicznej analizy obrazu (DIA) na wyniki metody analizy sitowej

Próbki	Średnia [%]	Odchylenie std. [%]	Maks. [%]	Min. [%]	Rozstęp [%]	S_r [%]
Popiół (0–40 μm)	-6,03	4,85	0,01	-10,66	10,67	8,30
Ruda Cu (0–100 μm)	3,38	5,99	13,25	-3,90	17,15	7,00
Gnejs (0–250 μm)	0,17	2,00	2,48	-3,42	5,90	2,00
Ruda Cu (0–500 μm)	-0,93	2,73	1,96	-5,74	7,70	2,90
Popiół (0–1000 μm) dr.	1,80	2,24	5,76	0,00	5,76	2,92
SiO ₂ (0–1000 μm) jedn.	-0,31	1,09	2,07	-2,50	4,57	1,23
SiO ₂ (0–1000 μm) gr.	1,44	3,70	12,67	-1,49	14,16	4,15
Popiół (40–100 μm)	-2,18	3,15	0,50	-6,49	6,98	4,03
SiO ₂ (100–250 μm)	-0,58	1,32	0,28	-2,11	2,38	1,50
Popiół (250–500 μm)	2,63	3,94	7,15	-0,08	7,23	5,09
Popiół (500–1000 μm)	-2,17	3,65	0,03	-6,38	6,42	4,51

dr. – drobnoziarnista, jedn. – jednorodnie uziarniona, gr. – gruboziarnista

Tabela 6.4

Statystyki podsumowujące dokładność kalkulacji wyników uziarnienia uzyskanych za pomocą analizy sitowej na wyniki dynamicznej analizy obrazu (DIA)

Próbki	Średnia [%]	Odchylenie std. [%]	Maks. [%]	Min. [%]	Rozstęp [%]	S_r [%]
Popiół (0–40 μm)	-3,41	3,63	1,23	-10,23	11,46	5,21
Ruda Cu (0–100 μm)	0,52	2,56	6,75	-2,19	8,94	2,67
Gnejs (0–250 μm)	-1,78	4,02	3,76	-10,82	14,58	4,41
Ruda Cu (0–500 μm)	-5,79	2,88	0,95	-10,63	11,58	6,54
Popiół (0–1000 μm) dr.	-1,22	1,07	0,53	-3,80	4,33	1,63
SiO ₂ (0–1000 μm) jedn.	-2,29	1,92	1,60	-6,21	7,81	3,05
SiO ₂ (0–1000 μm) gr.	-8,45	8,75	4,20	-26,11	30,31	12,43
Popiół (40–100 μm)	2,80	3,21	7,15	-2,06	9,21	4,51
SiO ₂ (100–250 μm)	0,10	1,00	1,80	-1,40	3,20	1,06
Popiół (250–500 μm)	-0,49	3,20	3,46	-4,31	7,78	3,44
Popiół (500–1000 μm)	3,62	3,11	7,51	-1,50	9,00	5,39

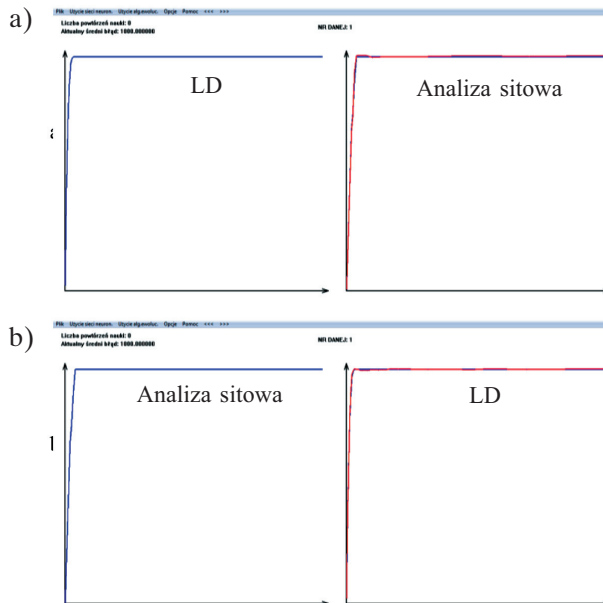
dr. – drobnoziarnista, jedn. – jednorodnie uziarniona, gr. – gruboziarnista

Bezwzględna różnica w wartościach funkcji empirycznej i kalkulowanej mierzona wskaźnikiem rozstępu osiąga na ogół najmniejszą wartość dla próbek w wąskich klasach ziarnowych, a największą dla pierwszych dwóch klas najdrobniejszych i najgrubszej w pełnym zakresie uziarnienia. Odchylenie standardowe różnic pomiędzy wartościami funkcji jest zróżnicowane w próbkach i dobrze koreluje z błędem resztowymi (S_r). Niska wartość odchylenia świadczy o łagodnym przebiegu kalkulowanej krzywej składu ziarnowego w klasach pomiarowych, wysoka zaś o nieregularnym jej przebiegu. Składy ziarnowe kalkulowane pomiędzy metodami DIA i analizy sitowej charakteryzują się podobnymi wartościami odchyłeń standardowych różnic wartości funkcji.

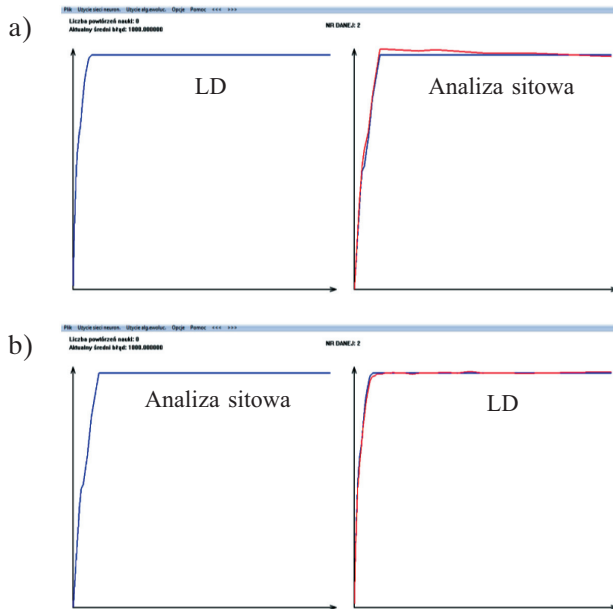
Kalkulacja wyników pomiędzy metodami dyfrakcji laserowej (LD) i analizy sitowej

Na rysunkach 6.27–6.37 pokazano efekty naprzemiennej kalkulacji wyników uziarnienia za pomocą sieci neuronowych, w postaci dystrybuant rozkładu wielkości ziaren uzyskanych metodą dyfrakcji laserowej (LD) i analizy sitowej, dla wybranych materiałów w badanych klasach ziarnowych. Dane pochodziły ze zbioru testowego, reprezentującego wybrane losowo surowce we wszystkich 11 badanych klasach ziarnowych.

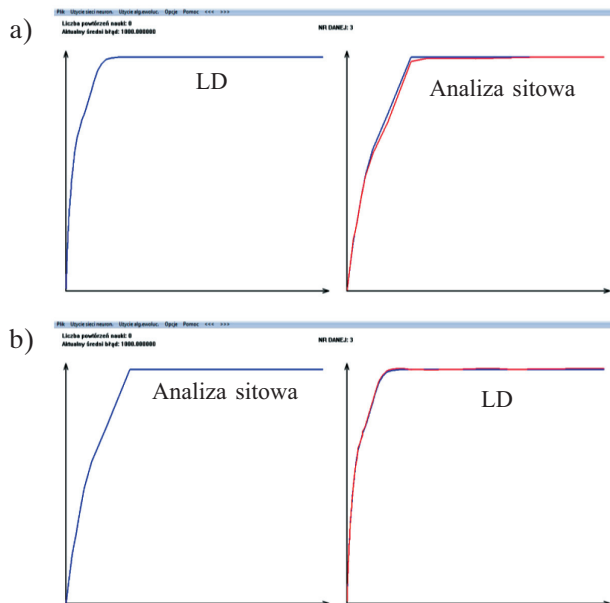
W tabelach 6.5 i 6.6 zestawiono wyniki podstawowych statystyk opisowych oceniających dokładność kalkulacji sieciami neuronowymi dystrybuant rozkładu uziarnienia $\Phi(d)$ pomiędzy metodami LD i analizy sitowej.



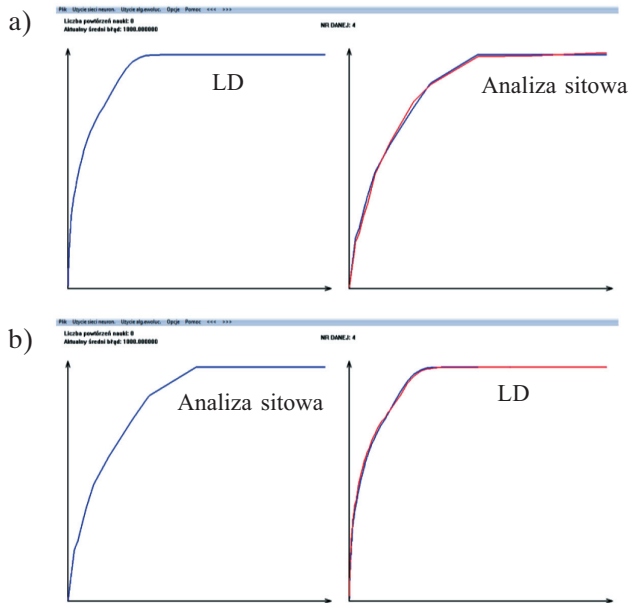
Rys. 6.27. Wyniki kalkulacji sieciami neuronowymi dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w klasie 0–40 μm z jednej metody na drugą:
a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



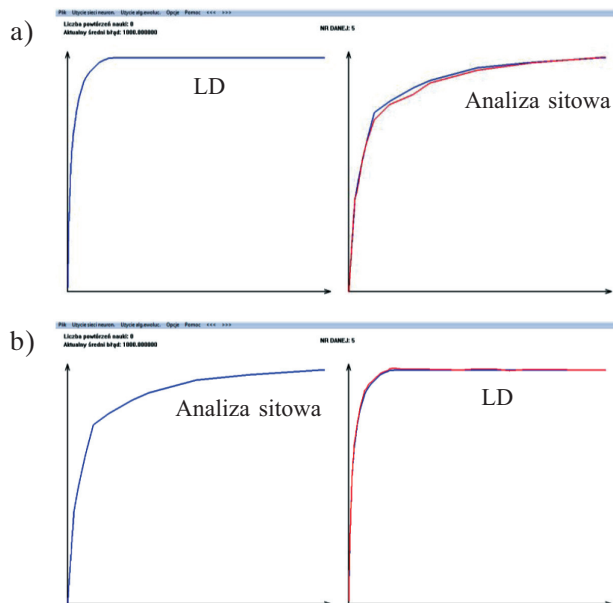
Rys. 6.28. Wyniki kalkucacji sieciami neuronowymi dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki rudy Cu w klasie 0–100 μm z jednej metody na drugą: a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



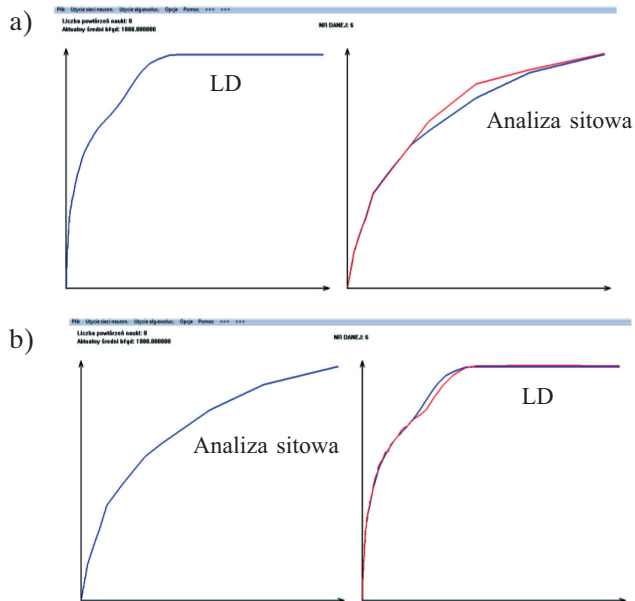
Rys. 6.29. Wyniki kalkucacji sieciami neuronowymi dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki gnejsu w klasie 0–250 μm z jednej metody na drugą: a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



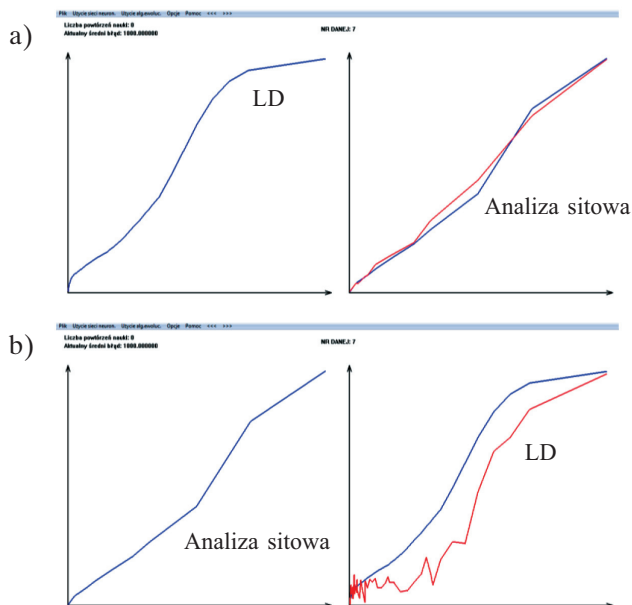
Rys. 6.30. Wyniki kalkulacji sieciami neuronowymi dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki rudy Cu w klasie 0–500 μm z jednej metody na drugą:
 a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



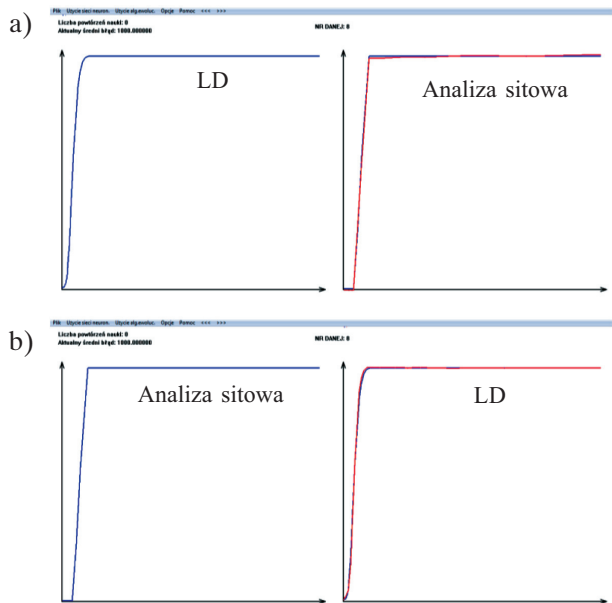
Rys. 6.31. Wyniki kalkulacji sieciami neuronowymi dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w klasie drobnoziarnistej 0–1000 μm z jednej metody na drugą:
 a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



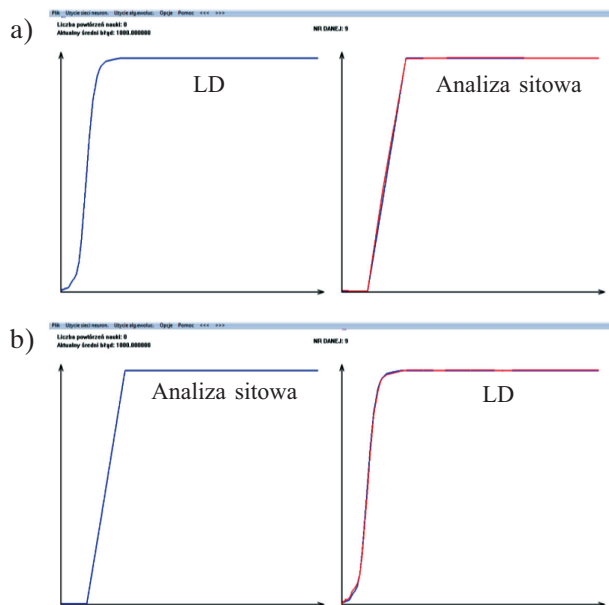
Rys. 6.32. Wyniki kalkulacji sieciami neuronowymi dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki SiO_2 w klasie jednorodnej 0–1000 μm z jednej metody na drugą:
 a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



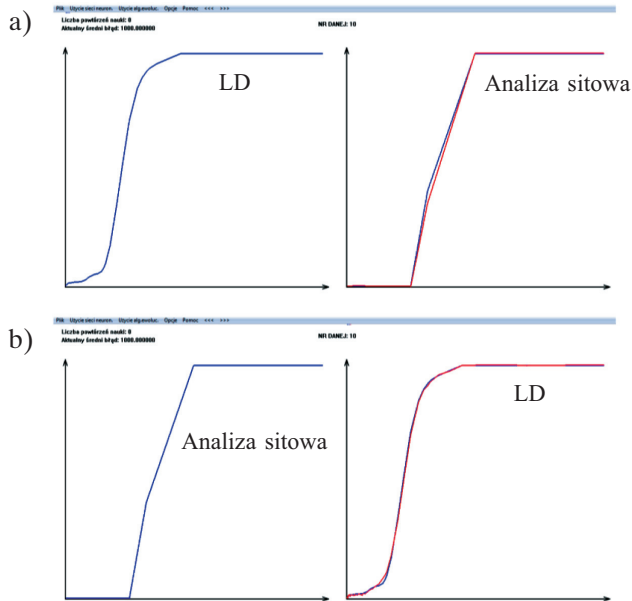
Rys. 6.33. Wyniki kalkulacji sieciami neuronowymi dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki SiO_2 w klasie gruboziarnistej 0–1000 μm z jednej metody na drugą:
 a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



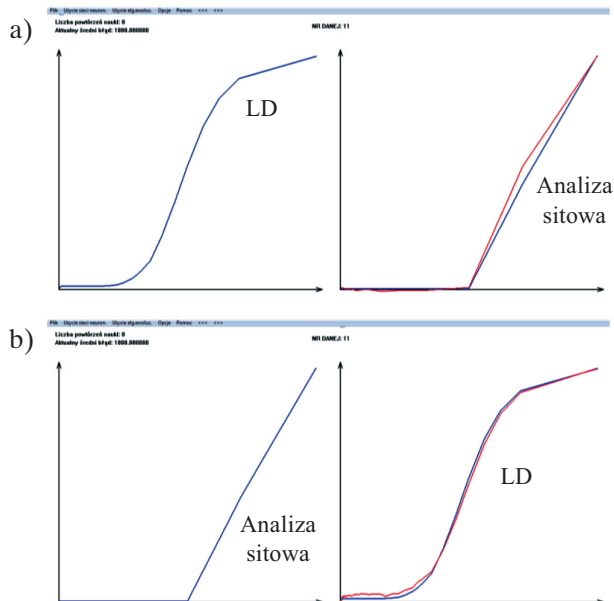
Rys. 6.34. Wyniki kalkulacji sieciami neuronowymi dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w wąskiej klasie 40–100 μm z jednej metody na drugą: a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



Rys. 6.35. Wyniki kalkulacji sieciami neuronowymi dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki SiO_2 w wąskiej klasie 100–250 μm z jednej metody na drugą: a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



Rys. 6.36. Wyniki kalkulacji sieciami neuronowymi dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w wąskiej klasie 250–500 μm z jednej metody na drugą: a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



Rys. 6.37. Wyniki kalkulacji sieciami neuronowymi dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w wąskiej klasie 500–1000 μm z jednej metody na drugą: a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD

Tabela 6.5

Statystyki podsumowujące dokładność kalkulacji wyników uziarnienia uzyskanych metodą dyfrakcji laserowej (LD) na wyniki analizy sitowej

Próbki	Średnia [%]	Odchylenie std. [%]	Maks. [%]	Min. [%]	Rozstęp [%]	S_r [%]
Popiół (0–40 μm)	-0,57	2,39	1,22	-4,62	5,84	2,48
Ruda Cu (0–100 μm)	-2,38	2,16	0,24	-7,06	7,30	3,34
Gnejs (0–250 μm)	0,69	1,37	3,56	-0,86	4,42	1,55
Ruda Cu (0–500 μm)	1,04	1,62	3,40	-2,54	5,93	1,95
Popiół (0–1000 μm) dr.	0,78	1,24	3,02	-1,39	4,41	1,48
SiO ₂ (0–1000 μm) jedn.	-0,71	1,95	0,75	-6,03	6,78	2,27
SiO ₂ (0–1000 μm) gr.	-0,68	2,08	2,89	-5,75	8,64	2,29
Popiół (40–100 μm)	0,52	1,96	2,64	-2,09	4,74	2,05
SiO ₂ (100–250 μm)	-1,22	2,43	0,23	-4,03	4,26	2,86
Popiół (250–500 μm)	1,79	3,02	5,27	-0,12	5,39	3,73
Popiół (500–1000 μm)	-2,50	4,42	0,28	-7,59	7,87	5,37

dr. – drobnoziarnista, jedn. – jednorodnie uziarniona, gr. – gruboziarnista

Tabela 6.6

Statystyki podsumowujące dokładność kalkulacji wyników uziarnienia uzyskanych za pomocą analizy sitowej na wyniki metody dyfrakcji laserowej (LD)

Próbki	Średnia [%]	Odchylenie std. [%]	Maks. [%]	Min. [%]	Rozstęp [%]	S_r [%]
Popiół (0–40 μm)	-0,89	1,38	1,24	-3,66	4,90	1,70
Ruda Cu (0–100 μm)	1,77	0,83	3,31	0,19	3,12	2,03
Gnejs (0–250 μm)	-0,19	0,53	0,88	-1,08	1,97	0,56
Ruda Cu (0–500 μm)	-1,83	1,26	1,52	-3,63	5,15	2,24
Popiół (0–1000 μm) dr.	-0,72	0,74	0,60	-2,78	3,37	1,06
SiO ₂ (0–1000 μm) jedn.	-0,12	1,41	4,26	-1,94	6,20	1,42
SiO ₂ (0–1000 μm) gr.	8,22	9,27	34,61	-6,03	40,64	12,60
Popiół (40–100 μm)	0,49	2,42	3,52	-3,10	6,63	2,59
SiO ₂ (100–250 μm)	0,53	1,18	2,03	-1,42	3,45	1,38
Popiół (250–500 μm)	-0,07	1,26	1,68	-2,06	3,74	1,32
Popiół (500–1000 μm)	0,20	1,74	2,56	-2,44	5,00	1,85

dr. – drobnoziarnista, jedn. – jednorodnie uziarniona, gr. – gruboziarnista

Analizując przedstawione na rysunkach 6.27–6.37 i w tabelach 6.5 oraz 6.6 wyniki naprzemiennej kalkulacji sieciami neuronowymi uziarnienia badanych próbek pomiedzy metodami LD i analizy sitowej, należy stwierdzić z reguły ich bardzo dużą dokładność. Szczególnie dokładnie kalkulowane są na metodę laserową wyniki próbek w wąskich klasach ziarnowych: 100–250 μm , 250–500 μm , 500–1000 μm oraz dla odwrotnej kalkulacji (na metodę sitową) klasy o szerszym zakresie uziarnienia, charakteryzujące się rozkładem jednorodnym 0–250 μm , 0–500 μm i drobnoziarnistym 0–1000 μm . Większymi błędami resztowymi obarczone są kalkulacje wyników w klasie drobnej 0–100 μm , a w szczególności w gruboziarnistej w szerokim zakresie uziarnienia (0–1000 μm) kalkulowanej z metody sitowej na metodę LD. Bezwzględna różnica w wartościach funkcji empirycznej i kalkulowanej, mierzona wskaźnikiem rozstępu, osiąga równomierne wartości w badanych próbkach, jedynie w próbce kwarcu o szerokim i gruboziarnistym charakterze uziarnienia (0–1000 μm) wartość ta jest zdecydowanie największa i wynosi 40,64% w przypadku kalkulacji wyników uzyskanych za pomocą analizy sitowej na wyniki dyfrakcji laserowej. Należy podkreślić, że w tym przypadku wszystkie pozostałe wskaźniki oceny dopasowania rozkładu są również zdecydowanie najgorsze i wskazują, że kalkulacja tej klasy ziarnowej jest nieefektywna (tab. 6.6). Odchylenia standardowe różnic pomiędzy wartościami funkcji empirycznych i kalkulowanych w pozostałych przypadkach są na niskich poziomach, co świadczy o stabilnym przebiegu kalkulowanych krzywych składu ziarnowego.

Podsumowanie kalkulacji wyników uziarnienia przy użyciu sieci neuronowych

Sieci neuronowe okazały się bardzo skutecznym narzędziem do kalkulacji składów ziarnowych badanych proszków mineralnych, określanych przy użyciu analizy sitowej, dyfrakcji laserowej (LD) oraz dynamicznej analizy obrazu (DIA). Błędy uczenia sieci w trakcie procesu kalkulacji, uzyskane na zbiorze uczącym składającym się z 33 próbek, były bardzo niskie. Średni błąd uczenia sieci przy 10 000 powtórzeń procesu nauki kalkulacji dystrybuanty rozkładu uziarnienia pomiędzy metodami wynosił odpowiednio: DIA – LD – 0,000 037, LD – DIA – 0,000 019, DIA – analiza sitowa – 0,000 055, analiza sitowa – DIA – 0,000 176, LD – analiza sitowa – 0,000 019, analiza sitowa – LD – 0,000 123. Najdokładniej więc sieci kalkulowały wyniki uziarnienia z metody laserowej na sitową i DIA, a największe błędy popełniały przy przeliczaniu wyników analizy sitowej na wyniki pozostałych dwóch metod. Weryfikacja działania sieci (skutecznego kalkulowania składów ziarnowych pomiędzy metodami pomiarowymi) przebiegła pomyślnie również na zbiorze testowym składającym się z 11 próbek niebiorących udziału w procesie uczenia.

Jedynie weryfikacja wyników uziarnienia dla jednej gruboziarnistej próbki w szerokim zakresie uziarnienia 0–1000 μm była nieskuteczna, szczególnie nieakceptowalna w przypadku kalkulacji wyników analizy sitowej na wyniki uzyskane dwiema pozostałymi

metodami. Błędy dopasowania wyników do danych rzeczywistych w tym przypadku były zbyt duże. W celu porównania efektów działania sieci neuronowych w zagadnieniu predykcyjnym dla dystrybuant rozkładu uziarnienia proszków mineralnych badanych w różnych zakresach uziarnienia w tabeli 6.7 przedstawiono uśrednione statystyki opisowe dla zbioru próbek testowych, charakteryzujące dokładność kalkulacji wyników uziarnienia pomiędzy poszczególnymi metodami pomiarowymi. Statystyki te oparto na analizie różnic w wartościach empirycznych i kalkulowanych dystrybuant rozkładów uziarnienia $\Phi(d)$ w badanych próbkach zbioru testowego. Zestawiono średnią wartość różnic w klasach pomiarowych informującą o sile i kierunku przesunięcia wartości kalkulowanej krzywej składu ziarnowego względem empirycznej, odchylenie standardowe różnic świadczące o stabilności przebiegu kalkulowanej krzywej oraz błąd kalkulacji (dopasowania) wyników uziarnienia do danych empirycznych jako błąd resztowy.

Tabela 6.7

Uśrednione statystyki podsumowujące dokładność kalkulacji wyników uziarnienia pomiędzy poszczególnymi metodami pomiarowymi

Wyszczególnienie	Metoda pomiarowa					
	DIA – LD	LD – DIA	DIA – analiza sitowa	analiza sitowa – DIA	LD – analiza sitowa	analiza sitowa – LD
Średnia [%]	-0,29	-1,02	-0,25	-1,49	-0,30	0,67
Odchylenie std. [%]	1,98	2,18	3,15	3,21	2,24	2,00
S_r [%]	3,39	3,15	3,97	4,57	2,67	2,61

Ujemna średnia wartość różnic pomiędzy dystrybuantami empiryczną i kalkulowaną wskazuje na ogół na drobniejsze uziarnienie kalkulowanych rozkładów, szczególnie w przypadku kalkulacji (przeliczenia) wyników uzyskanych za pomocą analizy sitowej na wyniki dynamicznej analizy obrazu (DIA). Średnie odchylenie różnic w procesie naprzemiennej kalkulacji wyników okazało się najniższe pomiędzy metodą laserową i sitową oraz laserową i wizyjną, wahało się w przedziale 1,98–2,24%. Wyższe odchylenie standardowe, rzędu 3,15–3,21% uzyskano pomiędzy metodami wizyjną i sitową. Średni błąd resztowy, świadczący o dokładności dopasowania kalkulowanych wyników do danych empirycznych, osiągnął zdecydowanie najniższą wartość (2,61–2,67%) w przypadku naprzemiennej kalkulacji wyników pomiaru uziarnienia metodami dyfrakcji laserowej i analizy sitowej. Kalkulacja wyników w pozostałych czterech wariantach (DIA – LD, LD – DIA, DIA – analiza sitowa i analiza sitowa – DIA) obarczona jest większym błędem (3,15–4,57%), choć nadal akceptowalnym.

Powyższa analiza statystyczna wyników kalkulacji składów ziarnowych w zbiorze testowym potwierdziła skuteczność predykcyjnego działania sieci neuronowych w rozwiązywaniu problemów unifikacji (kalkulowania) wyników analiz uziarnienia uzyskiwanych różnymi metodami analitycznymi. Można przypuszczać, na podstawie wysokiej skuteczności procesu uczenia sieci, że efektywność ich działania w zbiorze testowym byłaby jeszcze wyższa po zwiększeniu liczebności obu zbiorów. Z tego względu ważne jest więc rozbudowa zbioru danych zawierających informacje o składzie ziarnowym różnego rodzaju materiałów sypkich analizowanych różnymi metodami pomiarowymi, którego podstawowym kryterium użyteczności powinna być reprezentatywność wyników i precyzja oznaczeń granulometrycznych.

6.1.2. Metoda aproksymacyjno-adaptacyjna

Druga weryfikowana metoda kalkulacji wyników uziarnienia – aproksymacyjno-adaptacyjna wykorzystywała funkcję aproksymującą oraz algorytmy ewolucyjne wraz z sieciami neuronowymi. Działanie algorytmów ewolucyjnych opiera się na mechanizmach występujących w przyrodzie, związanych z ewolucją gatunków. Podstawowym pojęciem jest osobnik. Osobnik opisuje rozwiązanie danego problemu. To, czym jest osobnik, zależy od konkretnego problemu. W przypadku poszukiwania przez algorytm ewolucyjny rozwiązania, którym jest funkcja określona przez np. cztery parametry liczbowe, osobnikiem będzie ciąg czterech liczb. Zbiór osobników tworzy populację. Działanie algorytmu ewolucyjnego polega na takiej zmianie populacji, by najlepszy osobnik należący do populacji spełniał określone kryterium oceny. W przypadku analizowanego problemu kryterium będzie określało stopień dopasowania funkcji aproksymującej (określonej przez osobnika zawierającego parametry tej funkcji) do funkcji, którą ma aproksymować. Działanie przyjętego algorytmu ewolucyjnego jest następujące:

1. Na wstępie należy wylosować populację początkową. Standardowo przyjęto populację złożoną z 5000 osobników. Liczbę osobników oznaczono jako n .
2. Tworzy się następną populację złożoną z następujących składników:
 - kopii wcześniejszej populacji złożonej z n osobników;
 - n osobników utworzonych poprzez zmutowanie osobników wcześniejszej populacji; mutacja osobnika polega na zmianie na losową jednej z liczb wchodzącej w jego skład lub zmianie na przeciwny wybranego losowo bitu wchodzącego w skład jednej z liczb wchodzącej w skład osobnika;
 - n osobników utworzonych poprzez skrzyżowanie osobników wcześniejszej populacji; skrzyżowanie dwóch osobników polega na utworzeniu nowego osobnika w ten sposób, że każda liczba opisująca tego osobnika wybrana jest losowo od pierwszego lub drugiego osobnika, z którego powstał (rodzica); możliwe jest również takie skrzyżowanie, że każdy bit, opisujący powstającego osobnika, wybrany jest losowo od pierwszego lub drugiego osobnika, z którego powstał (rodzica).

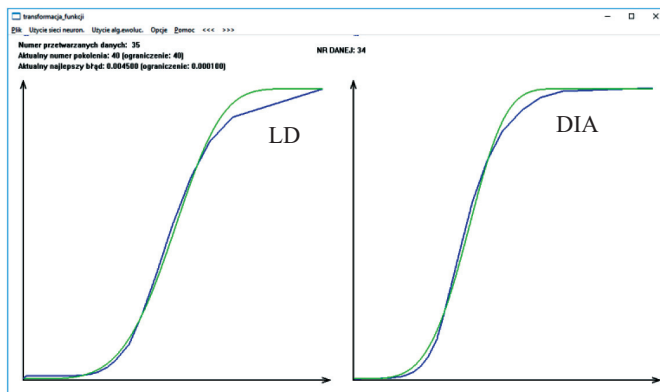
3. Selekcja – polega na utworzeniu populacji poprzez wybór spośród powstałych $3n$ osobników tylko n osobników. Standardowo przyjęto, że 40% populacji powstałej w wyniku selekcji będzie utworzonych z najlepszych osobników, 20% z najgorszych oraz pozostała część z losowo wygenerowanych. Udział najgorszych osobników ma na celu umożliwienie całej populacji wyjścia z lokalnych ekstremów.
4. Jeżeli najlepszy spośród osobników nie spełnia kryterium w założonym stopniu, to wracamy do punktu 2, przyjmując jako aktualną populację tę utworzoną w punkcie 3.

Po zakończeniu przedstawionego wyżej algorytmu, najlepszy osobnik stanowi rozwiązanie problemu, tzn. rozwiązanie stanowią liczby, z których się ten osobnik składa (Jansen 2005, Tumidajski *et al.* 2009).

Przekształcenie funkcji gęstości uziarnienia uzyskanej jedną metodą pomiarową w funkcję gęstości otrzymaną inną metodą

Przekształcenie jednej funkcji w drugą następuje w trzech etapach.

Etap 1. Funkcje rozkładu uziarnienia, występujące we wszystkich parach ciągu uczącego, zostają przekształcone przy użyciu algorytmu ewolucyjnego w parametry. Parametry te określają funkcję służącą do aproksymacji. Taką funkcją może być wielomian wybranego stopnia lub typowe funkcje służące do aproksymacji dystrybuant uziarnienia, np. rozkład Weibulla lub rozkład Gaudina–Meloya. Na rysunku 6.38 przedstawiono przykład uzyskanej aproksymacji pary dystrybuant funkcji rozkładu uziarnienia przykładowej próbki zestawu danych ‘LD_DIA’, która znalazła się w zbiorze uczącym.



Rys. 6.38. Przykład aproksymacji dokonanej przez algorytm ewolucyjny przy użyciu funkcji rozkładu Weibulla (zielona linia) pary dystrybuant funkcji rozkładu przykładowej próbki dla metod ‘LD_DIA’

Dystrybuanta z lewej została uzyskana przy użyciu metody laserowej, a dystrybuanta z prawej – metodą wykorzystującą system wizyjny. Aproksymacja została wykonana

przez funkcję rozkładu Weibulla. Na rysunku 6.39 pokazano parametry rozkładu Weibulla uzyskane dla wszystkich próbek ciągu uczącego. Wejście 1 oraz wyjście 2 oznaczają parametry funkcji rozkładu Weibulla dla próbki uzyskanej przy użyciu metody laserowej natomiast wyjście 1, wyjście 2 – parametry funkcji rozkładu Weibulla dla próbki uzyskanej przy użyciu metody wykorzystującej system wizyjny.

Podgląd danych				
Lp	WEJSCIE 1	WEJSCIE 2	WYJSCIE 1	WYJSCIE 2
1	0.00850	1.22230	0.00950	1.83230
2	0.00900	1.14750	0.00950	1.94790
3	0.01050	1.22430	0.00960	1.63640
4	0.01980	0.88240	0.02570	1.32940
5	0.02080	0.89610	0.02600	1.18780
6	0.02210	0.98880	0.02810	1.29610
7	0.04050	0.72030	0.06850	1.05830
8	0.04060	0.80780	0.06200	1.10220
9	0.06720	0.67780	0.09230	0.99420
10	0.06580	0.64200	0.07760	0.89870
11	0.06630	0.67660	0.10600	1.00430
12	0.06350	0.68990	0.10490	0.91400
13	0.02020	0.76480	0.05610	1.13010
14	0.02020	0.82000	0.06630	1.02280
15	0.02440	0.90490	0.05410	1.09570
16	0.08110	0.57860	0.17310	0.98740
17	0.08970	0.56200	0.17980	0.97960
18	0.08580	0.60840	0.14700	0.94750
19	0.41200	1.08060	0.43250	1.60250
20	0.50570	1.61280	0.37800	1.18890
21	0.46120	1.58890	0.41530	1.80060
22	0.46860	0.96240	0.42850	1.54690
23	0.04640	3.21590	0.04700	3.98410
24	0.04770	2.84810	0.04710	3.13420
25	0.04980	3.31370	0.04970	4.19460
26	0.04710	2.68260	0.04750	3.30250
27	0.10620	4.44010	0.09770	4.75880
28	0.11030	4.24250	0.10740	3.97210
29	0.10940	4.07660	0.10560	3.75320
30	0.22960	3.99180	0.19580	4.02170
31	0.24280	4.45660	0.21080	4.49870
32	0.24390	4.94350	0.21080	4.72710
33	0.24820	4.30590	0.21840	3.78910
34	0.54490	4.36810	0.41510	4.27380
35	0.51380	4.46850	0.38470	4.89880
36	0.55430	4.04680	0.43290	4.53550

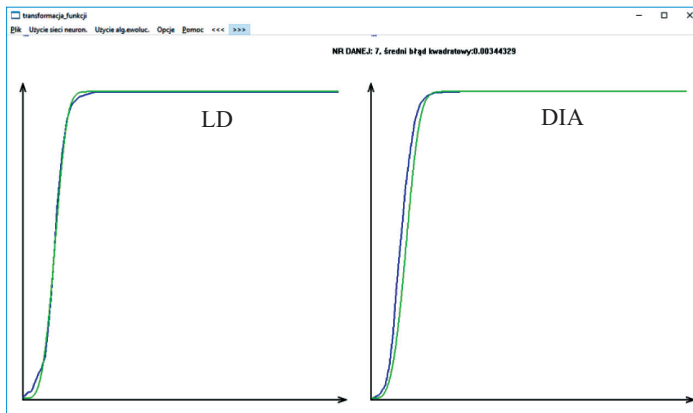
Rys. 6.39. Parametry wszystkich próbek ciągu uczącego uzyskanych w wyniku aproksymacji dokonanej przez algorytm ewolucyjny przy użyciu funkcji rozkładu Weibulla

Etap 2. Uczymy sieć neuronową przekształcać parametry uzyskane dla pierwszej funkcji rozkładu uziarnienia występującej w parze w parametry uzyskane dla drugiej funkcji. Rysunek 6.40 przedstawia parametry nauczone przez sieć neuronową odpowiadające parametrom funkcji aproksymujących z rysunku 6.38.

Etap 3. Odpowiedź systemu na próbkę, która nie znajdowała się w zbiorze uczącym polega na policzeniu przez algorytm ewolucyjny parametrów określających aproksymowaną funkcję dla pierwszej funkcji rozkładu uziarnienia występującej w parze. Następnie nauczona sieć neuronowa przekształca te parametry w parametry funkcji aproksymującej drugą funkcję rozkładu uziarnienia występującą w parze. Na rysunkach 6.41 i 6.42 pokazano przykłady odpowiedzi systemu na nowe próbki, które nie znajdowały się w zbiorze uczącym.

Lp	WEJSCIE 1	WEJSCIE 2	WYJSCIE 1	WYJSCIE 2
1	0.00850	1.22230	0.12773	1.64773
2	0.00900	1.14750	0.12834	1.52222
3	0.01050	1.22430	0.12770	1.65334
4	0.01980	0.88240	0.13004	1.20050
5	0.02080	0.89610	0.12996	1.21428
6	0.02210	0.98880	0.12941	1.31489
7	0.04050	0.72030	0.13076	1.07678
8	0.04060	0.80780	0.13036	1.14422
9	0.06720	0.67780	0.13087	1.05792
10	0.06580	0.64200	0.13101	1.03439
11	0.06630	0.67660	0.13088	1.05679
12	0.06350	0.68990	0.13083	1.06468
13	0.02020	0.76480	0.13061	1.10086
14	0.02020	0.82000	0.13036	1.14481
15	0.02440	0.90490	0.12990	1.22500
16	0.08110	0.57860	0.13121	1.00216
17	0.08970	0.56200	0.13125	0.99567
18	0.08580	0.60840	0.13110	1.02079
19	0.41200	1.08060	0.12795	1.60031
20	0.50570	1.61280	0.13038	1.14025
21	0.46120	1.58890	0.12590	2.04399
22	0.46860	0.96240	0.12922	1.34991
23	0.04640	3.21590	0.13141	3.92740
24	0.04770	2.84810	0.12363	3.16639
25	0.04980	3.31370	0.13160	3.94526
26	0.04710	2.68260	0.12060	3.25248
27	0.10620	4.44010	0.14216	4.67025
28	0.11030	4.24250	0.13373	4.12991
29	0.10940	4.07660	0.13207	3.98770
30	0.22960	3.99180	0.13162	3.94674
31	0.24280	4.45660	0.13893	4.49803
32	0.24390	4.94350	0.14353	4.73126
33	0.24820	4.30590	0.13006	3.79996
34	0.54490	4.36810	0.41810	4.30498
35	0.51380	4.46850	0.40700	4.87223
36	0.55430	4.04680	0.41045	4.52682

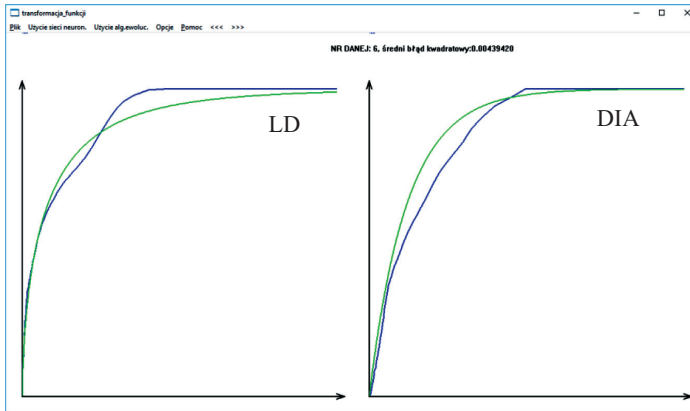
Rys. 6.40. Parametry nauczone przez sieć neuronową, odpowiadające parametrom uzyskanym przez algorytm ewolucyjny z rysunku 6.39



Rys. 6.41. Odpowiedź systemu na nową próbkę, która nie znajdowała się w zbiorze uczącym

Na podstawie parametrów uzyskanych przez algorytm ewolucyjny dla dystrybuan-ty otrzymanych przy użyciu metody laserowej (wykres z lewej) sieć neuronowa nauczo-na na zbiorze uczącym wygenerowała parametry dystrybuanty rozkładu Weibulla (wy-kres zielony z prawej), która według niej powinna zostać wygenerowana przy użyciu

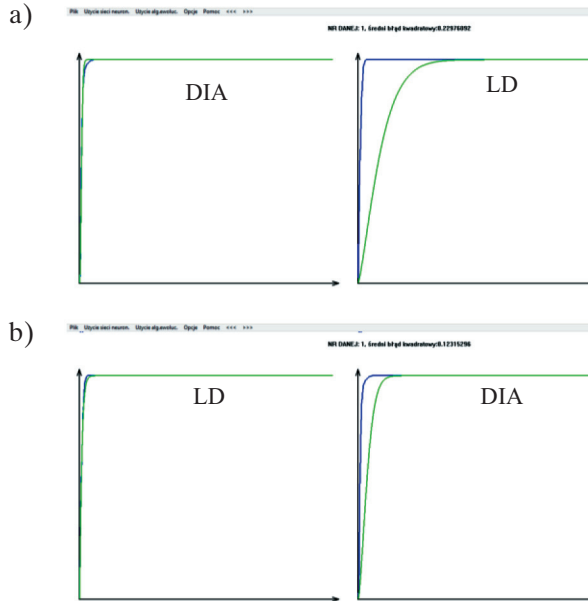
metody wykorzystującej system wizyjny. Funkcję rzeczywiście uzyskaną przy użyciu metody wykorzystującej system wizyjny przedstawia wykres niebieski z prawej.



