AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA IM. STANISŁAWA STASZICA
Wydział Górnictwa i Geoinżynierii
Katedra Górnictwa Podziemnego

ROZPRAWA DOKTORSKA

Badania modelowe hydrodynamicznych własności ośrodków porowatych zbudowanych z sieci komórek elementarnych

WIKTOR FILIPEK

Promotor: Dr hab. inż. MARIUSZ R. SŁAWOMIRSKI, prof. n. IMG PAN

Kraków, 2011

Spis treści:

Rozdział I Wprowadzenie - system kul jako ośrodek porowaty……. **1**

1.1 Wstęp…… 1

1.2 System kul jako ośrodek porowaty…….. 10

1.3 Eksperyment Lasowskiej dotyczący przepływu przez ośrodek porowaty utworzony z jednakowych kul w układzie symetrii regularnej…… 11

Rozdział II Cel i zakres pracy ……...…….... **15**

Rozdział III Symulacja numeryczna powolnych przepływów płynów w ośrodku porowatym utworzonym przez regularny układ makroskopowych kul……... **17**

3.1 Wstęp…… 17

3.2 Zastosowane narzędzia numerycznego modelowania przepływów..…….. 17

3.3 Model ośrodka porowatego zastosowany w obliczeniach numerycznych…….. 20

3.4 Analiza wyników otrzymanych z symulacji numerycznej przepływu płynu przez ośrodek porowaty……. 22

3.5 Podsumowanie…….. 27

Rozdział IV Generowanie wirtualnego ośrodka porowatego zbudowanego z jednorodnych kul o najgęstszym ułożeniu……. **29**

4.1 Wstęp…… 29

4.2 Model wirtualnego ośrodka porowatego zbudowanego z jednakowych kul o najgęstszym upakowaniu ……... 31

4.3 Komórka elementarna …..…… 35

4.4 Współpraca programu GEOMETRY z programem GAMBIT przy tworzeniu geometrii wirtualnego ośrodka porowatego zbudowanego z jednorodnych kul o najgęstszym ułożeniu …….. 38

4.5 Współpraca programu MESH z programem GAMBIT przy definiowaniu warunków brzegowych oraz generowaniu siatki numerycznej dla wirtualnego ośrodka porowatego zbudowanego z jednorodnych kul o najgęstszym ułożeniu……... 42

4.6 Wspomaganie procesu symulacji numerycznej przepływu medium przez wirtualny ośrodek porowaty przy pomocy aplikacji SCRIPT……. 46

4.7 Symulacja numeryczna przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty zbudowany z jednakowych kul o najgęstszym upakowaniu…… 49

Rozdział V Metoda pomiaru małych wartości ciśnienia hydrostatycznego zastosowana w badaniach doświadczalnych…….. **56**

5.1 Wstęp…… 56

5.2 Zasada pomiaru małych wartości ciśnień hydrostatycznych……... 58

5.3 Pomiar małych wartości ciśnień hydrostatycznych…….. 63

Rozdział VI Stanowisko laboratoryjne do pomiaru przepływów płynów w ośrodku porowatym zbudowanym z jednakowych kulek…….. **74**

6.1 Wstęp…… 74

6.2 Kolumna pomiarowa ……...…… 77

6.3 Pompa – układ zasilający kolumnę pomiarową ……..…… 82

6.4 Moduł regulujący wysokość powierzchni swobodnej w kolumnie pomiarowej……...…… 84

6.5 Pomiar wartości wydatku …… 91

6.6 Układ sterowania ….…… 94

6.7 Pomiar temperatury płynów oraz wilgotności powietrza …… 97

Rozdział VII Porównanie wyników eksperymentalnych z symulacją numeryczną przepływu płynu przez ośrodek porowaty zbudowany z jednorodnych kulek o najgęstszym upakowaniu……... **99**

7.1 Wstęp…… 99

7.2 Pomiar doświadczalny zależności spadku ciśnienia w funkcji wydatku … 103

7.3 Wyznaczenie zależności spadku ciśnienia w funkcji wydatku przepływu z danych otrzymanych z symulacji numerycznej przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty zbudowany z jednakowych kul o najgęstszym upakowaniu……. 108

7.4 Podsumowanie ……..…… 113

Rozdział VIII Przestrzeń porowa jako sieć przestrzenna utworzona z komórek elementarnych…… **115**

8.1 Wstęp…… 115

8.2 Metoda analogii elektrohydrodynamicznej w ujęciu pojęcia wielobiegunnika..……..……..….. 116

8.3 Przepływ płynu przez komórkę elementarną ……..…… 119

8.4 Komórka elementarna jako wielobiegunnik…….…… 122

8.5 Związek rezystancji hydrodynamicznej z wirowością pola prędkości…….…….…….…….…….…… 132

8.6 Przestrzeń porowa jako sieć przestrzenna utworzona z komórek elementarnych….……...……..…… 138

8.7 Przestrzeń porowa jako sieć przestrzenna utworzona z komórek elementarnych ułożonych według schematu ABABAB – przykładowa metoda liczenia...……...……..…… 141

8.8 Podsumowanie ……..…… 146

Rozdział IX Rekapitulacja i wnioski……..……..... **149**

Literatura ……...…… **152**

Skorowidz……...…… **157**

ROZDZIAŁ I

Wprowadzenie - system kul jako ośrodek porowaty.

1.1 Wstęp.

Ośrodek porowaty, jako układ dwufazowy ciało stałe - płyn, składa się ze szkieletu oraz z wolnej przestrzeni, przez którą przepływa płyn. Część stała ośrodka porowatego w postaci szkieletu może być pochodzenia naturalnego lub sztucznego. Przestrzenie wolne, zwane przestrzenią porową, tworzą w ośrodku porowatym skomplikowaną i najczęściej nieregularną sieć kanalików i połączeń (rys. 1).



Rys. 1. Wizualizacja przestrzeni porowej w piaskowcu [Colins 1961] pokazuje poziom skomplikowania przestrzeni porowej i uświadamia jak trudno jest opisać kształt geometryczny, czy też zdefiniować pojęcie kanału porowego.

Podstawowymi parametrami określającymi własności ośrodka porowatego są przepuszczalność oraz porowatość [Bear (1988), Colins (1961), Scheidegger (1974)]. Porowatość ε jako właściwość fizyczna ośrodka porowatego informuje o stosunku sumarycznej objętości pustych przestrzeni V_{p} do całkowitej jego objętości V i opisać ją można w postaci zależności:

$$\varepsilon = \frac{V_{\mathrm{p}}}{V} \tag{1}$$

W rzeczywistości, w zależności od rodzaju materiału tworzącego szkielet ośrodka porowatego, mogą wystąpić w nim tzw. pory zamknięte, nie biorące udziału w procesie przepływu płynu. Przyjęło się więc używać terminów: porowatość bezwzględna oraz porowatość względna. W porowatości bezwzględnej (całkowitej) uwzględnia się zarówno pory otwarte jak i zamknięte. Natomiast porowatość względna dotyczy tylko porów otwartych, tj. takich, przez które może być realizowany przepływ płynu.

Przepuszczalność natomiast, oznaczana najczęściej symbolem K, podzielona przez lepkość płynu μ, jest współczynnikiem proporcjonalności między wektorem prędkości filtracji płynu w ośrodku porowatym a występującym w płynie gradientem ciśnienia:

$$\boldsymbol{u} = -\frac{K}{\mu}\,\mathrm{grad}P \tag{2}$$

Wielkość K jest nazywana współczynnikiem przepuszczalności lub po prostu przepuszczalnością. Jego wymiarem w układzie SI jest 1 m^2, natomiast w użyciu praktycznym 1 darcy (1D), przy czym 1 D = $0.986923 \cdot 10^{-12}$ m^2. Dla przepływów jednofazowych wartość współczynnika zależy jedynie od struktury topologicznej i własności ośrodka porowatego.

W literaturze z końca XIX i początków XX wieku przez prawo Darcy'ego rozumiano następujący związek między prędkością filtracji a spadkiem ciśnienia:

$$\boldsymbol{u} = -k\frac{dP}{dL} \tag{3}$$

Współczynnik k nazwano wówczas przepuszczalnością. W przeciwieństwie do K parametr k nie jest stałą materiałową ośrodka porowatego, gdyż jego wartość zależy od własności przepływającego płynu. Relację między parametrami K i k można przedstawić w postaci zależności,

$$k = \frac{K}{\mu} \tag{4}$$

gdzie μ jest lepkością dynamiczną płynu a jednostka jest [Pa·s].

Przepuszczalność k ośrodka porowatego dla cieczy i gazów, czy porowatość ε zależne są od kształtu i wielkości kanałów porowych. Jak wykazał Bear, Zalewsky, Irmay (1968) oraz Stark (1972) przepuszczalność ośrodka porowatego zależy zarówno od kształtu kanałów porowych jak i od lokalnej prędkości przepływu. Na wielkość przepuszczalności mają także wpływ zjawiska zachodzące na granicy faz przepływający płyn – materiał szkieletu.

Badania przeprowadzone w latach dwudziestych i trzydziestych XX wieku spowodowały zmianę konotacji terminów „przepuszczalność" oraz „prawo Darcy'ego" przynajmniej w literaturze zachodniej. Stosowana w niniejszej pracy nomenklatura jest zgodna ze współczesną nomenklaturą zachodnią prezentowaną przez klasyczną monografię Beara, Colinsa, Scheideggera.

Ciśnienie P we wzorze (2) w ujęciu fenomenologicznym [Orzechowski i inni] (2009)] jest wielkością skalarną określoną jako wartość siły działającej

prostopadle do powierzchni podzielona przez powierzchnię na jaką ona działa, co przedstawia zależność:

$$P = \frac{F_n}{S} \tag{5}$$

gdzie:
P – ciśnienie [Pa],
F_n – składowa siły prostopadła do powierzchni [N],
S – powierzchnia [m²].

Ciśnienie może być określone względem próżni – tzw. ciśnienie bezwzględne czyli absolutne, lub względem ciśnienia otoczenia – nadciśnienie P_n (lub ciśnienie względne). W technice powszechnie mierzy się i podaje ciśnienie płynów względem ciśnienia otoczenia P_o dość często określanego mianem ciśnienia atmosferycznego P_a.

Ciśnienie atmosferyczne określa stosunek wartości siły, z jaką słup powietrza atmosferycznego naciska na powierzchnię Ziemi, do powierzchni, na jaką ten słup naciska.

Należy odróżnić faktyczne ciśnienie powietrza w danej miejscowości od podawanego w prognozach pogody, którego wielkość informuje nas o tym jaka będzie wartość ciśnienia danego dnia w danej miejscowości, gdyby znajdowała się ona na poziomie morza.

Dlatego wartość ciśnienia otoczenia P_o (ciśnienia atmosferycznego P_a) w obszarze przeprowadzania badań, należy do celów naukowych zawsze określić odpowiednim przyrządem zwanym barometrem. W przypadku jednak, kiedy do analizy otrzymanych danych używamy różnicy ciśnień

$$\Delta P = P_1 - P_2 = P_o + P_{n_1} - P_o - P_{n_2} = P_{n_1} - P_{n_2} \tag{6}$$

miedzy dwoma punktami (powierzchniami izobarycznymi) dla których wartość ciśnienia otocznia jest taka sama, oraz przebieg analizy nie zależy od tej wartości, zaleca się upraszczać wyrażenie o człon P_o. W metodach numeryczna jest to wręcz warunek konieczny do uzyskania poprawnych wyników symulacji komputerowej danego procesu.

Gradient ciśnienia stanowiący wektor o składowych

$$\text{grad}P = \left(\frac{\partial P(x,y,x,t)}{\partial x}, \frac{\partial P(x,y,x,t)}{\partial y}, \frac{\partial P(x,y,x,t)}{\partial z} \right) \tag{7}$$

jest wielkością fizyczną określająca kierunek najszybszego przyrostu ciśnienia płynu, a także intensywność tego przyrostu. Wielkość ta ma fundamentalne znaczenie w mechanice płynów i dyscyplinach pochodnych, m.in. w hydrodynamice podziemnej i meteorologii, gdyż w przypadku braku niezrównoważonych sił zewnętrznych jej wartość decyduje o kierunku i szybkości przepływu płynów. Gradient ciśnienia jest wielkością wektorową, a jego jednostką w układzie SI jest [Pa/m].

Należy jednak pamiętać, że wykorzystane w jego definicji pochodne cząstkowe mają sens tylko w takich skalach przestrzennych, w jakich określone jest pojęcie ciśnienia i na jakich zmiany ciśnienia są technicznie mierzalne. Stąd też w zastosowaniach praktycznych stosuje się nieco uproszczoną definicję gradientu ciśnienia jako wektora prostopadłego do powierzchni (w zagadnieniach trójwymiarowych) lub linii (w zagadnieniach dwuwymiarowych) stałego ciśnienia, zwanej powierzchnią (linią) izobaryczną, skierowanego do obszaru o wyższym ciśnieniu i mającego wartość:

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} \tag{8}$$

Gdzie ΔP jest różnicą ciśnień w dwóch punktach leżących w odległości ΔL od siebie na prostej prostopadłej do powierzchni (linii) izobarycznej. W przypadku kiedy odległości ΔL między dwoma punktami leżącymi na prostej prostopadłej do powierzchni (linii) izobarycznej dąży do zera oraz dla jednowymiarowych przepływów gradient ciśnienia (7) przedstawia się w formie różniczkowej.

$$\frac{dP}{dL} \tag{9}$$

Prędkość filtracji u (*ang. superficial flow velocity*) [Bear (1988), Colins (1961] jest parametrem charakteryzującym wartość prędkości poruszania się płynu w ośrodku porowatym, związanym bezpośrednio z natężeniem przepływu. Nie określa rzeczywistej uśrednionej prędkości ruchu cząstek płynu w ośrodku porowatym, tylko wartość uśrednioną wyrażoną stosunkiem wydatku przepływu q do prostopadłego przekroju poprzecznego F :

$$u = \frac{q}{F} \tag{10}$$

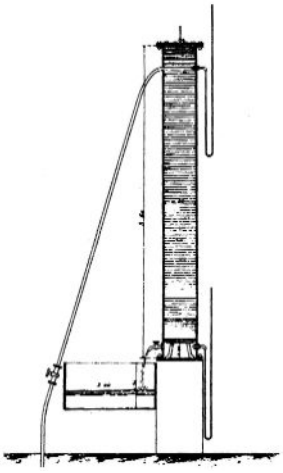
W rzeczywistości płyn nie przepływa przez całą powierzchnię poprzecznego przekroju ośrodka, a jedynie siecią połączonych kanałów porowych, zatem prędkość filtracji nie należy identyfikować z lokalną prędkością cząstek płynu. Wartością średnią prędkości cząstek płynu poruszających się w tych kanałach porowych nazwano prędkością adwekcji $\boldsymbol{v}$. Skala uśrednienia musi być większa niż skala wirów

generowanych podczas przepływu. Związek pomiędzy prędkością filtracji $\boldsymbol{u}$ a prędkością adwekcji $\boldsymbol{v}$ opisany jest zależnością.

$$\boldsymbol{u} = \varepsilon \boldsymbol{v} \tag{11}$$

Wektory prędkości filtracji $\boldsymbol{u}$ i prędkości adwekcji $\boldsymbol{v}$ są zawsze do siebie równoległe i mają ten sam zwrot - różnią się natomiast wartością.

Możemy więc mówić o trzech parametrach o wymiarze prędkości [m/s]: lokalnej prędkości cząstek płynu υ, prędkości adwekcji v, tj. uśrednionej prędkości cząstek płynu oraz prędkości filtracji u związanej z prędkością adwekcji wzorem (11). W przypadku dwu- i trójwymiarowym parametrom tym odpowiadają wektor lokalnej prędkość cząstek płynu $\boldsymbol{\upsilon}$, wektor prędkości adwekcji $\boldsymbol{v}$, oraz wektor prędkości filtracji $\boldsymbol{u}$. Należy zaznaczyć, że w literaturze geologicznej, górniczej i naftowej dotyczącej przepływów w ośrodkach porowatych pojęcie prędkości filtracji jest używane znacznie częściej niż prędkości adwekcji.



Rys. 2. Zdjęcie oryginalnego rysunku aparatury H. Darcy'ego do mierzenia przepływu wody przez warstwę piasku zamieszczonego w publikacji *„Les fontaines publiques de la ville de Dijon"* (1956) [Bobeck (2004)].

