

# Wstęp

Niniejsza monografia, poświęcona wybranym metodom numerycznym, jest przeznaczona dla osób zainteresowanych współczesnymi metodami obliczeniowymi. Mogą z niej korzystać studenci kierunków inżynierskich, po zakończeniu podstawowych kursów z algebry, analizy matematycznej i programowania, oraz inżynierowie i naukowcy poszukujący omówienia wybranych, konkretnych zagadnień numerycznych. W monografii pokazujemy, jak dobrać i zastosować daną metodę, oraz koncentrujemy się na własnościach wybranych metod i zagadnieniu doboru parametrów. Należy podkreślić, że monografia ta nie stanowi regularnego wykładu związanego z metodami obliczeniowymi, nie zawiera też zbioru nowych metod, natomiast ma za zadanie naświetlenie praktyki stosowania wybranych metod, z uwzględnieniem odniesień do literatury.

Monografia składa się z ośmiu rozdziałów.

Pierwszy rozdział poświęcony jest ilorazom różnicowym. We wstępnej części tego rozdziału przedstawiono podstawowe zagadnienia związane z błędami numerycznymi, a następnie omówiono ilorazy różnicowe z krokiem rzeczywistym oraz zespolonym. Omówiono również zagadnienie ekstrapolacji Richardsona.

Drugi rozdział poświęcony jest automatycznemu różniczkowaniu. Na początku przeanalizowano problem wyliczania pochodnych i przesłanki związane z automatyzacją tego procesu. Następnie przedstawiono problemy różniczkowania metodą „w przód” (*forward mode*) oraz metodą „wstecz” (*backward mode*) i dokonano ich porównania w szczególnych przypadkach. Dalej zaprezentowano implementację z użyciem liczb dualnych, przeanalizowano metody implementacji oraz porównano wydajność i dokładność różnych metod.

W trzecim rozdziale omówiono wybrane kwadratury. W pierwszej części przedstawiono kwadratury z węzłami równoodległymi, a w szczególności kwadratury Newtona–Cotesa oraz kwadratury złożone, a także metody adaptacyjne. Następnie opisano kwadratury z węzłami nierównoodległymi z uwzględnieniem kwadratur Gaussa, Lobatta, Radaua i algorytmów adaptacyjnych.

Czwarty rozdział dotyczy identyfikacji współczynników liniowego, niejednorodnego równania różniczkowego. Najpierw przedstawiono przykładowe obszary zastosowań równań

różniczkowych i omówiono zagadnienie identyfikacji modelu wraz z krótkim wprowadzeniem do metod identyfikacji parametrów modelu. Następnie nieco dokładniej omówiono metodę ciągłą identyfikacji związaną z minimalizacją błędu wyjścia *Output Error Method*. W dalszej części rozdziału przedstawiono przykłady analityczne i numeryczne związane z zaprezentowanymi metodami.

Piąty rozdział dotyczy zagadnienia początkowego IVP (*Initial Value Problem*) dla równań różniczkowych zwyczajnych. W pierwszej części przedstawiono krótkie wprowadzenie do zagadnienia, dalej omówiono liniowe metody wielokrokowe, a następnie metody Rungego–Kutty w wersji klasycznej oraz rozwiązania z wykorzystaniem tzw. niejawnych metod Rungego–Kutty. Na koniec przedstawiono algorytmy adaptacyjne.

Szósty rozdział dotyczy solverów zwyczajnych równań różniczkowych i zawiera ilustracje ich użycia. W pierwszej części rozdziału przedstawiono przykład zadania poświęconego równaniom różniczkowym zwyczajnym (ODE) w postaci podwójnego wahadła, a następnie – wychodząc od treści tego przykładu – omówiono analizę błędów metod o stałym rzędzie. W dalszej części rozdziału przedstawiono porównanie solverów o zmiennym kroku i rzędzie.

Siódmy rozdział obejmuje zagadnienie brzegowe równania różniczkowego zwyczajnego (BVP – *Boundary Value Problem*). Najpierw omówiono metodę strzału pojedynczego, a następnie metody jednoczesne. W kolejnej części rozdziału przedstawiono rozwiązanie szeregu eksperymentów związanych z zadaniem BVP.

Ósmy rozdział dotyczy algorytmu QR obliczania wartości własnych. W pierwszej części przedstawiono problematykę wyliczania własności własnych, następnie ogólną konstrukcję rozkładu QR z przykładami, w dalszej części rozdziału – zastosowanie algorytmu QR do obliczania wartości własnych, a w części końcowej, na przykładach, problematykę dokładności numerycznej w kontekście obliczania wartości własnych macierzy.