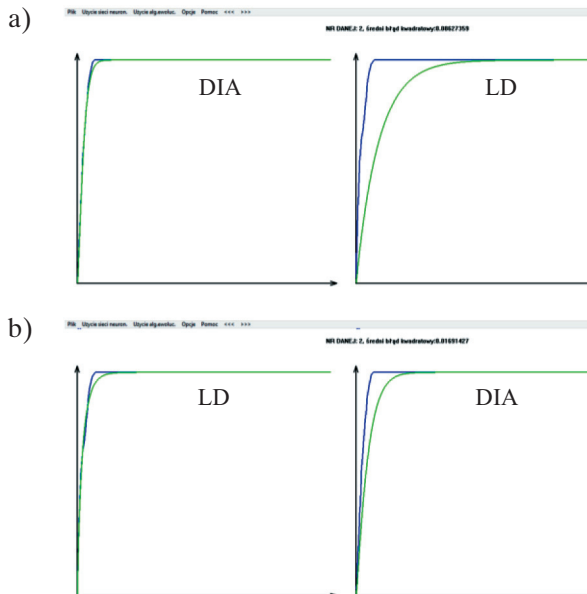
Rys. 6.42. Odpowiedź systemu na inną losowo wybraną próbkę, która nie znajdowała się w zbiorze uczącym

Kalkulacja wyników pomiędzy metodami dynamicznej analizy obrazu (DIA) i dyfrakcji laserowej (LD) z wykorzystaniem aproksymant rozkładem Weibulla i skojarzonych technik adaptacyjnych

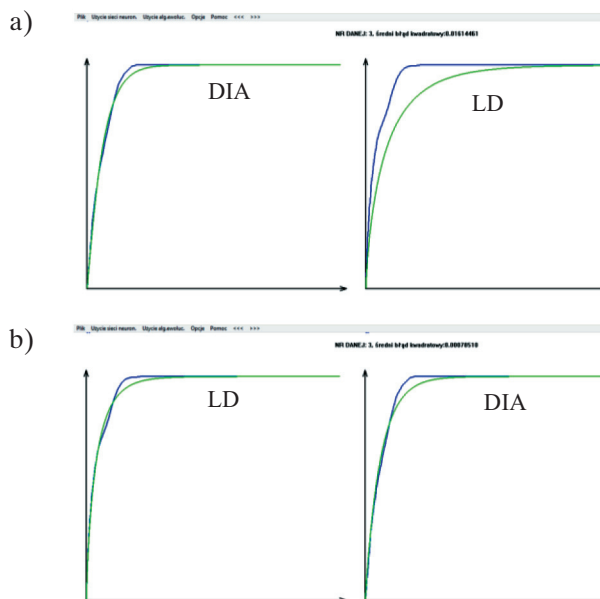
Na rysunkach 6.43–6.53 pokazano efekty naprzemiennej kalkulacji wyników uziarnienia za pomocą skojarzonych technik adaptacyjnych i funkcji aproksymującej Weibulla, w postaci dystrybuant rozkładu wielkości ziaren uzyskanych metodą dyfrakcji laserowej (LD) i dynamicznej analizy obrazu (DIA), dla losowo wybranych materiałów w różnych klasach ziarnowych. Był to ten sam losowo wytypowany zbiór danych testowych, który wykorzystywano do weryfikacji możliwości kalkulacji składów ziarnowych sieciami neuronowymi (podrozdz. 6.1.1), reprezentujący empiryczne rozkłady uziarnienia różnych surowców we wszystkich 11 badanych klasach ziarnowych. Na wykresach kolorem niebieskim zaznaczone są dystrybuanty empiryczne, a na zielono ich aproksymanty rozkładem Weibulla. Po lewej stronie przedstawiono aproksymanty dopasowane do danych empirycznych z metody LD, natomiast po prawej stronie pokazano aproksymanty przeliczone na metodę DIA. Analizując poniższe wykresy, można zauważyć, że proces aproksymacji rozkładów uziarnienia funkcją Weibulla z zastosowaniem algorytmów ewolucyjnych był bardzo dokładny (krzywe na wykresach po lewej stronie niemalże pokrywają się), natomiast proces kalkulacji wyników uziarnienia z metody LD na DIA, składający się z analogicznej procedury aproksymacyjnej oraz dodatkowo przeliczeniowej pomiędzy metodami realizowanej sieciami neuronowymi, nie był zbyt efektywny. Kalkulowane dystrybuanty rozkładu uziarnienia (kolor zielony) były z reguły źle dopasowane do ich empirycznych dystrybuant.



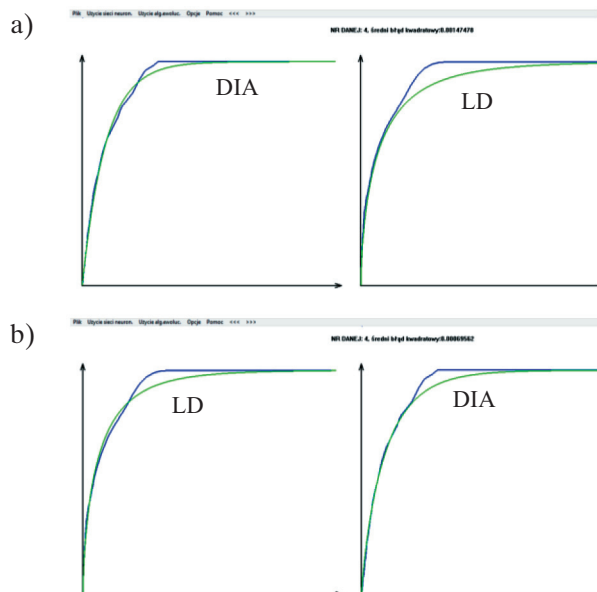
Rys. 6.43. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w klasie 0–40 μm z jednej metody na drugą:
a) DIA – LD; b) LD – DIA



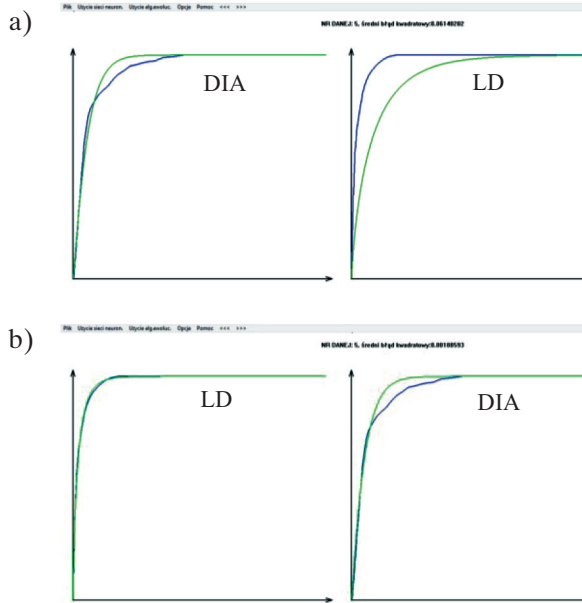
Rys. 6.44. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki rudy Cu w klasie 0–100 μm z jednej metody na drugą:
a) DIA – LD; b) LD – DIA



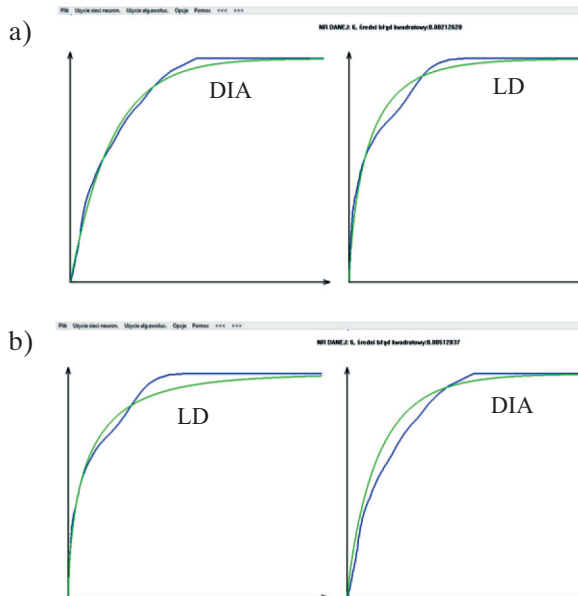
Rys. 6.45. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki gnejsu w klasie 0–250 μm z jednej metody na drugą: a) DIA – LD; b) LD – DIA



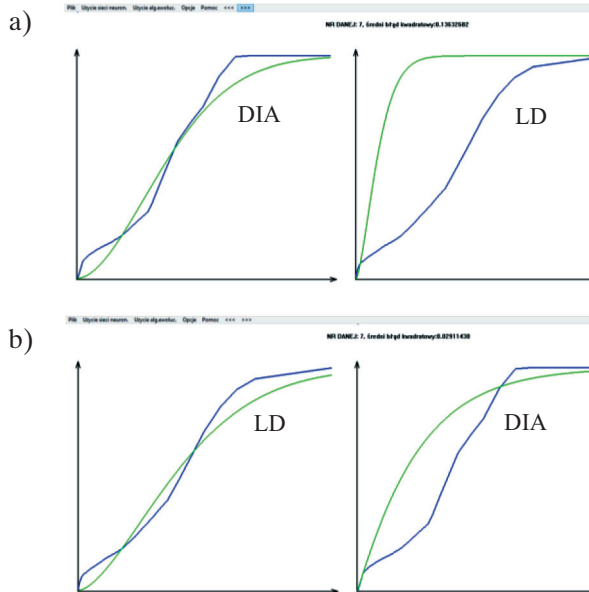
Rys. 6.46. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki rudy Cu w klasie 0–500 μm z jednej metody na drugą: a) DIA – LD; b) LD – DIA



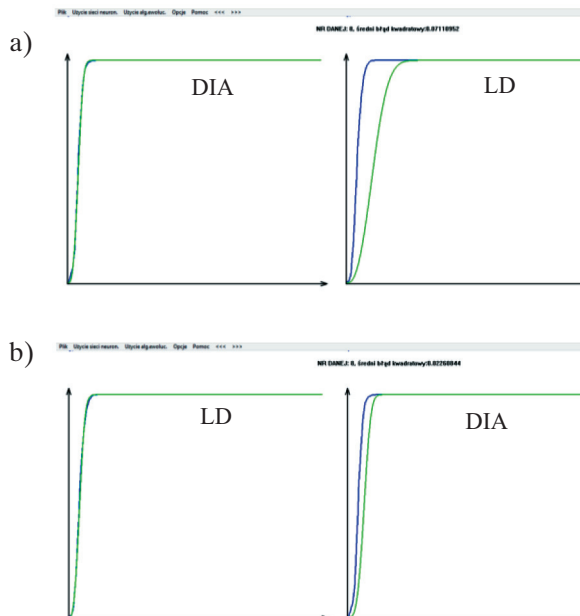
Rys. 6.47. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w klasie drobnoziarnistej 0–1000 μm z jednej metody na drugą: a) DIA – LD; b) LD – DIA



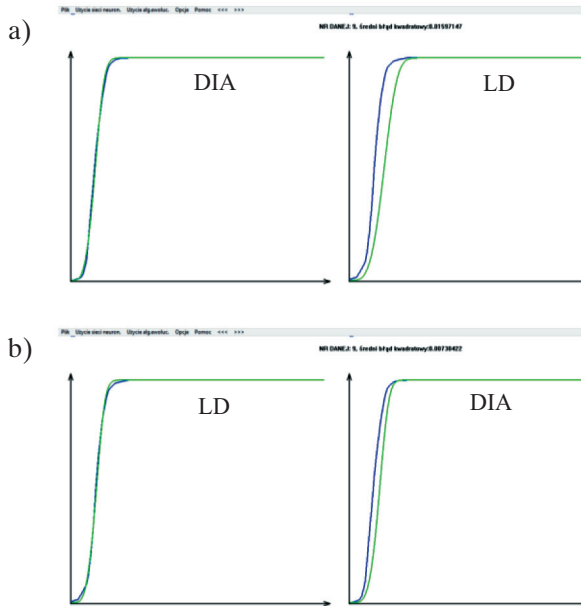
Rys. 6.48. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki SiO_2 w klasie jednorodnej 0–1000 μm z jednej metody na drugą: a) DIA – LD; b) LD – DIA



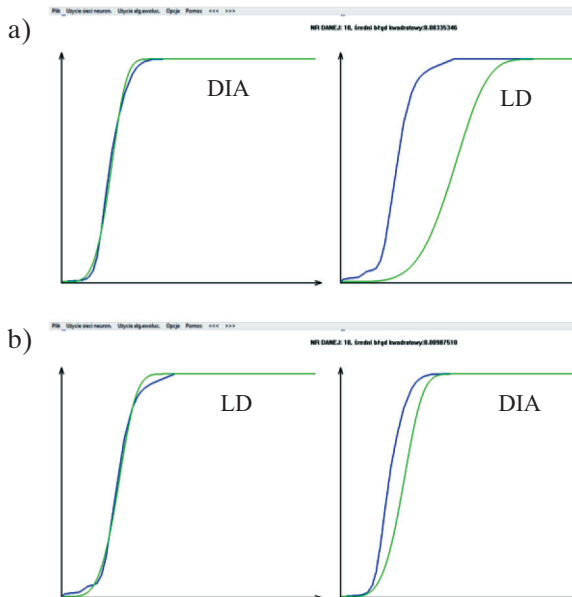
Rys. 6.49. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki SiO_2 w klasie gruboziarnistej 0–1000 μm z jednej metody na drugą: a) DIA – LD; b) LD – DIA



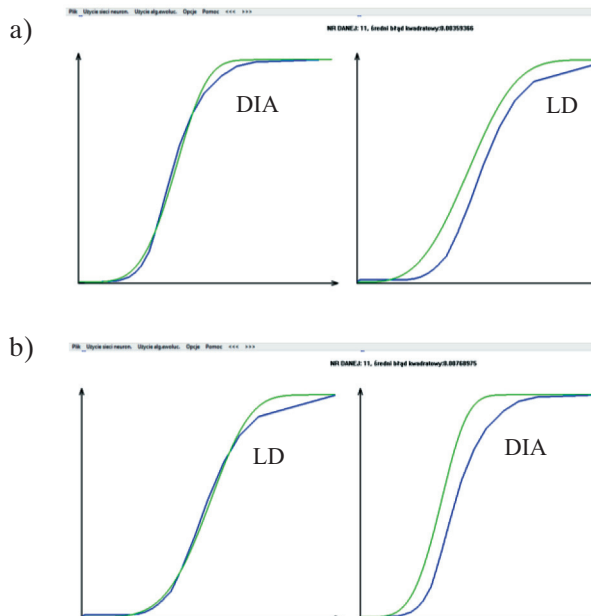
Rys. 6.50. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w wąskiej klasie 40–100 μm z jednej metody na drugą: a) DIA – LD; b) LD – DIA



Rys. 6.51. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki SiO₂ w wąskiej klasie 100–250 μm z jednej metody na drugą: a) DIA – LD; b) LD – DIA



Rys. 6.52. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w wąskiej klasie 250–500 μm z jednej metody na drugą: a) DIA – LD; b) LD – DIA



Rys. 6.53. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w wąskiej klasie 500–1000 μm z jednej metody na drugą: a) DIA – LD; b) LD – DIA

W tabelach 6.8 i 6.9 zestawiono wyniki podstawowych statystyk opisowych oceniających dokładność kalkulacji empirycznych dystrybuant rozkładu uziarnienia $\Phi(d)$ pomiędzy metodami LD i DIA, z wykorzystaniem skojarzonych technik adaptacyjnych i aproksymant rozkładem Weibulla.

Tabela 6.8

Statystyki podsumowujące dokładność kalkulacji wyników uziarnienia uzyskanych metodą dyfrakcji laserowej (LD) na wyniki uzyskane metodą dynamicznej analizy obrazu (DIA) za pomocą skojarzonych technik adaptacyjnych

Próbki	Średnia [%]	Odchylenie std. [%]	Maks. [%]	Min. [%]	Rozstęp [%]	S_r [%]
Popiół (0–40 μm)	50,38	22,89	69,26	2,79	66,47	58,42
Ruda Cu (0–100 μm)	14,87	8,51	27,35	2,00	25,35	17,73
Gnejs (0–250 μm)	–1,99	2,49	5,29	–4,06	9,35	3,21
Ruda Cu (0–500 μm)	–1,13	2,08	5,55	–3,37	8,91	2,37
Popiół (0–1000 μm) dr.	–4,07	3,08	2,80	–8,26	11,06	5,14
SiO ₂ (0–1000 μm) jedn.	–8,00	2,49	0,22	–11,30	11,52	8,61

Tabela 6.8 cd.

Próbki	Średnia [%]	Odchylenie std. [%]	Maks. [%]	Min. [%]	Rozstęp [%]	S_r [%]
SiO ₂ (0–1000 μm) gr.	-16,23	13,93	5,84	-39,05	44,90	21,88
Popiół (40–100 μm)	24,26	16,84	46,60	4,55	42,06	31,53
SiO ₂ (100–250 μm)	16,42	10,40	29,81	1,60	28,21	21,21
Popiół (250–500 μm)	20,05	12,23	36,82	2,14	34,67	25,90
Popiół (500–1000 μm)	-17,43	7,17	-3,14	-24,82	21,68	21,61

dr. – drobnoziarnista, jedn. – jednorodnie uziarniona, gr. – gruboziarnista

Tabela 6.9

Statystyki podsumowujące dokładność kalkulacji wyników uziarnienia uzyskanych metodą dynamicznej analizy obrazu (DIA) na wyniki uzyskane metodą dyfrakcji laserowej (LD) za pomocą skojarzonych technik adaptacyjnych

Próbki	Średnia [%]	Odchylenie std. [%]	Maks. [%]	Min. [%]	Rozstęp [%]	S_r [%]
Popiół (0–40 μm)	53,22	24,95	83,37	4,01	79,36	61,53
Ruda Cu (0–100 μm)	33,69	12,10	50,07	7,10	42,97	37,12
Gnejs (0–250 μm)	12,99	5,68	19,88	1,13	18,75	14,35
Ruda Cu (0–500 μm)	2,48	1,88	8,97	0,25	8,72	3,13
Popiół (0–1000 μm) dr.	29,21	9,69	37,85	3,39	34,46	31,71
SiO ₂ (0–1000 μm) jedn.	1,27	4,94	7,38	-8,20	15,59	5,10
SiO ₂ (0–1000 μm) gr.	-30,54	27,94	1,95	-72,65	74,61	42,13
Popiół (40–100 μm)	35,79	25,47	71,10	3,60	67,50	47,14
SiO ₂ (100–250 μm)	22,18	15,74	43,37	3,84	39,53	29,60
Popiół (250–500 μm)	45,12	32,57	79,62	5,07	74,54	59,69
Popiół (500–1000 μm)	-11,68	5,18	-0,34	-17,43	17,09	14,02

dr. – drobnoziarnista, jedn. – jednorodnie uziarniona, gr. – gruboziarnista

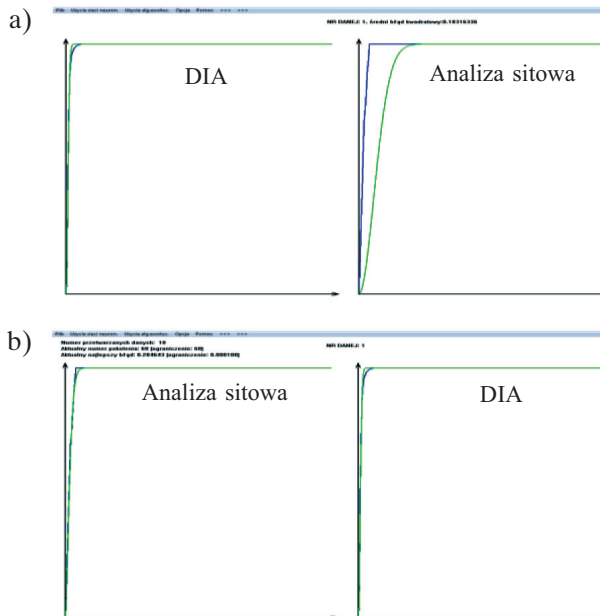
Błędy kalkulacji wyników uziarnienia proszków mineralnych badanych metodą laserową (LD) na wyniki uzyskane metodą wizyjną (DIA) były mniejsze niż w przypadku kalkulacji odwrotnej. Wszystkie wskaźniki statystyczne dokładności kalkulacji oraz dopasowania wyników w tym przypadku miały niższą wartość (tab. 6.8). Bardzo dużymi błędami kalkulacji charakteryzowały się próbki w klasie najdrobniejszej 0–40 μm, a także w wąskich klasach ziarnowych. W przypadku kalkulacji wyników z metody LD na DIA tylko trzy z jedenastu rozkładów były przeliczane efektywnie. Różnice w dystrybucjach empirycznej i kalkulowanej były nieduże, a błędy dopasowania S_r kilkuprocentowe. W przypadku kalkulacji wyników z metody DIA na LD tylko próbka rudy Cu

w klasie 0–500 μm i jednorodnie uziarniona próbka piasku kwarcowego w klasie 0–1000 μm charakteryzowały się niskimi błędami kalkulacji. Poziom błędów kalkulacji wyników uziarnienia pozostałych próbek proszków mineralnych był nieakceptowalny. Błędy dopasowania S_r mieściły się w przedziale 14–61,5%, a bezwzględna różnica w wartościach dystrybuant empirycznych i kalkulowanych wynosiła 17–79%.

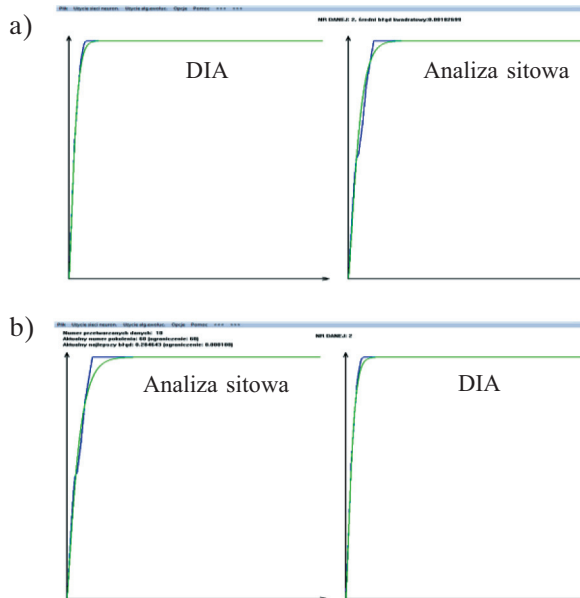
Kalkulacja wyników pomiędzy metodami dynamicznej analizy obrazu (DIA) i analizy sitowej z wykorzystaniem aproksymant rozkładem Weibulla i skojarzonych technik adaptacyjnych

Na rysunkach 6.54–6.64 pokazano efekty naprzemiennej kalkulacji wyników uziarnienia za pomocą skojarzonych technik adaptacyjnych i funkcji aproksymującej Weibulla, w postaci dystrybuant rozkładu wielkości ziaren uzyskanych metodą dynamicznej analizy obrazu (DIA) i analizy sitowej, dla próbek proszków mineralnych w zbiorze testowym.

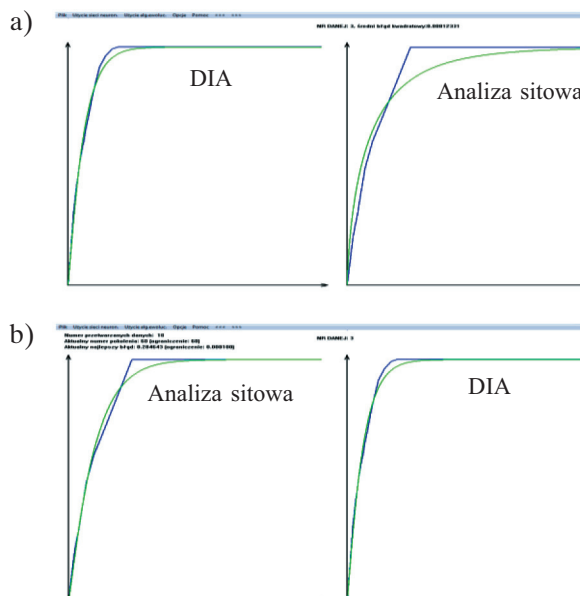
W tabelach 6.10 i 6.11 zestawiono wyniki podstawowych statystyk opisowych oceniających dokładność kalkulacji empirycznych dystrybuant rozkładu uziarnienia $\Phi(d)$ pomiędzy metodami DIA i analizy sitowej, z wykorzystaniem skojarzonych technikami adaptacyjnych i aproksymant rozkładem Weibulla.



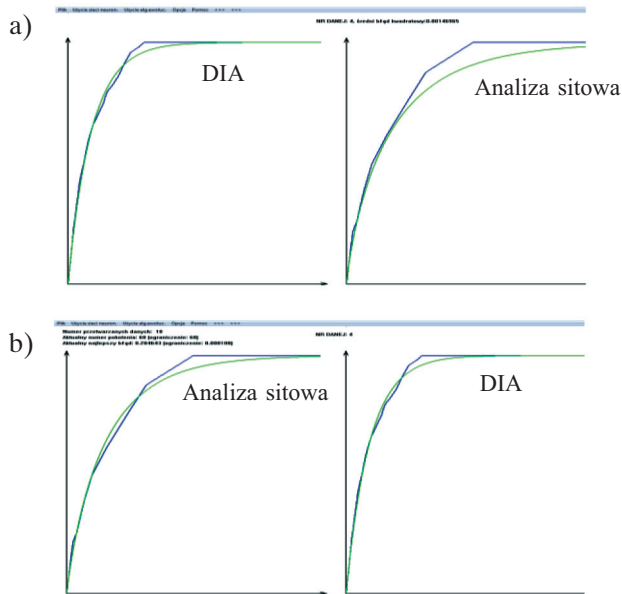
Rys. 6.54. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w klasie 0–40 μm z jednej metody na drugą: a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



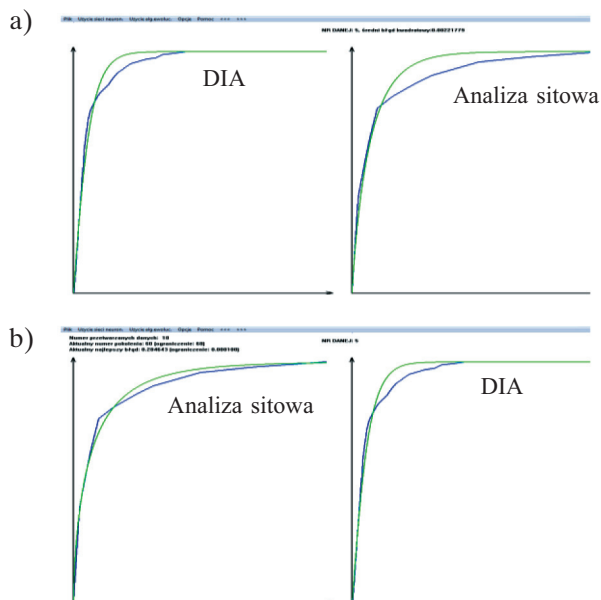
Rys. 6.55. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki rudy Cu w klasie 0–100 μm z jednej metody na drugą:
a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



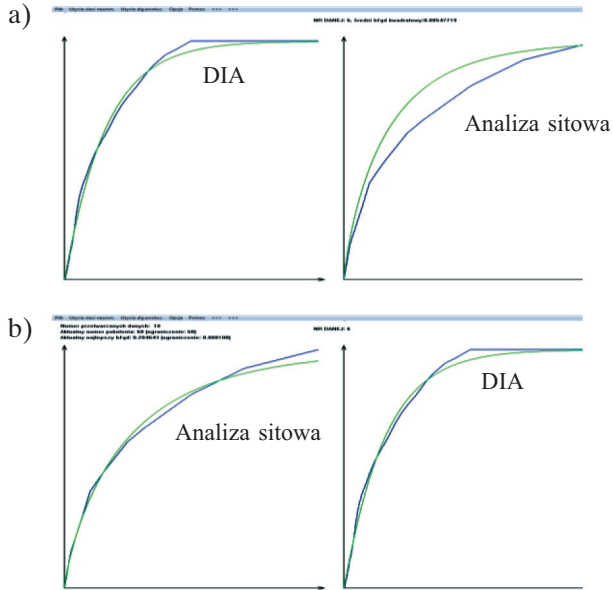
Rys. 6.56. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki gnejsu w klasie 0–250 μm z jednej metody na drugą:
a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



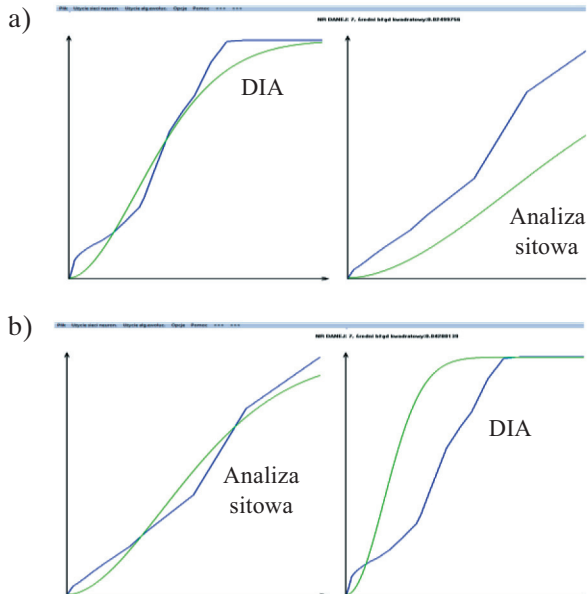
Rys. 6.57. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki rudy Cu w klasie 0–500 μm z jednej metody na drugą:
 a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



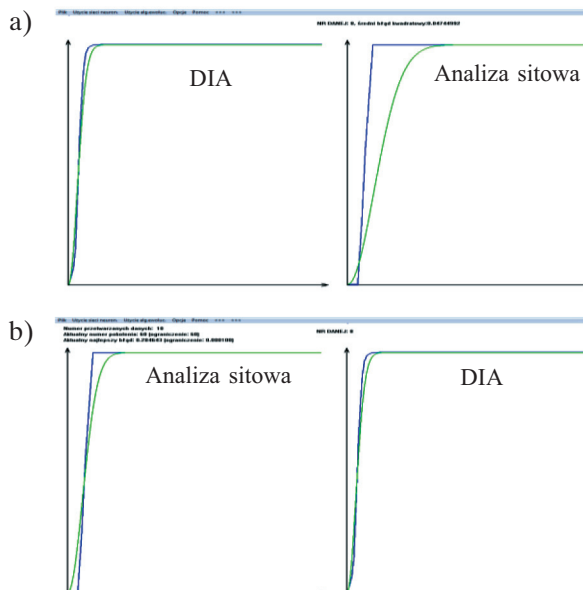
Rys. 6.58. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w klasie drobnoziarnistej 0–1000 μm z jednej metody na drugą:
 a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



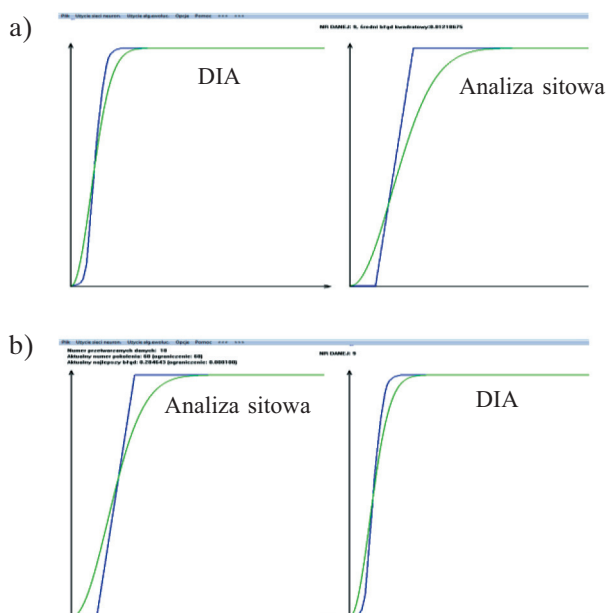
Rys. 6.59. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki SiO_2 w klasie jednorodnej 0–1000 μm z jednej metody na drugą: a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



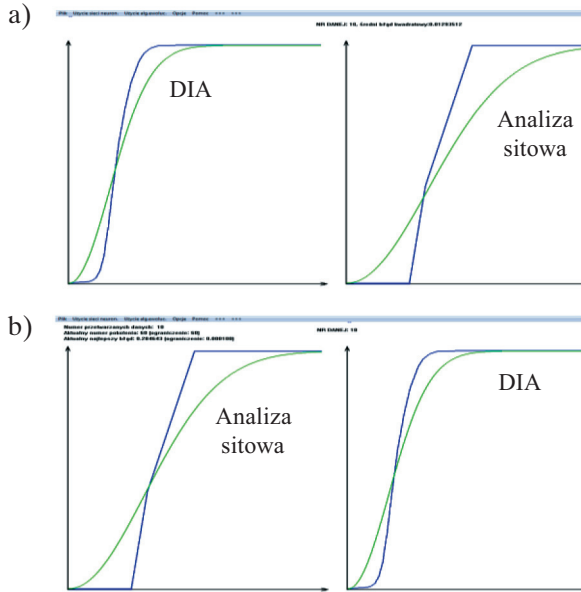
Rys. 6.60. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki SiO_2 w klasie gruboziarnistej 0–1000 μm z jednej metody na drugą: a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



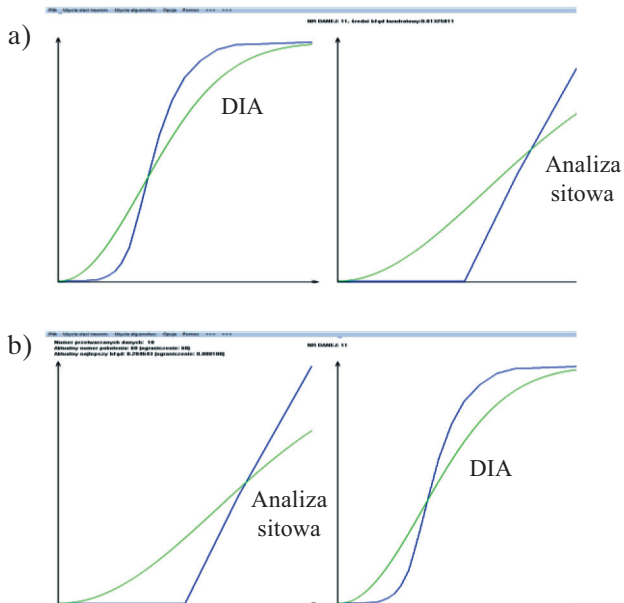
Rys. 6.61. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w wąskiej klasie 40–100 μm z jednej metody na drugą: a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



Rys. 6.62. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki SiO₂ w wąskiej klasie 100–250 μm z jednej metody na drugą: a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



Rys. 6.63. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuent rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w wąskiej klasie 250–500 μm z jednej metody na drugą:
a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA



Rys. 6.64. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuent rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w wąskiej klasie 500–1000 μm z jednej metody na drugą:
a) DIA – analiza sitowa; b) analiza sitowa – DIA

Tabela 6.10

Statystyki podsumowujące dokładność kalkulacji wyników uziarnienia uzyskanych metodą dynamicznej analizy obrazu (DIA) na wyniki uzyskane metodą analizy sitowej za pomocą skojarzonych technik adaptacyjnych

Próbki	Średnia [%]	Odchylenie std. [%]	Maks. [%]	Min. [%]	Rozstęp [%]	S_r [%]
Popiół (0–40 μm)	55,54	31,56	76,79	0,00	76,79	69,66
Ruda Cu (0–100 μm)	–1,96	5,67	5,23	–11,51	16,75	6,04
Gnejs (0–250 μm)	–6,02	8,56	13,79	–13,37	27,15	10,66
Ruda Cu (0–500 μm)	2,88	2,81	9,27	0,00	9,27	4,12
Popiół (0–1000 μm) dr.	0,09	4,89	7,39	–8,24	15,63	4,89
SiO ₂ (0–1000 μm) jedn.	–6,09	4,37	1,46	–13,18	14,64	8,35
SiO ₂ (0–1000 μm) gr.	11,41	11,35	35,87	0,00	35,87	17,08
Popiół (40–100 μm)	25,94	30,83	63,51	–7,25	70,76	42,99
SiO ₂ (100–250 μm)	5,70	24,63	32,05	–16,74	48,79	25,60
Popiół (250–500 μm)	2,48	27,89	29,97	–25,79	55,77	28,06
Popiół (500–1000 μm)	–3,20	27,82	25,67	–29,84	55,51	28,10

dr. – drobnoziarnista, jedn. – jednorodnie uziarniona, gr. – gruboziarnista

Tabela 6.11

Statystyki podsumowujące dokładność kalkulacji wyników uziarnienia uzyskanych metodą sitową na wyniki uzyskane metodą dynamicznej analizy obrazu (DIA) za pomocą skojarzonych technik adaptacyjnych

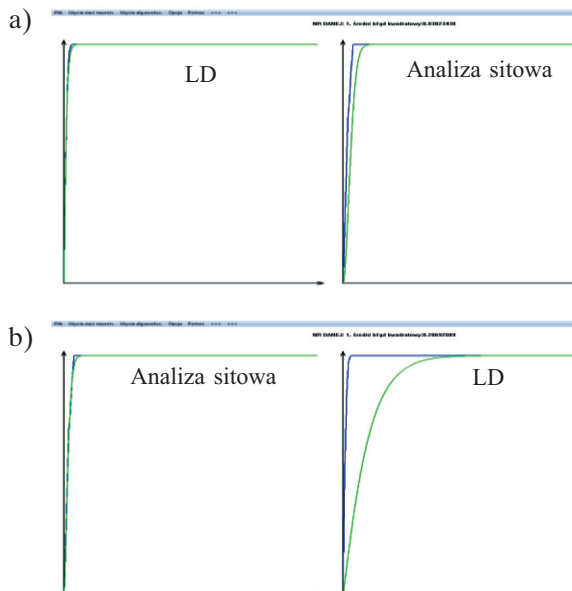
Próbki	Średnia [%]	Odchylenie std. [%]	Maks. [%]	Min. [%]	Rozstęp [%]	S_r [%]
Popiół (0–40 μm)	41,58	19,68	58,81	0,39	58,42	48,54
Ruda Cu (0–100 μm)	15,93	8,54	27,86	1,51	26,35	18,71
Gnejs (0–250 μm)	–3,26	3,27	1,47	–10,52	11,98	4,65
Ruda Cu (0–500 μm)	–6,80	2,22	–0,08	–10,41	10,34	7,24
Popiół (0–1000 μm) dr.	–0,97	4,22	10,63	–5,15	15,78	4,34
SiO ₂ (0–1000 μm) jedn.	–1,89	2,46	3,49	–6,23	9,72	3,17
SiO ₂ (0–1000 μm) gr.	–17,43	23,03	6,53	–56,63	63,16	29,46
Popiół (40–100 μm)	12,55	14,86	38,63	–4,92	43,54	20,56
SiO ₂ (100–250 μm)	13,18	17,63	35,98	–9,35	45,33	23,62
Popiół (250–500 μm)	–12,46	15,11	7,37	–30,23	37,59	21,24
Popiół (500–1000 μm)	–5,82	12,71	10,16	–22,26	32,43	15,33

dr. – drobnoziarnista, jedn. – jednorodnie uziarniona, gr. – gruboziarnista

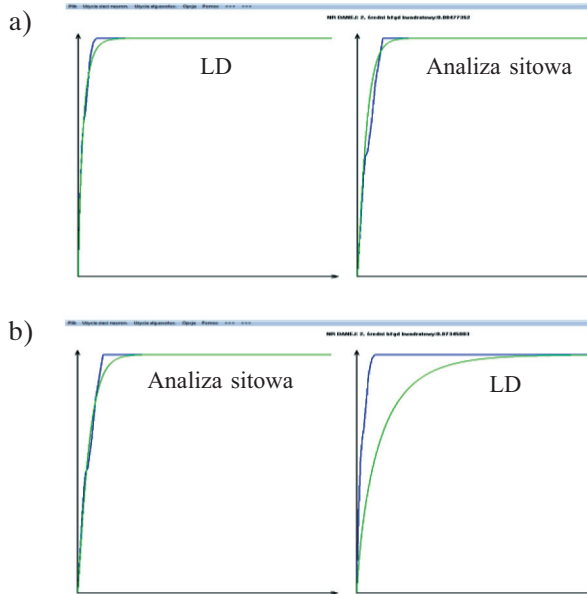
Analizując przedstawione na rysunkach 6.54–6.64 oraz w tabelach 6.10 i 6.11 wyniki naprzemiennej kalkulacji uziarnień badanych próbek pomiędzy metodami wizyjną (DIA) i sitową, należy stwierdzić niską ich dokładność w przypadku większości próbek. Szczególnie niedokładnie kalkulowane są klasy: najdrobniejsza 0–40 μm , gruboziarnista 0–1000 μm , a także wąskie klasy 40–100 μm , 100–250 μm , 250–500 μm i 500–1000 μm . Mniejszymi błędami obarczone są kalkulacje wyników dla klas w szerokim zakresie uziarnienia 0–500 μm oraz 0–1000 μm drobnoziarnistej i jednorodnie uziarnionej. Wykazują one akceptowalny poziom błędów kalkulacyjnych. Odchylenia standardowe różnic pomiędzy dystrybucjami empirycznymi i kalkulowanymi, wahają się w tym przypadku od 2,22% do 4,89%, a błędy resztowe kalkulacji S_r w granicach od 3,17% do 8,35% (tab. 6.10 i 6.11). Większą dokładnością charakteryzują się wyniki uziarnienia kalkulowane z analizy sitowej na dynamiczną analizę obrazu (DIA) niż w odwrotnym kierunku (DIA – analiza sitowa).