Pierwszym najbardziej znanym badaczem przepływu wody przez ośródek porowaty był H. Darcy. W 1856 roku opublikował rozprawę pt. *„Les fontaines publiques de la ville de Dijon"*, opisując w niej swoje badania przepływu wody przez warstwę piasku. Stwierdził, że wydatek przepływu wody q jest wprost proporcjonalny do różnicy poziomów wody na wejściu i wyjściu kolumny wypełnionej piaskiem, nazywając współczynnik proporcjonalności przepuszczalnością warstwy. Wprowadzając pojęcie ciśnienia hydrostatycznego P_{hydr} jako wartości ciśnienia wynikającego z ciężaru cieczy znajdującej się w polu grawitacyjnym w postaci iloczynu gęstości cieczy ϱ, przyspieszenia ziemskiego g, wysokości warstwy cieczy H oraz uwzględniając ciśnienie otoczenia (ciśnienie atmosferyczne) P_o mamy:

$$P_{hydr} = P_o + \rho g H \tag{12}$$

Różnicę wysokości poziomów wody w kolumnie można przedstawić jako:

$$\Delta P = \rho g (H_1 - H_2) \tag{13}$$

Po uwzględnieniu zależności (2, 4 i 7) oraz przyjmując jako L długość kolumny, zaobserwowaną własność badanego ośrodka porowatego można przedstawić w postaci:

$$u = -k \frac{\Delta P}{L} \tag{14}$$

Według Beara (1988), Colinsa (1961), Scheideggera (1974) prawo Darcy'ego[1] najczęściej przedstawiane jest zależnością,

$$u = -\frac{K}{\mu} \frac{dP}{dL} \tag{15}$$

dla przepływów jednowymiarowych, lub w postaci wektorowej (dwu- i trójwymiarowych przepływów),

$$\boldsymbol{u} = -\frac{K}{\mu} \mathrm{grad} P \tag{16}$$

przy czym znak minus we wzorach (14) – (16) wynika z tego, że przepływ płynu odbywa się zgodnie ze spadkiem, a nie ze wzrostem ciśnienia.

Prawo Darcy'ego jest powszechnie stosowane przy małych wartościach prędkości filtracji [Hellström, Lundström (2006)]. Okazało się natomiast, że prawo Darcy'ego nie jest uniwersalne. Przy większych wartościach prędkości filtracji zaobserwowano znaczne odchylenie od liniowej zależności prawa Darcy'ego. Około 1901 roku Forchheimer stwierdził, że jest to najprawdopodobniej spowodowane przez efekty kinetyczne i zasugerował dodanie do równania (15) członu reprezentującego energię kinetyczną ρu^2 [Amao (2007), Anderson i inni (2004), Andrade i inni (1999), Aulisa i inni (2006)]

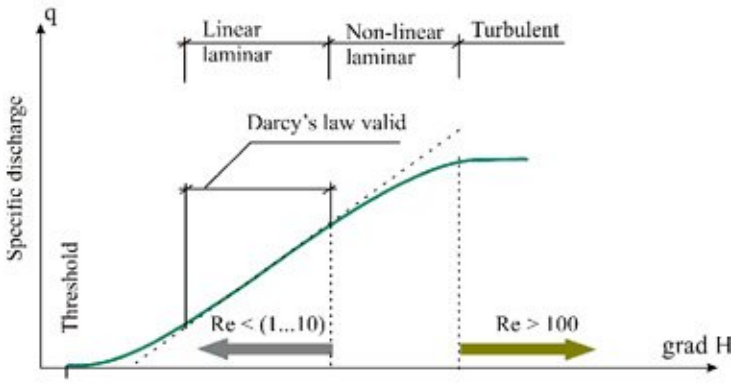
$$-\frac{dP}{dL} = \frac{\mu}{K} u + \beta \rho u^2 \tag{17}$$

[1] Prawem Darcy'ego nazywa się relację (16), natomiast w końcu XIX i początkiem XX określenie to odnosiło się do wzoru (14).

gdzie: β jest współczynnikiem Forchheimera [1/m] i najczęściej jest funkcją współczynnika przepuszczalności K oraz porowatości ε ośrodka [Amao (2007), Belyadi (2006)].

Jako podstawowe kryterium, rozstrzygające o wyborze prawa Darcy'ego lub Forchheimera, najczęściej stosuje się liczbę Reynoldsa zdefiniowaną jako:

$$\mathrm{Re} = \rho \frac{\delta u}{\mu} \tag{18}$$



Rys. 3. Zakres stosowalności prawa Darcy'ego [Bear 1972]. Kopia wykresy zamieszczonego na stronie [http://echo.epfl.ch/ - Laboratory of Ecohydrology, École polytechnique fédérale de Lausanne].

gdzie δ jest średnicą ziarna określoną dla wyidealizowanego ośrodka równoważnego, składającego się z jednorodnych kulek o średnicy δ**,** stawiającego taki sam opór jak materiał rzeczywisty. Zakres liczb Reynoldsa, dla których obowiązuje prawo Darcy'ego, jest różne w zależności od źródeł i przykładowo wynosi: Re = 3 ÷ 10 – Bear (1988); Re = 1 ÷ 15 – Hassanizadeh i Gray (1987); Re = 10^{-5} ÷ 2.3 - Hansen (2007); Re = 1 ÷ 5 – Sawicki i inni (2004); Re < 5 – Orzechowski i inni (2009).

W przypadku nieliniowej zależności prędkości filtracji od spadku ciśnienia stosowane są również inne wzory. Dla homogenicznych (jednorodnych) oraz niejednorodnych ośrodków porowatych można stosować poniższą zależność.

$$\left(1 + \beta \boldsymbol{u}^2\right)\boldsymbol{u} = -\frac{\mathrm{K}}{\mu}\mathrm{grad}\,\mathrm{P} \tag{19}$$

Zależność powyższa została uzyskana w wyniku skomplikowanych rozważań w oparciu o tzw. teorię homogenizacji [Mei i Ariault (1991)]. Teoria ta analizuje własności układów zbudowanych z systemów powtarzających się struktur elementarnych. Wykazano, że równanie sześcienne (19) pozwala na analizę nieliniowego przepływu w ośrodkach porowatych dla rozmaitych warunków

brzegowych z pominięciem problemów pojawiających się przy stosowaniu równania Forchheimera (17) [Sławomirski (2006)].

Cieślicki i Lasowska (1996) wykazali doświadczalnie, że dla większych wartości Re równanie (19) w wielu sytuacjach dokładniej opisuje nieliniowa zależność między prędkością filtracji a gradientem ciśnienia niż równanie (17).

W przepływach przez ośrodki porowate o większych wymiarach ziaren rzędu milimetrów [Skawiński (1974), Skawiński i Lasowska (1979)] zjawiska hydrodynamiczne odgrywają większą rolę niż zjawiska fizykochemiczne na granicy faz, które natomiast mają istotne znaczenie w przepływach cieczy przez ośrodki o bardzo małych wymiarach porów lub ziaren mniejszych od kilku dziesiątych milimetra. Podział porów według ich wielkości jest sprawą umowną, różni autorzy biorą pod uwagę różne kryteria: wielkość kanałów porowych, kształt porów, działanie sił kapilarnych, własność sorpcyjną ośrodka, pochodzenie geologiczne czy metody badania struktury porowej.

Używane w rozprawie doktorskiej słowo „filtracja" jest de facto akronimem i oznacza, zgodnie z terminologią stosowaną w naukach górniczych i geologicznych przepływ w ośrodku porowatym (ang. flow through porous material). Natomiast w innych dziedzinach nauki mogą istnieć inne konotacje słowa „filtracja".

Według [Orzechowski i inni] (2009)] pojęcie „filtracja" ma dwa znaczenia. Pierwsze znaczenie (hydrodynamiczne) dotyczy przepływu cieczy przez warstwy sypkie i porowe, a drugie znaczenie (technologiczne) dotyczy procesu rozdzielania cząstek stałych od płynu (cieczy i gazu) na drodze przepływu przez przegrodę filtracyjną. Przegroda filtracyjna może mieć strukturę ziarnistą lub włóknistą. Ze względu na spoistość przegrody dzieli się na luźne lub zwarte.

W niniejszej rozprawie doktorskiej będzie używane pojęcie „filtracja" tylko w znaczeniu hydrodynamicznym zgodnie z terminologią stosowaną w naukach górniczych i geologicznych przy opisie przepływu w ośrodku porowatym. Poniżej w dużym skrócie przedstawiono ideę pojęcia „filtracja" w drugim znaczeniu tego słowa (między innymi z uwagi na przyjęcie jednoznacznej granicy określającej laminarny charakter przepływu, niż to jest przyjmowane w opracowaniach naukowych w innych dziedzinach nauki).

Ruch płynu przez warstwę filtracyjną, którą może być warstwa materiałów sypkich lub porowatych, siatka, tkanina itp., a także sama warstwa osadu, tworzących sieć kanalików (kapilar) nieregularnego kształtu, w ujęciu technologicznym, opisuje się wykorzystując wzór Hagena-Poiseuille'a. Wzór ten opisujący przepływ laminarny w przewodzie o przekroju kołowym został zaadoptowany do opisu procesu filtracji. Po wprowadzeniu przez Leva wykładnika doświadczalnego n można go również stosować do przepływów turbulentnych.

Postać tego równania nazwanego równaniem Leva będącym rozwinięcie równania Darcy-Weisbacha przedstawia zależność [Orzechowski i inni] (2009)]:

$$h_{str} = \lambda \frac{(1-\varepsilon)^{3-n}}{\varepsilon^3} \varphi^{3-n} \frac{H}{\delta} \frac{u^2}{2g} \tag{20}$$

gdzie:

h_{str} – strata ciśnienia podczas przepływu przez warstwę filtracyjną [m],
ε – porowatość,
φ – współczynnik kształtu,
H – grubość warstwy [m],
δ – średnica zastępcza cząstek [m],
g – przyspieszenie ziemski [m·s^{-2}],
u – prędkość filtracji [m·s^{-1}].

Współczynnik strat tarcia λ jest funkcją liczby Reynoldsa, zdefiniowanej zależnością (18) określającą charakter przepływu.

- Przepływ laminarny istnieje dla liczb Reynoldsa $\mathrm{Re} < 10$. Dla takiego przypadku wykładnik $n = 1$, a współczynnik strat tarcia λ jest określony związkiem

$$\lambda = \frac{400}{\mathrm{Re}} \tag{21}$$

- W zakresie liczb Reynoldsa $10 < \mathrm{Re} < 100$ przepływ jest przejściowy.
- Dla przepływu turbulentnego, który występuje dla $\mathrm{Re} > 100$ stosuje się wzór doświadczalny (22). Współczynnik b rośnie wraz z chropowatością kanalików w granicach $b = 7..16$. Dla przepływu turbulentnego wykładnik podany jest w tabeli 1.

$$\lambda = b \cdot \mathrm{Re}^{-0.1} \tag{22}$$

Tab. 1. Zależność wykładnik n od Re.

Re	10	20	40	80	100	200	400	1000	2000	4000	10000
n	1,00	1,15	1,30	1,45	1,55	1,70	1,80	1,85	1,90	1,93	1,96

Natomiast postać prawa Darcy'ego wyraża wzór (23), z którego wynika, że prędkość filtracji u przez przeszkodę filtracyjną jest proporcjonalna do różnicy strat ciśnienia, jaka występuje po dwóch stronach tej przegrody.

$$u = \varrho\, g \frac{h_{str}}{\mu \cdot R_p} \tag{23}$$

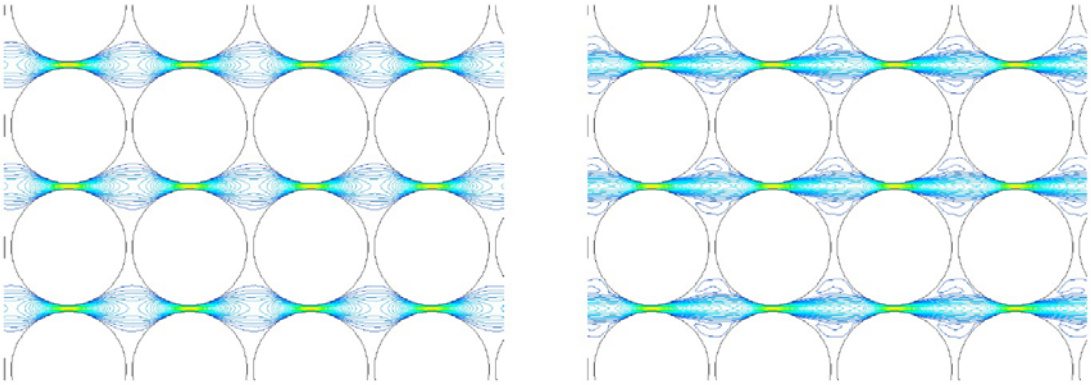
Gdzie R_p nosi nazwę oporu przegrody filtracyjnej a jednostką jest [m^{-1}].

1.2 System kul jako ośrodek porowaty.

Z powodu skomplikowanej struktury geometrycznej szkieletu ośrodka porowatego wielu naukowców próbuje zastąpić ich rzeczywistą topologię porów bardziej homogeniczną (jednorodną) strukturą umożliwiającą opracowanie matematycznych modeli przepływu płynu przez te pory. W przypadku ośrodków porowatych sypkich o strukturze ziarnistej, tj. żwiry, piaski, granulaty przyjęło się stosować modele kulowe do ich opisu. I tak na przykład wzór Schlichtera [Popielski (2000)],

$$k = 0.0105\mu\delta^2\varepsilon^{3.3} \tag{24}$$

opracowany dla ośrodka porowatego zbudowanego z kulek o średnicy δ z powodzeniem stosowany jest do opisu przepływu wody przez grunt. Wielkość δ przyjmuje się jako tzw. średnicę miarodajną ziaren gruntu [Orzechowski i inni (2009)] odpowiadającą sytuacji gdyby grunt składał się z kulek o tej średnicy, a przepuszczalność byłaby taka sama jak dla gruntu naturalnego.

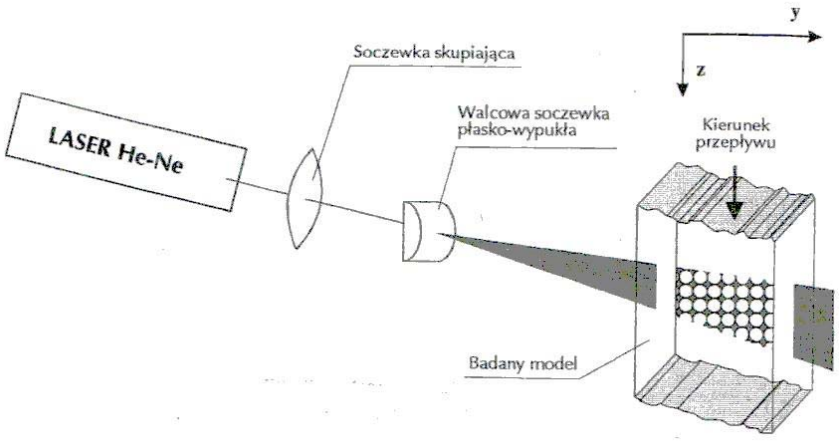


Rys. 4. Zastosowanie równania Naviera-Stokesa do obliczeń przepływu płynu przez ośrodek porowaty w mezoskali dla $\boldsymbol{u}$ = 0.1 m/s (lewy rysunek) oraz dla $\boldsymbol{u}$ = 0.5 m/s (prawy rysunek) [Peszyńska, Trykozko, Sobieski (2010)].

Poza metodami fenomenologicznymi służącymi do opracowywania empirycznych zależności opisujących proces przepływu płynu przez ośrodek porowaty utworzony z jednorodnych kulek, zaczęto stosować również równanie Naviera-Stokesa w mezoskali (rys. 4) [Peszyńska, Trykozko, Sobieski (2010)]. Zastosowanie równania Naviera-Stokesa w mezoskali oznacza, że wyznaczany rozkład prędkości i ciśnienia nie nie odnosi się do pojedynczego poru czy całego ośrodka porowatego, tylko dla grupy porów w przypadku homogenicznych ośrodków porowatych.

1.3 Eksperyment Lasowskiej dotyczący przepływu przez ośrodek porowaty utworzony z jednakowych kul w układzie symetrii regularnej.

Badania eksperymentalne dotyczące obrazu przepływu płynu (ang. flow pattern) przez ośrodek złożony z systemu kul przeprowadzone zostały przez A. Lasowska (1996). Badanie przeprowadzono z zastosowaniem wizualizacji laserowej w celu uzyskania przebiegu linii prądu. Należy w tym miejscu zaznaczyć, że autor niniejszej rozprawy doktorskiej nie przeprowadzał tego eksperymentu ani nie brał udziału w budowaniu stanowiska do jego realizacji. Wszystkie zamieszczone dane odnoszące się do przeprowadzonego eksperymentu, zostały zaczerpnięte z pracy Lasowskiej. Uwaga ta nie odnosi się do eksperymentów omówionych w dalszej części rozprawy doktorskiej i wykonanych osobiście przez autora.

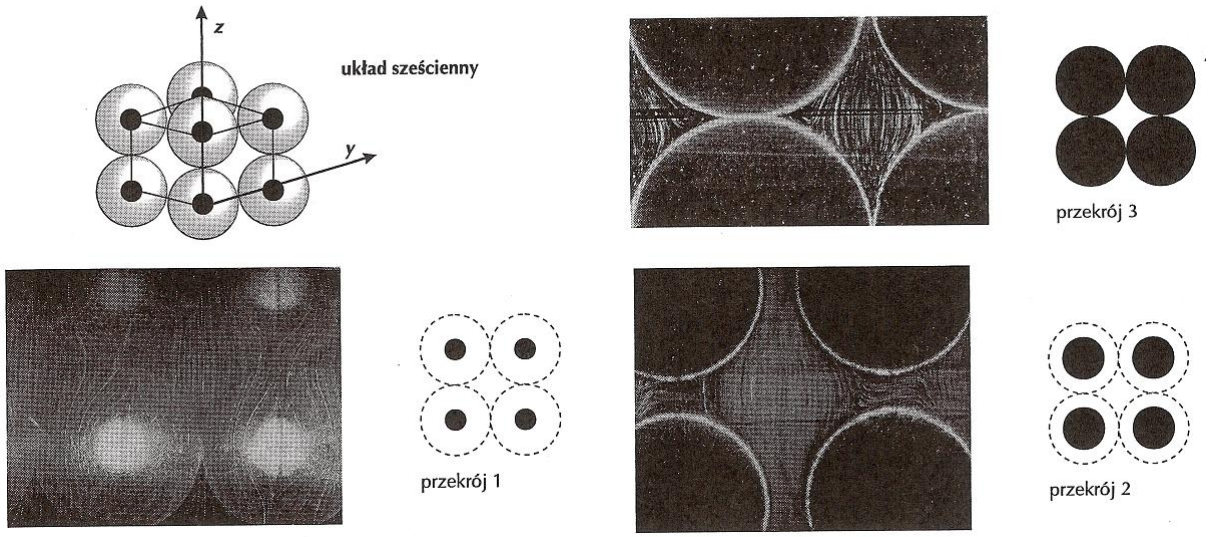


Rys. 5. Układ optyczny do wizualizacji przepływu w ośrodku porowatym zastosowany przez Lasowską (1996).

Stanowisko pomiarowe pokazane na rys. 5 wyposażone było w permeametr (tj. urządzenie do wyznaczania przepuszczalności ośrodka porowatego) w kształcie prostopadłościanu. Permeametr wypełniono w eksperymencie kulami o średnicy 1.92 cm. Liczba kul w omawianym eksperymencie wynosiła 64. Upakowano je w układzie symetrii regularnej. Zarówno permeametr jak i kule wykonane były z pleksiglasu. Sekcja wlotowa permeametru posiadała siatkę z pleksiglasu oraz filtr z balotiny szklanej (tj. zbióru kawałków potłuczonego szkła) o średnicy 1 mm w celu wyrównania wejściowych profili prędkości. Permeametr przymocowano do stolika mikroskopowego umieszczonego na ławie optycznej razem z układem optycznym do formowania wiązki laserowej. Wizualizację przepływu prowadzono w środkowej części permeametru, przecinając przestrzeń porową tzw. *nożem laserowym* (tj. odpowiednio wyprofilowaną przez układ optyczny wiązką laserową) pod różnymi kątami.

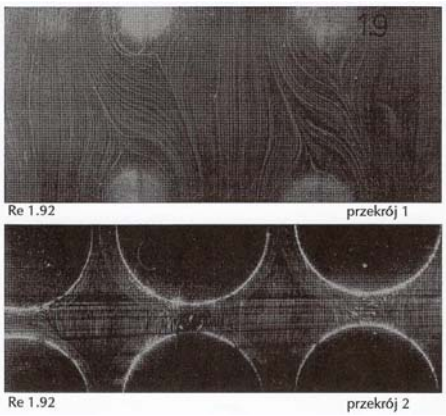
Z uwagi na konieczność skompensowania kąta załamania światła przy przejściu wiązki promienia lasera z pleksiglasu do płynu i na odwrót konieczne było

zastosowanie tzw. *cieczy immersyjnej*. Była to przezroczysta ciecz o odpowiednio dobranym współczynniku załamania światła, gęstości $\rho = 1.21$ g/cm^3 i lepkości 10 mPas będąca roztworem wodnym gliceryny z zawartością 30 – 40 % rodanku amonu. Eksperyment przeprowadzono w pomieszczeniu klimatyzowanym dla zachowania stałości właściwości fizycznych cieczy immersyjnej. Na podstawie zadanego wydatku przepływu laminarnego wyznaczono liczbę Reynoldsa opartą o prędkość filtracji i średnicę kul (14). Otrzymano wartości liczby Re zawierające się w zakresie od 0.001 do ok. 3. Aby otrzymać ustalone obrazy przepływu eksperymenty prowadzono zwykle 10 a nawet do 40 godzin. Po 2 godzinach od zadania gradientu ciśnienia wizualizowane obrazy przepływu były ustalone i te wybierano do analizy. Ekspozycja wizualizowanych obrazów przepływu wynosiła od 20 minut nawet do 1 godziny. Oświetlona światłem laserowym trajektoria cząstek znacznikowych (żywica aralditowa o gęstości $\rho = 1.2$ g/cm^3, Lasowska 1996) identyczna w warunkach stacjonarności przepływu z liniami prądu, rejestrowano przy pomocy aparatu fotograficznego wyposażonego w niskoczułą błonę fotograficzną.

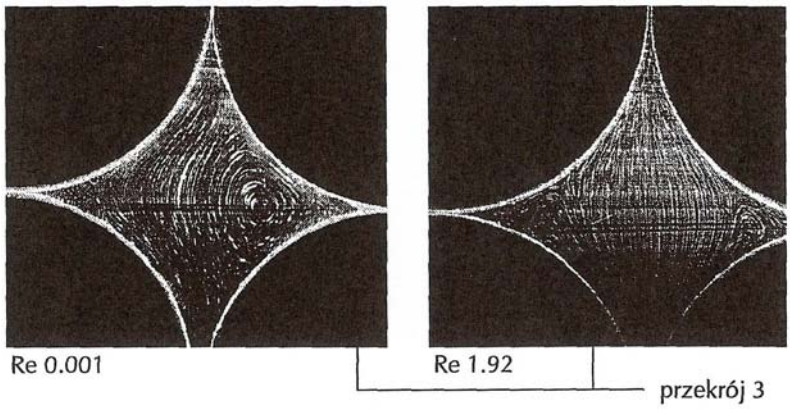


Rys. 6. Przykład zastosowania noża laserowego w układzie regularnym, w przekrojach równoległych do płaszczyzny y – z, Lasowska 1996.

W rozpatrywanym układzie regularnym kule umieszczone są w narożach sześcianu. Między kulami powstaje prostoliniowy układ kanałów o asteroidalnym, a zarazem zmiennym przekroju. Jeśli przepływ odbywa się pod niezerowym kątem w stosunku do głównych osi symetrii, wówczas występuje wymiana cieczy pomiędzy poszczególnymi kanałami, czego nie możemy zaobserwować przy przepływie w kierunku jednej z osi głównych. Przepływ realizowano w kierunku głównej osi symetrii *z*, a pomiary wykonywano w trzech równoległych względem siebie przekrojach. Przekrój 1 znajdował się w najszerszym miejscu kanału porowego na styku kul, przekrój 2 w miejscu pośrednim kanału porowego, natomiast przekrój 3 w najwęższym miejscu kanału porowego.



Rys. 7. Obrazy przepływu ilustrujące wymianę cieczy pomiędzy „kanałami" w układzie sześciennym, Lasowska 1996.



Rys. 8. Stacjonarne wiry w układzie sześciennym kul w przekroju 3, Lasowska 1996.

Zamieszczone powyżej kopie fotografii (rys. 6 – 7) autorstwa Lasowskiej (1996) obrazują linie prądu w trzech przekrojach. Dodatkowo rys. 8 pokazuje zmianę kształtu stacjonarnych wirów dla dwóch różnych wartości liczby Reynoldsa. Analizując obrazy przepływu w układzie regularnym w swojej pracy doktorskiej, Lasowska wyciągnęła następujące wnioski, które tu zostaną przytoczone:

1. *W zakresie przepływu laminarnego, stacjonarnego, obrazy linii prądu zmieniają się ze wzrostem liczby Reynoldsa.*
2. *Wizualizowane obrazy przepływu nie posiadają symetrii względem głównej osi krystalograficznej z. Obserwuje się w związku z tym asymetrię przepływu w pojedynczych porach. Asymetria ta wskazuje na wymianę cieczy pomiędzy kanałami, która występuje nawet przy najmniejszych prędkościach filtracji i wzrasta z jej zwiększaniem się. Widać to na obrazach przepływu w wizualizowanych przekrojach przedstawionych na rysunkach 6 i 7.*
3. *W pobliżu styku kul w przekroju 3 powstają stacjonarne duże wiry w rożnych miejscach przestrzeni porowej. Wielkość tych wirów maleje ze wzrostem liczby Reynoldsa do wartości Re 0.7. Jednakże przy dalszym wzroście*

prędkości do Re 2, wielkość stacjonarnych wirów pozostających w klinach pomiędzy kulami nie zmienia się, natomiast zwiększa się ich natężenie.

4. *Obrazy przepływu dla najszerszego przekroju porowego (w tym układzie przekrój 1) pokazują, że ze wzrostem prędkości następuje coraz większa wymiana cieczy pomiędzy kanałami.*
5. *Na obrazach przepływu w przekroju drugim widać formowanie się przepływu poprzecznego pomiędzy kulami. Ze wzrostem prędkości krętość oderwanych strug wzrasta i w pewnych miejscach tworzą się bardzo małe wiry widoczne dla Re = 1.92 dla przekroju 2 (rys. 7).*

Przedstawione powyżej wnioski z eksperymentu Lasowskiej były dla autora niniejszej rozprawy doktorskiej punktem odniesienia do określenia obszaru badań naukowych opisanych w tej pracy. Sprawdzono, że metodami numerycznymi można było wirtualnie odtworzyć przebieg eksperymentu Lasowskiej w mikroskali. Pozwoliło to na zastosowanie ich do symulacji przepływu płynu przez inny wirtualny ośrodek porowaty przy tym samym zakresie wartości prędkości filtracji. Poprawność uzyskanych danych z symulacji numerycznych w skali fenomenologicznej autor następnie zweryfikował doświadczalnie.

ROZDZIAŁ II

Cel i zakres pracy.

Celem niniejszej rozprawy doktorskiej jest przedstawienie oryginalnej i w dużym stopniu nowej koncepcji modelowania przepływu płynu lepkiego przez ośrodek porowaty. W metodzie tej ruch płynu w ośrodku zbudowanym z jednakowych kul przedstawiany jest przy pomocy analizy przepływu w modelu utworzonym z tzw. 'komórek elementarnych' – tworów wirtualnych, na które została podzielona umownie przestrzeń porowa ośrodka rzeczywistego. Poprawność takiego modelu musi być zweryfikowana, czemu służą badania doświadczalne przeprowadzone osobiście przez autora, a także eksperymenty innych badaczy. Uzyskanie zgodności modelu obliczeniowego z rezultatami empirycznymi posiada w tym przypadku istotne znaczenie, a w przypadku pozytywnej weryfikacji uzasadnia stosowanie sformułowanego modelu teoretyczno-obliczeniowego do sytuacji, które nie mogły być przetestowane doświadczalnie. Mimo, że metoda wydaje się być uniwersalna to ograniczono obszar badawczy tylko do przepływów laminarnych, a ośrodek porowaty do zbudowanego z jednakowych kul. Nie ma jednak istotnych przeszkód merytorycznych do stosowania sformułowanej metody do ośrodków porowatych o innej strukturze, np. do ośrodka, którego szkielet zbudowany jest z trójosiowych elipsoid o jednakowych kształtach. Wszystkie obliczenia teoretyczne przeprowadzone są przez autora w oparciu o numeryczne rozwiązania równania Naviera-Stoksa opisujące dyssypatywny i wirowy ruch płynu.

Istotnym celem pracy jest też wykazanie na podstawie przeprowadzonych obliczeń symulacyjnych bezpośredniego związku między intensywnością wirowości ruchu płynu (ang. vorticity) a wielkością odchyłki hydrodynamicznego zachowania płynu od formuły Darcy'ego wyrażającej liniowy związek między prędkością filtracji a gradientem ciśnienia. Hipotezy o wirowej przyczynie nieliniowości ruchu płynu w ośrodku porowatym były co prawda ostatnio wysuwane w miejsce wcześniejszej bardzo popularnej, lecz prawdopodobnie błędnej hipotezy o turbulencji jako zasadniczej przyczynie nieliniowości, brakowało jednak w literaturze bardziej ścisłego uzasadnienia w tej materii w postaci obliczeniowej.

Nie jest natomiast celem pracy badanie wpływu niejednorodności kul, chropowatości ich powierzchni, czy odchyłki ich kształtu od ściśle kulistego i innych tego typu efektów na wielkość oporów przepływu, gdyż prace w tej tematyce były już wykonane przez innych autorów.

W celu jasnego i przejrzystego oraz jednoznacznego zaprezentowania metody zastąpienia ośrodka porowatego siecią przestrzenną utworzoną z komórek elementarnych pracę podzielono na kilka etapów.

- Sprawdzenie czy symulacja numeryczna w oparciu o równania Naviera-Stokesa dokładnie opisuje proces przepływ płynu przez ośrodek porowaty w mezoskali. Porównanie oparto o podobieństwo kształtu linii prądu w funkcji wartości Re pomiędzy rzeczywistym a identycznym wirtualnym ośrodkiem porowatym.
- Sprawdzenie czy symulacja numeryczna w oparciu o równania Naviera-Stokesa dokładnie opisuje proces przepływ płynu przez ośrodek porowaty w makroskali. Tym razem porównano wartości spadku ciśnienia w funkcji masowego wydatku przepływu pomiędzy rzeczywistym a odpowiadającym mu wirtualnym ośrodkiem porowatym, dla dwóch różnych ułożeń kul o najgęstszym upakowaniu.
- Opracowanie empirycznej zależności opisującej przepływ płynu przez daną komórkę elementarną, przy spełnieniu warunku niezależności tego opisu od rozlokowania kul na danej warstwie, warunków brzegowych oraz od wpływu ścian.
- Zaprezentowanie możliwości modelowania przepływów w ośrodkach porowatych poprzez zastąpienie ich siecią przestrzenna utworzona z komórek elementarnych.

W ramach rozprawy autor stara się wykazać poprawność następujących tez:

1. Przepływ laminarny w ośrodku porowatym zbudowanym z kul jest przepływem wirowym, przy czym struktura wirów oraz ich intensywność zmieniają się ze wzrostem liczby Reynoldsa.

2. W przypadku przepływów laminarnych przez ośrodki porowate, istnieje możliwość zastąpienia takich ośrodków siecią przestrzenną utworzoną z komórek elementarnych, których funkcjonowanie jest opisane czterema równaniami algebraicznymi.

3. Struktura topologiczna ośrodka porowatego ma wpływ na stopień dyssypacji energii w przepływach płynów rzeczywistych.

4. Przyczyna nieliniowości między prędkością przepływu a spadkiem ciśnienia w ośrodku porowatym jest istnienie wirów, przy czym nieliniowość ta staje się coraz bardziej wyraźna w miarę wzrostu intensywności wirowości płynu.

ROZDZIAŁ III

Symulacja numeryczna powolnych przepływów płynów w ośrodku porowatym utworzonym przez regularny układ makroskopowych kul.

3.1 Wstęp

W niniejszym rozdziale dokonano porównania wyników uzyskanych w eksperymencie przeprowadzonym przez Lasowską (1996) omówionym dokładniej w rozdziale I z danymi uzyskanymi z symulacji numerycznej identycznego wirtualnego ośrodka porowatego wygenerowanego przez autora niniejszej rozprawy. Celem tego porównania było sprawdzenie czy przepływ płynu przez wirtualny ośrodek porowaty jest podobny do modelu doświadczalnego, jak również znalezienie parametrów określających obszar, w którym można zastąpić rzeczywisty przepływ, symulacją komputerową. Podobieństwo to starano się określić na podstawie kształtu linii prądu przy tych samych wartościach Re z uwagi na to, że pomiar ciśnienia nie był dokonywany przez Lasowską (1996).

Do symulacji przepływu autor zastosował układ złożony z 64 kul, o identycznych wymiarach i ułożeniu jak w doświadczeniu Lasowskiej. Porównanie wyników symulacji i wyników z doświadczeń Lasowskiej, co jeszcze raz podkreślę, miało na celu sprawdzenie poprawności zastosowanego modelu numerycznego. Ze względów numerycznych układ złożony z 64 kul podzielono na 27 sekcji. Umożliwiło to tworzenie geometrii ośrodka porowatego wykorzystanego w obliczeniach, jak i generowanie w nim sieci numerycznej.

3.2 Zastosowane narzędzia numerycznego modelowania przepływów.

Wszystkie symulacje numeryczne przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty w niniejszej rozprawie doktorskiej przeprowadzono z wykorzystaniem programów FLUENT oraz GAMBIT.

GAMBIT to program służący do generacji geometrii, siatki oraz warunków brzegowych. Natomiast pakiet obliczeniowy FLUENT™ służy do analizy pola przepływu bazując na rozwiązaniu równań Naviera-Stokes'a metodą objętości skończonych. Wykorzystywana przez FLUENT metoda skończonych objętości polega na przecałkowaniu równań opisujących zagadnienie po każdym elemencie (objętości kontrolnej), w wyniku czego otrzymuje się równania dyskretne spełniające prawa zachowania w obrębie elementu.