Kalkulacja wyników pomiędzy metodami dyfrakcji laserowej (LD) i analizy sitowej z wykorzystaniem aproksymant rozkładem Weibulla i skojarzonych technik adaptacyjnych

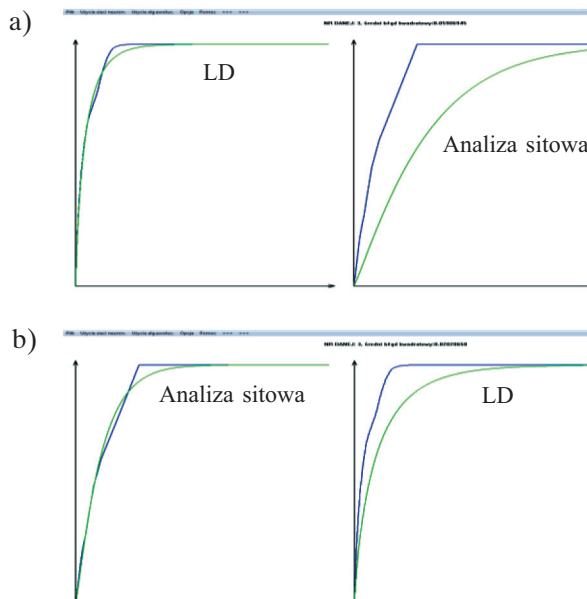
Wykresy na rysunkach 6.65–6.75 przedstawiają w postaci graficznej wyniki kalkulacji, metodą aproksymacyjno-adaptacyjną, rozkładów uziarnienia proszków mineralnych analizowanych techniką laserową i sitową.



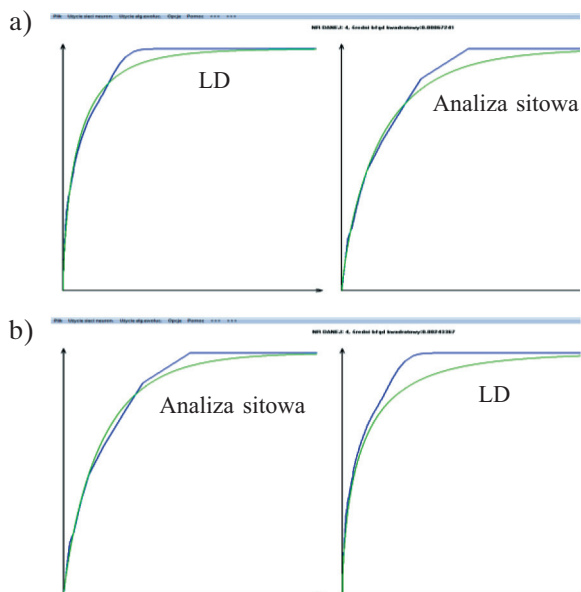
Rys. 6.65. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybucji rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w klasie 0–40 μm z jednej metody na drugą:
a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



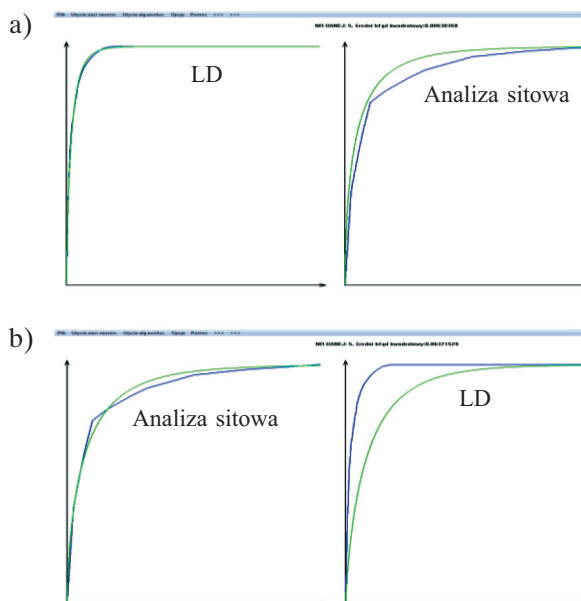
Rys. 6.66. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki rudy Cu w klasie 0–100 μm z jednej metody na drugą: a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



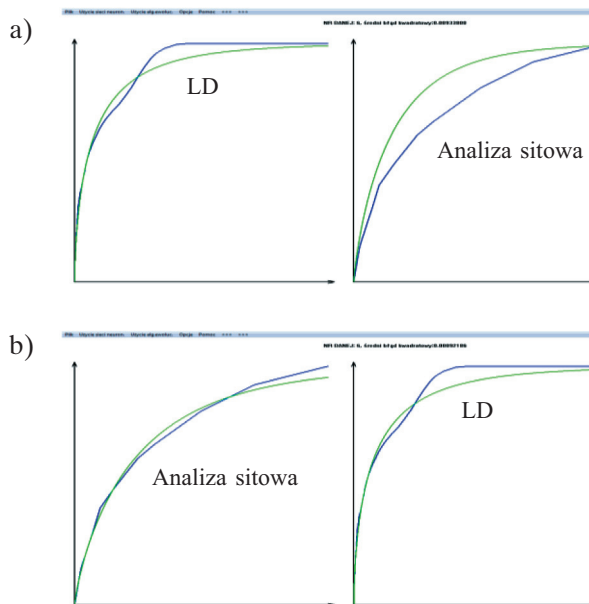
Rys. 6.67. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki gnejsu w klasie 0–250 μm z jednej metody na drugą: a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



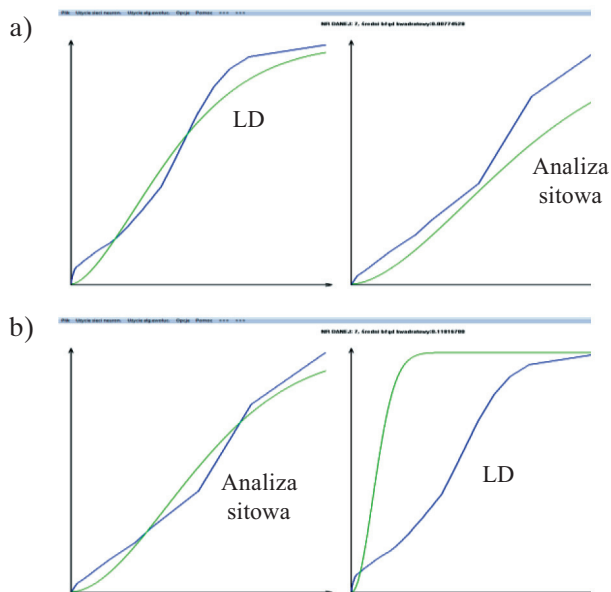
Rys. 6.68. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki rudy Cu w klasie 0–500 μm z jednej metody na drugą: a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



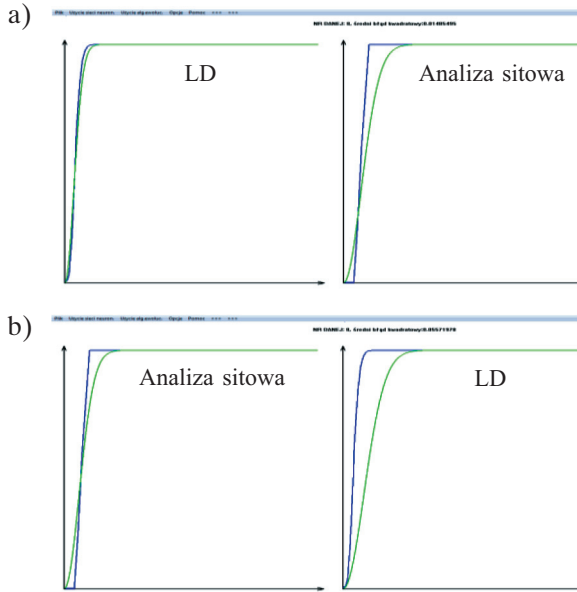
Rys. 6.69. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w klasie drobnoziarnistej 0–1000 μm z jednej metody na drugą: a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



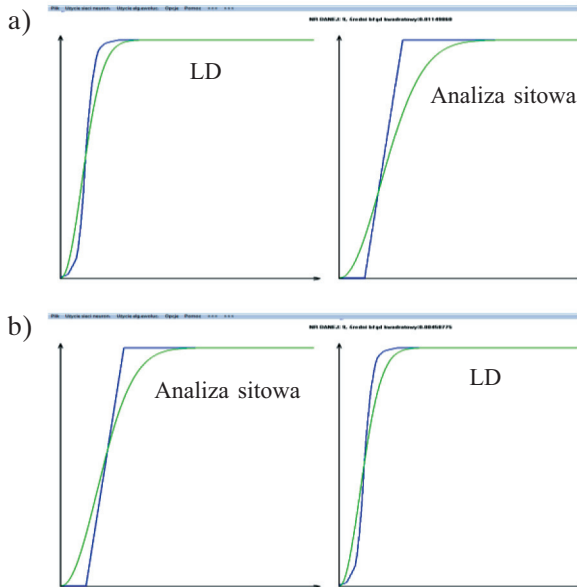
Rys. 6.70. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybutor rozkładu uziarnienia dla próbki SiO_2 w klasie jednorodnej 0–1000 μm z jednej metody na drugą:
 a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



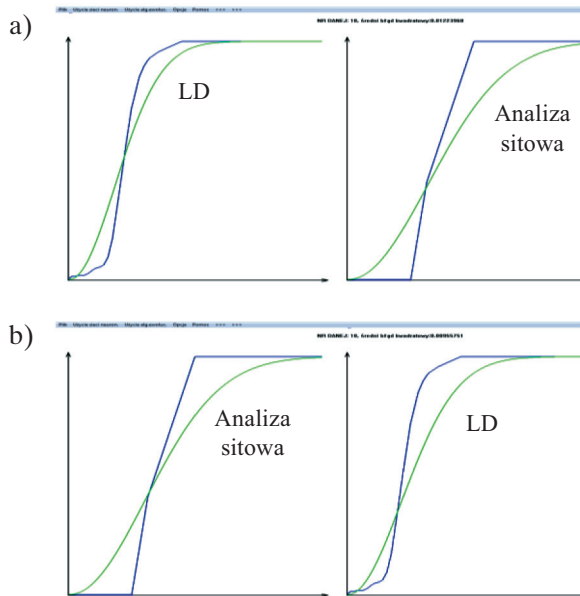
Rys. 6.71. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybutor rozkładu uziarnienia dla próbki SiO_2 w klasie gruboziarnistej 0–1000 μm z jednej metody na drugą:
 a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



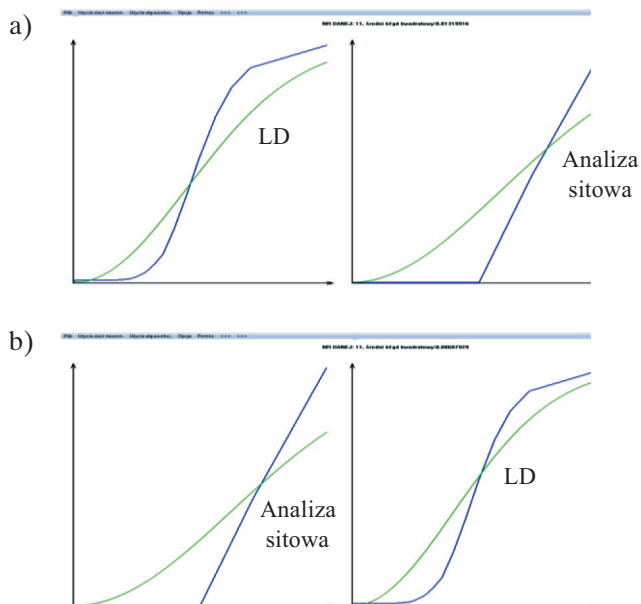
Rys. 6.72. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w wąskiej klasie 40–100 μm z jednej metody na drugą:
a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



Rys. 6.73. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki SiO_2 w wąskiej klasie 100–250 μm z jednej metody na drugą:
a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



Rys. 6.74. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w wąskiej klasie 250–500 μm z jednej metody na drugą: a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD



Rys. 6.75. Wyniki kalkulacji aproksymantą Weibulla dystrybuant rozkładu uziarnienia dla próbki popiołu w wąskiej klasie 500–1000 μm z jednej metody na drugą: a) LD – analiza sitowa; b) analiza sitowa – LD

Tabela 6.12

Statystyki podsumowujące dokładność kalkulacji wyników uziarnienia uzyskanych metodą dyfrakcji laserowej (LD) na wyniki uzyskane metodą analizy sitowej za pomocą skojarzonych technik adaptacyjnych

Próbki	Średnia [%]	Odchylenie std. [%]	Maks. [%]	Min. [%]	Rozstęp [%]	S_r [%]
Popiół (0–40 μm)	25,54	14,84	38,11	0,00	38,11	32,18
Ruda Cu (0–100 μm)	–6,55	6,81	4,05	–16,19	20,24	9,77
Gnejs (0–250 μm)	23,08	13,03	42,97	0,00	42,97	27,60
Ruda Cu (0–500 μm)	0,64	2,70	7,10	–2,36	9,46	2,78
Popiół (0–1000 μm) dr.	–6,57	4,63	0,19	–13,80	13,99	8,24
SiO ₂ (0–1000 μm) jedn.	–8,15	5,40	0,89	–16,37	17,26	10,90
SiO ₂ (0–1000 μm) gr.	6,64	5,99	20,67	0,00	20,67	9,51
Popiół (40–100 μm)	8,56	22,79	36,28	–15,53	51,81	24,84
SiO ₂ (100–250 μm)	4,82	24,22	30,77	–17,17	47,95	24,93
Popiół (250–500 μm)	0,91	27,28	27,75	–26,78	54,54	27,30
Popiół (500–1000 μm)	–3,60	27,66	25,11	–30,07	55,18	28,01

dr. – drobnoziarnista, jedn. – jednorodnie uziarniona, gr. – gruboziarnista

Tabela 6.13

Statystyki podsumowujące dokładność kalkulacji wyników uziarnienia uzyskanych metodą analizy sitowej na wyniki uzyskane metodą dyfrakcji laserowej (LD) za pomocą skojarzonych technik adaptacyjnych

Próbki	Średnia [%]	Odchylenie std. [%]	Maks. [%]	Min. [%]	Rozstęp [%]	S_r [%]
Popiół (0–40 μm)	50,66	23,62	78,84	3,92	74,92	58,51
Ruda Cu (0–100 μm)	29,35	11,34	46,78	5,93	40,85	32,61
Gnejs (0–250 μm)	14,82	6,14	21,62	1,56	20,06	16,24
Ruda Cu (0–500 μm)	3,19	2,40	11,30	–0,39	11,69	4,03
Popiół (0–1000 μm) dr.	29,35	10,00	38,20	3,10	35,10	31,94
SiO ₂ (0–1000 μm) jedn.	–0,08	2,31	6,39	–3,99	10,38	2,32
SiO ₂ (0–1000 μm) gr.	–25,07	29,31	4,76	–72,70	77,46	39,20
Popiół (40–100 μm)	30,70	23,02	62,53	1,94	60,59	41,13
SiO ₂ (100–250 μm)	–3,62	13,71	15,39	–18,21	33,60	14,99
Popiół (250–500 μm)	7,71	18,20	27,74	–13,92	41,67	20,78
Popiół (500–1000 μm)	–6,78	13,49	11,76	–20,88	32,65	16,08

dr. – drobnoziarnista, jedn. – jednorodnie uziarniona, gr. – gruboziarnista

W tabelach 6.12 i 6.13 zestawiono wyniki podstawowych statystyk opisowych oceniających dokładność kalkulacji empirycznych dystrybuant rozkładu uziarnienia $\Phi(d)$ pomiędzy metodami LD i analizy sitowej, z wykorzystaniem skojarzonych technikami adaptacyjnych i aproksymant rozkładem Weibulla.

Analizując powyższe wyniki (rys. 6.65–6.75) (tab. 6.12 i 6.13) kalkulacji dystrybuant uziarnienia badanych próbek pomiędzy metodami dyfrakcji laserowej (LD) i analizy sitowej, należy stwierdzić, w większości przypadków, ich bardzo dużą niedokładność, szczególnie w przypadku kalkulacji dystrybuant uzyskanych metodą analizy sitowej natomiast wyniki uzyskane metodą laserową (LD). Podobnie w przypadku dla innych kalkulowanych metod potwierdzają się w tym przypadku niższe wartości błędów kalkulacji próbek klas ziarnowych w szerokim zakresie uziarnienia 0–500 μm i jednorodnej 0–1000 μm . Mniejsze błędy kalkulacji wyników uziarnienia metodą aproksymacyjno-adaptacyjną dla próbek w szerokich zakresach uziarnienia niż dla wąskich klas ziarnowych lub próbek skrajnie drobno uziarnionych mogą wynikać z zastosowanej funkcji aproksymującej rozkładem Weibulla, która dobrze dopasowuje wyniki do tego typu rozkładów. W niniejszych badaniach unifikacyjnych zweryfikowano również aproksymantę Gaudina–Meloya oraz funkcję wielomianową, jednak nie przyniosły one pozytywnych rezultatów. Najkorzystniejsze wyniki uzyskano dla rozkładu Weibulla. Warunkiem poprawy skuteczności unifikacji wyników uziarnienia metodą aproksymacyjno-adaptacyjną musi być więc właściwe dobranie aproksymanty do rozkładu uziarnienia kalkulowanych proszków.

Bezwzględne różnice w wartościach funkcji empirycznych i kalkulowanych mierzone wskaźnikiem rozstępu osiągają w większości przypadków nieakceptowalne wartości dochodzące nawet do 75%. Odchylenia standardowe różnic pomiędzy wartościami funkcji empirycznych i kalkulowanych oraz błędy resztowe kalkulacji wyników uziarnienia również są na bardzo wysokim poziomie, co świadczy o niestabilnym przebiegu kalkulowanych krzywych składu ziarnowego i niedokładnej unifikacji wyników.

Podsumowanie kalkulacji wyników uziarnienia przy użyciu aproksymanty i skojarzonych technik adaptacyjnych

Procedura kalkulacji wyników metodą aproksymacyjno-adaptacyjną, wykorzystującą algorytmy ewolucyjne do wyznaczenia parametrów aproksymant Weibulla oraz sieci neuronowe do kalkulacji na ich podstawie dystrybuant empirycznych z jednej techniki pomiarowej na drugą, okazała się w odniesieniu do większości badanych próbek nieskuteczna. Błędy na poszczególnych etapach procedury kalkulacyjnej (aproksymacyjne, uczenia sieci) nakładały się, dając w efekcie niedokładny poziom odwzorowania wyników uziarnienia pomiędzy metodami pomiarowymi.

W celu porównania efektów działania procedury kalkulacji składów ziarnowych opartej na funkcji aproksymacyjnej i skojarzonych technikach adaptacyjnych modelowania dystrybuant rozkładu uziarnienia proszków mineralnych analizowanych różnymi

metodami w tabeli 6.14 przedstawiono uśrednione statystyki opisowe dla zbioru próbek testowych. Charakteryzowały one dokładność kalkulacji wyników uziarnienia pomiędzy poszczególnymi metodami pomiarowymi. Statystyki bazowały na analizie różnic w wartościach empirycznych i kalkulowanych dystrybuant rozkładów uziarnienia $\Phi(d)$ badanych próbek. Zestawiono średnie wartość różnic, ich odchylenia standardowe oraz błędy kalkulacji (dopasowania) dystrybuant uziarnienia uzyskanych jedną z technik pomiarowych w dystrybuanty rozkładu uziarnienia z innej techniki pomiarowej jako błąd resztowy. Odchylenie standardowe różnic w wynikach badania próbek zbioru testowego w procesie naprzemiennej kalkulacji wyników metodą aproksymacyjno-adaptacyjną w przypadku wszystkich technik pomiaru uziarnienia okazało się bardzo wysokie i wynosiło 9,28–15,1%. Uśrednione błędy resztowe S_r , określające dokładność kalkulacji wyników uziarnienia otrzymanych jedną metodą na wyniki uzyskane drugą, były jeszcze wyższe (17,9–31,4%).

Tabela 6.14

Uśrednione statystyki podsumowujące dokładność kalkulacji wyników uziarnienia pomiędzy poszczególnymi metodami pomiarowymi za pomocą skojarzonych technik adaptacyjnych

Metoda pomiarowa	Średnia [%]	Odchylenie std. [%]	S_r [%]
DIA – LD	17,61	15,1	31,41
LD – DIA	7,01	9,28	19,78
DIA – analiza sitowa	7,89	16,4	22,32
Analiza sitowa – DIA	3,15	11,25	17,9
LD – analiza sitowa	4,12	14,12	18,73
Analiza sitowa – LD	11,84	13,96	25,26

Powyższa analiza statystyczna wyników kalkulacji składów ziarnowych w zbiorze testowym potwierdziła niską skuteczność metody aproksymacyjno-adaptacyjnej w rozwiązywaniu problemów unifikacji (kalkulowania) wyników analiz uziarnienia uzyskiwanych różnymi metodami analitycznymi. Główną tego przyczyną są błędy generowane na etapie aproksymacji dystrybuant empirycznych rozkładem teoretycznym, opisanym wybraną funkcją.

7. Podsumowanie i wnioski

Realizacja badań pozwoliła na weryfikację nowego podejścia do unifikacji wyników analiz granulometrycznych, bazującego na modelach kalkulacyjnych, które uwzględniają specyfikę metody pomiarowej oraz surowca. W ramach badań powstał testowy program komputerowy kalkulujący naprzemiennie wyniki uziarnienia uzyskiwane poszczególnymi metodami pomiarowymi. Program bazuje na optymalizacyjnych technikach adaptacyjnych: sieciach neuronowych i algorytmach ewolucyjnych. Sieci neuronowe okazały się najskuteczniejszym narzędziem do kalkulacji składów ziarnowych badanych proszków. Warunkiem dokładnej kalkulacji wyników jest duża i wiarygodna baza danych o składzie ziarnowym materiałów analizowanych różnymi metodami. Podstawowymi kryteriami jej użyteczności muszą być reprezentatywność wyników i precyzja oznaczeń granulometrycznych.

Wyniki podjętych badań mają uniwersalne znaczenie nie tylko w naukach górniczych, ale również w szeroko rozumianych naukach o materiałach sypkich. Uziarnienie jest bowiem podstawową informacją charakteryzującą właściwości fizyczne materiałów ziarnistych oraz determinuje technologię przetwarzania i kierunki ich wykorzystania. Często metoda pomiarowa uziarnienia dobierana jest przypadkowo, w zależności od istniejących możliwości technicznych. Wyniki analiz są różne w zależności od zastosowanej metody, dlatego istnieje konieczność ich ujednoczenia, czyli naprzemiennego i jednoznacznego interpretowania wyników na drodze precyzyjnej kalkulacji wyników z jednej metody pomiarowej na drugą. Realizacja powyższych badań przyczyniła się więc do poszerzenia wiedzy z zakresu metodyki analiz uziarnienia oraz uzupełnienia informacji o rozkładach uziarnienia i kształtu ziaren proszków mineralnych, a także potwierdziła konieczność budowy globalnej bazy tego typu danych w celu rozwijania skutecznych narzędzi informatycznych do wydajnego i precyzyjnego kalkulowania rozkładów uziarnienia substancji ziarnistych. Ponadto dokładna kalkulacja wyników pomiędzy różnymi metodami może zuniwersalizować interpretację wyników analiz, ułatwić wybór metody pomiarowej przy jednoczesnym zachowaniu ich natury pomiaru i charakterystyki badanego materiału.

Problem unifikacji wyników analiz uziarnienia jest zagadnieniem ważnym, lecz trudnym, badanym na wielu płaszczyznach. Bierze się w głównej mierze z różnic w technikach pomiarowych, zakresach uziarnienia analizowanych próbek, właściwościach geometrycznych cząstek oraz dokładności i precyzji procedur pomiarowych. Uwzględnienie wszystkich tych czynników w interpretacji wyników oraz formułowanie uogólnionych wniosków nie jest zadaniem łatwym. Trudności wynikają przede wszystkim z faktu, że wpływ surowca, klasy ziarnowej oraz metody pomiarowej na wyniki uziarnienia jest niejednoznaczny i zakłócający, a synergia tych czynników nasila się wraz ze wzrostem szerokości badanej klasy ziarnowej i niesferyczności ziaren.

Z tego względu słusznym kierunkiem badań nad unifikacją wyników uziarnienia wydaje się rozwijanie metod inteligentnych, poszukujących bezpośrednich związków pomiędzy wynikami empirycznymi. Wykorzystywanie ścisłych związków funkcyjnych pomiędzy metodami a rodzajem surowca oraz próba kalkulacji na tej podstawie wyników, jak wskazują powyższe badania, obarczona jest większym błędem.

W celu usystematyzowania i sformalizowania powyższych rozważań pracę podsumowano w kilku aspektach, formułując efekty badań, wnioski ogólne i szczegółowe.

Efekty realizacji badań

Pierwotnym efektem realizacji badań było pozyskanie wszechstronnych i szczegółowych informacji o rozkładzie uziarnienia i kształtu cząstek badanych proszków mineralnych generowanych różnymi metodami pomiarowymi, co stanowi wkład w bazę danych o właściwościach geometrycznych cząstek materiałów sypkich, która niewątpliwie powinna powstać w celu przeprowadzenia możliwie pełnej unifikacji wyników analiz granulometrycznych pomiędzy metodami pomiarowymi przy udziale informatycznych narzędzi kalkulacyjnych bazujących na sztucznej inteligencji.

Efektem głównym badań jest opracowanie testowego programu komputerowego weryfikującego dwa podejścia do kalkulacji dystrybuant uziarnienia: metodę sieci neuronowych oraz aproksymacyjno-adaptacyjną. Pierwsza metoda wykorzystuje perceptrony wielowarstwowe z pięcioma warstwami ukrytymi, druga stosuje aproksymantę rozkładów uziarnienia opisaną funkcją Weibulla, której parametry służą do określania funkcji przejścia pomiędzy metodami pomiarowymi przy użyciu technik adaptacyjnych (algorytmów ewolucyjnych).

Wnioski ogólne

- każda metoda pomiarowa mierzy inną właściwość cząstki i dlatego generuje różne średnie średnice ziaren;
- konwersja jednego wyniku na drugi często jest źródłem błędów, a wyniki istotnie różnią się w zależności od tego, jaki parametr opisujący cząstkę wykorzystywany jest w obliczeniach;

- podczas interpretacji wyników należy uwzględnić ograniczenia wynikające zarówno z założeń metodycznych i technicznych analizatorów, jak i ze specyfiki badanego materiału;
- zrealizowane badania upoważniają do stwierdzenia, że różnice w kształtach ziaren naturalnych proszków mineralnych są zbyt małe, żeby silnie wpływać na wyniki analiz ich uziarnienia przy zastosowaniu różnych technik pomiarowych;
- różnice w wielkościach mierzonych ziaren w poszczególnych metodach pomiarowych mogą być bardzo duże, nawet kilkukrotne; czynnikami silnie różnicującymi wynik są: wielkość i szerokość mierzonych klas ziarnowych, udział w nich ziaren skrajnych oraz technika realizacji pomiaru i dyspersji próbek: „mokra” lub „sucha”;
- skuteczną kalkulację wyników pomiędzy metodami pomiarowymi, jak dowodzą efekty zrealizowanych badań, zapewniają techniki adaptacyjne. Wydaje się, że jest to jedyny słuszny kierunek unifikacji wyników w dobie nieuniknionego i szybkiego rozwoju sztucznej inteligencji;
- z dwóch weryfikowanych procedur kalkulacji wyników jedna okazała się w pełni efektywna, była nią procedura wykorzystująca sieci neuronowe do bezpośredniej kalkulacji wyników empirycznych pomiędzy metodami pomiarowymi; procedura mieszana aproksymacyjno-adaptacyjna, wykorzystująca funkcję aproksymacyjną i skojarzone techniki adaptacyjne (algorytmy ewolucyjne oraz sieci neuronowe), generowała dużo większe błędy kalkulacyjne, głównie związane z aproksymacją wyników empirycznych i właściwym wyborem funkcji;
- unifikację wyników głównie utrudniają różnice w zakresach oraz rozkładach wielkości cząstek badanych próbek, które generują różny poziom błędów pomiarowych oraz próbkowania;
- konieczna jest budowa wiarygodnej bazy danych o właściwościach geometrycznych cząstek materiałów sypkich, w celu rozwoju metod adaptacyjnych, skutecznie unifikujących wyników ich uziarnienia.

Wnioski szczegółowe

– Wnioski dotyczące porównania wyników

Analiza błędów wskazuje, że poziom dopasowania wyników uziarnienia badanych proszków mineralnych aproksymantą Weibulla silnie różni się w klasach ziarnowych. Błędy aproksymacji w zależności od rodzaju surowców nie różnią się istotnie. Technika pomiarowa uziarnienia również nie wpływa znacząco na różnice w poziomach błędów aproksymacji rozkładów uziarnienia badanych próbek. To pokazuje, że problem błędów w procedurze aproksymacyjno-adaptacyjnej kalkulacji wyników uziarnienia z jednej metody pomiarowej na drugą jest związany z błędami

aproxymacji pochodzącymi od klas ziarnowych badanych proszków, a w mniejszym stopniu zależy od rodzaju surowca czy zastosowanej techniki pomiarowej. Spośród głównych czynników zakłócających wyniki analiz uziarnienia, takich jak szerokość klasy ziarnowej, charakterystyka rozkładu czy rodzaj surowca (m.in. kształt ziaren), najsilniejszy wpływ wykazuje charakterystyka rozkładu uziarnienia próbek identyfikowana udziałem ziaren skrajnie drobnych i grubych. Potwierdzeniem tego jest największa rozbieżność wyników pomiędzy metodami właśnie w klasach o najszerszym zakresie uziarnienia 0–1000 μm , dla próbek drobnoziarnistych i gruboziarnistych zawierających ziarna o skrajnych rozmiarach.

Najbardziej wrażliwa na czynniki zakłócające jest dyfrakcyjna analiza laserowa (LD). W mieszankach klas ziarnowych na ogół silnie zaniża wielkość ziaren drobnych $d_{10\%}$, a w przypadku próbek w szerokich klasach ziarnowych z rozkładem drobnoziarnistym nie rejestruje w próbce nielicznych ziaren grubych, zawyżając tym samym udział ziaren drobnych.

Średnio najwyższą precyzją pomiarową charakteryzowała się analiza sitowa na mokro ($CV = 1,57\% \pm 0,97\%$), która generowała stabilne wyniki we wszystkich mieszankach klas ziarnowych. Precyzja pomiarowa pozostałych dwóch metod była wyraźnie niższa – dla dynamicznej analizy obrazu (DIA) wynosiła $4,53\% \pm 2,44\%$, dla dyfrakcji laserowej (LD) – $5,58\% \pm 3,39\%$ i była niestabilna w klasach ziarnowych. Taki stan rzeczy bezpośrednio wynika z techniki pomiarowej, która w analizie sitowej realizuje bezpośredni, analogowy pomiar ziarna bez przetwarzania sygnału, w przypadku dyfrakcji laserowej przetwarza kąty załamania światła na cząstkach oraz intensywność jego promieniowania na obraz dyfrakcyjny rejestrowany przez światłoczuły detektor, w dynamicznej analizie obrazu polega na tym, że układ optyczny rejestruje ziarna z określoną rozdzielczością, a komputer realizuje algorytmy przetwarzania obrazu ziaren w celu ich wymiarowania. Powyższe operacje, znamienne dla metody DIA i LD, modyfikują pierwotny sygnał generowany przez ziarna, wprowadzając na każdym etapie błędy i zakłócenia, które nasilają się wraz ze wzrostem zakresu uziarnienia i niejednorodności rozkładu analizowanych próbek. Analogiczne porównanie wyników w odniesieniu do dokładności pomiarowej, która nie tylko związana jest z techniką pomiaru, ale również z błędami próbkowania i dyspersji ziaren, wskazuje, że w przypadku wszystkich metod pomiarowych współczynniki zmienności CV , odnoszące się do dokładności pomiarów, są średnio ponaddwukrotnie wyższe w stosunku do współczynników precyzji oznaczeń. Zaobserwowano również około trzykrotnie większą dokładność pomiarów uziarnienia w wąskich klasach ziarnowych (pozbawionych ziaren drobnych) w stosunku do pozostałych badanych próbek o szerszym zakresie uziarnienia. Ma to związek z mniejszymi błędami pobierania próbek analitycznych z wąskich klas ziarnowych, a tym samym wyższą ich reprezentatywnością.

– **Wnioski dotyczące porównania metod pomiarowych**

Stosowanie metody dyfrakcji laserowej (LD) do pomiaru uziarnienia próbek w szerokim zakresie uziarnienia (0–1000 μm) i jednocześnie o drobnoziarnistym charakterze rozkładu (przewaga ziaren skrajnie drobnych i niewielki udział ziaren skrajnie grubych) może prowadzić do dużych błędów pomiarowych, skutkujących kilkukrotnym zaniżeniem uziarnienia w całym zakresie rozkładu cząstek. Wynika to z niedostatecznie dużej populacji ziaren skrajnie grubych w mierzonej próbce, czego efektem jest kompensacja (przez model kalkulacyjny) niewielkiej populacji tych ziaren zarejestrowanych w obrazie dyfrakcyjnym na rzecz przeszacowania ziaren drobnych. Zwiększenie wielkości mierzonej próbki, a tym samym populacji ziaren grubych w próbce, powoduje niestety wzrost wskaźnika obskuracji i ponownie błędne szacowanie wielkości cząstek, wynikające tym razem ze zjawiska wielokrotnego rozpraszania światła laserowego na cząstkach jeszcze niezarejestrowanych, które wywołuje zakłócenia w obrazie dyfrakcyjnym. W związku z powyższym nie powinno się stosować metody LD do pomiarów uziarnienia tego typu próbek. Technika LD, jak wskazują wyniki zrealizowanych badań, powinna być stosowana do pomiaru próbek charakteryzujących się maksymalnym zakresem uziarnienia 500 μm (biorąc pod uwagę wymiar sitowy) i w miarę jednorodnym rozkładem uziarnienia. Wówczas wyniki są stabilne, a w zakresie ziaren najdrobniejszych bardzo wiarygodne.

Analiza sitowa jest łatwo dostępną i dokładną metodą analizy uziarnienia. Wymaga jednak zapewnienia rzetelności procedur, gdyż można stosunkowo łatwo popełnić znaczące błędy związane z zatykaniem się oczek najdrobniejszych sit, zlewaniem ziaren z sit kontrolnych po zakończeniu analizy, mechanicznym uszkodzeniem sit itp. Ograniczeniem metody jest brak informacji o rozkładzie wielkości cząstek najdrobniejszych, w praktyce poniżej 20 μm . Wielkości ziaren mierzone metodą sitową są z reguły zaniżane w stosunku do otrzymywanych przy zastosowaniu dynamicznej analizy obrazu (DIA). W odniesieniu natomiast do metody dyfrakcji laserowej (LD) wyniki są zawyżane dla ziaren drobnych oraz zaniżone dla ziaren grubych. Dynamiczna analiza obrazu (DIA) wydaje się metodą najbardziej uniwersalną i perspektywiczną, umożliwiającą analizowanie dużej liczby cząstek, dzięki czemu reprezentatywność wyników jest najwyższa, szczególnie w przypadku próbek o niejednorodnym rozkładzie uziarnienia. Metoda wizyjna generuje wyniki skorelowane z wynikami analizy sitowej pod warunkiem, że kalkuluje je według minimalnej średnicy Fereta. Metoda DIA dla wszystkich badanych próbek stabilnie zawyża wyniki średnio o około 20% w stosunku do analizy sitowej na mokro. Jej ograniczeniem są słabsze zdolności rozdzielcze w przypadku analizowania ziaren mikrometrycznych, szczególnie mierzonych techniką dyspersji na sucho.

Różnice w kształtach ziaren badanych proszków mineralnych nie są istotnym czynnikiem różnicującym wyniki ich uziarnienia uzyskane różnymi technikami pomiarowymi. Czynnikiem silnie zakłócającymi są głównie zakres uziarnienia, udział ziaren skrajnych w analizowanych próbkach oraz zakłócenia mechaniczne. Każda metoda jest wrażliwa na inne czynniki zakłócające. Metoda dyfrakcji laserowej (LD) wrażliwa jest na zbyt szeroki zakres wielkości cząstek w próbce oraz niewielki udział w niej populacji ziaren skrajnych, metoda dynamicznej analizy obrazu (DIA) – na udział ziaren skrajnie drobnych, dla których ma ograniczone możliwości rozdzielcze, a metoda analizy sitowej wrażliwa jest na błędy operatora oraz mechaniczne uszkodzenia sit, a także spadek skuteczności przesiewania związany ze zmniejszaniem się wymiaru sita kontrolnego i narastaniem zanieczyszczeń sita. Oprócz powyższych czynników istota różnic wynika również z osobliwego dla każdej metody sposobu rejestrowania, definiowania i kalkulowania wymiaru ziaren.

– **Wnioski dotyczące kształtu ziaren**

Rozkład współczynników kształtu badanych surowców pokazuje, że ruda Cu, popiół i kwarc charakteryzują się zbliżonymi wartościami współczynników kształtu *Aspect Ratio* (*AR*), natomiast istotnie wydłużone kształty ziaren są charakterystyczne dla gnejsu.

Jak pokazują badania, kształty ziaren proszków mineralnych nie zmieniają się istotnie w zależności od wielkości ziaren. Rozkład współczynników kształtu *AR* badanych proszków w klasach ziarnowych jest stabilny. Pewne różnice współczynników nie są konsekwencją fizycznych różnic kształtów ziaren, a wynikają z techniki realizacji pomiaru. Pomiar na mokro (dyspersja w zawiesinie) zaniża wartość współczynników kształtu (wydłuża proporcje ziaren), co wynika z podłużnej orientacji ziaren w prądzie cieczy przepływającym przez celę pomiarową systemu wizyjnego.

– **Wnioski dotyczące unifikacji wyników pomiędzy metodami pomiarowymi**

Metoda wykorzystująca sieci neuronowe

W tabeli 7.1 przedstawiono uśrednione statystyki opisowe dla zbioru danych testowych, charakteryzujące dokładność kalkulacji wyników uziarnienia pomiędzy poszczególnymi metodami pomiarowymi za pomocą sieci neuronowych. Statystyki te oparto na analizie różnic w wartościach empirycznych i kalkulowanych dystrybucji rozkładów uziarnienia $\Phi(d)$ w badanych próbkach zbioru testowego. Zestawiono średnią wartość różnic w klasach pomiarowych, informującą o sile i kierunku przesunięcia wartości kalkulowanej krzywej składu ziarnowego względem empirycznej, odchylenie standardowe różnic świadczące o stabilności przebiegu kalkulowanej krzywej oraz błąd kalkulacji (dopasowania) S_r wyników uziarnienia do danych empirycznych jako błąd resztowy.

Tabela 7.1

Statystyki podsumowujące dokładność kalkulacji wyników uziarnienia pomiędzy metodami pomiarowymi przy użyciu sieci neuronowych

Metoda pomiarowa	Średnia [%]	Odchylenie std. [%]	S_r [%]
DIA – LD	–0,29	1,98	3,39
LD – DIA	–1,02	2,18	3,15
DIA – analiza sitowa	–0,25	3,15	3,97
Analiza sitowa – DIA	–1,49	3,21	4,57
LD – analiza sitowa	–0,3	2,24	2,67
Analiza sitowa – LD	0,67	2,00	2,61

Powyższa analiza statystyczna wyników kalkulacji składów ziarnowych w zbiorze danych testowych potwierdziła wysoką skuteczność predykcyjną sieci neuronowych w rozwiązywaniu problemów unifikacji wyników analiz uziarnienia uzyskiwanych różnymi metodami analitycznymi. Można przypuszczać, na podstawie dużej skuteczności procesu uczenia sieci, że efektywność ich działania na nowych danych byłaby jeszcze wyższa po zwiększeniu liczebności zbioru uczącego. Z tego punktu widzenia ważna jest więc budowa bazy danych, zawierającej informacje o uziarnieniu i kształcie cząstek materiałów sypkich analizowanych różnymi metodami pomiarowymi, której podstawowym kryterium użyteczności powinna być reprezentatywność wyników i precyzja oznaczeń granulometrycznych. Niniejsze badania pozytywnie zweryfikowały hipotezę badawczą i potwierdziły słuszność badań nad unifikacją wyników uziarnienia w kierunku rozwijania metod adaptacyjnych, poszukujących bezpośrednich związków pomiędzy wynikami empirycznymi.

Metoda aproksymacyjno-adaptacyjna

Procedura kalkulacji wyników metodą aproksymacyjno-adaptacyjną, wykorzystująca algorytmy ewolucyjne do wyznaczenia parametrów aproksymant Weibulla, wspomaganą sieciami neuronowymi do kalkulacji na ich podstawie dystrybuant empirycznych z jednej techniki pomiarowej na drugą, okazała się w wypadku większości badanych próbek nieskuteczna. Błędy na poszczególnych etapach procedury kalkulacyjnej (błędy aproksymacyjne, uczenia sieci) nakładały się, dając w efekcie niedokładny poziom odwzorowania wyników uziarnienia pomiędzy metodami pomiarowymi. Potwierdzeniem tego są przedstawione w tabeli 7.2 wartości statystyk podsumowujących dokładność kalkulacji wyników.

Tabela 7.2

Statystyki podsumowujące dokładność kalkulacji wyników uziarnienia pomiędzy poszczególnymi metodami pomiarowymi za pomocą skojarzonych technik adaptacyjnych

Metoda pomiarowa	Średnia [%]	Odchylenie std. [%]	S_r [%]
DIA – LD	17,61	15,1	31,41
LD – DIA	7,01	9,28	19,78
DIA – analiza sitowa	7,89	16,4	22,32
Analiza sitowa – DIA	3,15	11,25	17,9
LD – analiza sitowa	4,12	14,12	18,73
Analiza sitowa – LD	11,84	13,96	25,26

Poziom błędów kalkulacji wyników uziarnienia funkcji aproksymującej z wykorzystaniem skojarzonych metod adaptacyjnych w głównej mierze zależy od zastosowanej aproksymanty empirycznego rozkładu uziarnienia, czyli od poziomu błędów aproksymacji. Ponieważ nie istnieje uniwersalna funkcja dokładnie odwzorowująca różne rozkłady uziarnienia proszków mineralnych, to z założenia metoda aproksymacyjno-adaptacyjna będzie mniej uniwersalna i obciążona większymi błędami kalkulacji w stosunku do adaptacyjnej metody sieci neuronowych, bezpośrednio kalkulującej rozkłady empiryczne.