Równanie Naviera-Stokesa opisuje przepływ dyssypacyjny, w którym dyssypacja energii następuje na skutek tarcia wewnętrznego w płynie przejawiającego się w postaci lepkości. Każde obliczenie oparte na całce równania Naviera-Stokesa zawiera w sobie automatycznie człon dyssypacyjny. W programie FLUENT użyto postaci równania Naviera-Stokesa

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial t}(\rho \boldsymbol{v}) + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{v}\boldsymbol{v}) = -\nabla P + \nabla \cdot (\hat{\boldsymbol{\tau}}) + \rho \boldsymbol{g} + \boldsymbol{F} \\ \hat{\boldsymbol{\tau}} = \mu\left[\left(\nabla \boldsymbol{v} + \nabla \boldsymbol{v}^T\right) - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \boldsymbol{v}) \cdot \hat{\boldsymbol{I}}\right]\end{gathered} \tag{25}$$

zaproponowanego przez Batchelor [Batchelor (1967)]. Równanie (25) wiążące naprężenie z szybkością ścinania zwane hydrodynamicznym prawem Newtona precyzuje jednoznacznie dyssypatywny charakter ruchu płynu opisanego równaniem Naviera-Stokesa.

Natomiast równanie ciągłości wyrażone jest w postaci:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{v}) = S_m \tag{26}$$

W przypadku, gdy płyn jest nieściśliwy, a źródeł zewnętrznych brak, równanie (25) i (26) upraszają się do postaci:

$$\begin{gathered}\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\boldsymbol{v}\boldsymbol{v}) = -\nabla P + \nabla \cdot (\hat{\boldsymbol{\tau}}) + \rho \boldsymbol{g} + \boldsymbol{F} \\ \hat{\boldsymbol{\tau}} = \mu\left(\nabla \boldsymbol{v} + \nabla \boldsymbol{v}^T\right)\end{gathered} \tag{27}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v} = 0 \tag{28}$$

Gdzie:

ρ - gęstość płynu,
$\boldsymbol{v}$ - wektor prędkości lokalnej,
P - ciśnienie statyczne,
$\hat{\boldsymbol{\tau}}$ - tensor naprężeń,
$\rho \boldsymbol{g}$ - siły grawitacyjne działające na płyn,
$\boldsymbol{F}$ - siły zewnętrzne działające na płyn,
μ - lepkość płynu,
$\hat{\boldsymbol{I}}$ - tensor jednostkowy (delta Kroneckera),
^{T} - operator transpozycji,
S_m - źródło (masa dodana lub odjęta od fazy ciągłej np. z powodu parowania).

Etap pierwszy tzw. pre-processing polega na:

- zbudowaniu geometrii obszaru obliczeniowego,
- wygenerowaniu siatki numerycznej pokrywającej obszar obliczeniowy,
- określeniu rodzaju warunków brzegowych dla obszaru,
- zadaniu parametrów fizycznych płynu (gęstość, lepkość itp.),
- wybraniu rodzaju modelu jaki należy użyć do modelowania przepływu (przepływ laminarny lub turbulentny, ściśliwy lub nieściśliwy itp.).

Ze względu na nieliniową naturę równań ruchu płynu, tylko w nielicznych, bardzo szczególnych sytuacjach udaje się otrzymać analityczne rozwiązanie równania ruchu płynu. Dlatego zmuszeni jesteśmy rozwiązywać te równania metodami numerycznymi, w sposób przybliżony. Aby możliwy był ten proces, równania różniczkowe cząstkowe są dyskretyzowane. W wyniku dyskretyzacji równania różniczkowe zastępowane są układem równań algebraicznych.

Równania różniczkowe cząstkowe, które opisują ruch płynu należy uzupełnić warunkami brzegowymi. Warunki brzegowe zapewniają zazwyczaj jednoznaczność rozwiązania i w sposób istotny decydują również o przebiegu rozwiązania wewnątrz rozpatrywanego obszaru.

Zadawanie warunków brzegowych odbywa się na poziomie tworzenia geometrii obszaru obliczeniowego i generacji siatki. Polega na wskazaniu odcinków (płaszczyzn) brzegów obszaru obliczeniowego i zdefiniowaniu jaką rolę spełnia dany odcinek tego brzegu. W technice obliczeniowej CFD (Computational Fluid Dynamics) wyróżnia się następujące warunki i rodzaje brzegów:

1) Wlot (inlet) - należy określić te odcinki brzegu przez które następuję dopływ płynu do obszaru. Na wlocie zadaje się odpowiednie rozkłady zmiennych odnoszących się do przepływu. Dla przepływów nieściśliwych jest to najczęściej rozkład prędkości. Jeżeli w zagadnieniu występuje przewodnictwo cieplne to podaje się np. rozkład temperatury lub strumień ciepła.

2) Wylot (outflow) - należy określić te odcinki brzegu przez które płyn wypływa z obszaru. Na wylocie mogą być zadawane rozkłady prędkości lub cienienia, warunek kontynuacji nazywany outflow (przy warunku typu outflow zakłada się, że przepływ jest ustalony i wszelkie pochodne są równe zeru).

3) Ściana (wall) - należy wskazać odcinki odpowiadające ścianom sztywnym. Na ścianie przyjmowany jest domyślnie warunek przylegania cieczy do ściany (warunek braku poślizgu). Jeżeli ściana jest nieruchoma, to zarówno styczna jak i normalne składowe prędkości na ścianie są równe zero. Dla przepływów z wymianą ciepła na ścianie zadajemy temperaturę lub strumień ciepła.

5) Symetria (symmetry) - warunki symetrii przyjmuje się na tych fragmentach brzegu, na których strumień masy (i innych wielkości) przez ten brzeg oraz sam brzeg posiadają symetrię zwierciadlaną. Na brzegu o warunku „symetria" składowe normalne prędkości do brzegu oraz gradient cienienia są równe zero. Wynika stąd, że naprężenia styczne na brzegu „symetria" są równe zero.

6) Powierzchnia wewnętrzna (interior) – ten typ warunku brzegowego jest definiowany na powierzchniach komórkowych i nie powoduje żadnych zmian we właściwościach przepływu. Powstaje najczęściej w wyniku istnienia powierzchni wspólnej miedzy dwoma obszarami przestrzennymii aby zapewnić przepływ pomiędzy nimi należy zdefiniować tą powierzchnię jako „wewnętrzną". Można również te warunki brzegowe wykorzystywać do realizacji fizycznych modeli cienkich porowatych membran.

Po dyskretyzacji zagadnienia różniczkowego otrzymujemy nieliniowy układ równań algebraicznych. Układ ten rozwiązuje się metodami iteracyjnymi. Obliczenia rozpoczyna się przyjmując na początku domyślne wartości rozwiązania $N^{(0)}$ i sukcesywnie rozwiązanie jest poprawiane aż do uzyskania zbieżności,

$$\left\| N^{(n+1)} - N^{(n)} \right\| < \xi \tag{29}$$

gdzie górny indeks *n* oznacza numer kolejnej iteracji , a ξ jest z góry zadaną liczbą określając dokładność rozwiązania. Oczywiście im mniejsza wartość ξ , tym nakład pracy jest większy, ale dokładność rozwiązania też jest większa. Proces iteracyjny prowadzony jest dla każdej zmiennej np. dla składowych pola prędkości, temperatury, ciśnienia, energii turbulencji czy też prędkości dyssypacji energii turbulencji.

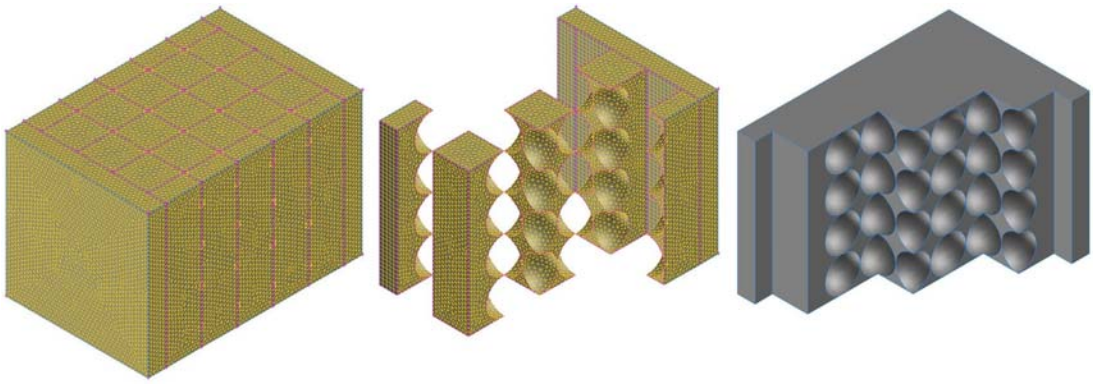
3.3 Model ośrodka porowatego zastosowany w obliczeniach numerycznych.

Tworząc wirtualny ośrodek porowaty (Rys. 9) starano się dokładnie odtworzyć jego model rzeczywisty użyty w badaniach eksperymentalnych.

Ośrodek zbudowano z 64 kul o średnicy 1.92 cm w układzie regularnym. Przyjęty do obliczeń wirtualny płyn posiadał podobne własności fizyczne (gęstość 1.21 g/cm^3, lepkość 10 mPas) jak płyn rzeczywisty użyty w badaniach eksperymentalnych.

Jednak w trakcie tworzenia siatki numerycznej okazało się, że budowa takiego ośrodka nie będzie prosta. Nie wystarczyło wziąć sześcian o odpowiedniej geometrii i wyciąć w nim puste przestrzenie po kulach. Dostępny program GAMBIT,

który zastosowano do generowania sieci, nie radził sobie z taką przestrzenią prawdopodobnie z uwagi na to, że odpowiednie powierzchnie stykały się punktowo. Musiano zatem cały wirtualny ośrodek zbudować z 27 elementów, dla których możliwe było wygenerowanie siatki numerycznej. 'Elementarne objętości' posiadały pewne powierzchnie wspólne powstałe w wyniku łączenia ich w celu zbudowania pożądanego sześcianu. To pociągało za sobą zdefiniowanie olbrzymiej liczby tzw. 'powierzchni wewnętrznych' będących tzw. warunkami brzegowymi typu „interior" oraz tzw. 'ścian' w rozumieniu numerycznym (ok. 1000). Na 'wejściu' i 'wyjściu' dodano po jednej 'elementarnej objętości' aby uzyskać tylko jedną powierzchnie, przez którą płyn dopływał do ośrodka porowatego oraz jedną powierzchnię, przez którą wypływał. To ułatwiało sprawę definiowania warunków brzegowych rozważanego wirtualnego ośrodka porowatego. Pominięto jedynie obszar siatki z pleksiglasu oraz filtr z balotiny wobec praktycznej nierealności ich wirtualizacji, pamiętając jednocześnie, że jedynym ich celem było wyrównanie rozkładu prędkości na całej powierzchni, co z matematycznego punktu widzenia można uzyskać definiując odpowiednio warunki brzegowe.



Rys. 9. Model wirtualnego ośrodka porowatego użytego w symulacji numerycznej. Składa się z 27 elementów połączonych ze sobą i tworzących jedną całość.

Badając eksperymentalnie przepływ płynu przez rzeczywisty ośrodek porowaty zbudowany z kulek w układzie regularnym przyjęto obszar badawczy zawarty między Re = 0.001 a Re = 3. Taki interwał liczb Reynoldsa odpowiadał prędkościom filtracji u w zakresie 0.00023 – 0.69 m/s. W obliczeniach przyjęto dyskretny obszar wartości prędkości, zdefiniowany rekurencyjnie.

$$u_0 = 0.0002 \quad [\mathrm{m/s}] \tag{30}$$

$$u_i = 2 \cdot u_{\mathrm{i-1}} \quad [\mathrm{m/s}]; \quad \mathrm{i} = 1, 2, ..., 11 \tag{31}$$

Otrzymano więc wartości odpowiadające dwunastu różnym prędkościom dopływu płynu do symulowanego przepływu przez ośrodek porowaty. Biorąc kolejne wartości z zadanego przedziału i traktując je jako wartość prędkości na płaszczyźnie, przez którą płyn dopływa do rozpatrywanego wirtualnego ośrodka

porowatego, można było zdefiniować warunek brzegowy na ‘wejściu’. Dla drugiego warunku brzegowego na ‘wyjściu’, gdzie płyn wypływa, przyjęto wartość ciśnienia względnego zawsze równą zeru. Następnie przystąpiono do obliczeń symulacyjnych przepływu z wykorzystaniem programu FLUENT przy założeniu laminarnego ruchu płynu.

Pierwszą próbę podjęto dla sieci numerycznej wygenerowanej przy założeniu podziału najkrótszej krawędzi danej ‘elementarnej objętości’ na 5 równych elementów. Tak przyjęte kryterium siatki wygenerowanej przez program GAMBIT pozwoliło jedynie na symulację przepływu tylko dla ośmiu pierwszych wartości prędkości dopływu płynu. Dla następnych wartości, ze względu na naruszenie przyjętego jako kryterium konsystentności procedur numerycznych warunku ciągłości,

$$\boldsymbol{div}\ \boldsymbol{v} = 0 \tag{32}$$

symulacja nie została ukończona.

W następnym kroku zagęszczono sieć poprzez podział najkrótszej krawędzi na 10 równych elementów. W tym przypadku udało się uzyskać zbieżność symulacyjnych procesów przepływu dla dziesięciu wartości prędkości.

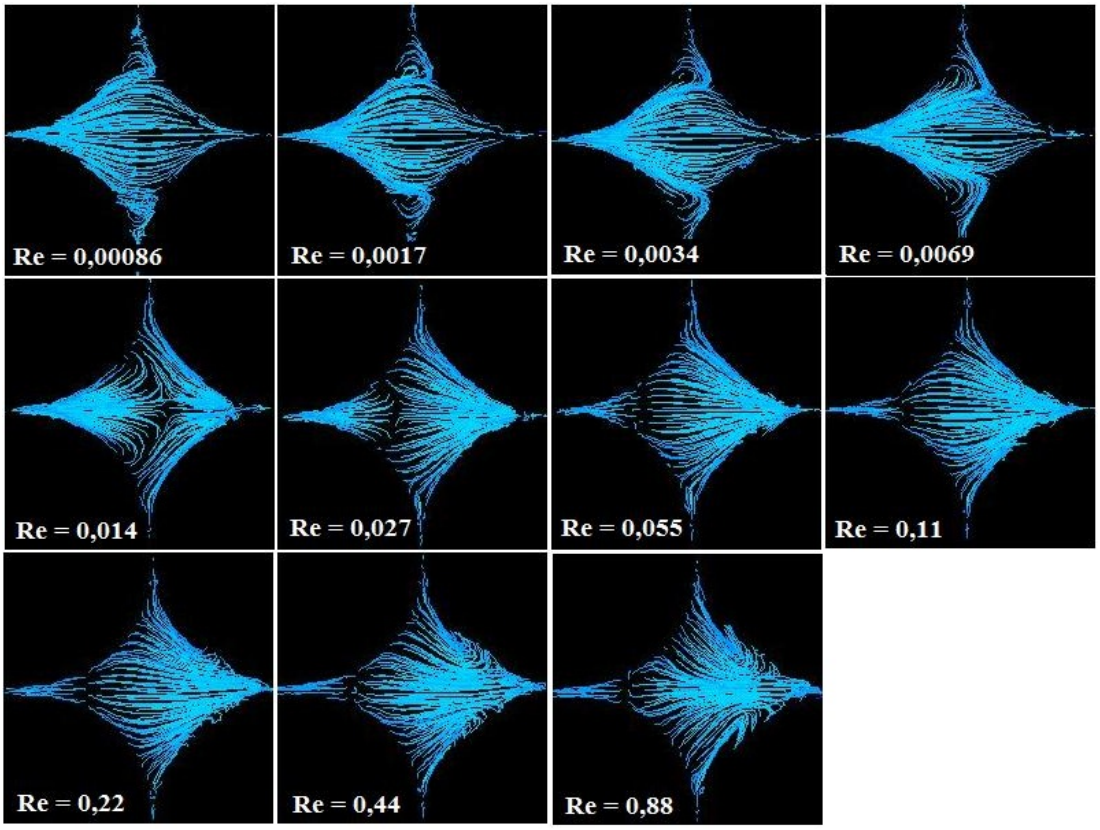
Kolejne zagęszczenie sieci nie zostało zrealizowane z uwagi na brak wystarczającej ilości pamięci RAM w komputerze. Okazało się, że 8 GB RAM (na tym etapie badań) to za mało do przeprowadzenia takich symulacji. Dlatego prezentowane wyniki oparto o dane z symulacji przeprowadzonej przy wykorzystaniu sieci wygenerowanej w oparciu o podział najkrótszej krawędzi danej ‘elementarnej objętości’ na 10 równych części. Wygenerowana w ten sposób sieć zawierała ponad kilkadziesiąt milionów węzłów.