Literatura

- Abbireddy C.O.R., Clayton C.R.I. 2009: *A review of modern particle sizing methods*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers – Geotechnical Engineering, 162(4), 193–201.
- Allen T. 1992: *Particle Size Measurement*. Chapman & Hall.
- Allen T. 2003: *Powder Sampling and Particle Size Measurement*. Elsevier.
- Alshibli K.A., Alsaleh M.I. 2004: *Characterizing surface roughness and shape of sands using digital microscopy*. Journal of Computing in Civil Engineering, 18(1), 36–45.
- Altuhafi F., O’Sullivan C., Cavarretta I. 2013: *Analysis of an Image-Based Method to Quantify the Size and Shape of Sand Particles*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 139(8), 1290–1307.
- An expert guide to particle size analysis*, www.retsch.com, 15.12.2018.
- ASTM E 799-03, 2015: *Standard Practice for Determining Data Criteria and Processing for Liquid Drop Size Analysis*.
- ASTM E11-95: *Standard Specification for Wire Cloth and Sieves for Testing Purposes*.
- Bajkowski S. 2014: *Konstrukcja i wykorzystanie potrójnego diagramu rozmiaru, kształtu i ułożenia ziaren w gabionie*. Landform Analysis, 26, 71–76.
- Barrett P.J. 1980: *The shape of rocks particles, a critical review*. Sedimentology, 27(3), 291–303.
- Beuselinck L., Govers G., Poesen J., Degraer G. 1998: *Grain-size analysis by laser diffractometry: comparison with the sieve-pipette method*. Catena, 32(3–4), 193–208.
- Bittellia M., Andrenellib M.C., Simonettic G., Pellegrinib S., Artiolid G., Piccolic I., Moraric F. 2019: *Shall we abandon sedimentation methods for particle size analysis in soils?* Soil and Tillage Research, 185, 36–46.
- Blott S.J., Pye K. 2012: *Particle size scales and classification of sediment types based on particle size distributions: Review and recommended procedures*. Sedimentology, 59, 2071–2096.
- Bowman E., Soga K., Drummond W. 2001: *Particle shape characterization using Fourier descriptor analysis*. Geotechnique, 51(6), 545–554.

- Califice A., Michel F., Dislaire G., Pirard E. 2013: *Influence of particle shape on size distribution measurements by 3D and 2D image analyses and laser diffraction*. Powder Technology, 237, 67–75.
- Cavarretta I. 2009: *The influence of particle characteristics on the engineering behaviour of granular materials*. Department of Civil and Environmental Engineering, Imperial College London, London [rozprawa doktorska].
- Chan K.S. 2007: *The influence of particle shape on the behaviour of an ideal soil*. Department of Civil and Environmental Engineering, Imperial College London, London [praca magisterska].
- Cho G.C., Dodds J., Santamarina J.C. 2006: *Particle shape effects on packing density, stiffness, and strength: Natural and crushed sands*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 132(5), 591–602.
- Clark M.W. 1981: *Quantitative shape analysis: a review*. Mathematical Geology, 13, 303–320.
- DIN 66 165, *Sieving analysis*.
- Di Stefano C., Ferro V., Mirabile S. 2010: *Comparison between grain-size analyses using laser diffraction and sedimentation methods*. Biosystems Engineering, 106(2), 205–215.
- Dur J.C., Elsass F., Chaplain V., Tessier D. 2004: *The relationship between particle-size distribution by laser granulometry and image analysis by transmission electron microscopy in a soil clay fraction*. The European Journal of Soil Science, 55(2), 265–270.
- Epstein B. 1948: *Logarithmico-normal distributions in breakage of solids*. Industrial and Engineering Chemistry, 40, 2289–2291.
- Fedotov G.N., Shein E.V., Putlynev V.I., Arkhangel'skaya T.A., Eliseev A.V., Milanovskii E.Y. 2007: *Physicochemical bases of differences between the sedimentometric and laser-diffraction techniques of soil particle-size analysis*. Eurasian Soil Science, 40(3), 281–288.
- Fisher P., Aumann C., Chia K., O'Halloran N., Chandra S. 2017: *Adequacy of laser diffraction for soil particle size analysis*. PLoS ONE, 12(5), 1–20, <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0176510>.
- Fonseca J. 2011: *The evolution of morphology and fabric of a sand during shearing*. Department of Civil Engineering, Imperial College London [rozprawa doktorska].
- Fuerstenau M.C., Han K.N. 2003: *Principles of Mineral Processing*. Society for Mining, Metallurgy and Exploration.
- Gniadek M., Gawenda T., Krawczykowski D., Tumidajski T. 2005: *The comparison of grain composition analyses results of comminution products, conducted by various methods, with application of complex distribution functions and resolution function*. Zeszyty Naukowe – Politechnika Śląska. Górnictwo, 266, 33–43.

- Goldberg D.E. 1998: *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Machine Learning, 3(2–3), 95–99.
- ISO 13320:2009, *Particle size analysis – Laser diffraction methods*.
- ISO 14887:2000, *Sample Preparation – Dispersing procedures for powders in liquids*.
- ISO 9276-2:2001, *Representation of results of particle size analysis – Part 2: Calculation of average particle sizes/diameters and moments from particle size distributions*.
- ISO 13322-2:2006, *Image analysis methods – Part 2: Dynamic image analysis methods*.
- ISO 9276-6:2008, *Representation of results of particle size analysis – Part 6: Descriptive and quantitative representation of particle shape and morphology*.
- ISO 3310-1:2016, *Test sieves – Technical requirements and testing – Part 1: Test sieves of metal wire cloth*.
- ISO 565:1990, *Test sieves – Metal wire cloth, perforated metal plate and electroformed sheet – Nominal sizes of openings*.
- Isphording W.C., Barclay E.J., Barkett R.J. 2003: *Sediment particle analysis; which method is “best”?* The Geological Society of America, 35(6), 142.
- Jamróz D. 2014: *Application of multi-parameter data visualization by means of autoassociative neural networks to evaluate classification possibilities of various coal types*. Physicochemical Problems of Mineral Processing, 50(2), 719–734, <https://doi.org/10.5277/ppmp140224>.
- Jamróz D., Niedoba T. 2015: *Zastosowanie wizualizacji wielowymiarowych danych za pomocą sieci Kohonena do oceny możliwości klasyfikacji różnych typów węgla*. Archiwum Górnictwa, 60(1), 39–50.
- Jansen M.L., Glastonbury J.R. 1968: *The size separation of particles by screening*. Powder Technology, 1(6), 334–343.
- Jansen T. 2005: *Analyzing Evolutionary Algorithms: The Computer Science Perspective*. Springer.
- Jonasz M. 1987: *Nonsphericity of suspended marine particles and its influence on light scattering*. Limnology Oceanography, 32, 1059–1065.
- Kaye B.H. 1962: *Investigation Into the Possibilities of Developing a Rate Method of Sieve Analysis*. Powder Metallurgy, 10, 199–217.
- Kimura S., Ito T., Minagawa H. 2018: *Grain-size analysis of fine and coarse non-plastic grains: comparison of different analysis methods*. Granular Matter, 20(3), <https://doi.org/10.1007/s10035-018-0820-3>.
- Kolmogorov A.N. 1941: *O logarifmičeski-normal’nom zakone raspredeleniâ razmerov častic pri droblenii*. Doklady Akademii Nauk SSSR, 31(2), 99–101 [Колмогоров А.Н. 1941: *O логарифмически-нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении*. Доклады Академии Наук СССР, Том 31, № 2, С. 99–101].

- Konert M., Vandenberghe J. 1997: *Comparison of laser grain size analysis with pipette and sieve analysis: A solution for the underestimation of the clay fraction*. *Sedimentology*, 44(3), 523–35.
- Krawczykowska A., Trybalski K., Krawczykowski D. 2009: *Wykorzystanie modeli sieci neuronowych do identyfikacji składu litologicznego rudy miedzi*. *Górnictwo i Geoinżynieria – Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica*, 33(4), 141–151.
- Krawczykowska A., Trybalski K., Krawczykowski D. 2013: *Wykorzystanie nowoczesnych technik i urządzeń pomiarowych do identyfikacji typów rud miedzi i ich właściwości*. *Archiwum Górnictwa*, 58(2), 433–448.
- Krawczykowski D. 2017a: *Zastosowanie dyfrakcyjnej analizy laserowej do kontroli uziarnienia produktów przeróbki rud metali*. *Inżynieria Mineralna*, 18(1), 233–240.
- Krawczykowski D. 2017b: *Metodyka badań składu ziarnowego próbek węgla do procesu zgazowania*. *Inżynieria Mineralna*, 18(1), 227–232.
- Krawczykowski D. 2018: *Application of a vision systems for assessment of particle size and shape for mineral crushing products*. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 427 (art. no. 012013), 1–5 [Mineral engineering conference: 26–29 September 2018, Zawiercie, Poland], <https://doi:10.1088/1757-899X/427/1/012013>.
- Krawczykowski D., Krawczykowska A. 2012: *Wpływ kształtu ziaren surowca na bilansowanie produktów klasyfikacji w hydrocyklonach w oparciu o wyniki laserowych analiz uziarnienia*. *Górnictwo i Geoinżynieria – Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica*, 36(4), 67–74.
- Krawczykowski D., Trybalski K. 2009: *Przydatność laserowych analiz uziarnienia do bilansowania produktów klasyfikacji w hydrocyklonie*. *Górnictwo i Geoinżynieria – Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica*, 33(4), 153–168.
- Krawczykowski D., Krawczykowska A., Trybalski K. 2012: *Laserowa analiza uziarnienia – wpływ gęstości i kształtu ziaren na wyniki pomiarów*. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi*, 28(4), 101–112.
- Krumbein W.C. 1942: *Settling velocity of flume behavior of nonspherical particles*. *Transactions of the American Geophysical Union*, 41, 621–633.
- Krumbein W.C., Sloss L.L. 1963: *Stratigraphy and Sedimentation*. W.H. Freeman and Company, San Francisco.
- Kula M. 2015: *Charakteryzowanie cząstek z wykorzystaniem zjawisk falowych*. X Ogólnopolskie Sympozjum Granulacja 2015, Stan techniki oraz nowe zastosowania procesów i aparatury do granulacji, Nałęczów 6–8 maja 2015.

- Kumar V., Taylor M.K., Mehrotra A., William C. Stagner W.C. 2013: *Real-time particle size analysis using focused beam reflectance measurement as a process analytical technology tool for a continuous granulation-drying-milling process*. AAPS Pharm-SciTech, 14(2), 523–530.
- Kursun I. 2009: *Particle size and shape characteristics of kemerburgaz quartz sands obtained by sieving, laser diffraction and digital image processing methods*. Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review, 30(4), 346–360.
- Li M, Wilkinson D, Patchigolla K. 2005: *Comparison of Particle Size Distributions Measured Using Different Techniques*. Particulate Science & Technology, 23(3), 265–84.
- Malvern: *The Use of Zeta Potential Measurements for Improving Dispersion During Particle Size Determination*. www.malvern.com/appnote_particle_size_determination, 11.11.2018.
- Markus H.G. 2009: *Particle Size Measurements – Fundamentals, Practice, Quality*. Springer.
- MathWorks 2011: *MATLAB Image Processing Toolbox*. www.mathworks.com/products/image, 20.11.2018.
- Matsuyama T., Yamamoto H. 2004: *Particle shape and laser diffraction: a discussion of particle shape problem*. Journal of Dispersion Science and Technology, 25(4), 1–8.
- Mączka W., Trybalski K. 1981: *Kontrola procesów technologicznych Cz. 5*. Skrypty Uczelniane – Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica, 836, AGH, Kraków.
- McCave I.N., Syvitski J.P.M. 1991: *Principles and methods of geological particle size analysis*. [w:] Syvitski J.P.M. (ed.), *Principles, Methods and Applications of Particle Size Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, 3–21.
- Miller B.A., Schaetzl R.J. 2012: *Precision of Soil Particle Size Analysis using Laser Diffractometry*. Soil Science Society of America Journal, 76(5), 1719–1727.
- Mitchell J.K., Soga K. 2005: *Fundamentals of soil behavior*. Wiley, New York.
- Niedoba T. 2016: *Determination of partition surface of grained material by means of non-classical approximation methods of distributions functions of particle size and density*. Gospodarka Surowcami Mineralnymi – Mineral Resources Management, 32, 151–152.
- Otunniyi I.O. 2013: *Exploiting Image Processing and Analysis Versus Other Techniques for Composite Fines Particle Size and Shape Distribution Analysis*. Particulate Science and Technology: An International Journal, 31, 585–589, doi.org/10.1080/02726351.2013.793760.

- Pansu M., Gautheyrou J. 2006: *Particle Size Analysis*. [w:] eadem, *Handbook of Soil Analysis: Mineralogical, Organic and Inorganic Methods*, Springer Berlin Heidelberg, 15–63.
- Particle Size Measurements*, 2018, Springer, Dordrecht, <https://link-1springer-1com-1000048ha0049.wbg2.bg.agh.edu.pl/book/10.1007/978-1-4020-9016-5>, 08.01.2019.
- Pestán J.M., Whittle A.J. 1995: *Compression model for cohesionless soils*. *Geotechnique*, 45(4), 611–631.
- Peszko B., Szymańska-Czaja M., Foszcz D. 2000: *The dependence of the size distribution on the granulometric method of analysis*. 5th Conference on Environment and mineral processing, Ostrava, 837–845.
- Pieri L., Bittelli M., Pisa P.R. 2006: *Laser diffraction, transmission electron microscopy and image analysis to evaluate a bimodal Gaussian model for particle size distribution in soils*. *Geoderma*, 135, 118–32.
- Płoskonka D. 2010: *Differences in results of grain-size analysis made by various methods*. *Landform Analysis*, 12, 79–85.
- Polakowski C., Sochan A., Bieganowski A., Ryżak M., Földényi R., Tóth J. 2014: *Influence of the sand particle shape on particle size distribution measured by laser diffraction method*. *International Agrophysics*, 28(4), 195–200.
- Rhodes M. 2000: *Introduction to particle technology*. Wiley, Chichester, U.K.
- Rouse P.C., Fannin R.J., Shuttle D.A. 2008: *Influence of roundness on the void ratio and strength of uniform sand*. *Geotechnique*, 58(3), 227–231.
- Schneider C.A., Rasband W.S., Eliceiri K.W. 2012: *NIH Image to Image: 25 years of image analysis*. *Nature Methods*, 9, 671–675.
- Shang Y., Kaakinen A., Beets C.J., Prins M.A. 2018: *Aeolian silt transport processes as fingerprinted by dynamic image analysis of the grain size and shape characteristics of Chinese loess and Red Clay deposits*. *Sedimentary Geology*, 375, 36–48.
- Sukumaran B., Ashmawy A. 2001: *Quantitative characterization of discrete particles*. *Geotechnique*, 51(7), 619–627.
- Surowiak A., Brożek M. 2014a: *Metodologia wyliczania rozkładu granicznej prędkości opadania ziaren sferycznych dla wysokich wartości liczb Reynoldsa*. *Archiwum Górnictwa*, 59(1), 269–282.
- Surowiak A., Brożek M. 2014b: *Metodologia wyliczania rozkładu granicznej prędkości opadania ziaren nieregularnych dla wysokich wartości liczb Reynoldsa*. *Archiwum Górnictwa*, 59(2), 553–562.
- Svedensten P., Evertsson C.M., 2005: *Crushing plant optimisation by means of genetic evolutionary algorithm*. *Minerals Engineering*, 18(5), 473–479.
- Technical Note TN 135, www.horiba.com, 17.12.2018.

- Technical Note TN 154, www.horiba.com, 17.12.2018.
- Technical Note TN 173, www.horiba.com, 17.12.2018.
- The Basic Principles of Sieve Analysis*, www.retsch.com, 17.12.2018.
- Tinke A.P., Carnicer A., Govoreanu R., Scheltjens G., Lauwerysen L., Mertens N., Vanhoutte K., Brewster M.E. 2008: *Particle shape and orientation in laser diffraction and static image analysis size distribution analysis of micrometer sized rectangular particles*. Powder Technology, 186(2), 154–167.
- Trubetskaya A., Beckmann G., Wadenbäck J., Holm J.K., Velaga S.P., Weber R. 2017: *One way of representing the size and shape of biomass particles in combustion modeling*. Fuel, 206, 675–83.
- Trybalski K., Kędzior A., Krawczykowski D. 2004: *Urządzenia i metody pomiarowe uziarnienia w polskich zakładach przeróbki rud metali nieżelaznych*. Górnictwo i Geoinżynieria – Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica, 28(2/1), 125–146.
- Trybalski K., Kędzior A., Krawczykowski D. 2005: *Przemysłowe metody pomiaru uziarnienia*. Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa, 43(1), 11–18.
- Trybalski K., Foszcz D., Krawczykowska A., Konieczny A. 2006: *Application of modern research methods for the evaluation of copper ores enrichment*. XXIII International Mineral Processing Congress, Istanbul, Turkey 3–8 September.
- Tumidajski T., Foszcz D., Jamróz G., Niedoba T., Saramak D. 2009: *Niestandardowe metody statystyczne i obliczeniowe w opisie procesów przeróbki surowców mineralnych*. Wydawnictwo IGSMiE PAN, Kraków.
- Wadell H.A. 1932: *Volume, shape, and roundness of rock particles*. The Journal of Geology, 40(5), 1074–1106.
- Wang-Li L., Cao Z., Buser M., Whitelock D., Parnell C.B., Zhang Y. 2013: *Techniques for measuring particle size distribution of particulate matter emitted from animal feeding operations*. Atmospheric Environment, 66, 25–32.
- Weibull W. 1951: *A statistical distribution function of wide applicability*. Journal of Applied Mechanics, 103, 293–297.
- Whitby K.T. 1958: *The Mechanics of Fine Sieving*. ASTM Special Technical Publication, 234, 3–25.
- White D.J. 2003: *PSD measurement using the single particle optical sizing (SPOS) method*. Geotechnique, 53(3), 317–326.
- Willén U. 2007: *Method Development and Validation for Particle Size and Shape Measurements*. Malvern Instruments, Malvern.

- Wołosiewicz-Głąb M., Foszcz D., Saramak D., Gawenda T., Krawczykowski D. 2017: *Analysis of a grinding efficiency in the electromagnetic mill for variable process and feed parameters*. E3S Web of Conferences [czasopismo elektroniczne], 18 (art. no. 01012), 1–6 [MEC2017: Mineral Engineering Conference: Wisła, Poland, September 20–23, 2017].
www.fritsch-international.com, 17.12.2018.
www.haverparticleanalysis.com, 17.12.2018.
www.sympatec.com, 17.12.2018.
- Xu R, Di Guida OA. 2003: *Comparison of sizing small particles using different technologies*. Powder Technology, 132(2), 145–53.
- Yan D., Gupta A. 2006: *Mineral Processing Design & Operation: An Introduction*. Elsevier.
- Zeiss 2007: *Digital imaging – Topography*. <https://www.nanowerk.com/news/newsid=8397.php>, 20.01.2019.

Załączniki

Załącznik 1. Wielkości ziaren charakterystycznych $d_{\%}$ określone poszczególnymi technikami pomiarowymi

Klasa ziarnowa [mm]	Materiał	$d_{\%}$	$d \mu\text{m}_{\text{FERET MIN}}$	$d \mu\text{m}_{\text{EQPC}}$	$d \mu\text{m}_{\text{Laser}}$	$d \mu\text{m}_{\text{analiza sitowa}}$
1	2	3	4	5	6	7
0-0,04	ruda Cu	5	4,00	4,99	0,92	1,38
0-0,04	ruda Cu	10	6,70	6,94	1,69	2,78
0-0,04	ruda Cu	25	10,10	11,58	5,54	6,90
0-0,04	ruda Cu	50	15,95	18,64	14,06	13,82
0-0,04	ruda Cu	75	23,35	27,24	23,13	21,70
0-0,04	ruda Cu	90	30,65	35,04	31,12	29,40
0-0,04	ruda Cu	95	35,00	40,10	35,67	31,75
0-0,04	ruda Cu	99	44,50	50,16	43,85	37,60
0-0,04	popiół	5	6,35	6,52	1,26	1,42
0-0,04	popiół	10	7,95	8,42	2,41	2,83
0-0,04	popiół	25	11,15	12,26	5,94	7,08
0-0,04	popiół	50	15,70	17,95	14,17	14,14
0-0,04	popiół	75	22,40	26,96	24,85	24,45
0-0,04	popiół	90	32,85	39,40	35,37	32,85
0-0,04	popiół	95	42,40	48,00	41,42	36,26
0-0,04	popiół	99	74,50	85,65	51,56	39,28
0-0,04	kwarc	5	2,80	3,91	0,94	1,60
0-0,04	SiO ₂	10	5,00	5,45	1,63	3,20
0-0,04	SiO ₂	25	8,50	9,43	5,79	7,95
0-0,04	SiO ₂	50	14,45	17,26	16,28	15,95
0-0,04	SiO ₂	75	22,80	26,96	27,04	27,12
0-0,04	SiO ₂	90	30,70	35,10	36,35	33,15
0-0,04	SiO ₂	95	35,00	39,00	41,60	36,35
0-0,04	SiO ₂	99	42,95	48,73	50,54	39,30
0-0,04	gnejs	5	3,35	4,45	1,25	1,70
0-0,04	gnejs	10	6,15	6,17	2,39	3,35
0-0,04	gnejs	25	9,35	10,34	7,10	8,40

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
0-0,04	gnejs	50	15,90	18,49	16,01	16,85
0-0,04	gnejs	75	24,30	28,10	27,31	28,32
0-0,04	gnejs	90	32,30	35,69	38,26	33,30
0-0,04	gnejs	95	36,25	39,30	44,23	36,45
0-0,04	gnejs	99	46,50	52,11	53,87	39,34
0-0,1	ruda Cu	5	4,57	6,47	1,26	2,90
0-0,1	ruda Cu	10	8,53	9,33	2,63	5,80
0-0,1	ruda Cu	25	20,39	17,41	10,35	14,30
0-0,1	ruda Cu	50	40,18	40,24	25,52	31,40
0-0,1	ruda Cu	75	67,20	80,19	66,50	64,50
0-0,1	ruda Cu	90	94,28	106,85	92,95	83,60
0-0,1	ruda Cu	95	106,00	119,00	105,73	91,80
0-0,1	ruda Cu	99	122,59	140,63	126,99	98,40
0-0,1	popiół	5	4,35	8,28	1,91	2,90
0-0,1	popiół	10	8,07	10,87	3,54	5,80
0-0,1	popiół	25	19,26	17,30	10,53	14,30
0-0,1	popiół	50	37,90	38,80	27,66	33,40
0-0,1	popiół	75	68,20	88,52	66,42	64,70
0-0,1	popiół	90	119,91	133,82	98,10	84,40
0-0,1	popiół	95	135,00	148,00	114,14	92,25
0-0,1	popiół	99	151,12	173,02	140,61	98,40
0-0,1	SiO ₂	5	5,04	5,52	1,22	3,60
0-0,1	SiO ₂	10	9,47	8,21	2,54	7,40
0-0,1	SiO ₂	25	22,75	17,87	11,51	18,20
0-0,1	SiO ₂	50	44,89	45,61	28,25	43,10
0-0,1	SiO ₂	75	78,98	85,05	65,59	75,30
0-0,1	SiO ₂	90	100,69	104,05	98,83	90,20
0-0,1	SiO ₂	95	110,00	113,00	114,63	95,10
0-0,1	SiO ₂	99	129,72	126,08	140,02	99,10
0-0,1	gnejs	5	4,85	6,21	1,93	3,55
0-0,1	gnejs	10	9,08	8,98	4,19	7,15

1	2	3	4	5	6	7
0-0,1	gnejs	25	21,77	18,40	13,03	17,85
0-0,1	gnejs	50	42,94	41,09	31,11	41,00
0-0,1	gnejs	75	76,95	78,31	64,55	66,80
0-0,1	gnejs	90	101,97	103,02	98,76	86,15
0-0,1	gnejs	95	114,00	118,00	116,62	93,08
0-0,1	gnejs	99	133,72	141,85	145,98	98,70
0-0,25	ruda Cu	5	9,66	12,10	1,66	4,90
0-0,25	ruda Cu	10	17,31	18,47	4,01	9,70
0-0,25	ruda Cu	25	40,25	48,43	15,81	25,60
0-0,25	ruda Cu	50	96,00	125,72	57,10	77,70
0-0,25	ruda Cu	75	157,61	184,10	149,75	143,50
0-0,25	ruda Cu	90	198,87	231,07	214,32	203,50
0-0,25	ruda Cu	95	220,00	255,00	243,96	227,00
0-0,25	ruda Cu	99	321,95	351,12	297,66	245,50
0-0,25	popiół	5	9,45	12,75	2,03	5,70
0-0,25	popiół	10	16,88	18,66	3,69	11,40
0-0,25	popiół	25	39,15	48,47	13,54	34,80
0-0,25	popiół	50	107,21	140,24	53,19	86,30
0-0,25	popiół	75	194,50	236,95	152,93	167,10
0-0,25	popiół	90	279,89	325,15	224,05	216,80
0-0,25	popiół	95	315,00	360,00	255,51	233,50
0-0,25	popiół	99	393,99	431,40	314,58	246,70
0-0,25	SiO ₂	5	9,88	11,95	1,58	5,70
0-0,25	SiO ₂	10	17,77	19,72	3,90	11,40
0-0,25	SiO ₂	25	41,45	53,24	17,24	30,85
0-0,25	SiO ₂	50	98,06	125,89	52,82	81,25
0-0,25	SiO ₂	75	175,47	208,61	151,75	158,25
0-0,25	SiO ₂	90	226,14	258,77	223,76	213,40
0-0,25	SiO ₂	95	250,00	279,00	255,99	231,65
0-0,25	SiO ₂	99	311,99	342,08	316,61	246,45
0-0,25	gnejs	5	9,31	11,74	2,62	5,90

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
0-0,25	gnejs	10	16,62	18,83	6,02	11,70
0-0,25	gnejs	25	38,56	44,41	17,66	32,20
0-0,25	gnejs	50	92,64	113,47	50,88	72,80
0-0,25	gnejs	75	177,30	204,79	139,25	157,30
0-0,25	gnejs	90	239,25	272,65	221,39	213,20
0-0,25	gnejs	95	270,00	298,00	255,09	231,50
0-0,25	gnejs	99	345,96	342,55	317,55	246,30
0-0,5	ruda Cu	5	11,73	15,65	1,98	5,60
0-0,5	ruda Cu	10	21,44	24,38	5,27	11,10
0-0,5	ruda Cu	25	51,34	68,36	19,58	38,30
0-0,5	ruda Cu	50	127,94	159,95	86,15	101,60
0-0,5	ruda Cu	75	276,82	331,87	248,17	237,30
0-0,5	ruda Cu	90	421,99	496,52	404,96	346,00
0-0,5	ruda Cu	95	468,00	550,00	467,92	421,50
0-0,5	ruda Cu	99	558,16	626,01	573,75	485,00
0-0,5	popiół	5	9,41	14,65	2,24	5,85
0-0,5	popiół	10	16,80	20,99	4,29	11,55
0-0,5	popiół	25	38,93	48,33	18,04	36,65
0-0,5	popiół	50	95,00	123,93	76,34	104,50
0-0,5	popiół	75	244,74	305,83	261,15	252,00
0-0,5	popiół	90	418,68	483,76	431,45	371,35
0-0,5	popiół	95	475,00	545,00	495,19	435,75
0-0,5	popiół	99	576,20	621,51	613,10	487,55
0-0,5	SiO ₂	5	12,51	17,21	1,90	6,80
0-0,5	SiO ₂	10	23,01	28,20	5,51	13,60
0-0,5	SiO ₂	25	57,16	80,82	21,18	40,90
0-0,5	SiO ₂	50	150,30	199,99	77,94	99,30
0-0,5	SiO ₂	75	323,95	385,22	250,46	244,00
0-0,5	SiO ₂	90	453,07	504,03	430,56	389,50
0-0,5	SiO ₂	95	493,00	550,00	495,72	445,00
0-0,5	SiO ₂	99	550,63	621,74	617,75	489,00

1	2	3	4	5	6	7
0-0,5	gnejs	5	11,40	16,50	3,08	6,90
0-0,5	gnejs	10	20,78	26,18	7,37	13,70
0-0,5	gnejs	25	49,15	65,54	21,46	39,20
0-0,5	gnejs	50	136,77	188,77	68,17	99,20
0-0,5	gnejs	75	342,44	428,42	227,10	244,00
0-0,5	gnejs	90	505,68	582,89	437,75	369,00
0-0,5	gnejs	95	550,00	615,00	511,39	435,00
0-0,5	gnejs	99	608,84	649,02	668,23	487,30
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	5	12,53	15,07	1,45	3,05
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	10	19,06	20,33	3,14	6,20
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	25	38,65	41,68	11,00	15,28
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	50	76,50	91,62	25,79	48,00
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	75	138,57	176,20	73,65	99,70
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	90	325,54	380,75	146,28	308,50
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	95	425,00	490,00	213,41	484,50
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	99	655,33	717,07	292,86	883,50
0-1 drobnoziarnista	popiół	5	12,90	15,95	1,80	3,05
0-1 drobnoziarnista	popiół	10	19,78	23,16	3,41	6,20
0-1 drobnoziarnista	popiół	25	40,43	48,19	9,65	15,25
0-1 drobnoziarnista	popiół	50	73,55	90,37	24,18	43,10
0-1 drobnoziarnista	popiół	75	132,50	185,30	65,33	93,70
0-1 drobnoziarnista	popiół	90	330,02	426,78	135,17	314,00
0-1 drobnoziarnista	popiół	95	440,00	542,00	188,10	474,50
0-1 drobnoziarnista	popiół	99	751,42	869,57	259,94	864,00
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	5	13,27	18,46	1,11	3,70
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	10	20,48	25,93	2,22	6,80
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	25	42,09	50,00	10,19	16,80
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	50	84,63	101,76	25,71	52,80
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	75	167,53	238,74	61,64	100,20
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	90	435,60	530,12	116,55	359,00
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	95	557,00	710,00	157,70	488,00

1	2	3	4	5	6	7
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	99	815,48	1039,02	224,51	811,00
0-1 drobnoziarnista	gnejs	5	12,29	15,54	1,87	3,70
0-1 drobnoziarnista	gnejs	10	18,58	21,56	4,46	6,80
0-1 drobnoziarnista	gnejs	25	37,45	42,00	14,06	16,80
0-1 drobnoziarnista	gnejs	50	70,79	83,68	31,76	46,60
0-1 drobnoziarnista	gnejs	75	128,92	172,86	69,64	98,40
0-1 drobnoziarnista	gnejs	90	345,44	480,61	131,60	335,00
0-1 drobnoziarnista	gnejs	95	486,00	629,00	197,18	483,00
0-1 drobnoziarnista	gnejs	99	983,76	1002,71	281,47	874,00
0-1 jednorodna	ruda Cu	5	26,06	31,62	1,73	6,90
0-1 jednorodna	ruda Cu	10	46,10	59,95	4,22	13,85
0-1 jednorodna	ruda Cu	25	93,27	116,65	16,97	53,35
0-1 jednorodna	ruda Cu	50	212,45	271,20	94,60	152,10
0-1 jednorodna	ruda Cu	75	548,39	683,89	347,76	377,25
0-1 jednorodna	ruda Cu	90	816,60	1026,53	575,83	732,50
0-1 jednorodna	ruda Cu	95	914,00	1140,00	652,67	866,50
0-1 jednorodna	ruda Cu	99	1096,98	1294,65	776,36	973,85
0-1 jednorodna	popiół	5	25,27	36,10	2,01	8,20
0-1 jednorodna	popiół	10	44,48	57,39	3,87	16,20
0-1 jednorodna	popiół	25	87,95	116,37	17,08	56,00
0-1 jednorodna	popiół	50	249,20	334,55	96,41	183,20
0-1 jednorodna	popiół	75	534,11	699,94	426,31	422,27
0-1 jednorodna	popiół	90	790,89	939,23	612,73	838,50
0-1 jednorodna	popiół	95	906,00	1080,00	684,86	969,00
0-1 jednorodna	popiół	99	1140,06	1290,93	797,52	985,00
0-1 jednorodna	SiO ₂	5	24,88	34,79	1,87	8,40
0-1 jednorodna	SiO ₂	10	43,66	56,58	5,18	16,50
0-1 jednorodna	SiO ₂	25	89,98	111,62	20,47	56,30
0-1 jednorodna	SiO ₂	50	220,82	284,78	96,65	166,10
0-1 jednorodna	SiO ₂	75	478,22	573,64	365,13	410,00
0-1 jednorodna	SiO ₂	90	714,21	806,73	549,68	660,00

1	2	3	4	5	6	7
0-1 jednorodna	SiO ₂	95	803,00	916,00	617,87	798,00
0-1 jednorodna	SiO ₂	99	935,05	1168,78	727,12	958,00
0-1 jednorodna	gnejs	5	21,50	30,29	2,99	8,50
0-1 jednorodna	gnejs	10	36,93	47,84	7,13	16,80
0-1 jednorodna	gnejs	25	74,92	95,79	20,93	52,20
0-1 jednorodna	gnejs	50	183,34	247,60	86,68	170,00
0-1 jednorodna	gnejs	75	456,57	595,49	369,15	412,00
0-1 jednorodna	gnejs	90	747,90	918,18	615,72	727,00
0-1 jednorodna	gnejs	95	860,00	1029,00	697,43	862,00
0-1 jednorodna	gnejs	99	1032,14	1192,79	821,72	972,00
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	5	88,69	113,11	9,23	38,50
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	10	149,65	178,25	37,95	99,50
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	25	312,56	364,37	298,27	268,25
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	50	635,06	737,02	700,43	602,50
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	75	842,74	970,88	978,71	814,50
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	90	1080,50	1188,18	1180,38	925,25
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	95	1190,00	1310,00	1308,55	962,50
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	99	1350,47	3341,86	1633,13	992,75
0-1 gruboziarnista	popiół	5	86,50	118,23	9,80	32,00
0-1 gruboziarnista	popiół	10	165,85	215,17	84,96	99,00
0-1 gruboziarnista	popiół	25	367,16	446,03	511,87	285,00
0-1 gruboziarnista	popiół	50	631,48	749,75	885,94	573,00
0-1 gruboziarnista	popiół	75	806,50	961,51	1105,69	773,50
0-1 gruboziarnista	popiół	90	961,65	1124,63	1319,05	908,75
0-1 gruboziarnista	popiół	95	1060,00	1260,00	1480,37	954,75
0-1 gruboziarnista	popiół	99	1275,65	2121,15	1884,97	990,75
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	5	87,81	110,57	20,12	44,00
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	10	149,23	187,76	118,98	106,00
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	25	370,37	429,69	462,38	298,00
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	50	604,26	686,22	800,72	549,00
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	75	766,80	868,40	1036,12	682,00

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
0–1 gruboziarnista	SiO ₂	90	917,16	1024,92	1247,32	850,00
0–1 gruboziarnista	SiO ₂	95	990,00	1130,00	1397,70	927,00
0–1 gruboziarnista	SiO ₂	99	1173,61	2235,90	1804,58	986,00
0–1 gruboziarnista	gnejs	5	69,62	91,81	13,08	40,00
0–1 gruboziarnista	gnejs	10	125,38	167,74	38,23	100,00
0–1 gruboziarnista	gnejs	25	332,82	421,44	297,31	279,00
0–1 gruboziarnista	gnejs	50	662,49	776,08	785,74	574,00
0–1 gruboziarnista	gnejs	75	872,68	971,80	1061,25	780,00
0–1 gruboziarnista	gnejs	90	1020,05	1222,48	1286,33	911,00
0–1 gruboziarnista	gnejs	95	1080,00	1380,00	1449,63	956,50
0–1 gruboziarnista	gnejs	99	1220,92	2500,52	1874,69	991,00
0,04–0,1	ruda Cu	5	48,18	52,55	37,70	44,00
0,04–0,1	ruda Cu	10	56,66	61,63	48,80	46,50
0,04–0,1	ruda Cu	25	69,82	75,32	64,20	55,50
0,04–0,1	ruda Cu	50	85,47	94,10	82,50	65,50
0,04–0,1	ruda Cu	75	103,13	113,54	102,80	80,50
0,04–0,1	ruda Cu	90	117,64	129,37	122,40	92,00
0,04–0,1	ruda Cu	95	126,00	138,00	134,20	96,00
0,04–0,1	ruda Cu	99	144,73	161,18	155,10	99,00
0,04–0,1	popiół	5	32,00	47,34	37,70	43,00
0,04–0,1	popiół	10	51,55	56,64	46,40	46,80
0,04–0,1	popiół	25	64,68	71,45	62,00	56,20
0,04–0,1	popiół	50	83,62	93,32	83,00	67,10
0,04–0,1	popiół	75	105,75	117,44	107,60	82,50
0,04–0,1	popiół	90	123,26	137,44	131,80	93,00
0,04–0,1	popiół	95	135,00	149,00	146,60	96,50
0,04–0,1	popiół	99	165,48	183,10	175,10	99,20
0,04–0,1	SiO ₂	5	53,88	59,02	43,10	44,50
0,04–0,1	SiO ₂	10	60,81	65,83	53,30	48,80
0,04–0,1	SiO ₂	25	73,19	80,32	69,20	60,00
0,04–0,1	SiO ₂	50	90,66	100,20	88,50	74,50

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
0,04–0,1	SiO ₂	75	109,13	118,60	110,10	87,20
0,04–0,1	SiO ₂	90	122,27	134,53	130,40	95,00
0,04–0,1	SiO ₂	95	130,00	143,00	142,60	97,50
0,04–0,1	SiO ₂	99	145,54	160,58	165,10	99,60
0,04–0,1	gnejs	5	36,57	48,90	28,10	42,60
0,04–0,1	gnejs	10	53,42	58,62	43,00	45,50
0,04–0,1	gnejs	25	66,78	72,80	61,00	53,80
0,04–0,1	gnejs	50	84,18	92,59	82,20	69,50
0,04–0,1	gnejs	75	105,28	115,75	106,10	82,50
0,04–0,1	gnejs	90	125,14	136,84	129,50	93,00
0,04–0,1	gnejs	95	137,00	148,00	144,00	96,50
0,04–0,1	gnejs	99	169,43	179,56	171,30	99,20
0,1–0,25	ruda Cu	5	119,58	132,74	117,43	106,50
0,1–0,25	ruda Cu	10	130,33	144,27	135,60	111,50
0,1–0,25	ruda Cu	25	149,68	165,57	162,07	128,00
0,1–0,25	ruda Cu	50	176,71	195,10	193,48	160,00
0,1–0,25	ruda Cu	75	211,14	234,04	228,60	194,00
0,1–0,25	ruda Cu	90	246,23	272,36	262,72	232,50
0,1–0,25	ruda Cu	95	266,00	293,00	286,32	241,00
0,1–0,25	ruda Cu	99	309,81	342,15	350,56	245,50
0,1–0,25	popiół	5	119,19	135,70	101,09	108,00
0,1–0,25	popiół	10	132,26	148,49	137,57	115,50
0,1–0,25	popiół	25	155,81	175,38	167,89	138,00
0,1–0,25	popiół	50	191,48	215,52	200,35	176,00
0,1–0,25	popiół	75	235,30	263,70	236,83	212,50
0,1–0,25	popiół	90	275,99	306,61	272,33	235,00
0,1–0,25	popiół	95	297,00	328,00	297,57	242,50
0,1–0,25	popiół	99	351,05	392,01	386,11	248,00
0,1–0,25	SiO ₂	5	112,05	127,20	96,23	108,00
0,1–0,25	SiO ₂	10	125,68	141,13	131,70	115,50
0,1–0,25	SiO ₂	25	149,77	167,28	164,73	138,00

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
0,1–0,25	SiO ₂	50	187,95	210,40	198,54	177,00
0,1–0,25	SiO ₂	75	233,50	260,20	235,64	213,00
0,1–0,25	SiO ₂	90	271,45	299,19	271,18	235,00
0,1–0,25	SiO ₂	95	294,00	325,00	296,26	242,50
0,1–0,25	SiO ₂	99	346,31	383,03	381,83	248,00
0,1–0,25	gnejs	5	94,00	114,36	74,80	108,00
0,1–0,25	gnejs	10	116,96	135,67	120,03	116,00
0,1–0,25	gnejs	25	147,01	166,83	166,46	139,00
0,1–0,25	gnejs	50	186,65	211,20	201,74	177,50
0,1–0,25	gnejs	75	234,88	264,78	239,31	213,00
0,1–0,25	gnejs	90	278,32	310,92	276,74	235,00
0,1–0,25	gnejs	95	305,00	335,00	303,90	242,50
0,1–0,25	gnejs	99	371,37	399,23	400,34	248,00
0,25–0,5	ruda Cu	5	220,34	259,24	219,56	257,00
0,25–0,5	ruda Cu	10	251,43	287,33	274,84	262,50
0,25–0,5	ruda Cu	25	290,86	324,33	341,13	279,00
0,25–0,5	ruda Cu	50	342,73	385,80	411,84	327,50
0,25–0,5	ruda Cu	75	427,77	486,55	490,85	410,00
0,25–0,5	ruda Cu	90	515,09	583,50	579,39	465,00
0,25–0,5	ruda Cu	95	560,00	640,00	654,46	482,50
0,25–0,5	ruda Cu	99	651,60	739,79	845,31	498,00
0,25–0,5	popiół	5	248,57	303,77	235,81	257,50
0,25–0,5	popiół	10	275,18	323,00	316,08	263,50
0,25–0,5	popiół	25	318,37	364,76	373,40	283,50
0,25–0,5	popiół	50	376,71	430,19	438,70	340,00
0,25–0,5	popiół	75	455,64	517,29	512,59	418,00
0,25–0,5	popiół	90	534,09	601,60	602,35	468,00
0,25–0,5	popiół	95	578,00	645,00	681,75	484,00
0,25–0,5	popiół	99	663,23	758,90	854,73	498,50
0,25–0,5	SiO ₂	5	243,17	283,75	298,90	260,00
0,25–0,5	SiO ₂	10	276,95	315,71	331,90	270,50