3.4 Analiza wyników otrzymanych z symulacji numerycznej przepływu płynu przez ośrodek porowaty.

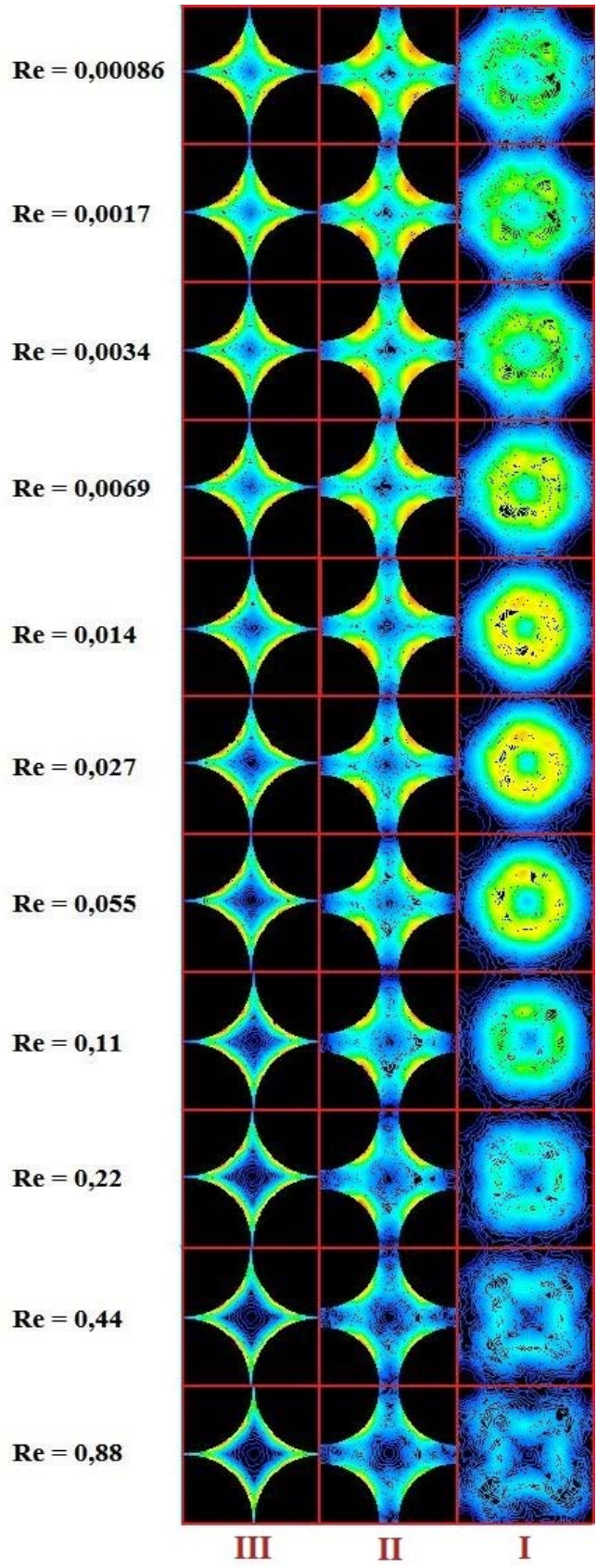
Wyniki otrzymanych symulacji numerycznych przepływu płynu przez ośrodek porowaty przedstawiono w niniejszej pracy przy pomocy wybranych trzech płaszczyzn zarówno równoległych jak i prostopadłych do głównego kierunku przepływu. Płaszczyzna I przecina wirtualny ośrodek porowaty w ten sposób, że przepływ jest realizowany całą jej powierzchnią, czyli płaszczyzna cięcia nigdzie nie przecina wewnętrznego obszaru kul, lecz tylko punktami styka się z nimi. Płaszczyzna III w przeciwieństwie do I jest tak usytuowana w przestrzeni, że przecina wirtualny ośrodek porowaty przechodząc przez środki kul. Natomiast

płaszczyzna II leży dokładnie pośrodku I i III, i jest do nich równoległa. Otrzymano więc dwie trójki płaszczyzn prostopadłych lub równoległych do kierunku przepływu.

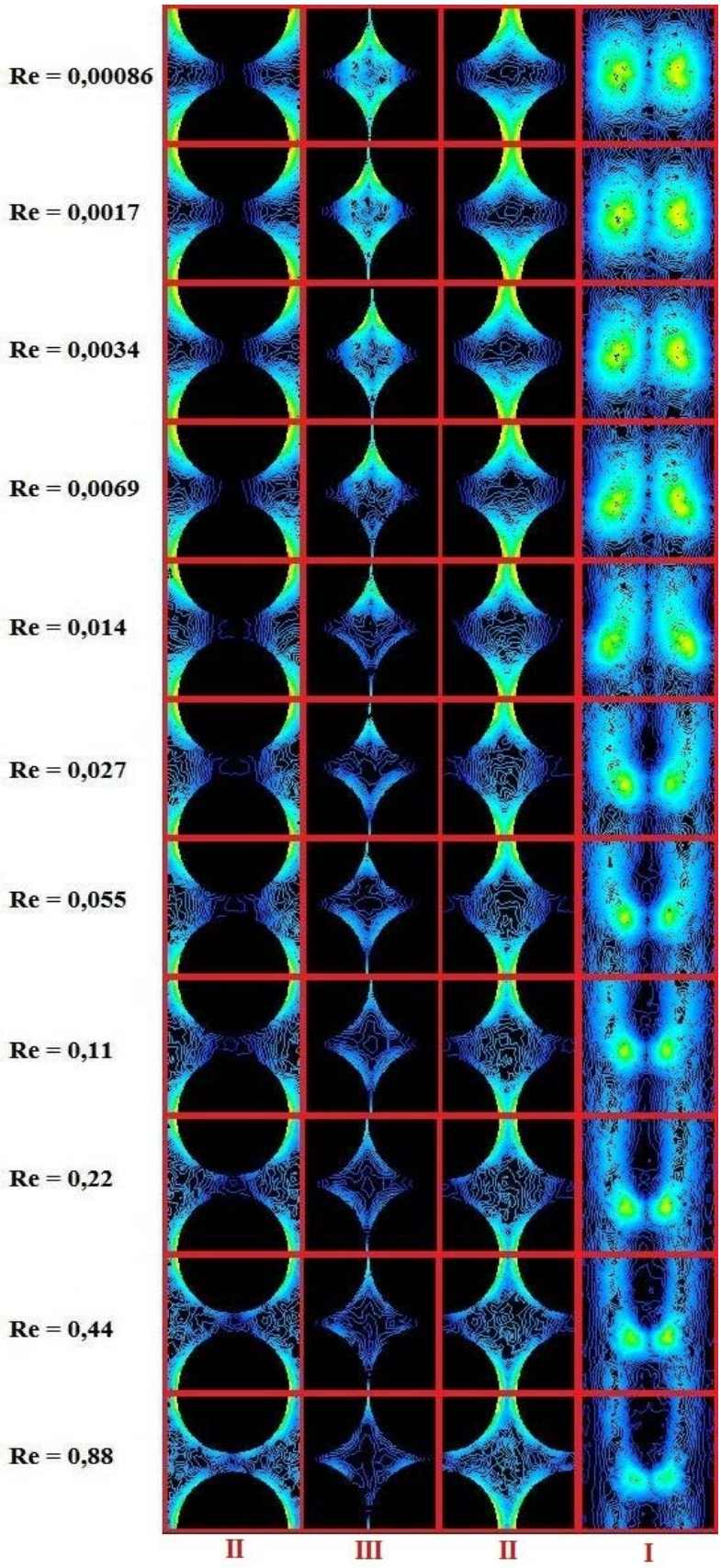
Analizę wyników symulacji przepływu przez ośrodek porowaty zacznijmy od zaprezentowania linii prądu dla przekroju III w płaszczyźnie równoległej do kierunku przepływu (rys. 10). Widzimy, że otrzymane obrazy linii prądu przybierają różną postać w zależności od liczby Reynoldsa. Przepływ ma charakter zdecydowanie wirowy z wyraźnymi obszarami recyrkulacyjnymi. Idąc od najmniejszych wartości liczby Reynoldsa, kształt linii prądu sugerujący powstanie jądra wiru w danym miejscu, przesuwa się wraz z kierunkiem przepływu w miarę wzrostu jego natężenia. Dla małych wartości Re jądro wiru ulokowane jest dokładnie w środku szczeliny między okręgami powstałymi w wyniku przecięcia płaszczyzny daną kulą, obustronnie na osi prostopadłej do kierunku przepływu. Wraz ze wzrostem natężenia przepływu, a co za tym idzie również wartością liczby Re, oś wiru przemieszcza się zgodnie z kierunkiem osi przepływu w pobliżu powierzchni kuli. Gdy wartość liczby Re rośnie, zaczynają pojawiać się wiry po drugiej stronie omówionej wcześniej osi prostopadłej do kierunku przepływu. W miarę wzrostu przepływu jądro tego wiru zaczyna wędrować w kierunku szczeliny między okręgami. Zaobserwować to można również analizując rysunek 11 dla powierzchni II i III.



Rys. 10. Linie prądu dla przekroju III w płaszczyźnie równoległej do kierunku przepływu.



Rys. 11. Wirowość w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku przepływu dla przekroju I, II i III. (Conturs of Vorticity Magnitude [1/s]).



Rys. 12. Wirowość w płaszczyźnie równoległej do kierunku przepływu dla przekrojów I, II i III. (Conturs of Vorticity Magnitude [1/s]).

Zajmijmy się teraz ruchem płynu zachodzącym prostopadle do głównego kierunku przepływu (rys. 11). Przedstawiono to przy pomocy wirowości pola prędkości, co jest bardziej wiarygodne. Mówienie o liniach prądu na danej powierzchni w przypadku, gdy rozpatrujemy obiekt 3D, wiąże się z pewną nieścisłością. Linia prądu co prawda wychodzi z rozpatrywanej powierzchni, ale później może daleko się od niej odsunąć, a na płaszczyźnie otrzymujemy tylko jej rzut. To powoduje oczywiste zafałszowanie obrazu otrzymanych wyników.

Patrząc na płaszczyznę I widzimy, że wirowość pola prędkości przybiera postać okręgów, co staje się coraz bardziej wyraźne, gdy Re dąży do ~ 0.027, a następnie stopniowo efekt ten zanika. Dla małych wartości Re gradient zmian wirowości jest niewielki pomiędzy poszczególnymi pierścieniami, a można nawet zasugerować, że granice tych okręgów są rozmyte. Wraz ze wzrostem natężenia przepływu gradient pomiędzy pierścieniami rośnie, a następnie maleje powodując stopniowe rozmycie.

W przypadku płaszczyzny II i III widzimy wyraźnie zmniejszanie się obszaru objętego wirowością wraz ze wzrostem natężenia przepływu. Powstawanie wirów przy powierzchni kuli jest wyraźnie tłumione. Co ciekawe, centra tych wirów nie zależą od wielkości liczby Re.

Przystępując do analizy rys. 12 należy najpierw określić położenie wirów rozlokowanych na płaszczyźnie I w stosunku do „punktu styczności" ze sferami powstałymi po wycięciu kuli. Punkt styczności znajduje się na prostej prostopadłej do osi przechodzącej przez jądra wirów. Punktem przecięcia tych dwóch osi jest połowa odległości pomiędzy środkami wirów.

Obserwując wyniki przedstawione graficznie na rys. 12 nasuwają się następujące wnioski:

- Wraz ze wzrostem Re elipsoidalna forma wiru – płaszczyzna I, przyjmuje postać przypominającą swoim wyglądem kometę, z coraz to dłuższym warkoczem.
- Dla małych Re 'punkt styczności' pokrywa się z punktem przecięcia omówionych wyżej osi. Gdy wartość Re rośnie, punkt styczności przesuwa w kierunku przepływu.
- Odległość pomiędzy środkami wirów – płaszczyzna I, maleje wraz ze wzrostem liczby Re.
- W przekroju II możemy wraz ze wzrostem Re zaobserwować formowanie się wirów na łączącej środki kul osi będącej równoległą do kierunku przepływu.
- W przekrojach II i III zachodzą takie same procesy jak omówione wcześniej w trakcie rozważania omówionego wcześniej rys. 10.

3.5 Podsumowanie.

Zaprezentowane wyniki symulacji przepływu płynu przez wirtualny środek porowaty zbudowany z jednakowych kulek ułożonych w układzie regularnym wykazują duże podobieństwo do wyników eksperymentalnych omówionych we wspomnianej już pracy doktorskiej Lasowskiej (1996). Zachowanie się wirów obserwowanych w badaniach eksperymentalnych pokrywa się z wynikami uzyskanymi na drodze obliczeń numerycznych. Możemy więc założyć z dużym prawdopodobieństwem, że oba procesy przebiegają tak samo. Przedstawione tutaj wyniki obszerniej opisują zachodzące procesy w omawianym ośrodku porowatym niż zaprezentowane w pracy Lasowskiej. Można zatem próbować zastosować zaprezentowaną metodę symulacji numerycznej w zakresie szerszym niż omówiony w cytowanej pracy. Otwiera nam to drogę do dalszych badań nad dokładniejszym poznaniem procesu przepływu płynu przez rozważane ośrodki porowate.

Odnosząc się jeszcze do metodologii wykonywania eksperymentu przez Lasowską w pracy doktorskiej, powinniśmy zwrócić szczególną uwagę na następujący fakt. Rejestrując cząstki na danej płaszczyźnie pomiarowej wychwytywane jest tylko zdarzenie pojawienia się elementu. Nic nie wiemy, o tym co działo się z nim przed chwilą rejestracji i po niej. Cząstki mogły tylko przecinać powierzchnie poruszając się np. ruchem śrubowym. Rejestrujemy tylko to, co się dzieje na danej powierzchni, a nie w przestrzeni. Dlatego obserwowanie powstawania wiru tą metodą było łatwiejsze niż uchwycenie wiru metodą symulacji komputerowej przy wykorzystaniu linii prądu.

Modele teoretyczne ośrodka porowatego (budowy jego struktury porowej) są doskonałe pod względem periodyczności jak i symetrii, w przeciwieństwie do ośrodków rzeczywistych, w których występują defekty układu ułożenia kul spowodowane minimalnymi różnicami ich średnic, luzami miedzy nimi, itd. Wyżej wymienione czynniki powodują, że rzeczywiste przepływy w ośrodkach porowatych znacznie różnią się od teoretycznych, wskutek pojawienia się asymetrii przepływu przenoszonego na cały układ. Powyższe spostrzeżenia nie dotyczą oczywiście sztucznych ośrodków porowatych zbudowanych np. z kul (w celu osiągnięcia odpowiednich własności struktury porowej) z uwagi na to, że istniejąca technologia pozwala na budowę prawie idealnych pod względem periodyczności jak i symetrii struktur szkieletu ośrodka porowatego.

W literaturze można się spotkać się z opinią, że nieznaczne odchylenie osi łączącej dwie kule lub dwa cylindry od zasadniczego kierunku przepływu powoduje istotne zaburzenia w obrazie przepływu. W swojej pracy doktorskiej Lasowska stwierdza: *„ ... nawet minimalne odchylenie od osi symetrii położenia środków dwóch kul lub cylindrów względem siebie powoduje ogromne zaburzenia symetrii linii prądu w pobliżu kul nawet dla bardzo małych intensywności przepływów rzędu jednej tysięcznej liczby Reynoldsa [Tanedę (1979)]”* . Stwierdzenie to jest jednak

prawdziwe pod warunkiem, że opływ kul lub cylindrów zachodzi w nieograniczonym obszarze płynu. Jeśli jednak obszar płynu ograniczony jest sztywnymi ściankami w obszarze oderwania, ścianki te modyfikują obraz przepływu w sposób istotny powodując zmianę obrazu przepływu w ten sposób, że obszar oderwania ulega znacznemu zmniejszeniu. Wpływ drugiego 'zewnętrznego' cylindra lub drugiej 'zewnętrznej' kuli jest wówczas istotnie zmniejszony a dokładność jej lokalizacji nie wpływa zasadniczo na obraz przepływu [Sumer i Fredsøe (2006), Willmarth i Ross (1971), Nakamura (1976)].

Biorąc pod uwagę otrzymane w niniejszym rozdziale rezultaty, tezę rozprawy: *„przepływ laminarny w ośrodku porowatym zbudowanym z kul jest przepływem wirowym, przy czym struktura wirów oraz ich intensywność zmieniają się ze wzrostem liczby Reynoldsa"* można uznać za potwierdzoną w odniesieniu do ośrodka porowatego utworzonego przez regularny układ jednakowych kul.

ROZDZIAŁ IV

Generowanie wirtualnego ośrodka porowatego zbudowanego z jednorodnych kul o najgęstszym ułożeniu.

4.1 Wstęp.

W niniejszym rozdziale przedstawiono matematyczne podstawy teorii opisującej geometrię przestrzenną najgęściej upakowanych jednakowych kul. W oparciu o tą teorię opracowano algorytm generujący strukturę przestrzeni porowej wirtualnego ośrodka porowatego zbudowanego właśnie z takich jednorodnych kul o najgęstszym upakowaniu. Jednak okazało się, że powstała w ten sposób struktura nie nadawała się do przeprowadzania symulacji numerycznej przepływu płynu przez nią, z uwagi na to, że nie można było utworzyć sieci numerycznej w obszarze, przez który jest realizowany przepływ. Problem ten rozwiązano dzieląc umownie przestrzeń porową ośrodka wirtualnego na tzw. 'komórki elementarne', które to pojęcie zostało w niniejszym rozdziale zdefiniowane oraz wyjaśniono cel jego wprowadzenia.