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
0,25–0,5	SiO ₂	25	323,54	363,74	382,06	303,00
0,25–0,5	SiO ₂	50	383,33	429,28	442,92	367,50
0,25–0,5	SiO ₂	75	453,52	506,67	513,61	433,00
0,25–0,5	SiO ₂	90	515,29	573,97	598,42	473,50
0,25–0,5	SiO ₂	95	550,00	610,00	670,74	486,50
0,25–0,5	SiO ₂	99	629,29	698,96	850,63	499,00
0,25–0,5	gnejs	5	215,85	268,69	196,73	258,00
0,25–0,5	gnejs	10	260,40	310,02	317,57	264,50
0,25–0,5	gnejs	25	314,93	365,81	382,01	286,50
0,25–0,5	gnejs	50	387,53	451,43	448,24	345,00
0,25–0,5	gnejs	75	476,72	554,12	525,39	422,00
0,25–0,5	gnejs	90	557,38	643,89	615,90	469,50
0,25–0,5	gnejs	95	600,00	690,00	708,07	485,00
0,25–0,5	gnejs	99	699,57	815,96	860,41	498,50
0,5–1,0	ruda Cu	5	504,60	609,42	418,25	530,00
0,5–1,0	ruda Cu	10	560,39	658,60	611,21	563,50
0,5–1,0	ruda Cu	25	659,79	767,24	801,94	657,00
0,5–1,0	ruda Cu	50	786,54	917,98	974,89	780,00
0,5–1,0	ruda Cu	75	944,18	1092,70	1166,49	891,00
0,5–1,0	ruda Cu	90	1082,97	1237,00	1379,51	957,00
0,5–1,0	ruda Cu	95	1160,00	1400,00	1575,35	978,00
0,5–1,0	ruda Cu	99	1344,16	2213,70	1935,89	998,00
0,5–1,0	popiół	5	462,87	591,30	582,66	522,50
0,5–1,0	popiół	10	526,78	636,11	676,08	547,00
0,5–1,0	popiół	25	620,86	721,45	819,22	615,00
0,5–1,0	popiół	50	742,43	855,60	982,83	737,00
0,5–1,0	popiół	75	894,60	1027,95	1174,66	868,00
0,5–1,0	popiół	90	1070,61	1195,90	1394,52	948,00
0,5–1,0	popiół	95	1165,00	1380,00	1600,19	973,50
0,5–1,0	popiół	99	1395,73	2589,57	1943,53	997,00
0,5–1,0	SiO ₂	5	474,10	569,77	588,93	516,00

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
0,5–1,0	SiO ₂	10	529,05	611,13	649,53	532,00
0,5–1,0	SiO ₂	25	599,64	678,15	766,76	577,00
0,5–1,0	SiO ₂	50	697,63	789,32	921,60	658,00
0,5–1,0	SiO ₂	75	827,47	940,24	1107,50	787,50
0,5–1,0	SiO ₂	90	955,04	1092,79	1322,19	915,00
0,5–1,0	SiO ₂	95	1030,00	1220,00	1497,10	960,00
0,5–1,0	SiO ₂	99	1175,56	1453,80	1910,76	994,00
0,5–1,0	gnejs	5	486,68	606,12	485,92	525,00
0,5–1,0	gnejs	10	555,55	662,81	655,36	549,00
0,5–1,0	gnejs	25	655,09	769,43	830,88	621,00
0,5–1,0	gnejs	50	784,33	921,50	999,30	745,00
0,5–1,0	gnejs	75	930,57	1088,35	1192,72	872,00
0,5–1,0	gnejs	90	1071,15	1245,71	1422,03	950,00
0,5–1,0	gnejs	95	1150,00	1400,00	1631,30	974,00
0,5–1,0	gnejs	99	1287,84	3050,30	1949,98	997,00

Załącznik 2. Wielkości charakterystycznych współczynników kształtu $k_{\%}$ określonych jako *Sphericity*, *Aspect Ratio* i *Convexity*

Klasa ziarnowa [mm]	Materiał	$k_{\%}$	Sphericity_FERET MIN	Aspect Ratio_FERET MIN	Convexity_FERET MIN
1	2	3	4	5	6
0-0,04	ruda Cu	5	0,38	0,43	0,55
0-0,04	ruda Cu	10	0,44	0,49	0,61
0-0,04	ruda Cu	25	0,54	0,58	0,72
0-0,04	ruda Cu	50	0,66	0,68	0,81
0-0,04	ruda Cu	75	0,75	0,77	0,87
0-0,04	ruda Cu	90	0,80	0,83	0,90
0-0,04	ruda Cu	95	0,84	0,87	0,92
0-0,04	ruda Cu	99	0,88	0,90	0,94
0-0,04	popiół	5	0,41	0,42	0,59
0-0,04	popiół	10	0,45	0,48	0,64
0-0,04	popiół	25	0,53	0,57	0,71
0-0,04	popiół	50	0,62	0,67	0,79
0-0,04	popiół	75	0,70	0,76	0,85
0-0,04	popiół	90	0,77	0,82	0,89
0-0,04	popiół	95	0,81	0,86	0,91
0-0,04	popiół	99	0,86	0,90	0,93
0-0,04	kwarc	5	0,31	0,37	0,49
0-0,04	SiO ₂	10	0,36	0,41	0,54
0-0,04	SiO ₂	25	0,45	0,50	0,64
0-0,04	SiO ₂	50	0,55	0,62	0,73
0-0,04	SiO ₂	75	0,66	0,73	0,81
0-0,04	SiO ₂	90	0,75	0,81	0,86
0-0,04	SiO ₂	95	0,81	0,85	0,88
0-0,04	SiO ₂	99	0,88	0,89	0,91
0-0,04	gnejs	5	0,27	0,34	0,43
0-0,04	gnejs	10	0,31	0,39	0,49
0-0,04	gnejs	25	0,41	0,49	0,60
0-0,04	gnejs	50	0,52	0,61	0,71
0-0,04	gnejs	75	0,64	0,72	0,80
0-0,04	gnejs	90	0,73	0,80	0,85

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
0-0,04	gnejs	95	0,80	0,85	0,88
0-0,04	gnejs	99	0,87	0,89	0,91
0-0,1	ruda Cu	5	0,37	0,43	0,57
0-0,1	ruda Cu	10	0,45	0,47	0,65
0-0,1	ruda Cu	25	0,57	0,56	0,76
0-0,1	ruda Cu	50	0,68	0,66	0,83
0-0,1	ruda Cu	75	0,75	0,75	0,89
0-0,1	ruda Cu	90	0,80	0,82	0,92
0-0,1	ruda Cu	95	0,83	0,86	0,94
0-0,1	ruda Cu	99	0,87	0,90	0,95
0-0,1	popiół	5	0,42	0,40	0,62
0-0,1	popiół	10	0,48	0,46	0,67
0-0,1	popiół	25	0,57	0,56	0,75
0-0,1	popiół	50	0,66	0,65	0,84
0-0,1	popiół	75	0,74	0,75	0,90
0-0,1	popiół	90	0,79	0,82	0,94
0-0,1	popiół	95	0,82	0,86	0,95
0-0,1	popiół	99	0,85	0,89	0,97
0-0,1	SiO ₂	5	0,26	0,38	0,49
0-0,1	SiO ₂	10	0,34	0,43	0,55
0-0,1	SiO ₂	25	0,46	0,53	0,66
0-0,1	SiO ₂	50	0,59	0,63	0,76
0-0,1	SiO ₂	75	0,69	0,72	0,83
0-0,1	SiO ₂	90	0,75	0,79	0,87
0-0,1	SiO ₂	95	0,80	0,84	0,90
0-0,1	SiO ₂	99	0,85	0,89	0,92
0-0,1	gnejs	5	0,18	0,33	0,34
0-0,1	gnejs	10	0,23	0,39	0,44
0-0,1	gnejs	25	0,37	0,48	0,59
0-0,1	gnejs	50	0,51	0,59	0,73
0-0,1	gnejs	75	0,64	0,71	0,81
0-0,1	gnejs	90	0,72	0,80	0,87
0-0,1	gnejs	95	0,78	0,84	0,90
0-0,1	gnejs	99	0,84	0,89	0,92
0-0,25	ruda Cu	5	0,58	0,46	0,72
0-0,25	ruda Cu	10	0,64	0,50	0,78
0-0,25	ruda Cu	25	0,72	0,58	0,85

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
0-0,25	ruda Cu	50	0,78	0,67	0,89
0-0,25	ruda Cu	75	0,82	0,76	0,92
0-0,25	ruda Cu	90	0,85	0,82	0,94
0-0,25	ruda Cu	95	0,88	0,86	0,95
0-0,25	ruda Cu	99	0,91	0,90	0,96
0-0,25	popiół	5	0,56	0,44	0,72
0-0,25	popiół	10	0,60	0,49	0,78
0-0,25	popiół	25	0,68	0,57	0,85
0-0,25	popiół	50	0,76	0,66	0,89
0-0,25	popiół	75	0,82	0,74	0,93
0-0,25	popiół	90	0,85	0,82	0,95
0-0,25	popiół	95	0,88	0,85	0,96
0-0,25	popiół	99	0,91	0,89	0,97
0-0,25	SiO ₂	5	0,53	0,43	0,66
0-0,25	SiO ₂	10	0,59	0,48	0,73
0-0,25	SiO ₂	25	0,70	0,56	0,83
0-0,25	SiO ₂	50	0,76	0,64	0,89
0-0,25	SiO ₂	75	0,80	0,73	0,92
0-0,25	SiO ₂	90	0,83	0,80	0,94
0-0,25	SiO ₂	95	0,87	0,84	0,95
0-0,25	SiO ₂	99	0,90	0,89	0,96
0-0,25	gnejs	5	0,27	0,37	0,44
0-0,25	gnejs	10	0,39	0,43	0,58
0-0,25	gnejs	25	0,56	0,51	0,74
0-0,25	gnejs	50	0,68	0,62	0,84
0-0,25	gnejs	75	0,76	0,71	0,89
0-0,25	gnejs	90	0,81	0,79	0,92
0-0,25	gnejs	95	0,86	0,84	0,93
0-0,25	gnejs	99	0,90	0,89	0,95
0-0,5	ruda Cu	5	0,54	0,47	0,69
0-0,5	ruda Cu	10	0,60	0,52	0,75
0-0,5	ruda Cu	25	0,68	0,60	0,85
0-0,5	ruda Cu	50	0,74	0,69	0,89
0-0,5	ruda Cu	75	0,79	0,77	0,93
0-0,5	ruda Cu	90	0,82	0,83	0,94
0-0,5	ruda Cu	95	0,86	0,87	0,95
0-0,5	ruda Cu	99	0,89	0,90	0,96

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
0-0,5	popiół	5	0,55	0,46	0,69
0-0,5	popiół	10	0,61	0,51	0,74
0-0,5	popiół	25	0,68	0,60	0,83
0-0,5	popiół	50	0,75	0,69	0,89
0-0,5	popiół	75	0,80	0,77	0,93
0-0,5	popiół	90	0,83	0,83	0,95
0-0,5	popiół	95	0,86	0,87	0,96
0-0,5	popiół	99	0,89	0,91	0,97
0-0,5	SiO ₂	5	0,48	0,47	0,65
0-0,5	SiO ₂	10	0,55	0,51	0,72
0-0,5	SiO ₂	25	0,64	0,59	0,82
0-0,5	SiO ₂	50	0,72	0,68	0,89
0-0,5	SiO ₂	75	0,77	0,76	0,93
0-0,5	SiO ₂	90	0,80	0,82	0,95
0-0,5	SiO ₂	95	0,84	0,86	0,96
0-0,5	SiO ₂	99	0,88	0,90	0,97
0-0,5	gnejs	5	0,32	0,39	0,53
0-0,5	gnejs	10	0,42	0,44	0,62
0-0,5	gnejs	25	0,56	0,53	0,75
0-0,5	gnejs	50	0,66	0,63	0,85
0-0,5	gnejs	75	0,73	0,74	0,90
0-0,5	gnejs	90	0,78	0,80	0,93
0-0,5	gnejs	95	0,83	0,84	0,94
0-0,5	gnejs	99	0,88	0,88	0,95
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	5	0,53	0,49	0,63
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	10	0,58	0,56	0,68
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	25	0,68	0,64	0,77
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	50	0,75	0,72	0,86
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	75	0,82	0,80	0,90
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	90	0,86	0,85	0,93
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	95	0,89	0,88	0,94
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	99	0,92	0,91	0,96
0-1 drobnoziarnista	popiół	5	0,53	0,48	0,63
0-1 drobnoziarnista	popiół	10	0,58	0,54	0,68
0-1 drobnoziarnista	popiół	25	0,68	0,63	0,77
0-1 drobnoziarnista	popiół	50	0,77	0,72	0,86
0-1 drobnoziarnista	popiół	75	0,82	0,80	0,91

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
0-1 drobnoziarnista	popiół	90	0,86	0,85	0,94
0-1 drobnoziarnista	popiół	95	0,89	0,88	0,95
0-1 drobnoziarnista	popiół	99	0,91	0,91	0,97
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	5	0,54	0,50	0,64
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	10	0,60	0,55	0,69
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	25	0,70	0,64	0,79
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	50	0,78	0,72	0,87
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	75	0,83	0,80	0,92
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	90	0,86	0,85	0,95
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	95	0,89	0,88	0,96
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	99	0,91	0,91	0,97
0-1 drobnoziarnista	gnejs	5	0,45	0,45	0,60
0-1 drobnoziarnista	gnejs	10	0,50	0,49	0,64
0-1 drobnoziarnista	gnejs	25	0,59	0,59	0,71
0-1 drobnoziarnista	gnejs	50	0,69	0,69	0,81
0-1 drobnoziarnista	gnejs	75	0,77	0,77	0,87
0-1 drobnoziarnista	gnejs	90	0,83	0,83	0,91
0-1 drobnoziarnista	gnejs	95	0,87	0,86	0,93
0-1 drobnoziarnista	gnejs	99	0,91	0,90	0,95
0-1 jednorodna	ruda Cu	5	0,60	0,49	0,71
0-1 jednorodna	ruda Cu	10	0,66	0,55	0,78
0-1 jednorodna	ruda Cu	25	0,72	0,65	0,87
0-1 jednorodna	ruda Cu	50	0,78	0,73	0,91
0-1 jednorodna	ruda Cu	75	0,82	0,80	0,94
0-1 jednorodna	ruda Cu	90	0,85	0,86	0,95
0-1 jednorodna	ruda Cu	95	0,88	0,89	0,96
0-1 jednorodna	ruda Cu	99	0,90	0,92	0,97
0-1 jednorodna	popiół	5	0,60	0,45	0,70
0-1 jednorodna	popiół	10	0,67	0,51	0,77
0-1 jednorodna	popiół	25	0,74	0,62	0,87
0-1 jednorodna	popiół	50	0,79	0,72	0,92
0-1 jednorodna	popiół	75	0,83	0,80	0,94
0-1 jednorodna	popiół	90	0,86	0,85	0,96
0-1 jednorodna	popiół	95	0,88	0,88	0,97
0-1 jednorodna	popiół	99	0,90	0,92	0,98
0-1 jednorodna	SiO ₂	5	0,62	0,50	0,71
0-1 jednorodna	SiO ₂	10	0,69	0,56	0,78

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
0-1 jednorodna	SiO ₂	25	0,77	0,65	0,88
0-1 jednorodna	SiO ₂	50	0,81	0,74	0,93
0-1 jednorodna	SiO ₂	75	0,85	0,81	0,95
0-1 jednorodna	SiO ₂	90	0,87	0,87	0,97
0-1 jednorodna	SiO ₂	95	0,88	0,89	0,98
0-1 jednorodna	SiO ₂	99	0,90	0,92	0,98
0-1 jednorodna	gnejs	5	0,51	0,44	0,65
0-1 jednorodna	gnejs	10	0,57	0,49	0,71
0-1 jednorodna	gnejs	25	0,67	0,59	0,82
0-1 jednorodna	gnejs	50	0,73	0,69	0,89
0-1 jednorodna	gnejs	75	0,78	0,78	0,92
0-1 jednorodna	gnejs	90	0,82	0,84	0,94
0-1 jednorodna	gnejs	95	0,86	0,87	0,95
0-1 jednorodna	gnejs	99	0,89	0,91	0,96
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	5	0,67	0,45	0,85
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	10	0,70	0,53	0,88
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	25	0,75	0,63	0,92
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	50	0,79	0,72	0,94
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	75	0,83	0,80	0,95
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	90	0,85	0,85	0,97
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	95	0,87	0,88	0,97
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	99	0,89	0,92	0,98
0-1 gruboziarnista	popiół	5	0,70	0,46	0,86
0-1 gruboziarnista	popiół	10	0,73	0,51	0,90
0-1 gruboziarnista	popiół	25	0,77	0,60	0,93
0-1 gruboziarnista	popiół	50	0,81	0,69	0,95
0-1 gruboziarnista	popiół	75	0,83	0,79	0,96
0-1 gruboziarnista	popiół	90	0,85	0,85	0,97
0-1 gruboziarnista	popiół	95	0,87	0,88	0,98
0-1 gruboziarnista	popiół	99	0,89	0,91	0,98
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	5	0,66	0,49	0,83
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	10	0,71	0,54	0,88
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	25	0,77	0,64	0,92
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	50	0,82	0,74	0,95
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	75	0,86	0,82	0,97
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	90	0,88	0,88	0,98
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	95	0,89	0,90	0,99

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	99	0,90	0,93	0,99
0-1 gruboziarnista	gnejs	5	0,62	0,43	0,78
0-1 gruboziarnista	gnejs	10	0,67	0,49	0,86
0-1 gruboziarnista	gnejs	25	0,72	0,60	0,90
0-1 gruboziarnista	gnejs	50	0,77	0,69	0,93
0-1 gruboziarnista	gnejs	75	0,80	0,78	0,94
0-1 gruboziarnista	gnejs	90	0,82	0,84	0,95
0-1 gruboziarnista	gnejs	95	0,85	0,87	0,96
0-1 gruboziarnista	gnejs	99	0,87	0,90	0,97
0,04-0,1	ruda Cu	5	0,57	0,54	0,72
0,04-0,1	ruda Cu	10	0,63	0,59	0,77
0,04-0,1	ruda Cu	25	0,73	0,67	0,83
0,04-0,1	ruda Cu	50	0,80	0,75	0,88
0,04-0,1	ruda Cu	75	0,84	0,81	0,90
0,04-0,1	ruda Cu	90	0,87	0,86	0,92
0,04-0,1	ruda Cu	95	0,89	0,89	0,93
0,04-0,1	ruda Cu	99	0,90	0,92	0,94
0,04-0,1	popiół	5	0,56	0,52	0,70
0,04-0,1	popiół	10	0,63	0,57	0,75
0,04-0,1	popiół	25	0,72	0,66	0,83
0,04-0,1	popiół	50	0,80	0,74	0,88
0,04-0,1	popiół	75	0,84	0,81	0,91
0,04-0,1	popiół	90	0,87	0,86	0,92
0,04-0,1	popiół	95	0,89	0,89	0,93
0,04-0,1	popiół	99	0,90	0,92	0,94
0,04-0,1	SiO ₂	5	0,58	0,54	0,74
0,04-0,1	SiO ₂	10	0,65	0,59	0,79
0,04-0,1	SiO ₂	25	0,74	0,67	0,85
0,04-0,1	SiO ₂	50	0,81	0,75	0,89
0,04-0,1	SiO ₂	75	0,84	0,81	0,91
0,04-0,1	SiO ₂	90	0,87	0,86	0,92
0,04-0,1	SiO ₂	95	0,89	0,89	0,93
0,04-0,1	SiO ₂	99	0,90	0,92	0,94
0,04-0,1	gnejs	5	0,46	0,47	0,65
0,04-0,1	gnejs	10	0,51	0,52	0,70
0,04-0,1	gnejs	25	0,62	0,61	0,77
0,04-0,1	gnejs	50	0,72	0,71	0,84

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
0,04–0,1	gnejs	75	0,80	0,79	0,88
0,04–0,1	gnejs	90	0,84	0,85	0,91
0,04–0,1	gnejs	95	0,87	0,88	0,92
0,04–0,1	gnejs	99	0,89	0,91	0,93
0,1–0,25	ruda Cu	5	0,63	0,54	0,82
0,1–0,25	ruda Cu	10	0,69	0,59	0,86
0,1–0,25	ruda Cu	25	0,77	0,67	0,90
0,1–0,25	ruda Cu	50	0,82	0,75	0,92
0,1–0,25	ruda Cu	75	0,84	0,82	0,94
0,1–0,25	ruda Cu	90	0,86	0,87	0,95
0,1–0,25	ruda Cu	95	0,88	0,89	0,96
0,1–0,25	ruda Cu	99	0,89	0,92	0,96
0,1–0,25	popiół	5	0,65	0,51	0,84
0,1–0,25	popiół	10	0,71	0,56	0,88
0,1–0,25	popiół	25	0,78	0,65	0,91
0,1–0,25	popiół	50	0,82	0,74	0,93
0,1–0,25	popiół	75	0,85	0,81	0,94
0,1–0,25	popiół	90	0,87	0,87	0,95
0,1–0,25	popiół	95	0,88	0,89	0,96
0,1–0,25	popiół	99	0,89	0,92	0,96
0,1–0,25	SiO ₂	5	0,60	0,51	0,80
0,1–0,25	SiO ₂	10	0,66	0,56	0,85
0,1–0,25	SiO ₂	25	0,74	0,64	0,89
0,1–0,25	SiO ₂	50	0,80	0,73	0,92
0,1–0,25	SiO ₂	75	0,83	0,80	0,93
0,1–0,25	SiO ₂	90	0,85	0,86	0,94
0,1–0,25	SiO ₂	95	0,87	0,89	0,95
0,1–0,25	SiO ₂	99	0,88	0,92	0,96
0,1–0,25	gnejs	5	0,48	0,44	0,71
0,1–0,25	gnejs	10	0,56	0,49	0,78
0,1–0,25	gnejs	25	0,66	0,59	0,86
0,1–0,25	gnejs	50	0,75	0,69	0,90
0,1–0,25	gnejs	75	0,80	0,77	0,92
0,1–0,25	gnejs	90	0,83	0,84	0,93
0,1–0,25	gnejs	95	0,85	0,88	0,94
0,1–0,25	gnejs	99	0,87	0,91	0,95
0,25–0,5	ruda Cu	5	0,68	0,48	0,87

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
0,25–0,5	ruda Cu	10	0,72	0,54	0,89
0,25–0,5	ruda Cu	25	0,76	0,64	0,92
0,25–0,5	ruda Cu	50	0,80	0,73	0,94
0,25–0,5	ruda Cu	75	0,83	0,81	0,95
0,25–0,5	ruda Cu	90	0,86	0,86	0,96
0,25–0,5	ruda Cu	95	0,87	0,89	0,97
0,25–0,5	ruda Cu	99	0,89	0,92	0,97
0,25–0,5	popiół	5	0,69	0,46	0,89
0,25–0,5	popiół	10	0,74	0,52	0,91
0,25–0,5	popiół	25	0,79	0,62	0,93
0,25–0,5	popiół	50	0,82	0,71	0,95
0,25–0,5	popiół	75	0,85	0,80	0,96
0,25–0,5	popiół	90	0,86	0,85	0,96
0,25–0,5	popiół	95	0,87	0,89	0,97
0,25–0,5	popiół	99	0,89	0,92	0,97
0,25–0,5	SiO ₂	5	0,71	0,54	0,89
0,25–0,5	SiO ₂	10	0,75	0,59	0,91
0,25–0,5	SiO ₂	25	0,80	0,67	0,93
0,25–0,5	SiO ₂	50	0,83	0,74	0,95
0,25–0,5	SiO ₂	75	0,85	0,81	0,96
0,25–0,5	SiO ₂	90	0,87	0,86	0,97
0,25–0,5	SiO ₂	95	0,88	0,89	0,97
0,25–0,5	SiO ₂	99	0,89	0,92	0,98
0,25–0,5	gnejs	5	0,62	0,42	0,84
0,25–0,5	gnejs	10	0,67	0,48	0,87
0,25–0,5	gnejs	25	0,73	0,57	0,91
0,25–0,5	gnejs	50	0,77	0,67	0,93
0,25–0,5	gnejs	75	0,80	0,76	0,94
0,25–0,5	gnejs	90	0,83	0,83	0,95
0,25–0,5	gnejs	95	0,84	0,87	0,96
0,25–0,5	gnejs	99	0,86	0,90	0,96
0,5–1,0	ruda Cu	5	0,68	0,44	0,89
0,5–1,0	ruda Cu	10	0,70	0,49	0,91
0,5–1,0	ruda Cu	25	0,75	0,59	0,93
0,5–1,0	ruda Cu	50	0,79	0,70	0,95
0,5–1,0	ruda Cu	75	0,82	0,79	0,96
0,5–1,0	ruda Cu	90	0,84	0,85	0,97

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
0,5-1,0	ruda Cu	95	0,85	0,88	0,97
0,5-1,0	ruda Cu	99	0,86	0,91	0,98
0,5-1,0	popiół	5	0,68	0,43	0,90
0,5-1,0	popiół	10	0,72	0,49	0,92
0,5-1,0	popiół	25	0,77	0,60	0,94
0,5-1,0	popiół	50	0,81	0,70	0,95
0,5-1,0	popiół	75	0,83	0,79	0,96
0,5-1,0	popiół	90	0,85	0,85	0,97
0,5-1,0	popiół	95	0,86	0,88	0,98
0,5-1,0	popiół	99	0,87	0,92	0,98
0,5-1,0	SiO ₂	5	0,69	0,48	0,89
0,5-1,0	SiO ₂	10	0,72	0,55	0,91
0,5-1,0	SiO ₂	25	0,77	0,64	0,94
0,5-1,0	SiO ₂	50	0,82	0,74	0,96
0,5-1,0	SiO ₂	75	0,86	0,82	0,98
0,5-1,0	SiO ₂	90	0,88	0,87	0,98
0,5-1,0	SiO ₂	95	0,89	0,90	0,99
0,5-1,0	SiO ₂	99	0,90	0,93	0,99
0,5-1,0	gnejs	5	0,66	0,42	0,88
0,5-1,0	gnejs	10	0,69	0,47	0,90
0,5-1,0	gnejs	25	0,73	0,57	0,92
0,5-1,0	gnejs	50	0,77	0,67	0,94
0,5-1,0	gnejs	75	0,80	0,76	0,95
0,5-1,0	gnejs	90	0,82	0,83	0,96
0,5-1,0	gnejs	95	0,83	0,87	0,97
0,5-1,0	gnejs	99	0,84	0,90	0,97

Załącznik 3. Zestawienie zawartości w badanych próbkach klas ziarnowych uzyskanych różnymi metodami pomiarowymi

Klasa ziarnowa [mm]	Surowiec	$x = d$ [μm]	Dynamiczna analiza obrazu (DIA)		Laser (LD)	Analiza sitowa	
			$y = ai$ [%]	AR współczynnik kształtu	$y = ai$ [%]	$x = d$ [μm]	$y = ai$ [%]
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0-0,04	ruda Cu	0,5	0,00		1,81		
0-0,04	ruda Cu	1,0	0,59	0,57	3,76		
0-0,04	ruda Cu	2,0	1,52	0,58	6,13		
0-0,04	ruda Cu	4,0	3,05	0,60	8,61		
0-0,04	ruda Cu	6,0	3,05	0,69	6,00		
0-0,04	ruda Cu	8,0	7,67	0,73	5,68		
0-0,04	ruda Cu	10,0	8,58	0,72	5,89		
0-0,04	ruda Cu	12,0	8,63	0,71	5,96		
0-0,04	ruda Cu	14,0	8,73	0,70	5,99		
0-0,04	ruda Cu	16,0	8,41	0,70	5,93		
0-0,04	ruda Cu	18,0	7,90	0,70	5,78		
0-0,04	ruda Cu	20,0	6,98	0,70	5,50	20	71,31
0-0,04	ruda Cu	22,0	6,18	0,68	5,21		
0-0,04	ruda Cu	24,0	5,63	0,68	4,85		
0-0,04	ruda Cu	25,0	2,40	0,68	2,18	25	7,46
0-0,04	ruda Cu	26,0	2,31	0,68	2,11		
0-0,04	ruda Cu	28,0	4,04	0,68	3,74		
0-0,04	ruda Cu	30,0	3,76	0,69	3,26		
0-0,04	ruda Cu	32,0	2,37	0,69	2,86	32	16,62
0-0,04	ruda Cu	36,0	4,32	0,70	3,98		
0-0,04	ruda Cu	40,0	1,81	0,73	2,45	40	4,62
0-0,04	ruda Cu	45,0	1,26	0,67	1,56		
0-0,04	ruda Cu	56,0	0,54	0,69	0,76		
0-0,04	ruda Cu	60,0	0,07	0,60	0,00		
0-0,04	ruda Cu	63,0	0,06	0,43	0,00		
0-0,04	ruda Cu	71,0	0,14	0,43	0,00		
0-0,04	popiół	0,5	0,00		2,04		
0-0,04	popiół	1,0	0,31	0,58	2,01		
0-0,04	popiół	2,0	0,81	0,58	4,03		
0-0,04	popiół	4,0	1,61	0,58	9,38		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-0,04	popiół	6,0	1,61	0,67	7,82		
0-0,04	popiół	8,0	6,04	0,70	6,75		
0-0,04	popiół	10,0	8,79	0,69	6,16		
0-0,04	popiół	12,0	10,69	0,68	5,79		
0-0,04	popiół	14,0	11,43	0,68	5,57		
0-0,04	popiół	16,0	10,47	0,68	5,35		
0-0,04	popiół	18,0	9,22	0,68	5,11		
0-0,04	popiół	20,0	7,20	0,68	4,78	20	69,60
0-0,04	popiół	22,0	5,66	0,68	4,46		
0-0,04	popiół	24,0	4,62	0,67	4,12		
0-0,04	popiół	25,0	1,83	0,68	1,88	25	5,82
0-0,04	popiół	26,0	1,83	0,70	1,82		
0-0,04	popiół	28,0	2,96	0,68	3,32		
0-0,04	popiół	30,0	2,74	0,69	3,01		
0-0,04	popiół	32,0	1,66	0,68	2,76	32	13,38
0-0,04	popiół	36,0	3,08	0,70	4,45		
0-0,04	popiół	40,0	1,61	0,71	3,38	40	11,20
0-0,04	popiół	45,0	1,53	0,70	2,91		
0-0,04	popiół	56,0	1,96	0,69	2,72		
0-0,04	popiół	60,0	0,53	0,68	0,24		
0-0,04	popiół	63,0	0,18	0,70	0,13		
0-0,04	popiół	71,0	0,41	0,73	0,00		
0-0,04	popiół	80,0	0,50	0,77	0,00		
0-0,04	popiół	90,0	0,34	0,66	0,00		
0-0,04	popiół	100,0	0,05	0,66	0,00		
0-0,04	popiół	120,0	0,33	0,80	0,00		
0-0,04	SiO ₂	0,5	0,00		1,47		
0-0,04	SiO ₂	1,0	0,91	0,57	4,02		
0-0,04	SiO ₂	2,0	2,36	0,58	6,61		
0-0,04	SiO ₂	4,0	4,72	0,60	8,33		
0-0,04	SiO ₂	6,0	4,72	0,67	5,05		
0-0,04	SiO ₂	8,0	9,91	0,70	4,46		
0-0,04	SiO ₂	10,0	9,63	0,69	4,72		
0-0,04	SiO ₂	12,0	8,48	0,65	4,83		
0-0,04	SiO ₂	14,0	7,65	0,64	4,89		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-0,04	SiO ₂	16,0	7,19	0,63	4,93		
0-0,04	SiO ₂	18,0	6,70	0,62	4,93		
0-0,04	SiO ₂	20,0	5,88	0,62	4,85	20	62,05
0-0,04	SiO ₂	22,0	5,13	0,62	4,78		
0-0,04	SiO ₂	24,0	4,63	0,62	4,66		
0-0,04	SiO ₂	25,0	2,05	0,63	2,19	25	7,52
0-0,04	SiO ₂	26,0	2,06	0,63	2,15		
0-0,04	SiO ₂	28,0	3,73	0,62	4,01		
0-0,04	SiO ₂	30,0	3,51	0,64	3,70		
0-0,04	SiO ₂	32,0	2,39	0,63	3,45	32	18,36
0-0,04	SiO ₂	36,0	4,39	0,63	5,55		
0-0,04	SiO ₂	40,0	2,00	0,69	4,10	40	12,08
0-0,04	SiO ₂	45,0	1,38	0,67	3,35		
0-0,04	SiO ₂	56,0	0,46	0,66	2,73		
0-0,04	SiO ₂	60,0	0,00	0,66	0,17		
0-0,04	SiO ₂	63,0	0,03	0,66	0,07		
0-0,04	SiO ₂	71,0	0,09	0,87	0,00		
0-0,04	gnejs	0,5	0,00		1,19		
0-0,04	gnejs	1,0	0,71	0,58	2,46		
0-0,04	gnejs	2,0	1,84	0,57	4,49		
0-0,04	gnejs	4,0	3,68	0,58	7,18		
0-0,04	gnejs	6,0	3,68	0,66	5,77		
0-0,04	gnejs	8,0	8,81	0,69	5,44		
0-0,04	gnejs	10,0	9,12	0,68	5,44		
0-0,04	gnejs	12,0	8,15	0,65	5,37		
0-0,04	gnejs	14,0	7,49	0,64	5,34		
0-0,04	gnejs	16,0	7,31	0,62	5,29		
0-0,04	gnejs	18,0	6,90	0,62	5,15		
0-0,04	gnejs	20,0	5,98	0,62	4,89	20	58,78
0-0,04	gnejs	22,0	5,50	0,61	4,63		
0-0,04	gnejs	24,0	5,18	0,62	4,36		
0-0,04	gnejs	25,0	2,25	0,62	2,01	25	6,58
0-0,04	gnejs	26,0	2,25	0,63	1,96		
0-0,04	gnejs	28,0	3,99	0,62	3,64		
0-0,04	gnejs	30,0	3,81	0,63	3,39		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-0,04	gnejs	32,0	2,88	0,64	3,19	32	22,06
0-0,04	gnejs	36,0	5,26	0,64	5,48		
0-0,04	gnejs	40,0	2,25	0,66	4,43	40	12,58
0-0,04	gnejs	45,0	1,78	0,68	4,08		
0-0,04	gnejs	56,0	1,10	0,61	4,16		
0-0,04	gnejs	60,0	0,08	0,61	0,41		
0-0,1	ruda Cu	0,5	0,00		1,24		
0-0,1	ruda Cu	1,0	0,48	0,57	2,55		
0-0,1	ruda Cu	2,0	1,26	0,58	4,16		
0-0,1	ruda Cu	4,0	2,53	0,61	5,53		
0-0,1	ruda Cu	6,0	2,53	0,69	3,75		
0-0,1	ruda Cu	8,0	2,53	0,73	3,53		
0-0,1	ruda Cu	10,0	2,53	0,72	3,62		
0-0,1	ruda Cu	12,0	2,53	0,71	3,60		
0-0,1	ruda Cu	14,0	2,53	0,70	3,55		
0-0,1	ruda Cu	16,0	2,53	0,70	3,49		
0-0,1	ruda Cu	18,0	2,53	0,70	3,43		
0-0,1	ruda Cu	20,0	2,53	0,69	3,31	20	34,24
0-0,1	ruda Cu	22,0	2,53	0,69	3,19		
0-0,1	ruda Cu	24,0	2,53	0,68	3,01		
0-0,1	ruda Cu	25,0	1,26	0,68	1,37	25	8,56
0-0,1	ruda Cu	26,0	1,26	0,68	1,33		
0-0,1	ruda Cu	28,0	2,53	0,67	2,39		
0-0,1	ruda Cu	30,0	2,53	0,68	2,12		
0-0,1	ruda Cu	32,0	2,53	0,66	1,90	32	7,63
0-0,1	ruda Cu	36,0	5,05	0,66	2,92		
0-0,1	ruda Cu	40,0	5,05	0,64	2,25	40	1,94
0-0,1	ruda Cu	45,0	6,32	0,60	2,31		
0-0,1	ruda Cu	56,0	10,20	0,64	4,87	56	12,23
0-0,1	ruda Cu	60,0	2,83	0,64	2,01		
0-0,1	ruda Cu	63,0	2,55	0,64	1,63		
0-0,1	ruda Cu	71,0	5,93	0,63	4,65	71	16,98
0-0,1	ruda Cu	80,0	5,19	0,65	5,41		
0-0,1	ruda Cu	90,0	5,68	0,67	5,49		
0-0,1	ruda Cu	100,0	3,91	0,66	4,39	100	18,43

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0-0,1	ruda Cu	120,0	6,04	0,69	5,13		
0-0,1	ruda Cu	125,0	0,96	0,64	0,67		
0-0,1	ruda Cu	140,0	0,59	0,68	1,03		
0-0,1	popiół	0,5	0,00		1,33		
0-0,1	popiół	1,0	0,51	0,58	1,32		
0-0,1	popiół	2,0	1,34	0,57	2,64		
0-0,1	popiół	4,0	2,68	0,59	6,08		
0-0,1	popiół	6,0	2,68	0,67	4,89		
0-0,1	popiół	8,0	2,68	0,70	4,10		
0-0,1	popiół	10,0	2,68	0,69	3,72		
0-0,1	popiół	12,0	2,68	0,68	3,46		
0-0,1	popiół	14,0	2,68	0,68	3,32		
0-0,1	popiół	16,0	2,68	0,68	3,24		
0-0,1	popiół	18,0	2,68	0,68	3,17		
0-0,1	popiół	20,0	2,68	0,68	3,03		
0-0,1	popiół	22,0	2,68	0,67	2,87	20	34,13
0-0,1	popiół	24,0	2,68	0,67	2,67		
0-0,1	popiół	25,0	1,34	0,66	1,21	25	8,53
0-0,1	popiół	26,0	1,34	0,68	1,18		
0-0,1	popiół	28,0	2,68	0,66	2,14		
0-0,1	popiół	30,0	2,68	0,65	1,94		
0-0,1	popiół	32,0	2,68	0,65	1,79	32	6,20
0-0,1	popiół	36,0	5,37	0,64	3,06		
0-0,1	popiół	40,0	5,37	0,64	2,71	40	6,22
0-0,1	popiół	45,0	6,71	0,65	3,12		
0-0,1	popiół	56,0	9,83	0,63	6,34	56	11,01
0-0,1	popiół	60,0	1,63	0,67	2,20		
0-0,1	popiół	63,0	1,08	0,68	1,63		
0-0,1	popiół	71,0	4,17	0,64	4,28	71	14,72
0-0,1	popiół	80,0	3,16	0,69	4,62		
0-0,1	popiół	90,0	3,53	0,66	4,66		
0-0,1	popiół	100,0	3,55	0,69	3,98	100	19,19
0-0,1	popiół	120,0	5,44	0,72	5,56		
0-0,1	popiół	125,0	0,14	0,62	0,93		
0-0,1	popiół	140,0	3,47	0,71	1,80		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-0,1	popiół	160,0	3,51	0,72	0,82		
0-0,1	popiół	180,0	1,01	0,80	0,19		
0-0,1	SiO ₂	0,5	0,01	0,57	1,08		
0-0,1	SiO ₂	1,0	0,43	0,58	2,72		
0-0,1	SiO ₂	2,0	1,13	0,58	4,42		
0-0,1	SiO ₂	4,0	2,26	0,60	5,38		
0-0,1	SiO ₂	6,0	2,26	0,67	3,28		
0-0,1	SiO ₂	8,0	2,26	0,71	2,89		
0-0,1	SiO ₂	10,0	2,26	0,69	2,95		
0-0,1	SiO ₂	12,0	2,26	0,65	3,03		
0-0,1	SiO ₂	14,0	2,26	0,64	3,14		
0-0,1	SiO ₂	16,0	2,26	0,63	3,25		
0-0,1	SiO ₂	18,0	2,26	0,63	3,27		
0-0,1	SiO ₂	20,0	2,26	0,62	3,21	20	27,38
0-0,1	SiO ₂	22,0	2,26	0,62	3,10		
0-0,1	SiO ₂	24,0	2,26	0,61	2,93		
0-0,1	SiO ₂	25,0	1,13	0,61	1,35	25	6,85
0-0,1	SiO ₂	26,0	1,13	0,62	1,31		
0-0,1	SiO ₂	28,0	2,26	0,62	2,40		
0-0,1	SiO ₂	30,0	2,26	0,61	2,20		
0-0,1	SiO ₂	32,0	2,26	0,63	2,04	32	10,11
0-0,1	SiO ₂	36,0	4,52	0,61	3,51		
0-0,1	SiO ₂	40,0	4,52	0,62	3,04	40	3,95
0-0,1	SiO ₂	45,0	5,65	0,60	3,37		
0-0,1	SiO ₂	56,0	9,04	0,61	6,30	56	9,82
0-0,1	SiO ₂	60,0	2,50	0,60	2,04		
0-0,1	SiO ₂	63,0	2,13	0,64	1,50		
0-0,1	SiO ₂	71,0	4,80	0,62	3,91	71	12,77
0-0,1	SiO ₂	80,0	7,03	0,64	4,29		
0-0,1	SiO ₂	90,0	8,35	0,66	4,51		
0-0,1	SiO ₂	100,0	5,23	0,68	3,99	100	29,12
0-0,1	SiO ₂	120,0	7,90	0,70	5,76		
0-0,1	SiO ₂	125,0	0,90	0,71	0,97		
0-0,1	SiO ₂	140,0	1,96	0,68	1,88		
0-0,1	gnejs	0,5	0,00		0,81		

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0-0,1	gnejs	1,0	0,45	0,58	1,56		
0-0,1	gnejs	2,0	1,18	0,57	2,81		
0-0,1	gnejs	4,0	2,36	0,58	4,46		
0-0,1	gnejs	6,0	2,36	0,66	3,53		
0-0,1	gnejs	8,0	2,36	0,68	3,39		
0-0,1	gnejs	10,0	2,36	0,68	3,38		
0-0,1	gnejs	12,0	2,36	0,64	3,34		
0-0,1	gnejs	14,0	2,36	0,63	3,34		
0-0,1	gnejs	16,0	2,36	0,62	3,34		
0-0,1	gnejs	18,0	2,36	0,61	3,27		
0-0,1	gnejs	20,0	2,36	0,61	3,13	20	27,86
0-0,1	gnejs	22,0	2,36	0,61	2,95		
0-0,1	gnejs	24,0	2,36	0,60	2,74		
0-0,1	gnejs	25,0	1,18	0,61	1,25	25	6,97
0-0,1	gnejs	26,0	1,18	0,61	1,22		
0-0,1	gnejs	28,0	2,36	0,59	2,25		
0-0,1	gnejs	30,0	2,36	0,60	2,10		
0-0,1	gnejs	32,0	2,36	0,59	1,99	32	9,00
0-0,1	gnejs	36,0	4,73	0,59	3,65		
0-0,1	gnejs	40,0	4,73	0,58	3,41	40	5,34
0-0,1	gnejs	45,0	5,91	0,60	4,05		
0-0,1	gnejs	56,0	9,96	0,59	7,91	56	14,93
0-0,1	gnejs	60,0	2,43	0,59	2,49		
0-0,1	gnejs	63,0	1,87	0,62	1,75		
0-0,1	gnejs	71,0	5,13	0,63	4,30	71	14,53
0-0,1	gnejs	80,0	5,17	0,63	4,29		
0-0,1	gnejs	90,0	7,31	0,66	4,14		
0-0,1	gnejs	100,0	4,80	0,64	3,56	100	21,37
0-0,1	gnejs	120,0	6,95	0,67	5,25		
0-0,1	gnejs	125,0	0,97	0,80	0,94		
0-0,1	gnejs	140,0	2,68	0,58	1,96		
0-0,1	gnejs	160,0	0,28	0,89	1,07		
0-0,25	ruda Cu	0,5	0,00		0,93		
0-0,25	ruda Cu	1,0	0,00		1,93		
0-0,25	ruda Cu	2,0	0,04	0,59	3,04		

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0-0,25	ruda Cu	4,0	1,27	0,68	4,10		
0-0,25	ruda Cu	6,0	1,31	0,67	2,70		
0-0,25	ruda Cu	8,0	1,31	0,70	2,48		
0-0,25	ruda Cu	10,0	1,31	0,71	2,55		
0-0,25	ruda Cu	12,0	1,31	0,71	2,55		
0-0,25	ruda Cu	14,0	1,31	0,71	2,51		
0-0,25	ruda Cu	16,0	1,31	0,71	2,45		
0-0,25	ruda Cu	18,0	1,31	0,71	2,39		
0-0,25	ruda Cu	20,0	1,31	0,71	2,29	20	19,72
0-0,25	ruda Cu	22,0	1,31	0,70	2,16		
0-0,25	ruda Cu	24,0	1,31	0,71	1,99		
0-0,25	ruda Cu	25,0	0,66	0,71	0,89	25	4,93
0-0,25	ruda Cu	26,0	0,66	0,71	0,85		
0-0,25	ruda Cu	28,0	1,31	0,71	1,53		
0-0,25	ruda Cu	30,0	1,31	0,71	1,36		
0-0,25	ruda Cu	32,0	1,31	0,69	1,23	32	2,34
0-0,25	ruda Cu	36,0	2,62	0,66	2,04		
0-0,25	ruda Cu	40,0	2,62	0,65	1,77	40	2,67
0-0,25	ruda Cu	45,0	3,27	0,65	1,95		
0-0,25	ruda Cu	56,0	5,74	0,64	3,91	56	8,78
0-0,25	ruda Cu	60,0	1,86	0,66	1,37		
0-0,25	ruda Cu	63,0	1,33	0,66	1,03		
0-0,25	ruda Cu	71,0	3,31	0,66	2,73	71	8,23
0-0,25	ruda Cu	80,0	3,65	0,67	3,03		
0-0,25	ruda Cu	90,0	3,97	0,65	3,14		
0-0,25	ruda Cu	100,0	3,27	0,68	2,83	100	12,88
0-0,25	ruda Cu	120,0	6,72	0,68	4,85		
0-0,25	ruda Cu	125,0	2,05	0,69	1,09		
0-0,25	ruda Cu	140,0	6,79	0,69	3,19		
0-0,25	ruda Cu	160,0	9,23	0,71	4,47	160	20,30
0-0,25	ruda Cu	180,0	8,58	0,74	4,79		
0-0,25	ruda Cu	200,0	5,66	0,73	4,80		
0-0,25	ruda Cu	220,0	3,65	0,68	4,22		
0-0,25	ruda Cu	250,0	3,01	0,60	4,52	250	20,16
0-0,25	ruda Cu	280,0	1,26	0,77	2,52		

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0-0,25	ruda Cu	300,0	0,57	0,77	0,88		
0-0,25	ruda Cu	315,0	0,29	0,53	0,35		
0-0,25	popiół	0,5	0,00		1,10		
0-0,25	popiół	1,0	0,00		1,25		
0-0,25	popiół	2,0	0,03	0,59	2,57		
0-0,25	popiół	4,0	1,31	0,68	6,01		
0-0,25	popiół	6,0	1,35	0,66	4,38		
0-0,25	popiół	8,0	1,35	0,69	3,16		
0-0,25	popiół	10,0	1,35	0,69	2,62		
0-0,25	popiół	12,0	1,35	0,69	2,33		
0-0,25	popiół	14,0	1,35	0,69	2,15		
0-0,25	popiół	16,0	1,35	0,69	2,04		
0-0,25	popiół	18,0	1,35	0,69	2,00		
0-0,25	popiół	20,0	1,35	0,69	1,94	20	16,85
0-0,25	popiół	22,0	1,35	0,69	1,86		
0-0,25	popiół	24,0	1,35	0,69	1,76		
0-0,25	popiół	25,0	0,68	0,68	0,81	25	4,21
0-0,25	popiół	26,0	0,68	0,68	0,78		
0-0,25	popiół	28,0	1,35	0,68	1,42		
0-0,25	popiół	30,0	1,35	0,68	1,29		
0-0,25	popiół	32,0	1,35	0,67	1,18	32	2,76
0-0,25	popiół	36,0	2,70	0,67	2,04		
0-0,25	popiół	40,0	2,70	0,68	1,83	40	3,15
0-0,25	popiół	45,0	3,36	0,67	2,11		
0-0,25	popiół	56,0	5,68	0,67	4,47	56	8,43
0-0,25	popiół	60,0	1,55	0,68	1,61		
0-0,25	popiół	63,0	1,06	0,67	1,19		
0-0,25	popiół	71,0	2,57	0,67	3,13	71	7,90
0-0,25	popiół	80,0	2,60	0,65	3,33		
0-0,25	popiół	90,0	2,77	0,67	3,19		
0-0,25	popiół	100,0	2,73	0,69	2,63	100	11,55
0-0,25	popiół	120,0	6,11	0,68	3,85		
0-0,25	popiół	125,0	1,66	0,67	0,76		
0-0,25	popiół	140,0	4,35	0,67	2,16		
0-0,25	popiół	160,0	5,51	0,68	3,27	160	18,04

1	2	3	4	5	6	7	8
0-0,25	popiół	180,0	5,63	0,70	4,03		
0-0,25	popiół	200,0	4,50	0,70	4,55		
0-0,25	popiół	220,0	4,06	0,67	4,38		
0-0,25	popiół	250,0	6,00	0,63	5,10	250	27,11
0-0,25	popiół	280,0	4,71	0,67	3,08		
0-0,25	popiół	300,0	2,73	0,73	1,15		
0-0,25	popiół	315,0	2,09	0,73	0,49		
0-0,25	popiół	350,0	3,41	0,69	0,55		
0-0,25	popiół	400,0	0,23	0,69	0,22		
0-0,25	popiół	450,0	0,56	0,69	0,22		
0-0,25	popiół	500,0	0,61	0,69	0,00		
0-0,25	SiO ₂	0,5	0,00		0,86		
0-0,25	SiO ₂	1,0	0,00		2,04		
0-0,25	SiO ₂	2,0	0,05	0,59	3,33		
0-0,25	SiO ₂	4,0	1,23	0,68	3,94		
0-0,25	SiO ₂	6,0	1,27	0,65	2,37		
0-0,25	SiO ₂	8,0	1,27	0,68	2,20		
0-0,25	SiO ₂	10,0	1,27	0,68	2,22		
0-0,25	SiO ₂	12,0	1,27	0,68	2,19		
0-0,25	SiO ₂	14,0	1,27	0,67	2,20		
0-0,25	SiO ₂	16,0	1,27	0,67	2,25		
0-0,25	SiO ₂	18,0	1,27	0,66	2,30		
0-0,25	SiO ₂	20,0	1,27	0,66	2,30	20	17,05
0-0,25	SiO ₂	22,0	1,27	0,66	2,26		
0-0,25	SiO ₂	24,0	1,27	0,67	2,17		
0-0,25	SiO ₂	25,0	0,64	0,66	1,00	25	4,26
0-0,25	SiO ₂	26,0	0,64	0,67	0,97		
0-0,25	SiO ₂	28,0	1,27	0,67	1,78		
0-0,25	SiO ₂	30,0	1,27	0,67	1,63		
0-0,25	SiO ₂	32,0	1,27	0,66	1,50	32	3,69
0-0,25	SiO ₂	36,0	2,54	0,65	2,56		
0-0,25	SiO ₂	40,0	2,54	0,64	2,23	40	4,22
0-0,25	SiO ₂	45,0	3,17	0,63	2,42		
0-0,25	SiO ₂	56,0	5,26	0,63	4,51	56	7,53
0-0,25	SiO ₂	60,0	1,59	0,64	1,46		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-0,25	SiO ₂	63,0	1,21	0,64	1,06		
0-0,25	SiO ₂	71,0	3,06	0,65	2,72	71	7,05
0-0,25	SiO ₂	80,0	3,69	0,67	2,93		
0-0,25	SiO ₂	90,0	4,68	0,66	2,98		
0-0,25	SiO ₂	100,0	4,06	0,62	2,66	100	15,85
0-0,25	SiO ₂	120,0	7,28	0,66	4,36		
0-0,25	SiO ₂	125,0	1,77	0,65	0,93		
0-0,25	SiO ₂	140,0	4,61	0,65	2,60		
0-0,25	SiO ₂	160,0	6,31	0,66	3,58	160	15,79
0-0,25	SiO ₂	180,0	5,69	0,70	4,07		
0-0,25	SiO ₂	200,0	7,60	0,73	4,44		
0-0,25	SiO ₂	220,0	4,94	0,74	4,24		
0-0,25	SiO ₂	250,0	5,06	0,65	4,97	250	24,55
0-0,25	SiO ₂	280,0	2,68	0,77	3,05		
0-0,25	SiO ₂	300,0	1,34	0,70	1,15		
0-0,25	SiO ₂	315,0	0,93	0,70	0,50		
0-0,25	gnejs	0,5	0,00		0,61		
0-0,25	gnejs	1,0	0,00		1,14		
0-0,25	gnejs	2,0	0,05	0,58	2,10		
0-0,25	gnejs	4,0	1,33	0,66	3,36		
0-0,25	gnejs	6,0	1,37	0,64	2,75		
0-0,25	gnejs	8,0	1,37	0,67	2,66		
0-0,25	gnejs	10,0	1,37	0,67	2,60		
0-0,25	gnejs	12,0	1,37	0,67	2,57		
0-0,25	gnejs	14,0	1,37	0,66	2,58		
0-0,25	gnejs	16,0	1,37	0,65	2,55		
0-0,25	gnejs	18,0	1,37	0,65	2,47		
0-0,25	gnejs	20,0	1,37	0,64	2,32	20	16,67
0-0,25	gnejs	22,0	1,37	0,65	2,13		
0-0,25	gnejs	24,0	1,37	0,64	1,95		
0-0,25	gnejs	25,0	0,69	0,65	0,88	25	4,17
0-0,25	gnejs	26,0	0,69	0,64	0,84		
0-0,25	gnejs	28,0	1,37	0,64	1,56		
0-0,25	gnejs	30,0	1,37	0,64	1,46		
0-0,25	gnejs	32,0	1,37	0,64	1,39	32	3,87

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0-0,25	gnejs	36,0	2,74	0,63	2,67		
0-0,25	gnejs	40,0	2,74	0,62	2,65	40	4,42
0-0,25	gnejs	45,0	3,42	0,62	3,21		
0-0,25	gnejs	56,0	6,19	0,61	6,36	56	10,32
0-0,25	gnejs	60,0	1,91	0,62	1,98		
0-0,25	gnejs	63,0	1,38	0,61	1,38		
0-0,25	gnejs	71,0	3,41	0,63	3,32	71	9,68
0-0,25	gnejs	80,0	3,37	0,61	3,23		
0-0,25	gnejs	90,0	3,45	0,62	2,98		
0-0,25	gnejs	100,0	3,60	0,66	2,49	100	11,27
0-0,25	gnejs	120,0	6,09	0,62	3,88		
0-0,25	gnejs	125,0	1,35	0,60	0,80		
0-0,25	gnejs	140,0	4,63	0,63	2,22		
0-0,25	gnejs	160,0	5,23	0,65	3,09	160	15,29
0-0,25	gnejs	180,0	5,61	0,67	3,61		
0-0,25	gnejs	200,0	4,62	0,66	4,02		
0-0,25	gnejs	220,0	4,68	0,68	3,91		
0-0,25	gnejs	250,0	6,62	0,80	4,66	250	24,31
0-0,25	gnejs	280,0	3,04	0,61	2,91		
0-0,25	gnejs	300,0	1,71	0,71	1,12		
0-0,25	gnejs	315,0	1,05	0,71	0,50		
0-0,25	gnejs	350,0	1,87	0,71	0,58		
0-0,25	gnejs	400,0	0,85	0,71	0,25		
0-0,5	ruda Cu	0,5	0,00		0,80		
0-0,5	ruda Cu	1,0	0,00		1,64		
0-0,5	ruda Cu	2,0	0,02	0,57	2,62		
0-0,5	ruda Cu	4,0	1,00	0,66	3,46		
0-0,5	ruda Cu	6,0	1,04	0,64	2,31		
0-0,5	ruda Cu	8,0	1,04	0,69	2,26		
0-0,5	ruda Cu	10,0	1,04	0,71	2,24		
0-0,5	ruda Cu	12,0	1,04	0,72	2,10		
0-0,5	ruda Cu	14,0	1,04	0,73	2,02		
0-0,5	ruda Cu	16,0	1,04	0,74	2,01		
0-0,5	ruda Cu	18,0	1,04	0,73	2,00		
0-0,5	ruda Cu	20,0	1,04	0,72	1,95	20	17,18

1	2	3	4	5	6	7	8
0-0,5	ruda Cu	22,0	1,04	0,71	1,82		
0-0,5	ruda Cu	24,0	1,04	0,73	1,62		
0-0,5	ruda Cu	25,0	0,52	0,73	0,77	25	4,30
0-0,5	ruda Cu	26,0	0,52	0,72	0,68		
0-0,5	ruda Cu	28,0	1,04	0,72	1,30		
0-0,5	ruda Cu	30,0	1,04	0,72	1,15		
0-0,5	ruda Cu	32,0	1,04	0,71	0,94	32	1,92
0-0,5	ruda Cu	36,0	2,08	0,69	1,63		
0-0,5	ruda Cu	40,0	2,08	0,67	1,39	40	2,19
0-0,5	ruda Cu	45,0	2,60	0,67	1,58		
0-0,5	ruda Cu	56,0	4,79	0,67	3,26	56	7,14
0-0,5	ruda Cu	60,0	1,65	0,68	1,17		
0-0,5	ruda Cu	63,0	1,22	0,68	0,88		
0-0,5	ruda Cu	71,0	3,19	0,69	2,29	71	6,70
0-0,5	ruda Cu	80,0	3,45	0,70	2,50		
0-0,5	ruda Cu	90,0	3,67	0,68	2,67		
0-0,5	ruda Cu	100,0	3,02	0,67	2,50	100	10,21
0-0,5	ruda Cu	120,0	5,07	0,68	4,35		
0-0,5	ruda Cu	125,0	1,26	0,69	0,98		
0-0,5	ruda Cu	140,0	3,90	0,71	2,65		
0-0,5	ruda Cu	160,0	5,23	0,69	3,13	160	11,87
0-0,5	ruda Cu	180,0	3,92	0,69	2,80		
0-0,5	ruda Cu	200,0	2,91	0,68	2,48		
0-0,5	ruda Cu	220,0	2,27	0,71	2,24		
0-0,5	ruda Cu	250,0	3,58	0,75	2,99	250	15,64
0-0,5	ruda Cu	280,0	3,34	0,66	2,72		
0-0,5	ruda Cu	300,0	3,02	0,72	1,82		
0-0,5	ruda Cu	315,0	2,13	0,68	1,38	315	10,41
0-0,5	ruda Cu	350,0	2,23	0,71	3,42		
0-0,5	ruda Cu	400,0	3,68	0,68	4,95		
0-0,5	ruda Cu	450,0	5,73	0,77	4,26		
0-0,5	ruda Cu	500,0	4,40	0,81	3,03	500	12,45
0-0,5	ruda Cu	560,0	2,07	0,81	2,01		
0-0,5	ruda Cu	600,0	1,85	0,81	0,57		
0-0,5	popiół	0,5	0,00		0,96		

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0-0,5	popiół	1,0	0,00		1,09		
0-0,5	popiół	2,0	0,02	0,57	2,33		
0-0,5	popiół	4,0	1,31	0,65	5,09		
0-0,5	popiół	6,0	1,36	0,63	3,49		
0-0,5	popiół	8,0	1,36	0,67	2,59		
0-0,5	popiół	10,0	1,36	0,69	2,21		
0-0,5	popiół	12,0	1,36	0,70	1,95		
0-0,5	popiół	14,0	1,36	0,71	1,80		
0-0,5	popiół	16,0	1,36	0,71	1,75		
0-0,5	popiół	18,0	1,36	0,71	1,71		
0-0,5	popiół	20,0	1,36	0,70	1,67	20	16,56
0-0,5	popiół	22,0	1,36	0,69	1,57		
0-0,5	popiół	24,0	1,36	0,71	1,43		
0-0,5	popiół	25,0	0,68	0,70	0,68	25	4,14
0-0,5	popiół	26,0	0,68	0,70	0,63		
0-0,5	popiół	28,0	1,36	0,70	1,21		
0-0,5	popiół	30,0	1,36	0,69	1,11		
0-0,5	popiół	32,0	1,36	0,69	0,96	32	2,52
0-0,5	popiół	36,0	2,71	0,69	1,74		
0-0,5	popiół	40,0	2,71	0,69	1,60	40	2,89
0-0,5	popiół	45,0	3,40	0,69	1,93		
0-0,5	popiół	56,0	6,17	0,69	4,03	56	6,56
0-0,5	popiół	60,0	1,89	0,69	1,40		
0-0,5	popiół	63,0	1,30	0,70	1,02		
0-0,5	popiół	71,0	3,24	0,70	2,52	71	6,15
0-0,5	popiół	80,0	3,20	0,70	2,54		
0-0,5	popiół	90,0	3,26	0,69	2,53		
0-0,5	popiół	100,0	3,24	0,69	2,25	100	10,20
0-0,5	popiół	120,0	5,67	0,68	3,78		
0-0,5	popiół	125,0	1,31	0,69	0,84		
0-0,5	popiół	140,0	3,06	0,68	2,29		
0-0,5	popiół	160,0	3,55	0,69	2,73	160	10,44
0-0,5	popiół	180,0	2,86	0,70	2,45		
0-0,5	popiół	200,0	2,64	0,69	2,14		
0-0,5	popiół	220,0	2,03	0,68	1,86		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-0,5	popiół	250,0	2,51	0,67	2,34	250	15,22
0-0,5	popiół	280,0	3,25	0,70	2,07		
0-0,5	popiół	300,0	1,59	0,72	1,44		
0-0,5	popiół	315,0	1,19	0,74	1,12	315	10,40
0-0,5	popiół	350,0	3,18	0,78	3,06		
0-0,5	popiół	400,0	4,02	0,73	5,01		
0-0,5	popiół	450,0	3,75	0,72	4,73		
0-0,5	popiół	500,0	1,15	0,78	3,65	500	14,92
0-0,5	popiół	560,0	3,46	0,78	2,63		
0-0,5	popiół	600,0	3,15	0,78	0,83		
0-0,5	popiół	630,0	0,18	0,78	0,41		
0-0,5	SiO ₂	0,5	0,00		0,74		
0-0,5	SiO ₂	1,0	0,00		1,73		
0-0,5	SiO ₂	2,0	0,03	0,57	2,76		
0-0,5	SiO ₂	4,0	0,92	0,65	3,23		
0-0,5	SiO ₂	6,0	0,96	0,62	2,01		
0-0,5	SiO ₂	8,0	0,96	0,67	1,80		
0-0,5	SiO ₂	10,0	0,96	0,68	1,79		
0-0,5	SiO ₂	12,0	0,96	0,70	1,81		
0-0,5	SiO ₂	14,0	0,96	0,71	1,89		
0-0,5	SiO ₂	16,0	0,96	0,70	1,99		
0-0,5	SiO ₂	18,0	0,96	0,70	2,04		
0-0,5	SiO ₂	20,0	0,96	0,69	2,05	20	14,34
0-0,5	SiO ₂	22,0	0,96	0,68	1,96		
0-0,5	SiO ₂	24,0	0,96	0,69	1,80		
0-0,5	SiO ₂	25,0	0,48	0,69	0,87	25	3,58
0-0,5	SiO ₂	26,0	0,48	0,69	0,81		
0-0,5	SiO ₂	28,0	0,96	0,69	1,57		
0-0,5	SiO ₂	30,0	0,96	0,69	1,45		
0-0,5	SiO ₂	32,0	0,96	0,69	1,24	32	3,14
0-0,5	SiO ₂	36,0	1,91	0,68	2,22		
0-0,5	SiO ₂	40,0	1,91	0,67	1,92	40	3,58
0-0,5	SiO ₂	45,0	2,39	0,66	2,12		
0-0,5	SiO ₂	56,0	4,09	0,66	3,92	56	6,34
0-0,5	SiO ₂	60,0	1,26	0,66	1,27		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-0,5	SiO ₂	63,0	0,95	0,66	0,91		
0-0,5	SiO ₂	71,0	2,46	0,68	2,27	71	5,94
0-0,5	SiO ₂	80,0	2,85	0,69	2,39		
0-0,5	SiO ₂	90,0	3,40	0,69	2,55		
0-0,5	SiO ₂	100,0	3,43	0,68	2,43	100	13,28
0-0,5	SiO ₂	120,0	5,35	0,67	4,35		
0-0,5	SiO ₂	125,0	1,16	0,66	0,99		
0-0,5	SiO ₂	140,0	2,70	0,67	2,66		
0-0,5	SiO ₂	160,0	3,46	0,68	3,01	160	10,27
0-0,5	SiO ₂	180,0	3,25	0,67	2,52		
0-0,5	SiO ₂	200,0	3,22	0,68	2,05		
0-0,5	SiO ₂	220,0	3,24	0,67	1,72		
0-0,5	SiO ₂	250,0	3,95	0,71	2,14	250	15,45
0-0,5	SiO ₂	280,0	3,65	0,71	1,91		
0-0,5	SiO ₂	300,0	2,26	0,71	1,35		
0-0,5	SiO ₂	315,0	1,87	0,72	1,06	315	7,23
0-0,5	SiO ₂	350,0	4,89	0,75	2,92		
0-0,5	SiO ₂	400,0	7,02	0,74	4,85		
0-0,5	SiO ₂	450,0	4,52	0,78	4,62		
0-0,5	SiO ₂	500,0	6,43	0,82	3,60	500	16,85
0-0,5	SiO ₂	560,0	3,21	0,82	2,61		
0-0,5	SiO ₂	600,0	0,79	0,82	0,84		
0-0,5	gnejs	0,5	0,00		0,57		
0-0,5	gnejs	1,0	0,00		1,00		
0-0,5	gnejs	2,0	0,02	0,56	1,82		
0-0,5	gnejs	4,0	1,04	0,64	2,82		
0-0,5	gnejs	6,0	1,07	0,62	2,31		
0-0,5	gnejs	8,0	1,07	0,66	2,17		
0-0,5	gnejs	10,0	1,07	0,68	2,19		
0-0,5	gnejs	12,0	1,07	0,70	2,18		
0-0,5	gnejs	14,0	1,07	0,70	2,19		
0-0,5	gnejs	16,0	1,07	0,70	2,19		
0-0,5	gnejs	18,0	1,07	0,69	2,13		
0-0,5	gnejs	20,0	1,07	0,67	2,04	20	14,20
0-0,5	gnejs	22,0	1,07	0,66	1,87		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-0,5	gnejs	24,0	1,07	0,68	1,68		
0-0,5	gnejs	25,0	0,53	0,67	0,80	25	3,55
0-0,5	gnejs	26,0	0,53	0,67	0,74		
0-0,5	gnejs	28,0	1,07	0,67	1,44		
0-0,5	gnejs	30,0	1,07	0,67	1,36		
0-0,5	gnejs	32,0	1,07	0,67	1,23	32	3,58
0-0,5	gnejs	36,0	2,13	0,65	2,32		
0-0,5	gnejs	40,0	2,13	0,65	2,25	40	4,09
0-0,5	gnejs	45,0	2,67	0,64	2,73		
0-0,5	gnejs	56,0	5,04	0,64	5,33	56	7,85
0-0,5	gnejs	60,0	1,65	0,64	1,69		
0-0,5	gnejs	63,0	1,14	0,65	1,18		
0-0,5	gnejs	71,0	2,94	0,65	2,74	71	7,36
0-0,5	gnejs	80,0	2,91	0,66	2,58		
0-0,5	gnejs	90,0	2,98	0,64	2,49		
0-0,5	gnejs	100,0	2,75	0,65	2,22	100	9,56
0-0,5	gnejs	120,0	4,31	0,63	3,81		
0-0,5	gnejs	125,0	0,99	0,64	0,87		
0-0,5	gnejs	140,0	2,84	0,64	2,36		
0-0,5	gnejs	160,0	3,19	0,66	2,80	160	9,74
0-0,5	gnejs	180,0	3,04	0,62	2,48		
0-0,5	gnejs	200,0	2,67	0,61	2,13		
0-0,5	gnejs	220,0	2,30	0,65	1,83		
0-0,5	gnejs	250,0	3,98	0,66	2,21	250	16,08
0-0,5	gnejs	280,0	2,81	0,65	1,78		
0-0,5	gnejs	300,0	2,18	0,62	1,13		
0-0,5	gnejs	315,0	1,73	0,67	0,85	315	9,41
0-0,5	gnejs	350,0	3,80	0,65	2,30		
0-0,5	gnejs	400,0	4,34	0,63	4,00		
0-0,5	gnejs	450,0	5,24	0,67	4,10		
0-0,5	gnejs	500,0	3,75	0,70	3,44	500	14,56
0-0,5	gnejs	560,0	5,51	0,81	2,72		
0-0,5	gnejs	600,0	2,23	0,81	0,98		
0-0,5	gnejs	630,0	1,54	0,81	0,51		
0-0,5	gnejs	650,0	1,02	0,81	0,24		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-0,5	gnejs	710,0	0,22		0,41		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	0,5	0,00		1,20		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	1,0	0,00		2,13		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	2,0	0,00		3,50		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	4,0	0,05	0,58	5,12		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	6,0	0,10	0,59	3,78		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	8,0	1,39	0,68	3,66		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	10,0	1,53	0,67	3,73		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	12,0	1,53	0,58	3,76		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	14,0	1,53	0,64	3,75		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	16,0	1,53	0,66	3,70		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	18,0	1,53	0,68	3,63		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	20,0	1,53	0,70	3,49	20	31,00
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	22,0	1,53	0,71	3,24		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	24,0	1,53	0,69	2,94		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	25,0	0,77	0,73	1,37	25	7,75
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	26,0	0,77	0,74	1,27		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	28,0	1,53	0,75	2,36		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	30,0	1,53	0,75	2,04		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	32,0	1,53	0,74	1,86	32	3,15
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	36,0	3,07	0,73	3,12		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	40,0	3,07	0,73	2,55	40	3,60
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	45,0	3,83	0,73	2,61		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	56,0	7,21	0,73	4,48	56	9,09
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	60,0	2,14	0,73	1,38		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	63,0	1,71	0,74	1,01		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	71,0	5,02	0,76	2,53	71	8,52
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	80,0	6,01	0,74	2,73		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	90,0	6,37	0,75	2,89		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	100,0	5,47	0,76	2,64	100	11,97
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	120,0	7,83	0,76	4,22		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	125,0	1,37	0,77	0,89		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	140,0	2,35	0,79	1,98		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	160,0	2,77	0,74	1,84	160	5,49
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	180,0	2,31	0,71	1,41		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	200,0	2,07	0,77	1,29		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	220,0	1,63	0,79	1,29		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	250,0	1,76	0,77	1,80	250	5,78
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	280,0	1,87	0,79	1,34		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	300,0	1,27	0,73	0,60		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	315,0	0,93	0,67	0,31	315	3,92
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	350,0	1,84	0,79	0,42		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	400,0	2,18	0,79	0,15		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	450,0	0,99	0,91	0,00		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	500,0	1,58	0,91	0,00	500	4,99
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	560,0	1,13	0,91	0,00		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	600,0	0,00		0,00		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	630,0	0,18	0,83	0,00		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	650,0	0,13	0,69	0,00		
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	710,0	0,03		0,00	710	2,22
0-1 drobnoziarnista	ruda Cu	800,0	0,85	0,69	0,00		
0-1 drobnoziarnista	popiół	0,5	0,00		1,51		
0-1 drobnoziarnista	popiół	1,0	0,00		1,41		
0-1 drobnoziarnista	popiół	2,0	0,00		2,73		
0-1 drobnoziarnista	popiół	4,0	0,04	0,57	6,18		
0-1 drobnoziarnista	popiół	6,0	0,10	0,58	5,09		
0-1 drobnoziarnista	popiół	8,0	1,31	0,67	4,61		
0-1 drobnoziarnista	popiół	10,0	1,45	0,66	4,33		
0-1 drobnoziarnista	popiół	12,0	1,45	0,57	4,04		
0-1 drobnoziarnista	popiół	14,0	1,45	0,63	3,80		
0-1 drobnoziarnista	popiół	16,0	1,45	0,65	3,60		
0-1 drobnoziarnista	popiół	18,0	1,45	0,67	3,49		
0-1 drobnoziarnista	popiół	20,0	1,45	0,68	3,34	20	31,42
0-1 drobnoziarnista	popiół	22,0	1,45	0,70	3,10		
0-1 drobnoziarnista	popiół	24,0	1,45	0,67	2,81		
0-1 drobnoziarnista	popiół	25,0	0,73	0,72	1,31	25	7,86
0-1 drobnoziarnista	popiół	26,0	0,73	0,73	1,22		
0-1 drobnoziarnista	popiół	28,0	1,45	0,73	2,25		
0-1 drobnoziarnista	popiół	30,0	1,45	0,73	1,94		
0-1 drobnoziarnista	popiół	32,0	1,45	0,73	1,77	32	4,19

1	2	3	4	5	6	7	8
0-1 drobnoziarnista	popiół	36,0	2,91	0,73	3,00		
0-1 drobnoziarnista	popiół	40,0	2,91	0,74	2,51	40	4,79
0-1 drobnoziarnista	popiół	45,0	3,63	0,74	2,68		
0-1 drobnoziarnista	popiół	56,0	8,72	0,73	4,90	56	8,33
0-1 drobnoziarnista	popiół	60,0	3,00	0,73	1,55		
0-1 drobnoziarnista	popiół	63,0	2,22	0,74	1,13		
0-1 drobnoziarnista	popiół	71,0	5,70	0,75	2,77	71	7,81
0-1 drobnoziarnista	popiół	80,0	6,01	0,75	2,82		
0-1 drobnoziarnista	popiół	90,0	5,77	0,76	2,78		
0-1 drobnoziarnista	popiół	100,0	4,64	0,75	2,39	100	12,12
0-1 drobnoziarnista	popiół	120,0	7,71	0,75	3,66		
0-1 drobnoziarnista	popiół	125,0	1,53	0,74	0,77		
0-1 drobnoziarnista	popiół	140,0	2,54	0,75	1,75		
0-1 drobnoziarnista	popiół	160,0	2,29	0,74	1,73	160	4,76
0-1 drobnoziarnista	popiół	180,0	1,87	0,71	1,37		
0-1 drobnoziarnista	popiół	200,0	1,61	0,72	1,19		
0-1 drobnoziarnista	popiół	220,0	1,33	0,70	1,07		
0-1 drobnoziarnista	popiół	250,0	1,58	0,75	1,37	250	5,51
0-1 drobnoziarnista	popiół	280,0	1,53	0,78	0,94		
0-1 drobnoziarnista	popiół	300,0	1,51	0,73	0,41		
0-1 drobnoziarnista	popiół	315,0	1,18	0,72	0,22	315	3,29
0-1 drobnoziarnista	popiół	350,0	2,10	0,71	0,30		
0-1 drobnoziarnista	popiół	400,0	1,82	0,87	0,15		
0-1 drobnoziarnista	popiół	450,0	1,99	0,87	0,00		
0-1 drobnoziarnista	popiół	500,0	0,73	0,73	0,00	500	5,50
0-1 drobnoziarnista	popiół	560,0	0,98	0,78	0,00		
0-1 drobnoziarnista	popiół	600,0	0,26	0,78	0,00		
0-1 drobnoziarnista	popiół	630,0	0,28	0,58	0,00		
0-1 drobnoziarnista	popiół	650,0	0,19	0,58	0,00		
0-1 drobnoziarnista	popiół	710,0	1,41	0,58	0,00	710	2,29
0-1 drobnoziarnista	popiół	800,0	0,54	0,58	0,00		
0-1 drobnoziarnista	popiół	900,0	0,73	0,58	0,00		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	0,5	0,00		1,27		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	1,0	0,00		3,03		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	2,0	0,00		4,90		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	4,0	0,03	0,65	5,69		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	6,0	0,07	0,59	3,57		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	8,0	1,25	0,63	3,13		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	10,0	1,39	0,65	3,12		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	12,0	1,39	0,68	3,25		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	14,0	1,39	0,70	3,38		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	16,0	1,39	0,71	3,46		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	18,0	1,39	0,72	3,46		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	20,0	1,39	0,72	3,37	20	26,02
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	22,0	1,39	0,70	3,17		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	24,0	1,39	0,73	2,93		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	25,0	0,70	0,72	1,38	25	6,50
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	26,0	0,70	0,72	1,31		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	28,0	1,39	0,72	2,48		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	30,0	1,39	0,71	2,24		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	32,0	1,39	0,72	2,10	32	5,47
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	36,0	2,78	0,72	3,71		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	40,0	2,78	0,72	3,18	40	6,25
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	45,0	3,47	0,71	3,33		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	56,0	7,26	0,71	5,54	56	7,08
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	60,0	2,12	0,71	1,57		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	63,0	1,58	0,71	1,13		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	71,0	4,30	0,71	2,67	71	6,64
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	80,0	5,16	0,72	2,77		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	90,0	5,91	0,74	2,91		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	100,0	5,49	0,73	2,70	100	17,02
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	120,0	9,35	0,74	4,44		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	125,0	1,71	0,73	0,95		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	140,0	2,44	0,72	2,07		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	160,0	2,12	0,73	1,73	160	4,66
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	180,0	1,63	0,72	1,04		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	200,0	1,46	0,71	0,70		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	220,0	1,47	0,74	0,57		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	250,0	1,83	0,76	0,72	250	5,76
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	280,0	1,50	0,72	0,51		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	300,0	0,94	0,64	0,22		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	315,0	0,71	0,77	0,12	315	2,74
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	350,0	1,68	0,74	0,15		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	400,0	2,72	0,75	0,00		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	450,0	2,29	0,56	0,00		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	500,0	1,81	0,62	0,00	500	7,17
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	560,0	1,93	0,62	0,00		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	600,0	0,97	0,99	0,00		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	630,0	1,05	0,98	0,00		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	650,0	0,72	0,98	0,00		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	710,0	1,38	0,98	0,00	710	2,96
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	800,0	0,33	0,98	0,00		
0-1 drobnoziarnista	SiO ₂	900,0	0,63	0,98	0,00		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	0,5	0,00		0,97		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	1,0	0,00		1,62		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	2,0	0,00		2,72		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	4,0	0,05	0,58	3,94		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	6,0	0,11	0,58	3,09		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	8,0	1,44	0,67	3,02		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	10,0	1,59	0,66	3,12		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	12,0	1,59	0,57	3,19		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	14,0	1,59	0,63	3,23		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	16,0	1,59	0,64	3,25		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	18,0	1,59	0,66	3,27		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	20,0	1,59	0,67	3,23	20	26,17
0-1 drobnoziarnista	gnejs	22,0	1,59	0,68	3,09		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	24,0	1,59	0,65	2,89		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	25,0	0,80	0,69	1,38	25	6,54
0-1 drobnoziarnista	gnejs	26,0	0,80	0,70	1,31		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	28,0	1,59	0,71	2,49		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	30,0	1,59	0,71	2,28		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	32,0	1,59	0,70	2,15	32	5,95
0-1 drobnoziarnista	gnejs	36,0	3,19	0,70	3,89		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	40,0	3,19	0,71	3,48	40	6,80
0-1 drobnoziarnista	gnejs	45,0	3,99	0,70	3,86		

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0-1 drobnoziarnista	gnejs	56,0	8,82	0,70	7,05	56	10,03
0-1 drobnoziarnista	gnejs	60,0	2,81	0,71	2,11		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	63,0	2,08	0,71	1,52		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	71,0	5,35	0,72	3,49	71	9,40
0-1 drobnoziarnista	gnejs	80,0	5,74	0,72	3,33		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	90,0	5,66	0,72	3,13		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	100,0	4,57	0,70	2,60	100	10,42
0-1 drobnoziarnista	gnejs	120,0	6,95	0,70	3,88		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	125,0	1,43	0,71	0,80		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	140,0	2,41	0,69	1,77		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	160,0	2,39	0,68	1,67	160	4,53
0-1 drobnoziarnista	gnejs	180,0	1,71	0,69	1,27		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	200,0	1,46	0,71	1,11		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	220,0	1,26	0,75	1,06		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	250,0	1,70	0,69	1,43	250	6,03
0-1 drobnoziarnista	gnejs	280,0	1,65	0,71	1,06		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	300,0	1,08	0,73	0,48		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	315,0	0,72	0,63	0,25	315	3,38
0-1 drobnoziarnista	gnejs	350,0	1,37	0,73	0,35		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	400,0	1,44	0,80	0,16		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	450,0	1,00	0,69	0,00		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	500,0	1,41	0,63	0,00	500	6,15
0-1 drobnoziarnista	gnejs	560,0	1,20	0,56	0,00		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	600,0	0,56	0,56	0,00		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	630,0	0,81	0,56	0,00		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	650,0	0,56	0,56	0,00		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	710,0	0,94	0,83	0,00	710	2,31
0-1 drobnoziarnista	gnejs	800,0	0,02	0,83	0,00		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	900,0	0,00		0,00		
0-1 drobnoziarnista	gnejs	1000,0	1,37	0,83	0,00	1000	2,30
0-1 drobnoziarnista	gnejs	1125,0	0,55	0,83	0,00		
0-1 jednorodna	ruda Cu	0,5	0,00		0,89		
0-1 jednorodna	ruda Cu	1,0	0,00		1,84		
0-1 jednorodna	ruda Cu	2,0	0,00		2,98		
0-1 jednorodna	ruda Cu	4,0	0,01	0,57	3,95		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-1 jednorodna	ruda Cu	6,0	0,03	0,58	2,71		
0-1 jednorodna	ruda Cu	8,0	0,45	0,67	2,28		
0-1 jednorodna	ruda Cu	10,0	0,50	0,66	2,26		
0-1 jednorodna	ruda Cu	12,0	0,50	0,58	2,35		
0-1 jednorodna	ruda Cu	14,0	0,50	0,63	2,38		
0-1 jednorodna	ruda Cu	16,0	0,50	0,66	2,30		
0-1 jednorodna	ruda Cu	18,0	0,50	0,67	2,17		
0-1 jednorodna	ruda Cu	20,0	0,50	0,69	1,98	20	13,68
0-1 jednorodna	ruda Cu	22,0	0,50	0,71	1,72		
0-1 jednorodna	ruda Cu	24,0	0,50	0,69	1,45		
0-1 jednorodna	ruda Cu	25,0	0,25	0,74	0,65	25	3,42
0-1 jednorodna	ruda Cu	26,0	0,25	0,75	0,58		
0-1 jednorodna	ruda Cu	28,0	0,50	0,75	1,02		
0-1 jednorodna	ruda Cu	30,0	0,50	0,75	0,82		
0-1 jednorodna	ruda Cu	32,0	0,50	0,74	0,72	32	1,31
0-1 jednorodna	ruda Cu	36,0	1,00	0,73	1,15		
0-1 jednorodna	ruda Cu	40,0	1,00	0,74	0,95	40	1,50
0-1 jednorodna	ruda Cu	45,0	1,25	0,73	1,08		
0-1 jednorodna	ruda Cu	56,0	2,86	0,73	2,45	56	6,13
0-1 jednorodna	ruda Cu	60,0	1,10	0,74	0,96		
0-1 jednorodna	ruda Cu	63,0	0,90	0,75	0,73		
0-1 jednorodna	ruda Cu	71,0	2,66	0,75	1,99	71	5,75
0-1 jednorodna	ruda Cu	80,0	3,23	0,74	2,24		
0-1 jednorodna	ruda Cu	90,0	3,54	0,74	2,40		
0-1 jednorodna	ruda Cu	100,0	3,03	0,75	2,21	100	8,25
0-1 jednorodna	ruda Cu	120,0	5,03	0,76	3,71		
0-1 jednorodna	ruda Cu	125,0	1,07	0,77	0,83		
0-1 jednorodna	ruda Cu	140,0	2,91	0,76	2,11		
0-1 jednorodna	ruda Cu	160,0	4,54	0,75	2,41	160	11,22
0-1 jednorodna	ruda Cu	180,0	4,17	0,73	2,19		
0-1 jednorodna	ruda Cu	200,0	3,53	0,75	2,08		
0-1 jednorodna	ruda Cu	220,0	2,82	0,74	2,02		
0-1 jednorodna	ruda Cu	250,0	3,25	0,74	2,75	250	11,63
0-1 jednorodna	ruda Cu	280,0	3,11	0,76	2,22		
0-1 jednorodna	ruda Cu	300,0	2,23	0,74	1,21		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-1 jednorodna	ruda Cu	315,0	1,69	0,72	0,82	315	8,36
0-1 jednorodna	ruda Cu	350,0	3,50	0,72	1,73		
0-1 jednorodna	ruda Cu	400,0	3,35	0,66	2,44		
0-1 jednorodna	ruda Cu	450,0	2,11	0,72	2,93		
0-1 jednorodna	ruda Cu	500,0	1,80	0,79	3,55	500	9,71
0-1 jednorodna	ruda Cu	560,0	3,03	0,69	4,59		
0-1 jednorodna	ruda Cu	600,0	2,22	0,77	2,84		
0-1 jednorodna	ruda Cu	630,0	1,99	0,70	1,84		
0-1 jednorodna	ruda Cu	650,0	1,35	0,71	1,08		
0-1 jednorodna	ruda Cu	710,0	3,92	0,78	2,22	710	8,20
0-1 jednorodna	ruda Cu	800,0	4,86	0,78	2,35		
0-1 jednorodna	ruda Cu	900,0	2,12	0,78	0,72		
0-1 jednorodna	ruda Cu	1000,0	4,38	0,78	0,12	1000	10,83
0-1 jednorodna	ruda Cu	1125,0	3,30	0,78	0,00		
0-1 jednorodna	popiół	0,5	0,00		0,99		
0-1 jednorodna	popiół	1,0	0,00		1,25		
0-1 jednorodna	popiół	2,0	0,00		2,75		
0-1 jednorodna	popiół	4,0	0,01	0,57	5,35		
0-1 jednorodna	popiół	6,0	0,03	0,57	3,42		
0-1 jednorodna	popiół	8,0	0,47	0,67	2,47		
0-1 jednorodna	popiół	10,0	0,52	0,65	2,13		
0-1 jednorodna	popiół	12,0	0,52	0,57	2,00		
0-1 jednorodna	popiół	14,0	0,52	0,62	1,91		
0-1 jednorodna	popiół	16,0	0,52	0,65	1,81		
0-1 jednorodna	popiół	18,0	0,52	0,66	1,72		
0-1 jednorodna	popiół	20,0	0,52	0,68	1,60	20	11,96
0-1 jednorodna	popiół	22,0	0,52	0,70	1,42		
0-1 jednorodna	popiół	24,0	0,52	0,67	1,22		
0-1 jednorodna	popiół	25,0	0,26	0,72	0,55	25	2,99
0-1 jednorodna	popiół	26,0	0,26	0,73	0,50		
0-1 jednorodna	popiół	28,0	0,52	0,73	0,89		
0-1 jednorodna	popiół	30,0	0,52	0,73	0,74		
0-1 jednorodna	popiół	32,0	0,52	0,73	0,66	32	2,18
0-1 jednorodna	popiół	36,0	1,04	0,73	1,11		
0-1 jednorodna	popiół	40,0	1,04	0,74	0,99	40	2,50