Geometria komórki elementarnej pozwalała co prawda wygenerować wewnątrz niej sieć numeryczną, a co za tym idzie w przestrzeni porowej wirtualnego ośrodka porowatego, jednak kosztem znacznego skomplikowania tworzenia struktury przestrzennej porów. Złożoność procesu tworzenia wirtualnej przestrzeni porowej wymusiła konieczność napisania przez autora niniejszej pracy odpowiednich programów komputerowych: GEOMETRY, MESH oraz *S*CRIPT.

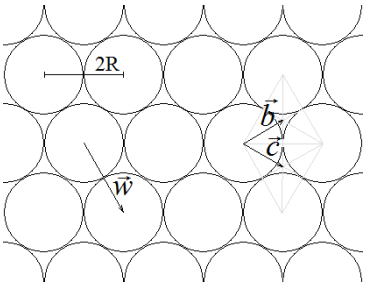
Jak już wcześniej wspomniano w poprzednim rozdziale do tworzenia sieci numerycznej wykorzystano komercyjny program GAMBIT, a do symulacji numerycznej program FLUENT. Jednak bez wspomnianych wyżej trzech programów proces generowania struktury oraz siatki numerycznej, definiowania brzegów oraz przeprowadzenia symulacji przepływu przez zadany wirtualny ośrodek porowaty, byłby niemożliwy, co w tym rozdziale starano się uzasadnić.

Na zakończenie niniejszego rozdziału przedstawiono wyniki kilku symulacji przepływu płynu przez wygenerowane wirtualne ośrodki porowate. W pierwszym przypadku przeprowadzono symulacje przepływu płynu przez dwa identyczne pod względem geometrii wirtualne obiekty, przy czym jeden posiadał jednolitą strukturę wewnętrzną, natomiast w przypadku drugiego jego wewnętrzna struktura była utworzona z komórek elementarnych. Celem tego porównania było sprawdzenie, czy podział przestrzeni, przez którą realizowany jest przepływ w procesie symulacji

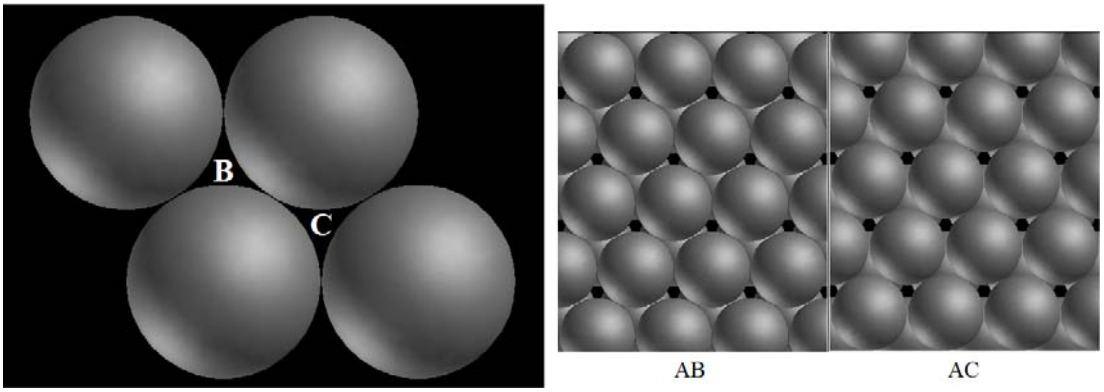
numerycznej na komórki elementarne, wpływa na otrzymane wyniki. Kolejne symulacje przeprowadzono w celu określenia obszaru badań porównawczych pomiędzy ośrodkiem rzeczywistym (dla którego parametry przepływu określone będą laboratoryjnie) oraz wirtualnym (dla którego poszukiwane wartości uzyska się z przeprowadzonych symulacji komputerowych).

Zgodnie z teorią opisującą geometrię przestrzenną najgęściej upakowanych jednakowych kul [Trzaska i inni (2003)], na danej warstwie leżącej na płaszczyźnie *xy*, kule w wierszu oddalone są o odległość równą 2R, gdzie R oznacza promień kuli (rys.13). Kolejny wiersz, przy założeniu, że oś *x* jest równoległa do danego wiersza, przesunięty jest w stosunku do poprzedniego, o wektor:

$$\boldsymbol{w} = \left(R, \sqrt{3}R, 0\right) \tag{33}$$



Rys. 13. Rozlokowanie kul na danej warstwie przy najgęstszym upakowaniu.



Rys. 14. Sposób rozlokowania warstw typu B i C w odniesieniu do warstwy typu A.

Jeżeli przyjęto, że pierwszą warstwą domyślnie nazwana warstwą typu A, to następna warstwa powstaje z przesunięcia jej o wektor:

$$\boldsymbol{b} = \left(R, -\frac{\sqrt{3}}{3}R, \frac{2\sqrt{6}}{3}R \right) \tag{34}$$

lub

$$\boldsymbol{c} = \left(0, \frac{\sqrt{3}}{3} R, \frac{2\sqrt{6}}{3} R \right) \tag{35}$$

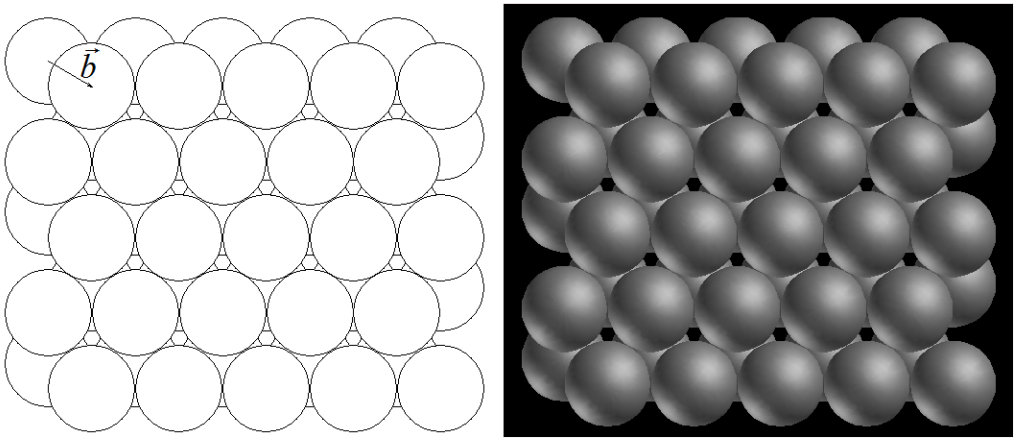
i przyjęło się je oznaczać jako warstwy typu: B lub C. Ponadto dwie sąsiadujące ze sobą warstwy nie mogą być tego samego typu. Zgodnie z przyjętą zasadą, że pierwszą warstwę przyjęto oznaczać zawsze jako typ A, kolejna warstwa może być tylko typu B lub C. Po warstwie B kolejna warstwa może być tylko typu A lub C. Natomiast po warstwie C możliwe są tylko warstwy typu A lub B. Nazewnictwo to jest formą umowną w celu łatwiejszego przedstawienia geometrii najgęściej upakowanych jednakowych kul. Nie ma jasno zdefiniowanego sposobu rozróżnienia czy dana warstwa jest typu B czy C w odniesieniu do warstwy typu A (rys. 14).

4.2 Model wirtualnego ośrodka porowatego zbudowanego z jednakowych kul o najgęstszym upakowaniu.

Przystępując do stworzenia wirtualnego ośrodka porowatego zbudowanego w oparciu o skończoną liczbę jednakowych kul założono, że środek pierwszej wygenerowanej kuli jest punktem odniesienia o współrzędnych (0, 0, 0). W tym punkcie umieszczono środek układu współrzędnych. Kierunek osi x tworzą punkty będące środkami dwóch kul: pierwszej i drugiej. Współrzędne środków kolejnych kul tej warstwy rozmieszczane są zgodnie z zależnością:

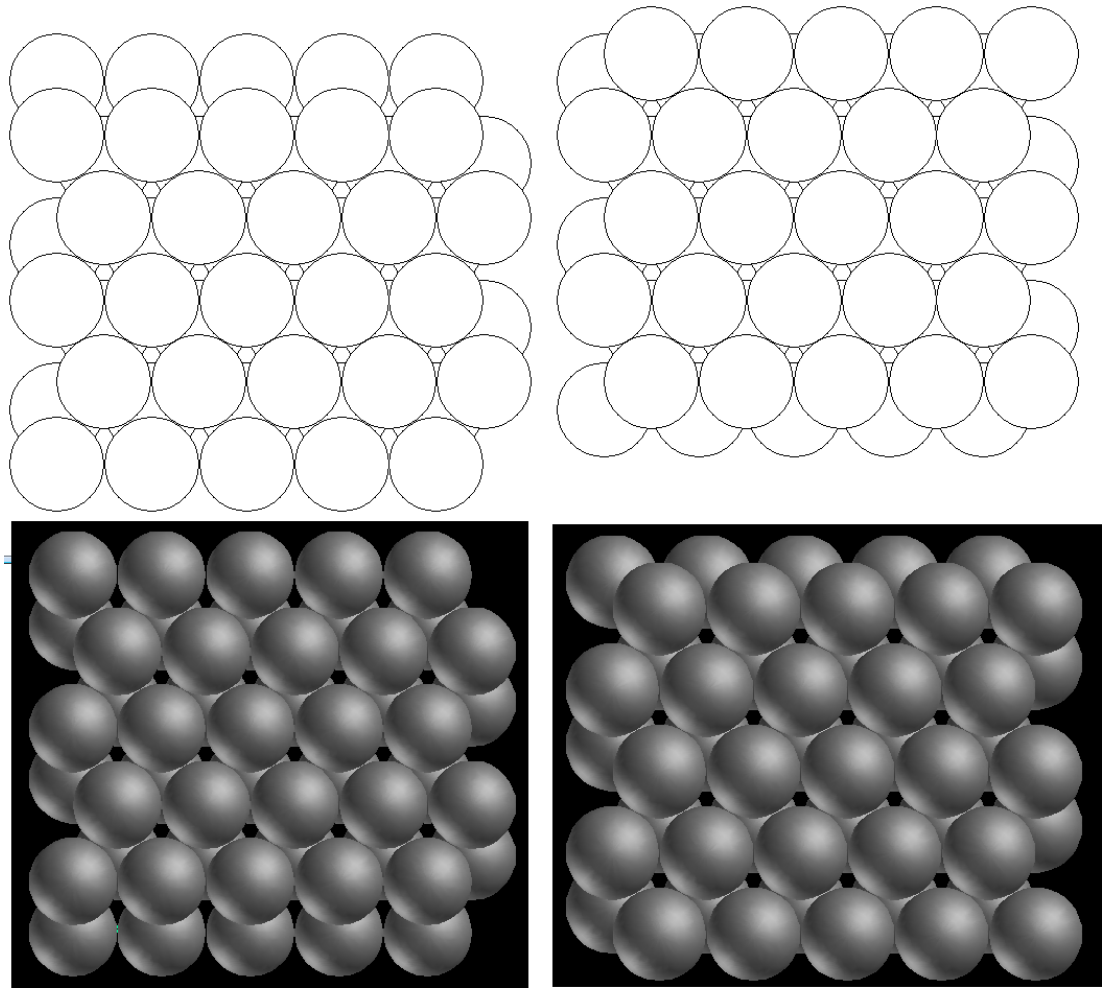
$$\left(x_{\mathrm{w,k}}, y_{\mathrm{w,k}}\right) = \begin{cases} 2kR, \sqrt{3}wR & \text{dla} \quad w = 0, 2, 4, ..., k \\ 2kR - \mathrm{R}, \sqrt{3}wR & \text{dla} \quad w = 1, 3, 5, ..., k+1 \end{cases} \tag{36}$$

gdzie: w – w-ty wiersz,
k – k-ta kolumna.



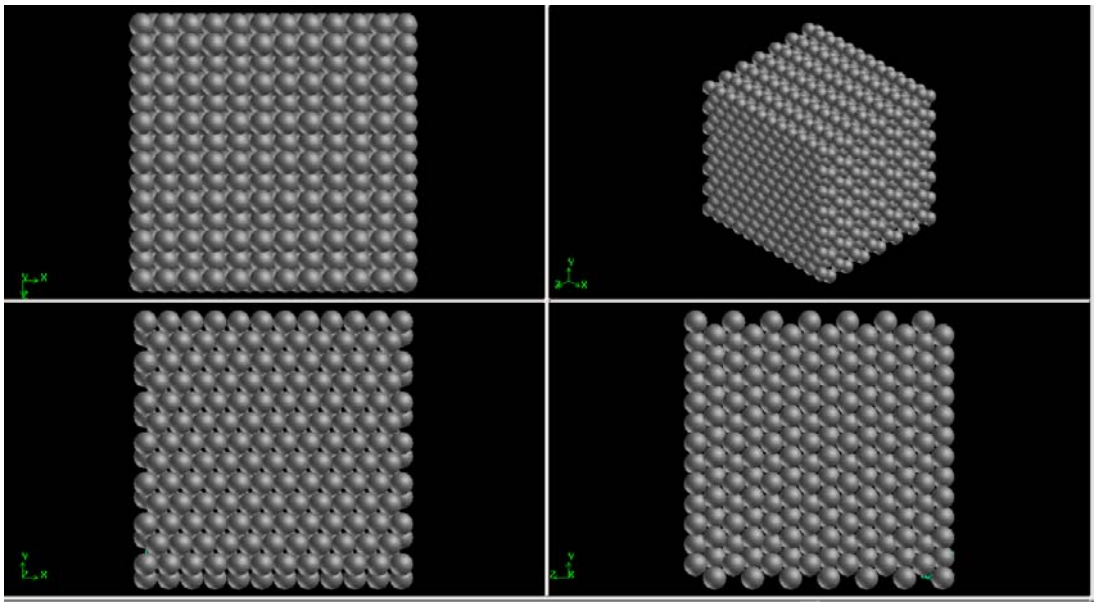
Rys 15. Warstwy typu AB

W ten sposób utworzoną pierwszą warstwę domyślnie oznaczono jako warstwę typu A przyjmując dla niej parametry wyjściowe w i k równe zero. Natomiast warstwę typu B (rys.15) utworzono, przesuwając środki kul należących do niej, zgodnie z zależnością (34) dla parametrów wyjściowych w i k również równych zero.

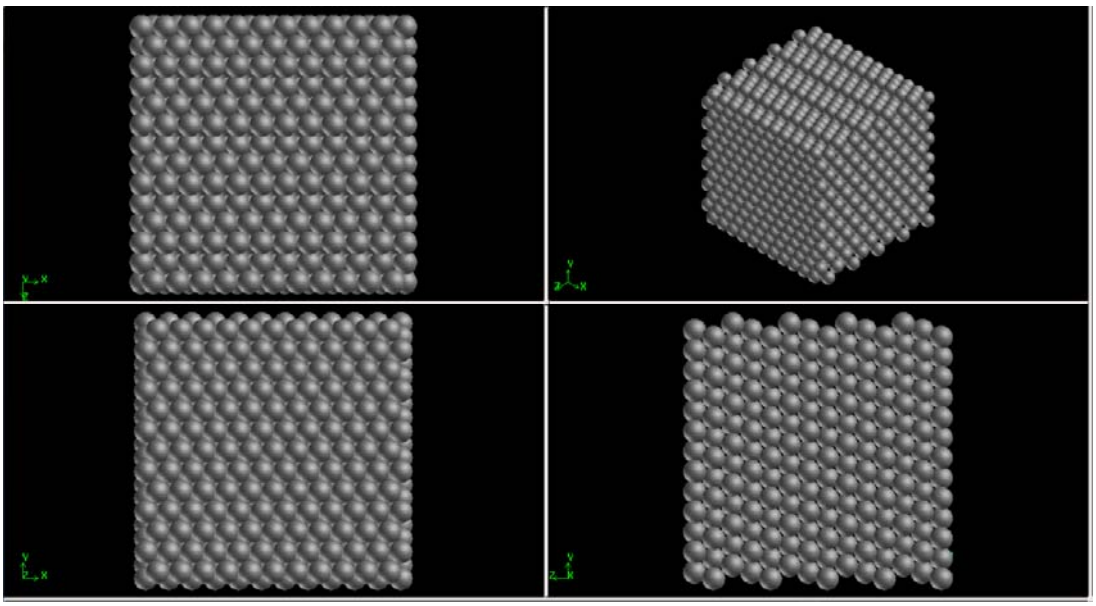


Rys. 16. Warstwy typu AC (po lewej dla w = 0, k = 0; po prawej dla w = -1, k = 0).

Trzeci rodzaj warstwy typu C uzyskano, przesuwając punkty będące środkami kul, zgodnie z zależnością (35). Przyjmując dla jednego przypadku wartości parametrów wyjściowych w i k równe zero, a w drugim w równe -1 i k równe zero. Przy zachowaniu tej samej liczby kul (rys. 16) zauważono w tych dwóch przypadkach znaczną różnicę w geometrii. Różnica ta szczególnie uwidacznia się na brzegach wygenerowanego wirtualnego ośrodka porowatego. Wpływ brzegów będzie miał tym mniejsze znaczenie, im większa będzie liczba kul na danej warstwie. Dlatego w przypadku nieograniczonego obszaru możemy rozpatrywać tylko jeden z nich. Dla warstwy typu B chcąc rozpatrywać przypadek, dla którego w = -1 liczba kul na tej warstwie musi się zwiększyć o równoważność dodanego wiersza. W konsekwencji wiązałoby się to z wymuszoną zmianą wartości prędkości filtracji przy przenikaniu przez warstwę. W związku z tym ten wariant został odrzucony.



Rys. 17. Ułożenie warstw ABABAB

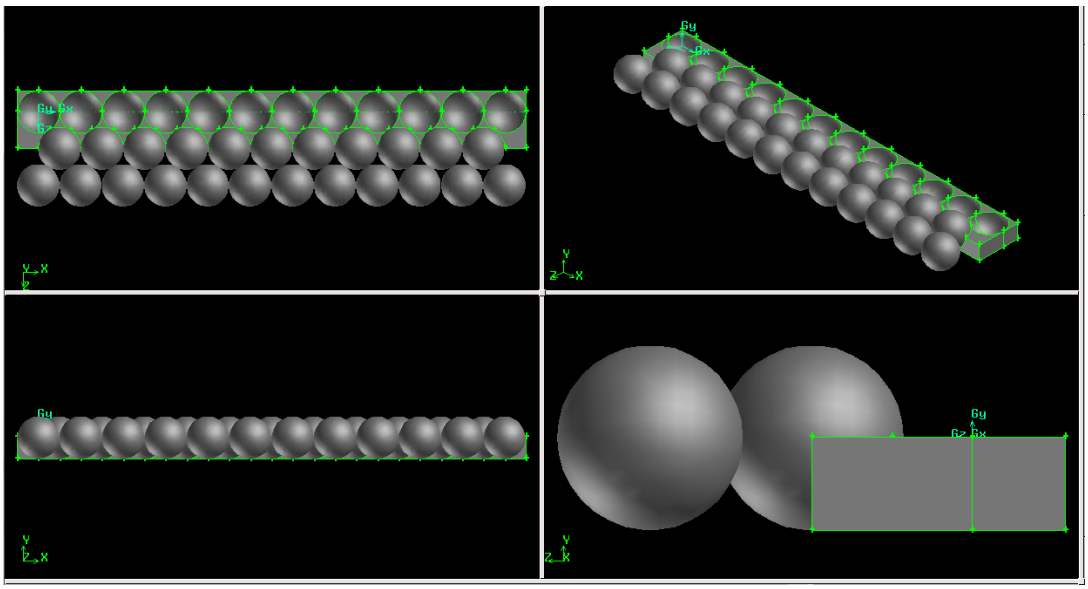


Rys. 18. Ułożenie warstw ABCABC....

Do analizy przyjęto więc takie wirtualne ośrodki zbudowane w oparciu o najgęstsze upakowanie kul, dla których liczba kul na poszczególnych warstwach jest taka sama a w związku z tym prędkość filtracji jest stała. Oczywiście w zależności od tego jak jest przyjęta płaszczyzna tnąca daną warstwę, przez którą przenika płyn, otrzymujemy różne wartości prędkości adwekcji na niej z uwagi na zmienną wartość jej powierzchni. Wynika to wprost z równania ciągłości [Duckworth (1983), Bukowski (1976), Gryboś (1989), Landau i Lifszyc (1994)]. Dlatego przyjęto domyślnie, że jest to ta płaszczyzna, na której leżą wszystkie środki kul należące do danej warstwy. W ten sposób definiowane są płaszczyzny charakteryzujące się stałą

wartością prędkości adwekcji przy założeniu tej samej liczby kul na danej warstwie, niezależnie od tego czy jest typu A, B lub C.Spośród olbrzymiej liczby możliwych kombinacji ułożeń warstw A, B i C względem siebie wybrano dwa do przeprowadzenia symulacji przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty. Pierwszą kombinację pokazano na rys. 17. Powstaje ona wtedy, gdy do budowy ośrodka porowatego, użyto tylko dwa typy warstw ułożenia kul (np. ABABAB…, ACACAC…, itd.). Ułożenie kul według takiego schematu powoduje powstanie w układzie porów czegoś w rodzaju „dziur - kapilar" o głębokości równej wysokości ośrodka porowatego. Przypomina to w pewnym przybliżeniu pęk rurek.

W sytuacji, gdy po kolejno występujących po sobie dwóch typach warstw dodano trzecią, to środki kul leżących na tej płaszczyźnie są umieszczone dokładnie w osi „dziur – kapilar" powstałych z poprzedzających ją warstw. Medium przenikające przez tak wygenerowany ośrodek porowaty musi więc opływać kulki z tej warstwy, co prawdopodobnie będzie związane z dodatkowymi stratami ciśnienia. Minimalny wymiar porów w kształcie „dziur – kapilar" wystąpi wtedy, gdy warstwy generowanego ośrodka porowatego będą układane według schematu, np. ABCABCABC…. Ten typ ułożenia kul, przedstawiony na rys. 18 przyjęto jako drugi do dalszej analizy.



Rys. 19. Próby podziału wirtualnego ośrodka porowatego na mniejsze elementy.

Po zdefiniowaniu obszaru badawczego przystąpiono do wygenerowania wirtualnego ośrodka porowatego dla tych dwóch omówionych przypadków. Geometria budowanego ośrodka mimo olbrzymiej liczby kul sama w sobie nie byłaby tak trudna, gdyby nie uwzględnić potrzeby utworzenia w obszarze, przez który przenika medium, siatki numerycznej. To właśnie trudność wygenerowania siatki numerycznej determinuje złożoność tworzonej geometrii. Zauważono, że problem powstaje na styku dwóch powierzchni stykających się punktowo (np. powierzchnie dwóch stykających się kul). W takim przypadku nie jest możliwe

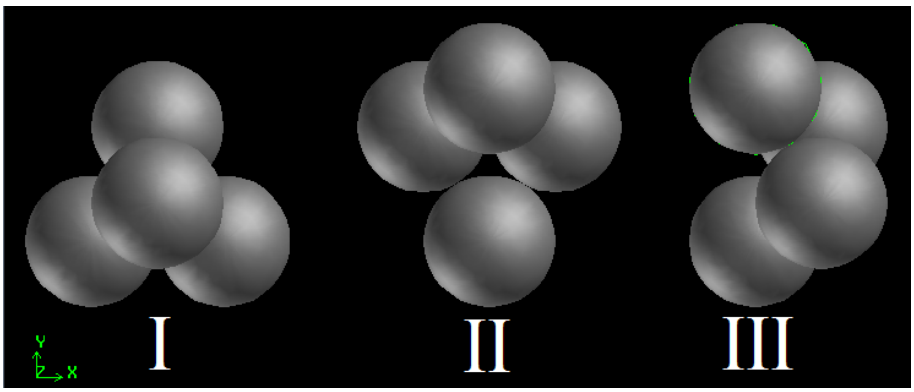
wygenerowanie siatki numerycznej. Zastosowane przez autora rozwiązanie tego problemu polegało na podzieleniu całego wirtualnego ośrodka na mniejsze elementy, w taki sposób, aby nie wystąpiły dwie płaszczyzny stykające się punktowo.

Na początku próbowano dzielić cały wirtualny ośrodek na warstwy o grubości równej promieniowi kuli. Później, jak to pokazano na rys. 19, dzielono zadany ośrodek na pręty o przekroju prostokątnym. Niestety żadna z tych metod nie okazała się skuteczna. W związku z tym należało dzielić osrodek na jeszcze mniejsze elementy.

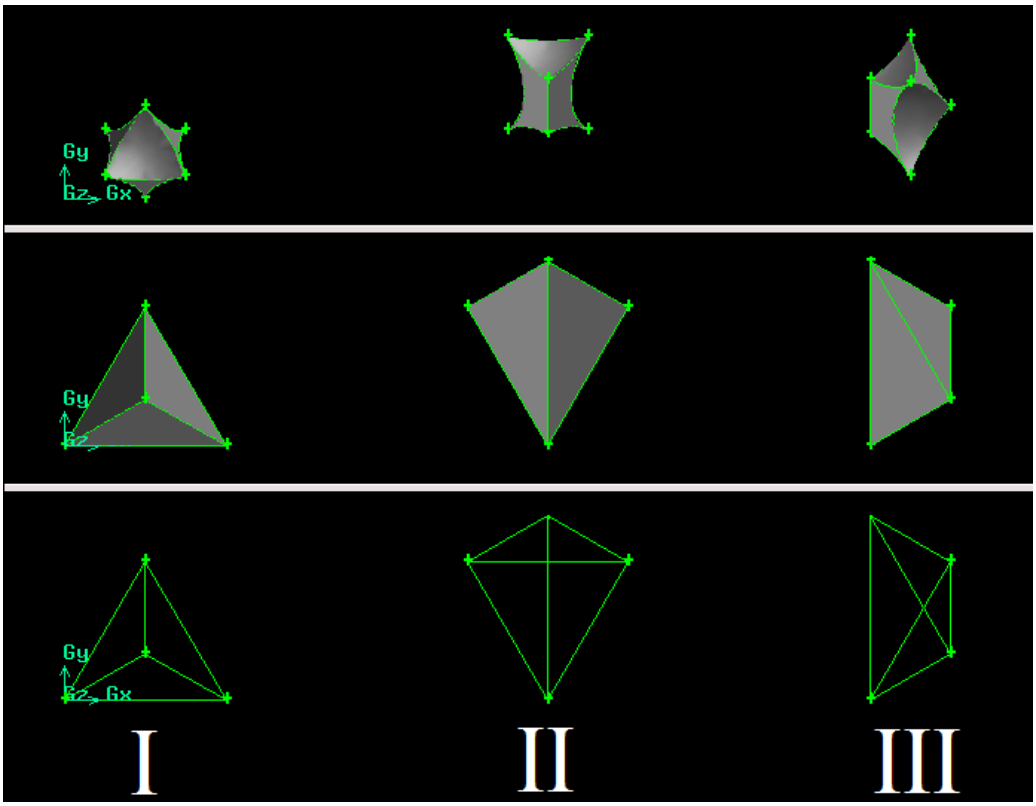
Po długich poszukiwaniach opracowano metodę podziału wirtualnego ośrodka porowatego na mniejsze elementy, tak aby można było wewnątrz nich wygenerować sieć numeryczną, jak również, aby w jak najprostszy sposób modelować geometrię dla różnych kombinacji ułożeń warstw typu: A, B, C.

4.3 Komórka elementarna.

Rozróżniono trzy typy brył, z których można wygenerować dowolny ośrodek porowaty zbudowany z jednakowych kul o najgęstszym upakowaniu. Ponadto możliwa jest generacja siatki numerycznej wewnątrz nich. Każda z nich jest tworzona przy użyciu czterech kul (rys. 20) Podstawą dwóch pierwszych typów brył, tj. I i II są trzy kule leżące na jednej płaszczyźnie – warstwie, tak aby środki tych kul tworzyły trójkąt równoboczny o boku równym dwóm promieniom kuli. Do tych trzech kul dobieramy czwartą kulę z równoległej płaszczyzny – warstwy, w taki sposób, aby dla pierwszego typu bryły odległość między dowolnymi kulami była zawsze równa dwóm promieniom kuli. Natomiast dla drugiego typu, czwarta kula leżąca na dwóch kulach z podstawy tworzy z nimi trójkąt równoboczny. Ostatni typ bryły geometrycznie jest identyczny jak drugi, powstaje jednak przy innym założeniu. Z każdej sąsiadującej ze sobą płaszczyzny – warstwy zabierane są po dwie kule. Kule są tak dobrane aby utworzyły dwa trójkąty równoboczne mające wspólny jeden bok.



Rys. 20. Przestrzenne rozlokowanie kul wyodrębnionych do utworzenia trzech typów brył.



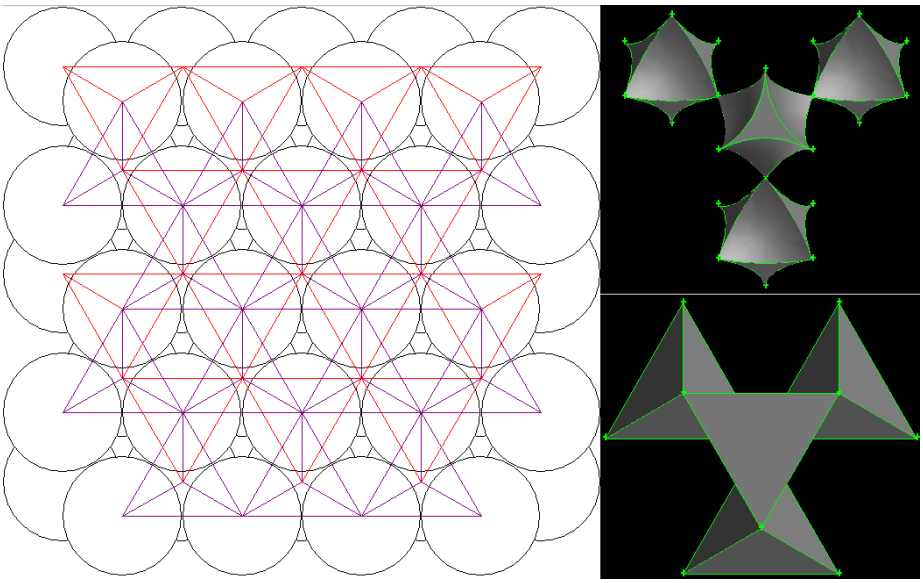
Rys. 21. Trzy typy brył.

W oparciu o cztery punkty będące środkami wyselekcjonowanych kul, dla każdego typu bryły, zbudowano w oparciu o nie czworościan widoczny na rys. 21. Następnie odcięto w tak powstałej bryle część wspólną pomiędzy czworościanem a każdą z kul znajdujących się w jego wierzchołku. Pozostaje więc tylko ta część czworościanu, przez którą jest realizowany przepływ. W powstałej bryle nie występują już powierzchnie stykające się punktowo, dlatego można wygenerować w niej sieć numeryczną. Powstałe bryły nazwano komórkami elementarnymi typu I, II lub III.

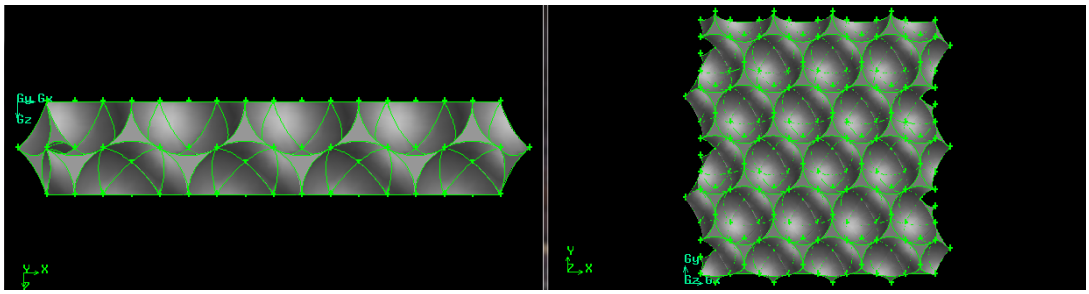
Na rys. 22 pokazano sposób rozlokowania komórek typu I na dwóch przylegających do siebie warstwach. Kolorem czerwonym oznaczono komórki typu I, dla których podstawę stanowią kulki z warstwy typu A. Natomiast kolorem fioletowym oznaczono komórki, których podstawa leży na warstwie typu B. Komórki łączą się miedzy sobą tylko punktami. W związku z tym przepływ płynu między nimi nie może być realizowany bez uwzględnienia pozostałych dwóch typów komórek (II i III).

Geometryczne rozlokowanie komórek typu I, II i III w wirtualnym ośrodku porowatym pomiędzy dwiema dowolnymi warstwami kulek powoduje powstanie również czegoś podobnego do warstwy (rys. 23). Grubość tej warstwy zbudowanej z komórek elementarnych jest stała i równa zawsze odległości pomiędzy dwiema sąsiadującymi ze sobą warstwami kulek. Powierzchnie zewnętrzne dowolnej

warstwy komórek elementarnych powstają z podstawy komórek typu I i II. Natomiast komórka typu III wypełnia pustą przestrzeń pomiędzy nimi. W zależności od tego, pomiędzy jakimi typami warstw kulek (A, B lub C) znajduje się warstwa komórek elementarnych, możemy ją oznaczyć jako typ: AB, BA, AC, CA, BC i CB (rys. 23). Wewnętrzne geometryczne rozlokowanie komórek elementarnych dla tych sześciu typów warstw nie jest dokładnie takie samo. Jednak zawsze powierzchnia styku warstw tworzona jest z podstaw komórek I i II, których powierzchnie są identyczne i możemy dlatego rozróżnić tylko trzy ich typy. Jest to dokładnie tyle ile jest typów warstw kul, ponieważ powierzchnia styku przechodzi dokładnie przez środki kul danej warstwy. Opracowano zatem algorytm rozlokowania komórek elementarnych dla tych sześciu typów warstw, umożliwiając tworzenie dowolnego wirtualnego ośrodka porowatego zbudowanego z jednakowych kul o najgęstszym upakowaniu.



Rys. 22. Rozlokowanie komórek typu I na dwóch przylegających do siebie warstwach.



Rys. 23 Warstwa komórek elementarnych typu AB.