1	2	3	4	5	6	7	8
0-1 jednorodna	popiół	45,0	1,31	0,74	1,21		
0-1 jednorodna	popiół	56,0	3,70	0,73	2,90	56	5,30
0-1 jednorodna	popiół	60,0	1,45	0,74	1,14		
0-1 jednorodna	popiół	63,0	1,11	0,74	0,86		
0-1 jednorodna	popiół	71,0	2,89	0,75	2,27	71	4,96
0-1 jednorodna	popiół	80,0	3,22	0,74	2,43		
0-1 jednorodna	popiół	90,0	3,13	0,74	2,46		
0-1 jednorodna	popiół	100,0	2,59	0,74	2,11	100	8,01
0-1 jednorodna	popiół	120,0	4,66	0,75	3,25		
0-1 jednorodna	popiół	125,0	1,05	0,75	0,69		
0-1 jednorodna	popiół	140,0	2,25	0,74	1,67		
0-1 jednorodna	popiół	160,0	2,98	0,74	1,87	160	8,97
0-1 jednorodna	popiół	180,0	2,71	0,72	1,72		
0-1 jednorodna	popiół	200,0	2,53	0,71	1,70		
0-1 jednorodna	popiół	220,0	2,56	0,76	1,74		
0-1 jednorodna	popiół	250,0	3,08	0,70	2,48	250	11,96
0-1 jednorodna	popiół	280,0	3,21	0,72	2,07		
0-1 jednorodna	popiół	300,0	1,84	0,72	1,14		
0-1 jednorodna	popiół	315,0	1,42	0,73	0,75	315	8,40
0-1 jednorodna	popiół	350,0	3,65	0,70	1,56		
0-1 jednorodna	popiół	400,0	4,56	0,64	2,16		
0-1 jednorodna	popiół	450,0	4,42	0,78	2,76		
0-1 jednorodna	popiół	500,0	3,11	0,56	3,69	500	12,69
0-1 jednorodna	popiół	560,0	4,54	0,66	5,27		
0-1 jednorodna	popiół	600,0	2,47	0,79	3,50		
0-1 jednorodna	popiół	630,0	1,48	0,63	2,35		
0-1 jednorodna	popiół	650,0	0,97	0,82	1,42		
0-1 jednorodna	popiół	710,0	5,44	0,73	2,97	710	10,69
0-1 jednorodna	popiół	800,0	2,70	0,73	3,27		
0-1 jednorodna	popiół	900,0	3,63	0,73	1,00		
0-1 jednorodna	popiół	1000,0	0,82	0,73	0,12	1000	9,40
0-1 jednorodna	popiół	1125,0	4,08	0,73	0,00		
0-1 jednorodna	popiół	1250,0	1,67	0,73	0,00		
0-1 jednorodna	SiO ₂	0,5	0,00		0,73		
0-1 jednorodna	SiO ₂	1,0	0,00		1,74		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-1 jednorodna	SiO ₂	2,0	0,00		2,86		
0-1 jednorodna	SiO ₂	4,0	0,01	0,57	3,38		
0-1 jednorodna	SiO ₂	6,0	0,02	0,57	2,17		
0-1 jednorodna	SiO ₂	8,0	0,48	0,66	1,91		
0-1 jednorodna	SiO ₂	10,0	0,54	0,65	1,90		
0-1 jednorodna	SiO ₂	12,0	0,54	0,57	1,95		
0-1 jednorodna	SiO ₂	14,0	0,54	0,62	2,01		
0-1 jednorodna	SiO ₂	16,0	0,54	0,65	2,03		
0-1 jednorodna	SiO ₂	18,0	0,54	0,66	2,02		
0-1 jednorodna	SiO ₂	20,0	0,54	0,68	1,95	20	11,84
0-1 jednorodna	SiO ₂	22,0	0,54	0,70	1,79		
0-1 jednorodna	SiO ₂	24,0	0,54	0,67	1,59		
0-1 jednorodna	SiO ₂	25,0	0,27	0,72	0,73	25	2,96
0-1 jednorodna	SiO ₂	26,0	0,27	0,73	0,67		
0-1 jednorodna	SiO ₂	28,0	0,54	0,74	1,22		
0-1 jednorodna	SiO ₂	30,0	0,54	0,74	1,04		
0-1 jednorodna	SiO ₂	32,0	0,54	0,74	0,94	32	2,36
0-1 jednorodna	SiO ₂	36,0	1,07	0,73	1,56		
0-1 jednorodna	SiO ₂	40,0	1,07	0,73	1,32	40	2,69
0-1 jednorodna	SiO ₂	45,0	1,33	0,73	1,45		
0-1 jednorodna	SiO ₂	56,0	3,19	0,73	2,97	56	5,25
0-1 jednorodna	SiO ₂	60,0	1,11	0,73	1,07		
0-1 jednorodna	SiO ₂	63,0	0,88	0,74	0,80		
0-1 jednorodna	SiO ₂	71,0	2,57	0,75	2,10	71	4,92
0-1 jednorodna	SiO ₂	80,0	3,22	0,75	2,30		
0-1 jednorodna	SiO ₂	90,0	3,69	0,75	2,44		
0-1 jednorodna	SiO ₂	100,0	3,46	0,73	2,23	100	10,36
0-1 jednorodna	SiO ₂	120,0	6,23	0,74	3,77		
0-1 jednorodna	SiO ₂	125,0	1,35	0,74	0,85		
0-1 jednorodna	SiO ₂	140,0	2,68	0,74	2,16		
0-1 jednorodna	SiO ₂	160,0	3,05	0,74	2,43	160	8,87
0-1 jednorodna	SiO ₂	180,0	2,68	0,74	2,13		
0-1 jednorodna	SiO ₂	200,0	2,83	0,73	1,93		
0-1 jednorodna	SiO ₂	220,0	2,63	0,68	1,82		
0-1 jednorodna	SiO ₂	250,0	3,78	0,75	2,44	250	12,17

1	2	3	4	5	6	7	8
0-1 jednorodna	SiO ₂	280,0	2,94	0,74	2,00		
0-1 jednorodna	SiO ₂	300,0	1,85	0,76	1,16		
0-1 jednorodna	SiO ₂	315,0	1,42	0,73	0,85	315	5,64
0-1 jednorodna	SiO ₂	350,0	3,20	0,72	2,00		
0-1 jednorodna	SiO ₂	400,0	5,17	0,80	3,23		
0-1 jednorodna	SiO ₂	450,0	4,63	0,78	3,88		
0-1 jednorodna	SiO ₂	500,0	3,46	0,85	4,30	500	14,17
0-1 jednorodna	SiO ₂	560,0	3,88	0,74	4,92		
0-1 jednorodna	SiO ₂	600,0	2,58	0,89	2,72		
0-1 jednorodna	SiO ₂	630,0	2,35	0,82	1,67		
0-1 jednorodna	SiO ₂	650,0	1,59	0,83	0,92		
0-1 jednorodna	SiO ₂	710,0	3,42	0,47	1,82	710	10,99
0-1 jednorodna	SiO ₂	800,0	4,08	0,47	1,68		
0-1 jednorodna	SiO ₂	900,0	2,72	0,47	0,42		
0-1 jednorodna	gnejs	0,5	0,00		0,58		
0-1 jednorodna	gnejs	1,0	0,00		1,03		
0-1 jednorodna	gnejs	2,0	0,00		1,86		
0-1 jednorodna	gnejs	4,0	0,01	0,57	2,90		
0-1 jednorodna	gnejs	6,0	0,03	0,57	2,37		
0-1 jednorodna	gnejs	8,0	0,59	0,66	2,26		
0-1 jednorodna	gnejs	10,0	0,65	0,64	2,26		
0-1 jednorodna	gnejs	12,0	0,65	0,56	2,30		
0-1 jednorodna	gnejs	14,0	0,65	0,61	2,32		
0-1 jednorodna	gnejs	16,0	0,65	0,64	2,24		
0-1 jednorodna	gnejs	18,0	0,65	0,64	2,13		
0-1 jednorodna	gnejs	20,0	0,65	0,67	1,95	20	11,50
0-1 jednorodna	gnejs	22,0	0,65	0,68	1,70		
0-1 jednorodna	gnejs	24,0	0,65	0,65	1,45		
0-1 jednorodna	gnejs	25,0	0,33	0,70	0,65	25	2,88
0-1 jednorodna	gnejs	26,0	0,33	0,71	0,59		
0-1 jednorodna	gnejs	28,0	0,65	0,72	1,07		
0-1 jednorodna	gnejs	30,0	0,65	0,72	0,93		
0-1 jednorodna	gnejs	32,0	0,65	0,71	0,87	32	2,82
0-1 jednorodna	gnejs	36,0	1,31	0,70	1,59		
0-1 jednorodna	gnejs	40,0	1,31	0,71	1,54	40	3,23

1	2	3	4	5	6	7	8
0-1 jednorodna	gnejs	45,0	1,63	0,71	1,93		
0-1 jednorodna	gnejs	56,0	4,36	0,70	4,23	56	5,74
0-1 jednorodna	gnejs	60,0	1,66	0,70	1,45		
0-1 jednorodna	gnejs	63,0	1,26	0,71	1,06		
0-1 jednorodna	gnejs	71,0	3,40	0,71	2,57	71	5,38
0-1 jednorodna	gnejs	80,0	3,82	0,70	2,55		
0-1 jednorodna	gnejs	90,0	3,82	0,69	2,45		
0-1 jednorodna	gnejs	100,0	3,16	0,70	2,09	100	7,67
0-1 jednorodna	gnejs	120,0	5,20	0,70	3,32		
0-1 jednorodna	gnejs	125,0	1,16	0,71	0,73		
0-1 jednorodna	gnejs	140,0	2,76	0,71	1,82		
0-1 jednorodna	gnejs	160,0	3,50	0,70	2,05	160	9,26
0-1 jednorodna	gnejs	180,0	3,03	0,69	1,83		
0-1 jednorodna	gnejs	200,0	2,76	0,69	1,73		
0-1 jednorodna	gnejs	220,0	2,64	0,65	1,72		
0-1 jednorodna	gnejs	250,0	3,62	0,71	2,45	250	12,67
0-1 jednorodna	gnejs	280,0	2,97	0,68	2,11		
0-1 jednorodna	gnejs	300,0	1,75	0,71	1,20		
0-1 jednorodna	gnejs	315,0	1,27	0,68	0,81	315	6,72
0-1 jednorodna	gnejs	350,0	2,98	0,68	1,66		
0-1 jednorodna	gnejs	400,0	3,73	0,64	2,09		
0-1 jednorodna	gnejs	450,0	2,98	0,68	2,31		
0-1 jednorodna	gnejs	500,0	3,11	0,70	2,92	500	12,75
0-1 jednorodna	gnejs	560,0	3,59	0,73	4,25		
0-1 jednorodna	gnejs	600,0	2,32	0,73	2,97		
0-1 jednorodna	gnejs	630,0	1,09	0,67	2,07		
0-1 jednorodna	gnejs	650,0	0,69	0,78	1,30		
0-1 jednorodna	gnejs	710,0	1,88	0,84	2,82	710	8,90
0-1 jednorodna	gnejs	800,0	4,66	0,84	3,46		
0-1 jednorodna	gnejs	900,0	3,84	0,84	1,27		
0-1 jednorodna	gnejs	1000,0	2,52	0,84	0,22	1000	10,50
0-1 jednorodna	gnejs	1125,0	1,87	0,84	0,00		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	0,5	0,00		0,30		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	1,0	0,00		0,55		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	2,0	0,00		0,96		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	4,0	0,00		1,29		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	6,0	0,01	0,58	0,88		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	8,0	0,09	0,67	0,72		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	10,0	0,10	0,67	0,66		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	12,0	0,10	0,58	0,66		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	14,0	0,10	0,64	0,64		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	16,0	0,10	0,67	0,58		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	18,0	0,10	0,68	0,52		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	20,0	0,10	0,70	0,46	20	3,55
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	22,0	0,10	0,72	0,40		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	24,0	0,10	0,69	0,35		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	25,0	0,05	0,74	0,16	25	0,89
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	26,0	0,05	0,75	0,15		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	28,0	0,10	0,75	0,29		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	30,0	0,10	0,75	0,27		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	32,0	0,10	0,73	0,24	32	0,29
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	36,0	0,20	0,73	0,42		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	40,0	0,20	0,74	0,34	40	0,34
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	45,0	0,25	0,74	0,34		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	56,0	0,62	0,74	0,58	56	1,55
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	60,0	0,26	0,74	0,19		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	63,0	0,21	0,74	0,14		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	71,0	0,61	0,73	0,39	71	1,46
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	80,0	0,73	0,73	0,46		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	90,0	0,82	0,73	0,54		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	100,0	0,70	0,74	0,55	100	2,00
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	120,0	1,39	0,76	1,12		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	125,0	0,38	0,75	0,28		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	140,0	1,36	0,74	0,84		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	160,0	2,27	0,73	1,13	160	5,77
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	180,0	1,99	0,73	1,13		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	200,0	1,73	0,73	1,11		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	220,0	1,53	0,76	1,11		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	250,0	1,89	0,75	1,62	250	6,58
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	280,0	2,92	0,73	1,61		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	300,0	2,31	0,70	1,12		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	315,0	1,73	0,67	0,90	315	8,79
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	350,0	3,47	0,69	2,25		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	400,0	3,37	0,69	3,45		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	450,0	2,65	0,70	3,47		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	500,0	2,76	0,70	3,20	500	9,90
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	560,0	4,40	0,71	3,41		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	600,0	4,02	0,71	2,12		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	630,0	3,63	0,73	1,66		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	650,0	2,46	0,76	1,14		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	710,0	7,28	0,73	3,14	710	20,67
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	800,0	12,24	0,78	7,86		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	900,0	7,75	0,81	9,55		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	1000,0	7,44	0,81	9,68	1000	38,22
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	1125,0	5,56	0,81	9,79		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	1250,0	3,45	0,81	6,31		
0-1 gruboziarnista	ruda Cu	1400,0	4,26	0,81	3,85		
0-1 gruboziarnista	popiół	0,5	0,00		0,29		
0-1 gruboziarnista	popiół	1,0	0,00		0,38		
0-1 gruboziarnista	popiół	2,0	0,00		0,81		
0-1 gruboziarnista	popiół	4,0	0,00		1,49		
0-1 gruboziarnista	popiół	6,0	0,00		0,94		
0-1 gruboziarnista	popiół	8,0	0,10	0,66	0,66		
0-1 gruboziarnista	popiół	10,0	0,11	0,66	0,56		
0-1 gruboziarnista	popiół	12,0	0,11	0,57	0,51		
0-1 gruboziarnista	popiół	14,0	0,11	0,62	0,49		
0-1 gruboziarnista	popiół	16,0	0,11	0,65	0,45		
0-1 gruboziarnista	popiół	18,0	0,11	0,66	0,41		
0-1 gruboziarnista	popiół	20,0	0,11	0,68	0,36	20	3,47
0-1 gruboziarnista	popiół	22,0	0,11	0,70	0,28		
0-1 gruboziarnista	popiół	24,0	0,11	0,67	0,21		
0-1 gruboziarnista	popiół	25,0	0,05	0,72	0,09	25	0,87
0-1 gruboziarnista	popiół	26,0	0,05	0,73	0,07		
0-1 gruboziarnista	popiół	28,0	0,11	0,73	0,11		
0-1 gruboziarnista	popiół	30,0	0,11	0,73	0,07		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-1 gruboziarnista	popiół	32,0	0,11	0,73	0,05	32	0,54
0-1 gruboziarnista	popiół	36,0	0,21	0,72	0,07		
0-1 gruboziarnista	popiół	40,0	0,21	0,73	0,07	40	0,62
0-1 gruboziarnista	popiół	45,0	0,26	0,74	0,11		
0-1 gruboziarnista	popiół	56,0	0,75	0,73	0,37	56	1,38
0-1 gruboziarnista	popiół	60,0	0,30	0,74	0,17		
0-1 gruboziarnista	popiół	63,0	0,23	0,74	0,13		
0-1 gruboziarnista	popiół	71,0	0,60	0,74	0,36	71	1,30
0-1 gruboziarnista	popiół	80,0	0,67	0,73	0,39		
0-1 gruboziarnista	popiół	90,0	0,69	0,73	0,39		
0-1 gruboziarnista	popiół	100,0	0,57	0,74	0,32	100	1,93
0-1 gruboziarnista	popiół	120,0	1,18	0,75	0,49		
0-1 gruboziarnista	popiół	125,0	0,30	0,73	0,11		
0-1 gruboziarnista	popiół	140,0	0,92	0,73	0,30		
0-1 gruboziarnista	popiół	160,0	1,42	0,70	0,43	160	4,29
0-1 gruboziarnista	popiół	180,0	1,21	0,69	0,47		
0-1 gruboziarnista	popiół	200,0	1,15	0,70	0,49		
0-1 gruboziarnista	popiół	220,0	1,19	0,72	0,50		
0-1 gruboziarnista	popiół	250,0	1,77	0,73	0,69	250	6,10
0-1 gruboziarnista	popiół	280,0	2,12	0,73	0,64		
0-1 gruboziarnista	popiół	300,0	1,74	0,70	0,45		
0-1 gruboziarnista	popiół	315,0	1,38	0,67	0,40	315	8,15
0-1 gruboziarnista	popiół	350,0	3,20	0,66	1,14		
0-1 gruboziarnista	popiół	400,0	4,10	0,69	2,19		
0-1 gruboziarnista	popiół	450,0	4,01	0,67	2,69		
0-1 gruboziarnista	popiół	500,0	4,31	0,66	2,79	500	12,82
0-1 gruboziarnista	popiół	560,0	5,82	0,71	3,04		
0-1 gruboziarnista	popiół	600,0	4,36	0,76	1,80		
0-1 gruboziarnista	popiół	630,0	3,69	0,70	1,37		
0-1 gruboziarnista	popiół	650,0	2,49	0,72	0,92		
0-1 gruboziarnista	popiół	710,0	9,04	0,72	2,62	710	26,30
0-1 gruboziarnista	popiół	800,0	13,29	0,71	7,26		
0-1 gruboziarnista	popiół	900,0	9,86	0,90	10,26		
0-1 gruboziarnista	popiół	1000,0	8,99	0,90	11,80	1000	32,23
0-1 gruboziarnista	popiół	1125,0	2,83	0,90	13,33		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-1 gruboziarnista	popiół	1250,0	2,44	0,90	9,56		
0-1 gruboziarnista	popiół	1400,0	1,44	0,90	6,51		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	0,5	0,00		0,20		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	1,0	0,00		0,38		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	2,0	0,00		0,62		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	4,0	0,00		0,76		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	6,0	0,00		0,46		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	8,0	0,10	0,65	0,39		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	10,0	0,11	0,64	0,40		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	12,0	0,11	0,57	0,40		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	14,0	0,11	0,62	0,39		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	16,0	0,11	0,64	0,37		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	18,0	0,11	0,65	0,35		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	20,0	0,11	0,68	0,34	20	2,97
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	22,0	0,11	0,70	0,31		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	24,0	0,11	0,67	0,28		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	25,0	0,05	0,72	0,13	25	0,74
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	26,0	0,05	0,73	0,12		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	28,0	0,11	0,74	0,23		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	30,0	0,11	0,74	0,20		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	32,0	0,11	0,74	0,18	32	0,46
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	36,0	0,21	0,72	0,30		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	40,0	0,21	0,73	0,24	40	0,53
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	45,0	0,26	0,73	0,25		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	56,0	0,66	0,72	0,48	56	1,23
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	60,0	0,25	0,73	0,17		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	63,0	0,20	0,73	0,13		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	71,0	0,56	0,74	0,35	71	1,15
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	80,0	0,72	0,73	0,40		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	90,0	0,84	0,73	0,44		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	100,0	0,83	0,73	0,43	100	2,51
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	120,0	1,77	0,73	0,83		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	125,0	0,45	0,74	0,20		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	140,0	1,11	0,73	0,60		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	160,0	1,49	0,73	0,79	160	4,51

1	2	3	4	5	6	7	8
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	180,0	1,40	0,74	0,77		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	200,0	1,34	0,72	0,73		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	220,0	1,27	0,75	0,71		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	250,0	1,77	0,74	1,00	250	6,39
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	280,0	1,83	0,74	0,96		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	300,0	1,35	0,75	0,67		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	315,0	1,07	0,73	0,55	315	6,10
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	350,0	2,61	0,73	1,45		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	400,0	4,38	0,74	2,47		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	450,0	3,82	0,73	2,83		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	500,0	3,53	0,74	2,99	500	15,46
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	560,0	6,75	0,76	3,67		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	600,0	7,26	0,69	2,52		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	630,0	6,10	0,76	2,01		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	650,0	4,14	0,76	1,40		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	710,0	8,46	0,85	3,81	710	36,26
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	800,0	10,90	0,49	9,18		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	900,0	9,70	0,49	10,76		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	1000,0	6,69	0,49	10,83	1000	21,68
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	1125,0	2,68	0,49	11,14		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	1250,0	1,82	0,49	7,47		
0-1 gruboziarnista	SiO ₂	1400,0	0,31	0,49	4,87		
0-1 gruboziarnista	gnejs	0,5	0,00		0,18		
0-1 gruboziarnista	gnejs	1,0	0,00		0,29		
0-1 gruboziarnista	gnejs	2,0	0,00		0,56		
0-1 gruboziarnista	gnejs	4,0	0,00		0,90		
0-1 gruboziarnista	gnejs	6,0	0,01	0,56	0,73		
0-1 gruboziarnista	gnejs	8,0	0,12	0,65	0,68		
0-1 gruboziarnista	gnejs	10,0	0,14	0,63	0,66		
0-1 gruboziarnista	gnejs	12,0	0,14	0,56	0,65		
0-1 gruboziarnista	gnejs	14,0	0,14	0,60	0,65		
0-1 gruboziarnista	gnejs	16,0	0,14	0,63	0,62		
0-1 gruboziarnista	gnejs	18,0	0,14	0,64	0,60		
0-1 gruboziarnista	gnejs	20,0	0,14	0,66	0,56	20	2,87
0-1 gruboziarnista	gnejs	22,0	0,14	0,69	0,50		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-1 gruboziarnista	gnejs	24,0	0,14	0,65	0,43		
0-1 gruboziarnista	gnejs	25,0	0,07	0,71	0,20	25	0,72
0-1 gruboziarnista	gnejs	26,0	0,07	0,72	0,18		
0-1 gruboziarnista	gnejs	28,0	0,14	0,72	0,33		
0-1 gruboziarnista	gnejs	30,0	0,14	0,72	0,30		
0-1 gruboziarnista	gnejs	32,0	0,14	0,71	0,29	32	0,68
0-1 gruboziarnista	gnejs	36,0	0,28	0,70	0,54		
0-1 gruboziarnista	gnejs	40,0	0,28	0,72	0,53	40	0,77
0-1 gruboziarnista	gnejs	45,0	0,35	0,71	0,66		
0-1 gruboziarnista	gnejs	56,0	0,99	0,70	1,40	56	1,47
0-1 gruboziarnista	gnejs	60,0	0,40	0,70	0,46		
0-1 gruboziarnista	gnejs	63,0	0,30	0,70	0,33		
0-1 gruboziarnista	gnejs	71,0	0,82	0,69	0,78	71	1,38
0-1 gruboziarnista	gnejs	80,0	0,93	0,70	0,76		
0-1 gruboziarnista	gnejs	90,0	0,97	0,71	0,74		
0-1 gruboziarnista	gnejs	100,0	0,87	0,69	0,65	100	2,25
0-1 gruboziarnista	gnejs	120,0	1,65	0,70	1,17		
0-1 gruboziarnista	gnejs	125,0	0,43	0,69	0,28		
0-1 gruboziarnista	gnejs	140,0	1,14	0,69	0,81		
0-1 gruboziarnista	gnejs	160,0	1,59	0,67	1,05	160	4,76
0-1 gruboziarnista	gnejs	180,0	1,49	0,67	1,01		
0-1 gruboziarnista	gnejs	200,0	1,49	0,66	0,95		
0-1 gruboziarnista	gnejs	220,0	1,38	0,68	0,90		
0-1 gruboziarnista	gnejs	250,0	2,08	0,69	1,20	250	6,91
0-1 gruboziarnista	gnejs	280,0	1,95	0,68	1,04		
0-1 gruboziarnista	gnejs	300,0	1,51	0,64	0,66		
0-1 gruboziarnista	gnejs	315,0	1,18	0,66	0,53	315	6,80
0-1 gruboziarnista	gnejs	350,0	2,61	0,68	1,37		
0-1 gruboziarnista	gnejs	400,0	3,52	0,64	2,33		
0-1 gruboziarnista	gnejs	450,0	3,01	0,72	2,68		
0-1 gruboziarnista	gnejs	500,0	3,54	0,66	2,73	500	13,14
0-1 gruboziarnista	gnejs	560,0	3,74	0,72	3,00		
0-1 gruboziarnista	gnejs	600,0	3,50	0,64	1,79		
0-1 gruboziarnista	gnejs	630,0	3,05	0,72	1,34		
0-1 gruboziarnista	gnejs	650,0	2,06	0,73	0,89		

1	2	3	4	5	6	7	8
0-1 gruboziarnista	gnejs	710,0	6,52	0,72	2,44	710	25,06
0-1 gruboziarnista	gnejs	800,0	10,30	0,80	6,36		
0-1 gruboziarnista	gnejs	900,0	13,31	0,71	8,65		
0-1 gruboziarnista	gnejs	1000,0	10,80	0,71	9,84	1000	33,18
0-1 gruboziarnista	gnejs	1125,0	6,10	0,71	11,11		
0-1 gruboziarnista	gnejs	1250,0	3,71	0,71	8,01		
0-1 gruboziarnista	gnejs	1400,0	0,42	0,71	5,50		
0,04-0,1	ruda Cu	0,5	0,00		0,24		
0,04-0,1	ruda Cu	1,0	0,00		0,27		
0,04-0,1	ruda Cu	2,0	0,00		0,26		
0,04-0,1	ruda Cu	4,0	0,00		0,19		
0,04-0,1	ruda Cu	6,0	0,01	0,55	0,10		
0,04-0,1	ruda Cu	8,0	0,21	0,62	0,09		
0,04-0,1	ruda Cu	10,0	0,24	0,60	0,07		
0,04-0,1	ruda Cu	12,0	0,24	0,54	0,07		
0,04-0,1	ruda Cu	14,0	0,24	0,57	0,11		
0,04-0,1	ruda Cu	16,0	0,24	0,61	0,18		
0,04-0,1	ruda Cu	18,0	0,24	0,59	0,23		
0,04-0,1	ruda Cu	20,0	0,24	0,61	0,27	20	0,00
0,04-0,1	ruda Cu	22,0	0,24	0,67	0,29		
0,04-0,1	ruda Cu	24,0	0,24	0,61	0,30		
0,04-0,1	ruda Cu	25,0	0,12	0,72	0,14	25	0,00
0,04-0,1	ruda Cu	26,0	0,12	0,73	0,14		
0,04-0,1	ruda Cu	28,0	0,24	0,73	0,28		
0,04-0,1	ruda Cu	30,0	0,24	0,73	0,28		
0,04-0,1	ruda Cu	32,0	0,24	0,72	0,29	32	0,00
0,04-0,1	ruda Cu	36,0	0,48	0,73	0,75		
0,04-0,1	ruda Cu	40,0	0,48	0,74	1,09	40	0,00
0,04-0,1	ruda Cu	45,0	0,60	0,75	2,08		
0,04-0,1	ruda Cu	56,0	4,80	0,75	8,08	56	25,67
0,04-0,1	ruda Cu	60,0	3,68	0,75	4,20		
0,04-0,1	ruda Cu	63,0	3,40	0,75	3,54		
0,04-0,1	ruda Cu	71,0	10,66	0,76	10,44	71	35,64
0,04-0,1	ruda Cu	80,0	14,35	0,77	12,59		
0,04-0,1	ruda Cu	90,0	16,03	0,78	13,61		

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0,04-0,1	ruda Cu	100,0	13,30	0,77	11,83	100	38,69
0,04-0,1	ruda Cu	120,0	20,90	0,77	16,62		
0,04-0,1	ruda Cu	125,0	3,48	0,73	2,77		
0,04-0,1	ruda Cu	140,0	3,35	0,78	5,38		
0,04-0,1	ruda Cu	160,0	0,97	0,71	2,48		
0,04-0,1	ruda Cu	180,0	0,15	0,71	0,62		
0,04-0,1	ruda Cu	200,0	0,07	0,73	0,08		
0,04-0,1	ruda Cu	220,0	0,04	0,73	0,00		
0,04-0,1	ruda Cu	250,0	0,04	0,83	0,00		
0,04-0,1	ruda Cu	280,0	0,06	0,83	0,00		
0,04-0,1	ruda Cu	300,0	0,02	0,83	0,00		
0,04-0,1	ruda Cu	315,0	0,01	0,83	0,00		
0,04-0,1	ruda Cu	350,0	0,02	0,53	0,00		
0,04-0,1	ruda Cu	400,0	0,00		0,00		
0,04-0,1	ruda Cu	450,0	0,00		0,00		
0,04-0,1	ruda Cu	500,0	0,00		0,00		
0,04-0,1	ruda Cu	560,0	0,07		0,00		
0,04-0,1	popiół	0,5	0,00		0,23		
0,04-0,1	popiół	1,0	0,00		0,07		
0,04-0,1	popiół	2,0	0,00		0,09		
0,04-0,1	popiół	4,0	0,00		0,09		
0,04-0,1	popiół	6,0	0,01	0,55	0,04		
0,04-0,1	popiół	8,0	0,35	0,63	0,02		
0,04-0,1	popiół	10,0	0,39	0,60	0,01		
0,04-0,1	popiół	12,0	0,39	0,54	0,01		
0,04-0,1	popiół	14,0	0,39	0,57	0,05		
0,04-0,1	popiół	16,0	0,39	0,59	0,11		
0,04-0,1	popiół	18,0	0,39	0,58	0,17		
0,04-0,1	popiół	20,0	0,39	0,60	0,22	20	0,00
0,04-0,1	popiół	22,0	0,39	0,66	0,25		
0,04-0,1	popiół	24,0	0,39	0,60	0,28		
0,04-0,1	popiół	25,0	0,19	0,70	0,15	25	0,00
0,04-0,1	popiół	26,0	0,19	0,71	0,15		
0,04-0,1	popiół	28,0	0,39	0,71	0,34		
0,04-0,1	popiół	30,0	0,39	0,71	0,39		

1	2	3	4	5	6	7	8
0,04-0,1	popiół	32,0	0,39	0,72	0,44	32	0,00
0,04-0,1	popiół	36,0	0,78	0,73	1,25		
0,04-0,1	popiół	40,0	0,78	0,74	1,74	40	0,00
0,04-0,1	popiół	45,0	0,97	0,74	2,97		
0,04-0,1	popiół	56,0	7,08	0,74	9,41	56	24,50
0,04-0,1	popiół	60,0	4,56	0,74	4,25		
0,04-0,1	popiół	63,0	3,76	0,75	3,40		
0,04-0,1	popiół	71,0	10,32	0,76	9,51	71	32,77
0,04-0,1	popiół	80,0	12,43	0,77	10,91		
0,04-0,1	popiół	90,0	12,83	0,77	11,52		
0,04-0,1	popiół	100,0	10,48	0,77	10,22	100	42,73
0,04-0,1	popiół	120,0	18,41	0,77	15,60		
0,04-0,1	popiół	125,0	3,87	0,78	2,92		
0,04-0,1	popiół	140,0	5,20	0,77	6,47		
0,04-0,1	popiół	160,0	2,39	0,75	4,21		
0,04-0,1	popiół	180,0	0,62	0,72	1,77		
0,04-0,1	popiół	200,0	0,32	0,72	0,54		
0,04-0,1	popiół	220,0	0,14	0,72	0,10		
0,04-0,1	popiół	250,0	0,07	0,78	0,11		
0,04-0,1	popiół	280,0	0,02	0,75	0,00		
0,04-0,1	SiO ₂	0,5	0,00		0,19		
0,04-0,1	SiO ₂	1,0	0,00		0,35		
0,04-0,1	SiO ₂	2,0	0,00		0,34		
0,04-0,1	SiO ₂	4,0	0,00		0,15		
0,04-0,1	SiO ₂	6,0	0,01	0,55	0,01		
0,04-0,1	SiO ₂	8,0	0,13	0,63	0,00		
0,04-0,1	SiO ₂	10,0	0,14	0,61	0,00		
0,04-0,1	SiO ₂	12,0	0,14	0,55	0,00		
0,04-0,1	SiO ₂	14,0	0,14	0,58	0,02		
0,04-0,1	SiO ₂	16,0	0,14	0,60	0,07		
0,04-0,1	SiO ₂	18,0	0,14	0,58	0,13		
0,04-0,1	SiO ₂	20,0	0,14	0,60	0,18	20	0,00
0,04-0,1	SiO ₂	22,0	0,14	0,65	0,22		
0,04-0,1	SiO ₂	24,0	0,14	0,59	0,24		
0,04-0,1	SiO ₂	25,0	0,07	0,67	0,12	25	0,00

1	2	3	4	5	6	7	8
0,04–0,1	SiO ₂	26,0	0,07	0,68	0,11		
0,04–0,1	SiO ₂	28,0	0,14	0,68	0,22		
0,04–0,1	SiO ₂	30,0	0,14	0,67	0,22		
0,04–0,1	SiO ₂	32,0	0,14	0,69	0,23	32	0,00
0,04–0,1	SiO ₂	36,0	0,28	0,71	0,56		
0,04–0,1	SiO ₂	40,0	0,28	0,73	0,79	40	0,00
0,04–0,1	SiO ₂	45,0	0,36	0,74	1,53		
0,04–0,1	SiO ₂	56,0	3,57	0,74	6,20	56	19,00
0,04–0,1	SiO ₂	60,0	2,92	0,74	3,38		
0,04–0,1	SiO ₂	63,0	2,82	0,75	2,94		
0,04–0,1	SiO ₂	71,0	9,34	0,77	8,97	71	24,69
0,04–0,1	SiO ₂	80,0	12,79	0,78	11,44		
0,04–0,1	SiO ₂	90,0	14,94	0,79	13,27		
0,04–0,1	SiO ₂	100,0	13,56	0,78	12,34	100	56,31
0,04–0,1	SiO ₂	120,0	24,94	0,79	19,16		
0,04–0,1	SiO ₂	125,0	5,02	0,83	3,52		
0,04–0,1	SiO ₂	140,0	5,52	0,81	7,40		
0,04–0,1	SiO ₂	160,0	1,65	0,81	4,09		
0,04–0,1	SiO ₂	180,0	0,14	0,81	1,32		
0,04–0,1	SiO ₂	200,0	0,06	0,81	0,24		
0,04–0,1	SiO ₂	220,0	0,03	0,81	0,03		
0,04–0,1	gnejs	0,5	0,00		0,24		
0,04–0,1	gnejs	1,0	0,00		0,30		
0,04–0,1	gnejs	2,0	0,00		0,38		
0,04–0,1	gnejs	4,0	0,01	0,56	0,34		
0,04–0,1	gnejs	6,0	0,01	0,55	0,17		
0,04–0,1	gnejs	8,0	0,30	0,62	0,17		
0,04–0,1	gnejs	10,0	0,33	0,60	0,17		
0,04–0,1	gnejs	12,0	0,33	0,53	0,19		
0,04–0,1	gnejs	14,0	0,33	0,57	0,25		
0,04–0,1	gnejs	16,0	0,33	0,58	0,33		
0,04–0,1	gnejs	18,0	0,33	0,56	0,39		
0,04–0,1	gnejs	20,0	0,33	0,59	0,42	20	0,00
0,04–0,1	gnejs	22,0	0,33	0,63	0,43		
0,04–0,1	gnejs	24,0	0,33	0,58	0,42		

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0,04–0,1	gnejs	25,0	0,17	0,67	0,20	25	0,00
0,04–0,1	gnejs	26,0	0,17	0,67	0,20		
0,04–0,1	gnejs	28,0	0,33	0,67	0,40		
0,04–0,1	gnejs	30,0	0,33	0,67	0,42		
0,04–0,1	gnejs	32,0	0,33	0,68	0,44	32	0,00
0,04–0,1	gnejs	36,0	0,66	0,70	1,15		
0,04–0,1	gnejs	40,0	0,66	0,71	1,54	40	0,00
0,04–0,1	gnejs	45,0	0,82	0,72	2,65		
0,04–0,1	gnejs	56,0	6,02	0,72	8,69	56	29,36
0,04–0,1	gnejs	60,0	4,18	0,72	4,05		
0,04–0,1	gnejs	63,0	3,67	0,72	3,28		
0,04–0,1	gnejs	71,0	10,74	0,73	9,34	71	28,59
0,04–0,1	gnejs	80,0	13,43	0,73	10,89		
0,04–0,1	gnejs	90,0	14,05	0,73	11,62		
0,04–0,1	gnejs	100,0	11,12	0,73	10,31	100	42,05
0,04–0,1	gnejs	120,0	17,25	0,72	15,57		
0,04–0,1	gnejs	125,0	3,34	0,75	2,87		
0,04–0,1	gnejs	140,0	5,23	0,76	6,23		
0,04–0,1	gnejs	160,0	3,10	0,78	3,87		
0,04–0,1	gnejs	180,0	0,81	0,78	1,52		
0,04–0,1	gnejs	200,0	0,34	0,75	0,41		
0,04–0,1	gnejs	220,0	0,17	0,84	0,17		
0,04–0,1	gnejs	250,0	0,10	0,81	0,00		
0,04–0,1	gnejs	280,0	0,03	0,66	0,00		
0,04–0,1	gnejs	300,0	0,03	0,88	0,00		
0,1–0,25	ruda Cu	0,5	0,00		0,11		
0,1–0,25	ruda Cu	1,0	0,00		0,10		
0,1–0,25	ruda Cu	2,0	0,00		0,12		
0,1–0,25	ruda Cu	4,0	0,00		0,05		
0,1–0,25	ruda Cu	6,0	0,00		0,00		
0,1–0,25	ruda Cu	8,0	0,01	0,64	0,01		
0,1–0,25	ruda Cu	10,0	0,01	0,63	0,02		
0,1–0,25	ruda Cu	12,0	0,01	0,56	0,02		
0,1–0,25	ruda Cu	14,0	0,01	0,60	0,01		
0,1–0,25	ruda Cu	16,0	0,01	0,63	0,01		

1	2	3	4	5	6	7	8
0,1-0,25	ruda Cu	18,0	0,01	0,61	0,02		
0,1-0,25	ruda Cu	20,0	0,01	0,65	0,04	20	0,00
0,1-0,25	ruda Cu	22,0	0,01	0,69	0,05		
0,1-0,25	ruda Cu	24,0	0,01	0,64	0,06		
0,1-0,25	ruda Cu	25,0	0,01	0,71	0,03	25	0,00
0,1-0,25	ruda Cu	26,0	0,01	0,72	0,02		
0,1-0,25	ruda Cu	28,0	0,01	0,73	0,04		
0,1-0,25	ruda Cu	30,0	0,01	0,74	0,03		
0,1-0,25	ruda Cu	32,0	0,01	0,73	0,02	32	0,00
0,1-0,25	ruda Cu	36,0	0,03	0,73	0,04		
0,1-0,25	ruda Cu	40,0	0,03	0,72	0,07	40	0,00
0,1-0,25	ruda Cu	45,0	0,03	0,72	0,16		
0,1-0,25	ruda Cu	56,0	0,12	0,70	0,67	56	0,00
0,1-0,25	ruda Cu	60,0	0,06	0,68	0,31		
0,1-0,25	ruda Cu	63,0	0,05	0,66	0,22		
0,1-0,25	ruda Cu	71,0	0,14	0,68	0,54	71	0,00
0,1-0,25	ruda Cu	80,0	0,20	0,71	0,42		
0,1-0,25	ruda Cu	90,0	0,30	0,73	0,20		
0,1-0,25	ruda Cu	100,0	0,49	0,75	0,20	100	0,00
0,1-0,25	ruda Cu	120,0	3,56	0,76	1,96		
0,1-0,25	ruda Cu	125,0	1,84	0,76	1,04		
0,1-0,25	ruda Cu	140,0	9,72	0,76	5,03		
0,1-0,25	ruda Cu	160,0	18,10	0,76	11,94	160	50,18
0,1-0,25	ruda Cu	180,0	17,93	0,77	15,33		
0,1-0,25	ruda Cu	200,0	15,32	0,76	16,53		
0,1-0,25	ruda Cu	220,0	11,88	0,76	14,57		
0,1-0,25	ruda Cu	250,0	11,05	0,77	15,41	250	49,82
0,1-0,25	ruda Cu	280,0	5,82	0,74	8,46		
0,1-0,25	ruda Cu	300,0	1,67	0,81	2,82		
0,1-0,25	ruda Cu	315,0	0,71	0,81	1,11		
0,1-0,25	ruda Cu	350,0	0,57	0,81	1,21		
0,1-0,25	ruda Cu	400,0	0,21	0,81	0,47		
0,1-0,25	ruda Cu	450,0	0,08	0,81	0,39		
0,1-0,25	popiół	0,5	0,00		0,09		
0,1-0,25	popiół	1,0	0,00		0,03		

1	2	3	4	5	6	7	8
0,1-0,25	popiół	2,0	0,00		0,05		
0,1-0,25	popiół	4,0	0,00		0,06		
0,1-0,25	popiół	6,0	0,00		0,04		
0,1-0,25	popiół	8,0	0,03	0,66	0,04		
0,1-0,25	popiół	10,0	0,03	0,65	0,05		
0,1-0,25	popiół	12,0	0,03	0,57	0,04		
0,1-0,25	popiół	14,0	0,03	0,61	0,03		
0,1-0,25	popiół	16,0	0,03	0,65	0,03		
0,1-0,25	popiół	18,0	0,03	0,64	0,04		
0,1-0,25	popiół	20,0	0,03	0,67	0,06	20	0,00
0,1-0,25	popiół	22,0	0,03	0,70	0,07		
0,1-0,25	popiół	24,0	0,03	0,66	0,08		
0,1-0,25	popiół	25,0	0,02	0,73	0,03	25	0,00
0,1-0,25	popiół	26,0	0,02	0,74	0,03		
0,1-0,25	popiół	28,0	0,03	0,74	0,05		
0,1-0,25	popiół	30,0	0,03	0,75	0,04		
0,1-0,25	popiół	32,0	0,03	0,76	0,03	32	0,00
0,1-0,25	popiół	36,0	0,07	0,75	0,04		
0,1-0,25	popiół	40,0	0,07	0,75	0,04	40	0,00
0,1-0,25	popiół	45,0	0,08	0,73	0,10		
0,1-0,25	popiół	56,0	0,23	0,68	0,53	56	0,00
0,1-0,25	popiół	60,0	0,08	0,63	0,31		
0,1-0,25	popiół	63,0	0,05	0,62	0,26		
0,1-0,25	popiół	71,0	0,12	0,67	0,75	71	0,00
0,1-0,25	popiół	80,0	0,16	0,70	0,82		
0,1-0,25	popiół	90,0	0,24	0,72	0,68		
0,1-0,25	popiół	100,0	0,48	0,74	0,49	100	0,00
0,1-0,25	popiół	120,0	3,25	0,75	1,48		
0,1-0,25	popiół	125,0	1,55	0,75	0,69		
0,1-0,25	popiół	140,0	7,45	0,75	3,54		
0,1-0,25	popiół	160,0	13,85	0,75	9,60	160	39,96
0,1-0,25	popiół	180,0	14,13	0,76	13,59		
0,1-0,25	popiół	200,0	13,34	0,77	15,89		
0,1-0,25	popiół	220,0	11,79	0,76	14,96		
0,1-0,25	popiół	250,0	14,02	0,77	16,99	250	60,04

1	2	3	4	5	6	7	8
0,1-0,25	popiół	280,0	9,80	0,74	10,02		
0,1-0,25	popiół	300,0	3,91	0,74	3,54		
0,1-0,25	popiół	315,0	2,00	0,83	1,49		
0,1-0,25	popiół	350,0	1,93	0,80	1,71		
0,1-0,25	popiół	400,0	0,79	0,80	0,73		
0,1-0,25	popiół	450,0	0,18	0,80	0,61		
0,1-0,25	popiół	500,0	0,06	0,80	0,24		
0,1-0,25	popiół	560,0	0,02	0,80	0,00		
0,1-0,25	SiO ₂	0,5	0,00		0,16		
0,1-0,25	SiO ₂	1,0	0,00		0,14		
0,1-0,25	SiO ₂	2,0	0,00		0,17		
0,1-0,25	SiO ₂	4,0	0,00		0,05		
0,1-0,25	SiO ₂	6,0	0,00		0,00		
0,1-0,25	SiO ₂	8,0	0,02	0,64	0,01		
0,1-0,25	SiO ₂	10,0	0,02	0,63	0,02		
0,1-0,25	SiO ₂	12,0	0,02	0,55	0,02		
0,1-0,25	SiO ₂	14,0	0,02	0,59	0,02		
0,1-0,25	SiO ₂	16,0	0,02	0,62	0,03		
0,1-0,25	SiO ₂	18,0	0,02	0,61	0,04		
0,1-0,25	SiO ₂	20,0	0,02	0,63	0,06	20	0,00
0,1-0,25	SiO ₂	22,0	0,02	0,67	0,07		
0,1-0,25	SiO ₂	24,0	0,02	0,63	0,07		
0,1-0,25	SiO ₂	25,0	0,01	0,70	0,03	25	0,00
0,1-0,25	SiO ₂	26,0	0,01	0,71	0,03		
0,1-0,25	SiO ₂	28,0	0,02	0,72	0,05		
0,1-0,25	SiO ₂	30,0	0,02	0,72	0,04		
0,1-0,25	SiO ₂	32,0	0,02	0,72	0,03	32	0,00
0,1-0,25	SiO ₂	36,0	0,05	0,72	0,03		
0,1-0,25	SiO ₂	40,0	0,05	0,72	0,02	40	0,00
0,1-0,25	SiO ₂	45,0	0,06	0,71	0,06		
0,1-0,25	SiO ₂	56,0	0,24	0,70	0,40	56	0,00
0,1-0,25	SiO ₂	60,0	0,12	0,68	0,26		
0,1-0,25	SiO ₂	63,0	0,10	0,66	0,23		
0,1-0,25	SiO ₂	71,0	0,28	0,67	0,71	71	0,00
0,1-0,25	SiO ₂	80,0	0,39	0,70	0,87		

1	2	3	4	5	6	7	8
0,1-0,25	SiO ₂	90,0	0,58	0,72	0,88		
0,1-0,25	SiO ₂	100,0	0,87	0,74	0,81	100	0,00
0,1-0,25	SiO ₂	120,0	4,62	0,74	2,27		
0,1-0,25	SiO ₂	125,0	2,02	0,74	0,88		
0,1-0,25	SiO ₂	140,0	8,65	0,74	3,99		
0,1-0,25	SiO ₂	160,0	13,96	0,74	9,78	160	39,14
0,1-0,25	SiO ₂	180,0	12,89	0,76	13,42		
0,1-0,25	SiO ₂	200,0	12,11	0,77	15,50		
0,1-0,25	SiO ₂	220,0	11,06	0,76	14,52		
0,1-0,25	SiO ₂	250,0	14,12	0,74	16,49	250	60,86
0,1-0,25	SiO ₂	280,0	9,97	0,72	9,75		
0,1-0,25	SiO ₂	300,0	3,53	0,78	3,46		
0,1-0,25	SiO ₂	315,0	1,69	0,84	1,46		
0,1-0,25	SiO ₂	350,0	1,55	0,84	1,67		
0,1-0,25	SiO ₂	400,0	0,74	0,84	0,72		
0,1-0,25	SiO ₂	450,0	0,09	0,84	0,58		
0,1-0,25	SiO ₂	500,0	0,06	0,84	0,21		
0,1-0,25	SiO ₂	560,0	0,01	0,84	0,00		
0,1-0,25	gnejs	0,5	0,00		0,21		
0,1-0,25	gnejs	1,0	0,00		0,15		
0,1-0,25	gnejs	2,0	0,00		0,19		
0,1-0,25	gnejs	4,0	0,00		0,16		
0,1-0,25	gnejs	6,0	0,00		0,07		
0,1-0,25	gnejs	8,0	0,05	0,64	0,05		
0,1-0,25	gnejs	10,0	0,05	0,63	0,07		
0,1-0,25	gnejs	12,0	0,05	0,55	0,08		
0,1-0,25	gnejs	14,0	0,05	0,59	0,10		
0,1-0,25	gnejs	16,0	0,05	0,62	0,11		
0,1-0,25	gnejs	18,0	0,05	0,61	0,13		
0,1-0,25	gnejs	20,0	0,05	0,64	0,14	20	0,00
0,1-0,25	gnejs	22,0	0,05	0,68	0,13		
0,1-0,25	gnejs	24,0	0,05	0,62	0,13		
0,1-0,25	gnejs	25,0	0,03	0,70	0,05	25	0,00
0,1-0,25	gnejs	26,0	0,03	0,71	0,05		
0,1-0,25	gnejs	28,0	0,05	0,72	0,08		

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0,1–0,25	gnejs	30,0	0,05	0,72	0,06		
0,1–0,25	gnejs	32,0	0,05	0,71	0,04	32	0,00
0,1–0,25	gnejs	36,0	0,10	0,70	0,04		
0,1–0,25	gnejs	40,0	0,10	0,70	0,03	40	0,00
0,1–0,25	gnejs	45,0	0,13	0,67	0,06		
0,1–0,25	gnejs	56,0	0,51	0,64	0,52	56	0,00
0,1–0,25	gnejs	60,0	0,26	0,63	0,37		
0,1–0,25	gnejs	63,0	0,21	0,61	0,34		
0,1–0,25	gnejs	71,0	0,59	0,63	1,07	71	0,00
0,1–0,25	gnejs	80,0	0,82	0,66	1,35		
0,1–0,25	gnejs	90,0	1,13	0,68	1,34		
0,1–0,25	gnejs	100,0	1,44	0,70	1,06	100	0,00
0,1–0,25	gnejs	120,0	5,26	0,70	1,87		
0,1–0,25	gnejs	125,0	1,97	0,70	0,60		
0,1–0,25	gnejs	140,0	7,70	0,70	2,89		
0,1–0,25	gnejs	160,0	12,78	0,71	8,10	160	38,61
0,1–0,25	gnejs	180,0	12,43	0,71	12,13		
0,1–0,25	gnejs	200,0	11,63	0,72	14,88		
0,1–0,25	gnejs	220,0	10,70	0,74	14,51		
0,1–0,25	gnejs	250,0	12,65	0,73	17,10	250	61,39
0,1–0,25	gnejs	280,0	9,44	0,72	10,47		
0,1–0,25	gnejs	300,0	3,75	0,73	3,81		
0,1–0,25	gnejs	315,0	1,95	0,73	1,64		
0,1–0,25	gnejs	350,0	2,21	0,85	1,93		
0,1–0,25	gnejs	400,0	1,08	0,70	0,86		
0,1–0,25	gnejs	450,0	0,21	0,66	0,72		
0,1–0,25	gnejs	500,0	0,11	0,66	0,28		
0,1–0,25	gnejs	560,0	0,06	0,66	0,00		
0,1–0,25	gnejs	600,0	0,11	0,66	0,00		
0,1–0,25	gnejs	630,0	0,04	0,66	0,00		
0,1–0,25	gnejs	650,0	0,02	0,66	0,00		
0,1–0,25	gnejs	710,0	0,01		0,00		
0,25–0,5	ruda Cu	0,5	0,00		0,06		
0,25–0,5	ruda Cu	1,0	0,00		0,06		
0,25–0,5	ruda Cu	2,0	0,00		0,09		

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0,25–0,5	ruda Cu	4,0	0,00		0,11		
0,25–0,5	ruda Cu	6,0	0,00		0,07		
0,25–0,5	ruda Cu	8,0	0,01	0,66	0,06		
0,25–0,5	ruda Cu	10,0	0,01	0,65	0,06		
0,25–0,5	ruda Cu	12,0	0,01	0,57	0,06		
0,25–0,5	ruda Cu	14,0	0,01	0,61	0,07		
0,25–0,5	ruda Cu	16,0	0,01	0,65	0,07		
0,25–0,5	ruda Cu	18,0	0,01	0,64	0,07		
0,25–0,5	ruda Cu	20,0	0,01	0,67	0,06	20	0,00
0,25–0,5	ruda Cu	22,0	0,01	0,70	0,05		
0,25–0,5	ruda Cu	24,0	0,01	0,66	0,04		
0,25–0,5	ruda Cu	25,0	0,00		0,02	25	0,00
0,25–0,5	ruda Cu	26,0	0,00		0,01		
0,25–0,5	ruda Cu	28,0	0,01	0,73	0,02		
0,25–0,5	ruda Cu	30,0	0,01	0,73	0,01		
0,25–0,5	ruda Cu	32,0	0,01	0,73	0,01	32	0,00
0,25–0,5	ruda Cu	36,0	0,01	0,72	0,01		
0,25–0,5	ruda Cu	40,0	0,01	0,72	0,02	40	0,00
0,25–0,5	ruda Cu	45,0	0,02	0,72	0,04		
0,25–0,5	ruda Cu	56,0	0,05	0,71	0,13	56	0,00
0,25–0,5	ruda Cu	60,0	0,02	0,71	0,06		
0,25–0,5	ruda Cu	63,0	0,02	0,70	0,05		
0,25–0,5	ruda Cu	71,0	0,05	0,71	0,11	71	0,00
0,25–0,5	ruda Cu	80,0	0,07	0,71	0,11		
0,25–0,5	ruda Cu	90,0	0,09	0,71	0,09		
0,25–0,5	ruda Cu	100,0	0,09	0,72	0,07	100	0,00
0,25–0,5	ruda Cu	120,0	0,24	0,71	0,15		
0,25–0,5	ruda Cu	125,0	0,08	0,68	0,05		
0,25–0,5	ruda Cu	140,0	0,30	0,66	0,24		
0,25–0,5	ruda Cu	160,0	0,58	0,66	0,48	160	0,00
0,25–0,5	ruda Cu	180,0	0,73	0,71	0,63		
0,25–0,5	ruda Cu	200,0	1,00	0,75	0,76		
0,25–0,5	ruda Cu	220,0	1,48	0,75	0,94		
0,25–0,5	ruda Cu	250,0	4,86	0,76	2,22	250	0,00
0,25–0,5	ruda Cu	280,0	10,21	0,74	3,66		

1	2	3	4	5	6	7	8
0,25-0,5	ruda Cu	300,0	9,88	0,73	3,69		
0,25-0,5	ruda Cu	315,0	7,58	0,74	3,20	315	45,55
0,25-0,5	ruda Cu	350,0	15,23	0,75	10,02		
0,25-0,5	ruda Cu	400,0	15,56	0,76	17,88		
0,25-0,5	ruda Cu	450,0	11,35	0,75	17,53		
0,25-0,5	ruda Cu	500,0	8,23	0,78	14,22	500	54,46
0,25-0,5	ruda Cu	560,0	7,31	0,79	10,75		
0,25-0,5	ruda Cu	600,0	2,58	0,71	3,74		
0,25-0,5	ruda Cu	630,0	0,78	0,76	1,96		
0,25-0,5	ruda Cu	650,0	0,46	0,90	0,93		
0,25-0,5	ruda Cu	710,0	0,64	0,90	1,63		
0,25-0,5	ruda Cu	800,0	0,35	0,90	1,74		
0,25-0,5	ruda Cu	900,0	0,05	0,90	1,87		
0,25-0,5	popiół	0,5	0,00		0,08		
0,25-0,5	popiół	1,0	0,00		0,07		
0,25-0,5	popiół	2,0	0,00		0,11		
0,25-0,5	popiół	4,0	0,00		0,15		
0,25-0,5	popiół	6,0	0,00		0,10		
0,25-0,5	popiół	8,0	0,01	0,65	0,08		
0,25-0,5	popiół	10,0	0,01	0,64	0,08		
0,25-0,5	popiół	12,0	0,01	0,56	0,09		
0,25-0,5	popiół	14,0	0,01	0,61	0,10		
0,25-0,5	popiół	16,0	0,01	0,65	0,11		
0,25-0,5	popiół	18,0	0,01	0,64	0,10		
0,25-0,5	popiół	20,0	0,01	0,67	0,08	20	0,00
0,25-0,5	popiół	22,0	0,01	0,70	0,06		
0,25-0,5	popiół	24,0	0,01	0,66	0,04		
0,25-0,5	popiół	25,0	0,01	0,72	0,02	25	0,00
0,25-0,5	popiół	26,0	0,01	0,73	0,01		
0,25-0,5	popiół	28,0	0,01	0,74	0,01		
0,25-0,5	popiół	30,0	0,01	0,74	0,01		
0,25-0,5	popiół	32,0	0,01	0,74	0,00	32	0,00
0,25-0,5	popiół	36,0	0,02	0,72	0,01		
0,25-0,5	popiół	40,0	0,02	0,73	0,01	40	0,00
0,25-0,5	popiół	45,0	0,02	0,72	0,03		

1	2	3	4	5	6	7	8
0,25–0,5	popiół	56,0	0,06	0,71	0,10	56	0,00
0,25–0,5	popiół	60,0	0,02	0,71	0,04		
0,25–0,5	popiół	63,0	0,02	0,68	0,03		
0,25–0,5	popiół	71,0	0,03	0,67	0,08	71	0,00
0,25–0,5	popiół	80,0	0,03	0,66	0,07		
0,25–0,5	popiół	90,0	0,03	0,61	0,04		
0,25–0,5	popiół	100,0	0,03	0,50	0,02	100	0,00
0,25–0,5	popiół	120,0	0,05	0,45	0,07		
0,25–0,5	popiół	125,0	0,01	0,47	0,05		
0,25–0,5	popiół	140,0	0,05	0,49	0,28		
0,25–0,5	popiół	160,0	0,14	0,56	0,64	160	0,00
0,25–0,5	popiół	180,0	0,33	0,63	0,82		
0,25–0,5	popiół	200,0	0,54	0,69	0,73		
0,25–0,5	popiół	220,0	0,87	0,72	0,48		
0,25–0,5	popiół	250,0	2,87	0,73	0,44	250	0,00
0,25–0,5	popiół	280,0	5,95	0,74	1,01		
0,25–0,5	popiół	300,0	6,53	0,74	1,76		
0,25–0,5	popiół	315,0	5,82	0,75	1,76	315	41,07
0,25–0,5	popiół	350,0	15,48	0,75	7,64		
0,25–0,5	popiół	400,0	19,60	0,75	17,48		
0,25–0,5	popiół	450,0	15,03	0,74	19,49		
0,25–0,5	popiół	500,0	10,99	0,78	17,08	500	58,93
0,25–0,5	popiół	560,0	8,71	0,74	13,45		
0,25–0,5	popiół	600,0	3,20	0,69	4,79		
0,25–0,5	popiół	630,0	1,37	0,72	2,52		
0,25–0,5	popiół	650,0	0,85	0,77	1,19		
0,25–0,5	popiół	710,0	0,89	0,77	2,08		
0,25–0,5	popiół	800,0	0,16	0,77	2,17		
0,25–0,5	popiół	900,0	0,19	0,77	2,34		
0,25–0,5	popiół	1000,0	0,03	0,77	0,00		
0,25–0,5	SiO ₂	0,5	0,00		0,24		
0,25–0,5	SiO ₂	1,0	0,00		0,12		
0,25–0,5	SiO ₂	2,0	0,00		0,16		
0,25–0,5	SiO ₂	4,0	0,00		0,12		
0,25–0,5	SiO ₂	6,0	0,00		0,04		

1	2	3	4	5	6	7	8
0,25-0,5	SiO ₂	8,0	0,01	0,64	0,04		
0,25-0,5	SiO ₂	10,0	0,01	0,63	0,04		
0,25-0,5	SiO ₂	12,0	0,01	0,56	0,06		
0,25-0,5	SiO ₂	14,0	0,01	0,59	0,07		
0,25-0,5	SiO ₂	16,0	0,01	0,63	0,08		
0,25-0,5	SiO ₂	18,0	0,01	0,62	0,07		
0,25-0,5	SiO ₂	20,0	0,01	0,64	0,06	20	0,00
0,25-0,5	SiO ₂	22,0	0,01	0,67	0,04		
0,25-0,5	SiO ₂	24,0	0,01	0,64	0,02		
0,25-0,5	SiO ₂	25,0	0,00		0,01	25	0,00
0,25-0,5	SiO ₂	26,0	0,00		0,00		
0,25-0,5	SiO ₂	28,0	0,01	0,71	0,01		
0,25-0,5	SiO ₂	30,0	0,01	0,71	0,00		
0,25-0,5	SiO ₂	32,0	0,01	0,71	0,00	32	0,00
0,25-0,5	SiO ₂	36,0	0,02	0,70	0,00		
0,25-0,5	SiO ₂	40,0	0,02	0,71	0,00	40	0,00
0,25-0,5	SiO ₂	45,0	0,02	0,69	0,01		
0,25-0,5	SiO ₂	56,0	0,07	0,68	0,02	56	0,00
0,25-0,5	SiO ₂	60,0	0,03	0,68	0,01		
0,25-0,5	SiO ₂	63,0	0,03	0,68	0,01		
0,25-0,5	SiO ₂	71,0	0,07	0,69	0,03	71	0,00
0,25-0,5	SiO ₂	80,0	0,09	0,68	0,04		
0,25-0,5	SiO ₂	90,0	0,12	0,68	0,07		
0,25-0,5	SiO ₂	100,0	0,12	0,68	0,10	100	0,00
0,25-0,5	SiO ₂	120,0	0,28	0,69	0,26		
0,25-0,5	SiO ₂	125,0	0,08	0,68	0,07		
0,25-0,5	SiO ₂	140,0	0,25	0,68	0,23		
0,25-0,5	SiO ₂	160,0	0,41	0,66	0,28	160	0,00
0,25-0,5	SiO ₂	180,0	0,45	0,69	0,23		
0,25-0,5	SiO ₂	200,0	0,59	0,72	0,16		
0,25-0,5	SiO ₂	220,0	0,82	0,73	0,10		
0,25-0,5	SiO ₂	250,0	2,27	0,74	0,16	250	0,00
0,25-0,5	SiO ₂	280,0	4,90	0,76	0,75		
0,25-0,5	SiO ₂	300,0	5,77	0,76	1,53		
0,25-0,5	SiO ₂	315,0	5,20	0,76	1,56	315	30,03

1	2	3	4	5	6	7	8
0,25–0,5	SiO ₂	350,0	14,21	0,79	7,39		
0,25–0,5	SiO ₂	400,0	21,17	0,77	18,03		
0,25–0,5	SiO ₂	450,0	16,80	0,78	20,66		
0,25–0,5	SiO ₂	500,0	13,08	0,81	18,19	500	69,97
0,25–0,5	SiO ₂	560,0	8,72	0,81	14,15		
0,25–0,5	SiO ₂	600,0	2,49	0,81	4,89		
0,25–0,5	SiO ₂	630,0	0,83	0,64	2,53		
0,25–0,5	SiO ₂	650,0	0,50	0,64	1,18		
0,25–0,5	SiO ₂	710,0	0,49	0,64	2,02		
0,25–0,5	SiO ₂	800,0	0,05	0,64	2,01		
0,25–0,5	gnejs	0,5	0,00		0,21		
0,25–0,5	gnejs	1,0	0,00		0,11		
0,25–0,5	gnejs	2,0	0,00		0,17		
0,25–0,5	gnejs	4,0	0,00		0,18		
0,25–0,5	gnejs	6,0	0,00		0,12		
0,25–0,5	gnejs	8,0	0,01	0,64	0,11		
0,25–0,5	gnejs	10,0	0,01	0,63	0,11		
0,25–0,5	gnejs	12,0	0,01	0,56	0,12		
0,25–0,5	gnejs	14,0	0,01	0,59	0,15		
0,25–0,5	gnejs	16,0	0,01	0,63	0,15		
0,25–0,5	gnejs	18,0	0,01	0,62	0,13		
0,25–0,5	gnejs	20,0	0,01	0,65	0,10	20	0,00
0,25–0,5	gnejs	22,0	0,01	0,68	0,07		
0,25–0,5	gnejs	24,0	0,01	0,64	0,04		
0,25–0,5	gnejs	25,0	0,01	0,70	0,01	25	0,00
0,25–0,5	gnejs	26,0	0,01	0,71	0,01		
0,25–0,5	gnejs	28,0	0,01	0,71	0,01		
0,25–0,5	gnejs	30,0	0,01	0,72	0,00		
0,25–0,5	gnejs	32,0	0,01	0,71	0,00	32	0,00
0,25–0,5	gnejs	36,0	0,03	0,70	0,00		
0,25–0,5	gnejs	40,0	0,03	0,71	0,00	40	0,00
0,25–0,5	gnejs	45,0	0,04	0,70	0,00		
0,25–0,5	gnejs	56,0	0,13	0,69	0,02	56	0,00
0,25–0,5	gnejs	60,0	0,06	0,69	0,02		
0,25–0,5	gnejs	63,0	0,05	0,69	0,02		

1	2	3	4	5	6	7	8
0,25–0,5	gnejs	71,0	0,13	0,69	0,05	71	0,00
0,25–0,5	gnejs	80,0	0,16	0,69	0,07		
0,25–0,5	gnejs	90,0	0,20	0,68	0,06		
0,25–0,5	gnejs	100,0	0,19	0,66	0,03	100	0,00
0,25–0,5	gnejs	120,0	0,42	0,64	0,06		
0,25–0,5	gnejs	125,0	0,12	0,62	0,04		
0,25–0,5	gnejs	140,0	0,34	0,59	0,26		
0,25–0,5	gnejs	160,0	0,56	0,59	0,70	160	0,00
0,25–0,5	gnejs	180,0	0,66	0,63	1,02		
0,25–0,5	gnejs	200,0	0,86	0,67	1,05		
0,25–0,5	gnejs	220,0	1,18	0,68	0,79		
0,25–0,5	gnejs	250,0	3,15	0,69	0,61	250	0,00
0,25–0,5	gnejs	280,0	5,85	0,70	0,59		
0,25–0,5	gnejs	300,0	5,85	0,69	1,14		
0,25–0,5	gnejs	315,0	4,91	0,70	1,19	315	39,25
0,25–0,5	gnejs	350,0	12,24	0,72	6,14		
0,25–0,5	gnejs	400,0	16,79	0,74	15,91		
0,25–0,5	gnejs	450,0	14,26	0,70	19,10		
0,25–0,5	gnejs	500,0	11,55	0,76	17,63	500	60,75
0,25–0,5	gnejs	560,0	10,53	0,72	14,47		
0,25–0,5	gnejs	600,0	4,35	0,71	5,35		
0,25–0,5	gnejs	630,0	1,88	0,75	2,84		
0,25–0,5	gnejs	650,0	1,18	0,69	1,37		
0,25–0,5	gnejs	710,0	1,36	0,70	2,41		
0,25–0,5	gnejs	800,0	0,55	0,70	2,53		
0,25–0,5	gnejs	900,0	0,20	0,70	2,73		
0,25–0,5	gnejs	1000,0	0,01	0,70	0,00		
0,25–0,5	gnejs	1125,0	0,09	0,70	0,00		
0,5–1,0	ruda Cu	0,5	0,00		0,10		
0,5–1,0	ruda Cu	1,0	0,00		0,20		
0,5–1,0	ruda Cu	2,0	0,00		0,38		
0,5–1,0	ruda Cu	4,0	0,00		0,57		
0,5–1,0	ruda Cu	6,0	0,00		0,37		
0,5–1,0	ruda Cu	8,0	0,00		0,30		
0,5–1,0	ruda Cu	10,0	0,00		0,28		

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0,5–1,0	ruda Cu	12,0	0,00		0,28		
0,5–1,0	ruda Cu	14,0	0,00		0,26		
0,5–1,0	ruda Cu	16,0	0,00		0,21		
0,5–1,0	ruda Cu	18,0	0,00		0,16		
0,5–1,0	ruda Cu	20,0	0,00		0,11	20	0,00
0,5–1,0	ruda Cu	22,0	0,00		0,06		
0,5–1,0	ruda Cu	24,0	0,00		0,03		
0,5–1,0	ruda Cu	25,0	0,00		0,01	25	0,00
0,5–1,0	ruda Cu	26,0	0,00		0,01		
0,5–1,0	ruda Cu	28,0	0,00		0,00		
0,5–1,0	ruda Cu	30,0	0,00		0,00		
0,5–1,0	ruda Cu	32,0	0,00		0,00	32	0,00
0,5–1,0	ruda Cu	36,0	0,01	0,73	0,00		
0,5–1,0	ruda Cu	40,0	0,01	0,73	0,00	40	0,00
0,5–1,0	ruda Cu	45,0	0,01	0,72	0,00		
0,5–1,0	ruda Cu	56,0	0,02	0,71	0,00	56	0,00
0,5–1,0	ruda Cu	60,0	0,01	0,71	0,00		
0,5–1,0	ruda Cu	63,0	0,00		0,00		
0,5–1,0	ruda Cu	71,0	0,01	0,71	0,00	71	0,00
0,5–1,0	ruda Cu	80,0	0,02	0,69	0,01		
0,5–1,0	ruda Cu	90,0	0,02	0,69	0,02		
0,5–1,0	ruda Cu	100,0	0,02	0,71	0,04	100	0,00
0,5–1,0	ruda Cu	120,0	0,05	0,72	0,13		
0,5–1,0	ruda Cu	125,0	0,01	0,73	0,04		
0,5–1,0	ruda Cu	140,0	0,04	0,72	0,13		
0,5–1,0	ruda Cu	160,0	0,07	0,73	0,16	160	0,00
0,5–1,0	ruda Cu	180,0	0,08	0,66	0,13		
0,5–1,0	ruda Cu	200,0	0,08	0,62	0,09		
0,5–1,0	ruda Cu	220,0	0,07	0,61	0,06		
0,5–1,0	ruda Cu	250,0	0,10	0,54	0,04	250	0,00
0,5–1,0	ruda Cu	280,0	0,10	0,49	0,01		
0,5–1,0	ruda Cu	300,0	0,07	0,49	0,01		
0,5–1,0	ruda Cu	315,0	0,06	0,55	0,02	315	0,00
0,5–1,0	ruda Cu	350,0	0,21	0,63	0,10		
0,5–1,0	ruda Cu	400,0	0,49	0,67	0,41		

1	2	3	4	5	6	7	8
0,5-1,0	ruda Cu	450,0	1,18	0,69	0,77		
0,5-1,0	ruda Cu	500,0	2,06	0,69	1,08	500	0,00
0,5-1,0	ruda Cu	560,0	5,16	0,70	1,63		
0,5-1,0	ruda Cu	600,0	5,08	0,69	1,37		
0,5-1,0	ruda Cu	630,0	4,89	0,70	1,30		
0,5-1,0	ruda Cu	650,0	3,32	0,72	1,01		
0,5-1,0	ruda Cu	710,0	11,03	0,75	3,18	710	35,04
0,5-1,0	ruda Cu	800,0	18,04	0,77	9,76		
0,5-1,0	ruda Cu	900,0	16,74	0,80	13,73		
0,5-1,0	ruda Cu	1000,0	12,82	0,79	15,33	1000	64,96
0,5-1,0	ruda Cu	1125,0	10,85		16,87		
0,5-1,0	ruda Cu	1250,0	4,66		11,88		
0,5-1,0	ruda Cu	1400,0	2,21		8,05		
0,5-1,0	ruda Cu	2000,0	0,48		9,04		
0,5-1,0	popiół	0,5	0,00		0,05		
0,5-1,0	popiół	1,0	0,00		0,07		
0,5-1,0	popiół	2,0	0,00		0,14		
0,5-1,0	popiół	4,0	0,00		0,18		
0,5-1,0	popiół	6,0	0,00		0,10		
0,5-1,0	popiół	8,0	0,00		0,08		
0,5-1,0	popiół	10,0	0,00		0,08		
0,5-1,0	popiół	12,0	0,00		0,08		
0,5-1,0	popiół	14,0	0,00		0,07		
0,5-1,0	popiół	16,0	0,00		0,06		
0,5-1,0	popiół	18,0	0,00		0,04		
0,5-1,0	popiół	20,0	0,00		0,03	20	0,00
0,5-1,0	popiół	22,0	0,00		0,01		
0,5-1,0	popiół	24,0	0,00		0,01		
0,5-1,0	popiół	25,0	0,00		0,00	25	0,00
0,5-1,0	popiół	26,0	0,00		0,00		
0,5-1,0	popiół	28,0	0,00		0,00		
0,5-1,0	popiół	30,0	0,00		0,00		
0,5-1,0	popiół	32,0	0,00		0,00	32	0,00
0,5-1,0	popiół	36,0	0,00		0,00		
0,5-1,0	popiół	40,0	0,00		0,00	40	0,00

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0,5–1,0	popiół	45,0	0,00		0,00		
0,5–1,0	popiół	56,0	0,01	0,68	0,00	56	0,00
0,5–1,0	popiół	60,0	0,00		0,00		
0,5–1,0	popiół	63,0	0,00		0,00		
0,5–1,0	popiół	71,0	0,01	0,66	0,00	71	0,00
0,5–1,0	popiół	80,0	0,01	0,66	0,00		
0,5–1,0	popiół	90,0	0,01	0,63	0,00		
0,5–1,0	popiół	100,0	0,01	0,66	0,00	100	0,00
0,5–1,0	popiół	120,0	0,02	0,60	0,00		
0,5–1,0	popiół	125,0	0,01	0,55	0,00		
0,5–1,0	popiół	140,0	0,02	0,53	0,00		
0,5–1,0	popiół	160,0	0,03	0,52	0,00	160	0,00
0,5–1,0	popiół	180,0	0,03	0,45	0,00		
0,5–1,0	popiół	200,0	0,04	0,41	0,00		
0,5–1,0	popiół	220,0	0,04	0,46	0,00		
0,5–1,0	popiół	250,0	0,08	0,43	0,00	250	0,00
0,5–1,0	popiół	280,0	0,11	0,43	0,00		
0,5–1,0	popiół	300,0	0,13	0,49	0,00		
0,5–1,0	popiół	315,0	0,14	0,54	0,00	315	0,00
0,5–1,0	popiół	350,0	0,53	0,62	0,01		
0,5–1,0	popiół	400,0	1,09	0,68	0,12		
0,5–1,0	popiół	450,0	2,02	0,70	0,40		
0,5–1,0	popiół	500,0	3,17	0,71	0,81	500	0,00
0,5–1,0	popiół	560,0	6,38	0,72	1,64		
0,5–1,0	popiół	600,0	6,97	0,72	1,57		
0,5–1,0	popiół	630,0	6,02	0,74	1,52		
0,5–1,0	popiół	650,0	4,06	0,73	1,18		
0,5–1,0	popiół	710,0	12,44	0,77	3,64	710	44,91
0,5–1,0	popiół	800,0	17,72	0,77	10,67		
0,5–1,0	popiół	900,0	14,42	0,80	14,40		
0,5–1,0	popiół	1000,0	9,78	0,73	15,72	1000	55,09
0,5–1,0	popiół	1125,0	7,18	0,73	17,15		
0,5–1,0	popiół	1250,0	4,39	0,73	12,08		
0,5–1,0	popiół	1400,0	2,07	0,73	8,23		
0,5–1,0	popiół	2000,0	1,09	0,73	9,52		

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0,5-1,0	SiO ₂	0,5	0,00		0,07		
0,5-1,0	SiO ₂	1,0	0,00		0,04		
0,5-1,0	SiO ₂	2,0	0,00		0,06		
0,5-1,0	SiO ₂	4,0	0,00		0,07		
0,5-1,0	SiO ₂	6,0	0,00		0,04		
0,5-1,0	SiO ₂	8,0	0,00		0,03		
0,5-1,0	SiO ₂	10,0	0,00		0,03		
0,5-1,0	SiO ₂	12,0	0,00		0,03		
0,5-1,0	SiO ₂	14,0	0,00		0,03		
0,5-1,0	SiO ₂	16,0	0,00		0,03		
0,5-1,0	SiO ₂	18,0	0,00		0,02		
0,5-1,0	SiO ₂	20,0	0,00		0,02	20	0,00
0,5-1,0	SiO ₂	22,0	0,00		0,01		
0,5-1,0	SiO ₂	24,0	0,00		0,01		
0,5-1,0	SiO ₂	25,0	0,00		0,00	25	0,00
0,5-1,0	SiO ₂	26,0	0,00		0,00		
0,5-1,0	SiO ₂	28,0	0,00		0,00		
0,5-1,0	SiO ₂	30,0	0,00		0,00		
0,5-1,0	SiO ₂	32,0	0,00		0,00	32	0,00
0,5-1,0	SiO ₂	36,0	0,01	0,68	0,00		
0,5-1,0	SiO ₂	40,0	0,01	0,68	0,00	40	0,00
0,5-1,0	SiO ₂	45,0	0,01	0,67	0,00		
0,5-1,0	SiO ₂	56,0	0,03	0,68	0,01	56	0,00
0,5-1,0	SiO ₂	60,0	0,01	0,66	0,00		
0,5-1,0	SiO ₂	63,0	0,01	0,66	0,00		
0,5-1,0	SiO ₂	71,0	0,03	0,65	0,00	71	0,00
0,5-1,0	SiO ₂	80,0	0,04	0,66	0,00		
0,5-1,0	SiO ₂	90,0	0,04	0,65	0,00		
0,5-1,0	SiO ₂	100,0	0,04	0,67	0,00	100	0,00
0,5-1,0	SiO ₂	120,0	0,09	0,65	0,00		
0,5-1,0	SiO ₂	125,0	0,02	0,64	0,00		
0,5-1,0	SiO ₂	140,0	0,07	0,65	0,00		
0,5-1,0	SiO ₂	160,0	0,09	0,64	0,00	160	0,00
0,5-1,0	SiO ₂	180,0	0,09	0,67	0,00		
0,5-1,0	SiO ₂	200,0	0,12	0,64	0,00		

1	2	3	4	5	6	7	8
0,5-1,0	SiO ₂	220,0	0,13	0,64	0,00		
0,5-1,0	SiO ₂	250,0	0,16	0,62	0,00	250	0,00
0,5-1,0	SiO ₂	280,0	0,17	0,61	0,00		
0,5-1,0	SiO ₂	300,0	0,13	0,58	0,00		
0,5-1,0	SiO ₂	315,0	0,10	0,62	0,00	315	0,00
0,5-1,0	SiO ₂	350,0	0,33	0,70	0,00		
0,5-1,0	SiO ₂	400,0	0,64	0,74	0,00		
0,5-1,0	SiO ₂	450,0	1,47	0,75	0,12		
0,5-1,0	SiO ₂	500,0	2,96	0,77	0,59	500	0,00
0,5-1,0	SiO ₂	560,0	8,19	0,77	2,03		
0,5-1,0	SiO ₂	600,0	10,14	0,78	2,46		
0,5-1,0	SiO ₂	630,0	7,86	0,76	2,45		
0,5-1,0	SiO ₂	650,0	5,25	0,75	1,94		
0,5-1,0	SiO ₂	710,0	14,89	0,71	5,65	710	62,59
0,5-1,0	SiO ₂	800,0	17,54	0,75	14,51		
0,5-1,0	SiO ₂	900,0	14,04	0,87	16,30		
0,5-1,0	SiO ₂	1000,0	8,48	0,87	15,32	1000	37,41
0,5-1,0	SiO ₂	1125,0	5,07	0,87	14,87		
0,5-1,0	SiO ₂	1250,0	1,32	0,87	9,66		
0,5-1,0	SiO ₂	1400,0	0,44	0,87	6,29		
0,5-1,0	gnejs	0,5	0,00		0,09		
0,5-1,0	gnejs	1,0	0,00		0,09		
0,5-1,0	gnejs	2,0	0,00		0,18		
0,5-1,0	gnejs	4,0	0,00		0,31		
0,5-1,0	gnejs	6,0	0,00		0,25		
0,5-1,0	gnejs	8,0	0,00		0,22		
0,5-1,0	gnejs	10,0	0,00		0,22		
0,5-1,0	gnejs	12,0	0,00		0,22		
0,5-1,0	gnejs	14,0	0,00		0,22		
0,5-1,0	gnejs	16,0	0,00		0,19		
0,5-1,0	gnejs	18,0	0,00		0,16		
0,5-1,0	gnejs	20,0	0,00		0,12	20	0,00
0,5-1,0	gnejs	22,0	0,00		0,08		
0,5-1,0	gnejs	24,0	0,00		0,04		
0,5-1,0	gnejs	25,0	0,00		0,01	25	0,00

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0,5-1,0	gnejs	26,0	0,00		0,01		
0,5-1,0	gnejs	28,0	0,00		0,01		
0,5-1,0	gnejs	30,0	0,00		0,00		
0,5-1,0	gnejs	32,0	0,00		0,00	32	0,00
0,5-1,0	gnejs	36,0	0,01	0,70	0,00		
0,5-1,0	gnejs	40,0	0,01	0,71	0,00	40	0,00
0,5-1,0	gnejs	45,0	0,01	0,70	0,00		
0,5-1,0	gnejs	56,0	0,04	0,70	0,01	56	0,00
0,5-1,0	gnejs	60,0	0,02	0,69	0,01		
0,5-1,0	gnejs	63,0	0,01	0,69	0,01		
0,5-1,0	gnejs	71,0	0,03	0,69	0,05	71	0,00
0,5-1,0	gnejs	80,0	0,04	0,70	0,08		
0,5-1,0	gnejs	90,0	0,05	0,69	0,11		
0,5-1,0	gnejs	100,0	0,05	0,68	0,11	100	0,00
0,5-1,0	gnejs	120,0	0,10	0,68	0,17		
0,5-1,0	gnejs	125,0	0,03	0,70	0,04		
0,5-1,0	gnejs	140,0	0,07	0,69	0,07		
0,5-1,0	gnejs	160,0	0,11	0,67	0,04	160	0,00
0,5-1,0	gnejs	180,0	0,10	0,67	0,02		
0,5-1,0	gnejs	200,0	0,11	0,64	0,01		
0,5-1,0	gnejs	220,0	0,10	0,58	0,00		
0,5-1,0	gnejs	250,0	0,17	0,61	0,00	250	0,00
0,5-1,0	gnejs	280,0	0,21	0,58	0,00		
0,5-1,0	gnejs	300,0	0,14	0,57	0,00		
0,5-1,0	gnejs	315,0	0,11	0,56	0,01	315	0,00
0,5-1,0	gnejs	350,0	0,30	0,60	0,07		
0,5-1,0	gnejs	400,0	0,53	0,64	0,32		
0,5-1,0	gnejs	450,0	1,16	0,66	0,67		
0,5-1,0	gnejs	500,0	2,20	0,67	0,96	500	0,00
0,5-1,0	gnejs	560,0	4,81	0,68	1,42		
0,5-1,0	gnejs	600,0	5,10	0,71	1,15		
0,5-1,0	gnejs	630,0	5,07	0,69	1,10		
0,5-1,0	gnejs	650,0	3,45	0,69	0,85		
0,5-1,0	gnejs	710,0	11,03	0,73	2,75	710	43,04
0,5-1,0	gnejs	800,0	17,65	0,76	8,93		

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0,5–1,0	gnejs	900,0	17,89	0,79	13,28		
0,5–1,0	gnejs	1000,0	12,50	0,64	15,43	1000	56,96
0,5–1,0	gnejs	1125,0	10,16	0,64	17,53		
0,5–1,0	gnejs	1250,0	5,17	0,64	12,71		
0,5–1,0	gnejs	1400,0	1,30	0,64	8,85		
0,5–1,0	gnejs	2000,0	0,21	0,64	10,50		