Przez powierzchnie podstawy komórek typu I i II płyn jest wymieniany pomiędzy wnętrzem danej warstwy a otoczeniem. W zależności od tego jakiego typu warstwy łączą się na styku tych warstw, wymiana płynu miedzy komórkami typu I i II realizowana jest w następujący sposób. Jeżeli wirtualny ośrodek porowaty jest zbudowany z kombinacji tylko dwóch typów warstw kulek, to komórki zawsze łączą się ze sobą z odpowiednimi komórkami tego samego typu. Jednak przestrzenne rozlokowanie komórek dla struktury AB będzie inne niż dla struktury BC. Dlatego przy połączeniu tych dwóch struktur komórka typu I łączy się z odpowiednią komórką typu II i na odwrót. Natomiast wewnątrz warstwy wymiana płynu pomiędzy komórkami realizowana jest pomiędzy, pozostałymi ścianami komórek typu I i II (nie będących podstawą komórki) oraz ścianami tworzącymi komórkę typu III.

Należy jednak podkreślić, że zarówno same komórki elementarne jak i warstwy z nich zbudowane są tworami czysto konceptualnymi utworzonymi dla umożliwienia wykonywania numerycznych symulacji przepływu w oparciu o równanie Naviera-Stokesa. Komórki, a także zbudowane z nich warstwy są zawsze tak tworzone, aby pokrywały całą przestrzeń porową ośrodka porowatego.

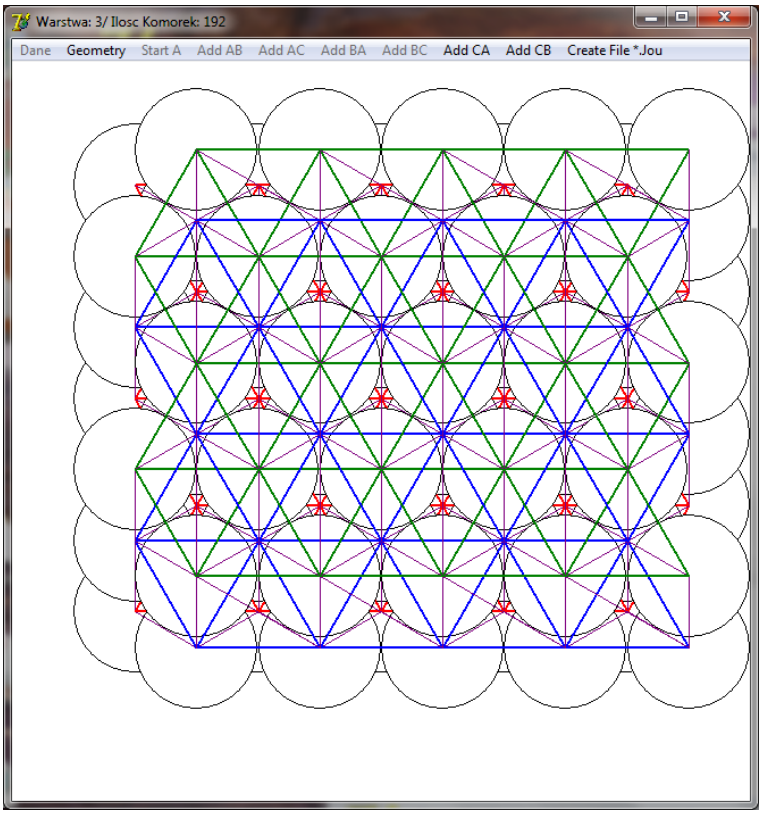
4.4 Współpraca programu GEOMETRY z programem GAMBIT przy tworzeniu geometrii wirtualnego ośrodka porowatego zbudowanego z jednorodnych kul o najgęstszym ułożeniu.

Do tworzenia geometrii wirtualnego ośrodka porowatego zbudowanego z komórek elementarnych zastosowano program GAMBIT ver. 2.4.6 (http://www.ansys.com/). Jednak ręczne stworzenie takiej geometrii jest zadaniem niewykonalnym. Chcąc stworzyć najprostszy wirtualny ośrodek porowaty w oparciu o jednakowe kulki, w którym zarówno szerokość, głębokość i wysokość zbudowane są w oparciu o równą liczbę kul wynoszącą pięć, należałoby wykonać ponad 9000 czynności w programie GAMBIT. Liczba ta bierze się stąd, że aby taką geometrie stworzyć należy zbudować ją w oparciu o około 384 komórek typu I, II lub III. Natomiast każda komórka elementarna powstaje z około 8 powierzchni i z 12 punktów, których współrzędne x, y, z musimy dokładnie znać.

Wydawałoby się, że sytuacja jest patowa i nie jest możliwe tworzenie wirtualnych ośrodków porowatych, zbudowanych z kulek o najgęstszym upakowaniu, powstałych z różnych kombinacji rozlokowania powierzchni typu A, B i C. Okazało się jednak, że autorzy programu GAMBIT pozostawili możliwość sterowania nim nie tylko w trybie graficznym ale również w trybie tekstowym (http://my.fit.edu/itresources/manuals/gambit2.3/help/). W pliku o rozszerzeniu *.*Jou* można umieszczać odpowiednie polecenia w oddzielnych wierszach, które w programie GAMBIT są następnie w odpowiedni sposób interpretowane i

wykonywane. Do tego celu jednak w naszym przypadku należało napisać odpowiedni program komputerowy. Jego zadaniem byłoby tworzenie skryptu z poleceniami tworzącymi geometrię dowolnego ośrodka porowatego zbudowanego z jednakowych kulek. Program taki został napisany przez autora niniejszej pracy w języku Delphi [Teixeira i Pacheco (1999)] i został nazwany GEOMETRY (rys. 24).

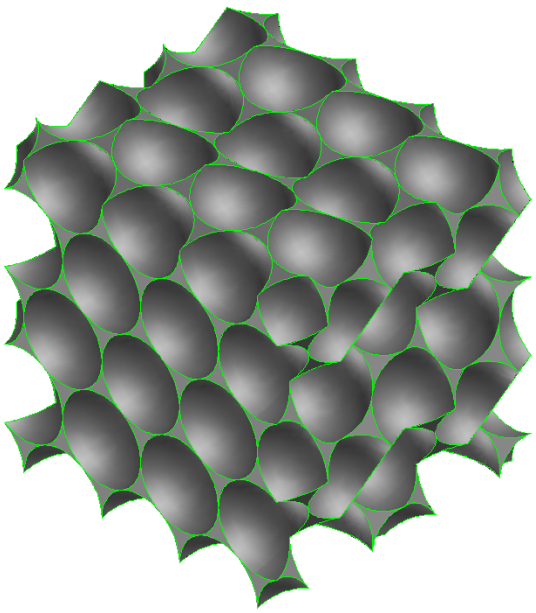
Rozpoczynając tworzenie geometrii wirtualnego ośrodka porowatego zbudowanego z komórek elementarnych należy najpierw zdefiniować liczbę kulek leżących wzdłuż osi *x*, tworzącą tzw. wiersz kulek, oraz liczbę wierszy wzdłuż osi *y*. Po zdefiniowaniu tych dwóch parametrów w zakładce *„Dane”* można przystąpić do wygenerowania geometrii. Przyjęto, że zawsze zaczynamy tworzyć ją od warstwy typu A. Dlatego rozpoczęcie generowania danej geometrii rozpoczynamy od wciśnięcia przycisku *„Start A”*. Następnie program automatycznie będzie podpowiadał jaki typ warstw: A, B czy C możliwy jest do wybrania, generując kolejne warstwy komórek elementarnych, udostępniając lub blokując przyciski: *Add AB*, *Add AC*, …, *Add CB*. Po wybraniu odpowiedniej liczby warstw komórek elementarnych możemy w zakładce *„Create File *.Jou”* utworzyć skrypt o nazwie *„Kulki.Jou”* lub *„Geometry#0.Jou”*. Jeżeli chcemy aby program GAMBIT wygenerował tylko rozlokowanie w przestrzeni kulek wybieramy opcję *„Kulki.Jou”*. Natomiast opcję *„Geometry#0.Jou”* wybieramy wtedy gdy chcemy wygenerować wirtualny ośrodek porowaty zbudowany z komórek elementarnych (rys. 25).



Rys. 24. Zrzut ekranu przedstawiający program *GEOMETRY* służący do tworzenia geometrii dowolnego wirtualnego ośrodka porowatego.

Analizując możliwe sposoby opracowania algorytmu generującego pożądaną strukturę zauważono, że punkt będący środkiem danej kuli w większości przypadków jest punktem będącym wierzchołkiem aż sześciu niezależnych czworościanów, z których po odjęciu kul tworzona jest geometria komórki typu I, II lub III. Dzieje się tak dlatego, że odpowiednie komórki stykają się albo krawędziami, albo mają powierzchnię wspólną. Najefektywniej byłoby zatem najpierw wygenerować wszystkie czworościany, a później dokonać operacji odejmowania od nich kul. Jednak, w programie GAMBIT użytym w celu wygenerowania żądanej geometrii wirtualnego ośrodka porowatego zbudowanego w oparciu o najgęstsze upakowanie jednakowych kul, taka operacja jest nie do wykonania. Można tylko wykonywać tę operacje na obiektach, których wynik nie wpływa na pozostałe obiekty stykające się ze sobą.

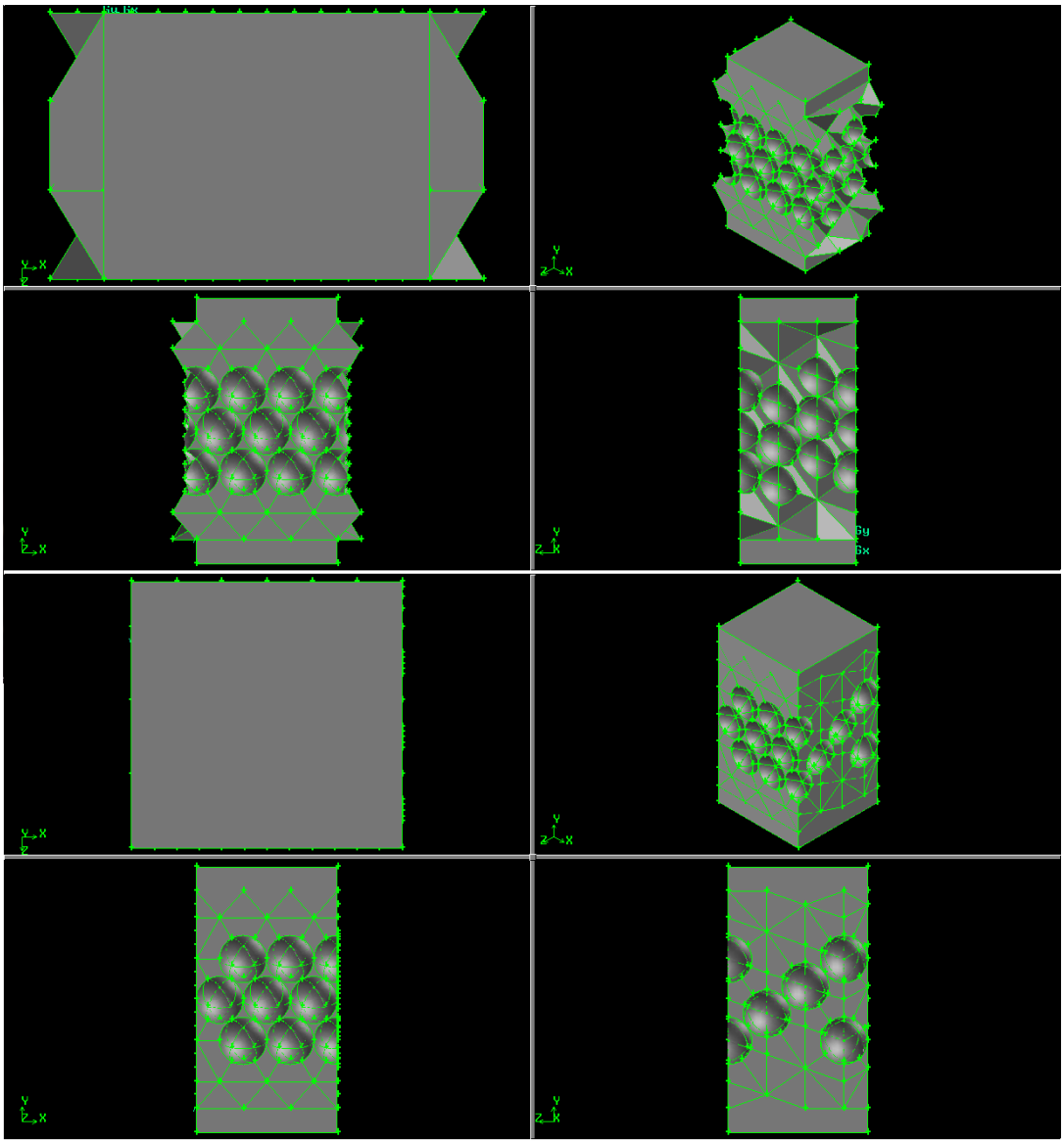
Autor niniejszej pracy zmuszony był zatem do opracowania algorytmu generującego każdą komórkę oddzielnie. Skutkiem tego jest utworzenie struktury przestrzennej obiektów niepowiązanych ze sobą, a więc na tym etapie przepływ medium pomiędzy komórkami jest niemożliwy. Należało więc scalić ze sobą odpowiednie punkty, krawędzie i powierzchnie. Teoretycznie najlepiej byłoby od razu tworzyć daną komórkę z odpowiednio zdefiniowanych wcześniej krawędzi czy powierzchni, z których niektóre są powierzchniami części kuli, ale opracowanie takiego algorytmu byłoby bardzo trudne. Na pewno wpłynęłoby to na poprawienie szybkości tworzenia geometrii, lecz z drugiej strony powstałaby duża trudność z weryfikacją poprawności jego tworzenia i znalezieniem ewentualnych błędów.



Rys. 25. Przykład wygenerowania ośrodka porowatego utworzonego z jednakowych kul o najgęstszym upakowaniu przy pomocy skryptu *„Geomery#0.Jou”*.

W następnej kolejności przystąpiono do poprawienia geometrii dla płaszczyzn, przez które do wirtualnego ośrodka porowatego będzie wpływało lub

wypływało medium. Uzyskano to w ten sposób, że najpierw dodano warstwy składające się z komórek typu I lub II (w zależności od typu warstwy) i III, dla których nie dokonywano operacji odjęcia kul leżących na niej. W ten sposób otrzymano powierzchnię bez dziur. Następnie dodano odpowiednio dopasowany prostopadłościan o wysokości równej promieniowi kul. Uzyskano w ten sposób tylko jedną płaszczyznę, na której będzie można zdefiniować tzw. warunki brzegowe na wejściu lub wyjściu. Natomiast sklejając prostopadłościan z przyległymi do niego komórkami typu I lub II oraz z odpowiednimi powierzchniami ścian komórek typu III, uzyskano efekt umożliwiający wymianę medium pomiędzy powstałą bryłą a otaczającymi go komórkami. W przeciwnym przypadku, wewnętrzną płaszczyznę prostopadłościanu trzeba byłoby uzyskać definiując ją z wykorzystaniem odpowiednich powierzchni ścian komórek typu I lub II i III.



Rys. 26 Ilustracja przedstawiającą efekt poprawienia geometrii ścian bocznych wirtualnego ośrodka porowatego.

Rozróżniono trzy takie płaszczyzny: płaszczyznę *xy* równoległą do powierzchni warstw kulek oraz płaszczyzny *xz* i *yz*. Płaszczyzna *yz* charakteryzuje się tym, że można ją usytuować w przestrzeni w ten sposób, aby w zależności od numeru wiersza (parzysty, nieparzysty) przechodziła przez środek danej kuli lub kula była styczna do tej płaszczyzny, niezależnie od tego czy warstwa kulek jest typu A, B czy C (rys. 25, 26). Dlatego przyjęto stosować tę płaszczyznę nie jako płaszczyznę prostopadłą do kierunku założonego przepływu, tylko jako powierzchnię brzegową tworzonego wirtualnego ośrodka porowatego. Te typy płaszczyzn definiujemy w zakładce *„Geometry/Podstawa”*.

Kolejnym krokiem było poprawienie geometrii ścian bocznych wirtualnego ośrodka porowatego (rys. 25, 26). Dokonano tego, zauważając możliwość zdefiniowania punktów tworzących wierzchołki czworościanów niezależnie od rzeczywistego położenia środka kul. Jeżeli dana wartość współrzędnej *x* lub *y* wierzchołka czworościanu jest zawarta pomiędzy wartością przyjętą jako minimalna a wartością maksymalną, wierzchołki czworościanu są nadal środkami odpowiednich kul; w przeciwnym przypadku przyjmują wartość brzegową. Definiując wartości graniczne współrzędnych: $x_{\min}$, $x_{\max}$, $y_{\min}$, $y_{\max}$, w zakładce *„Geometry/Przytnij”*, uzyskano efekt wygładzenia powierzchni ścian bocznych (rys. 26).

4.5 Współpraca programu MESH z programem GAMBIT przy definiowaniu warunków brzegowych oraz generowaniu siatki numerycznej dla wirtualnego ośrodka porowatego zbudowanego z jednorodnych kul o najgęstszym ułożeniu.

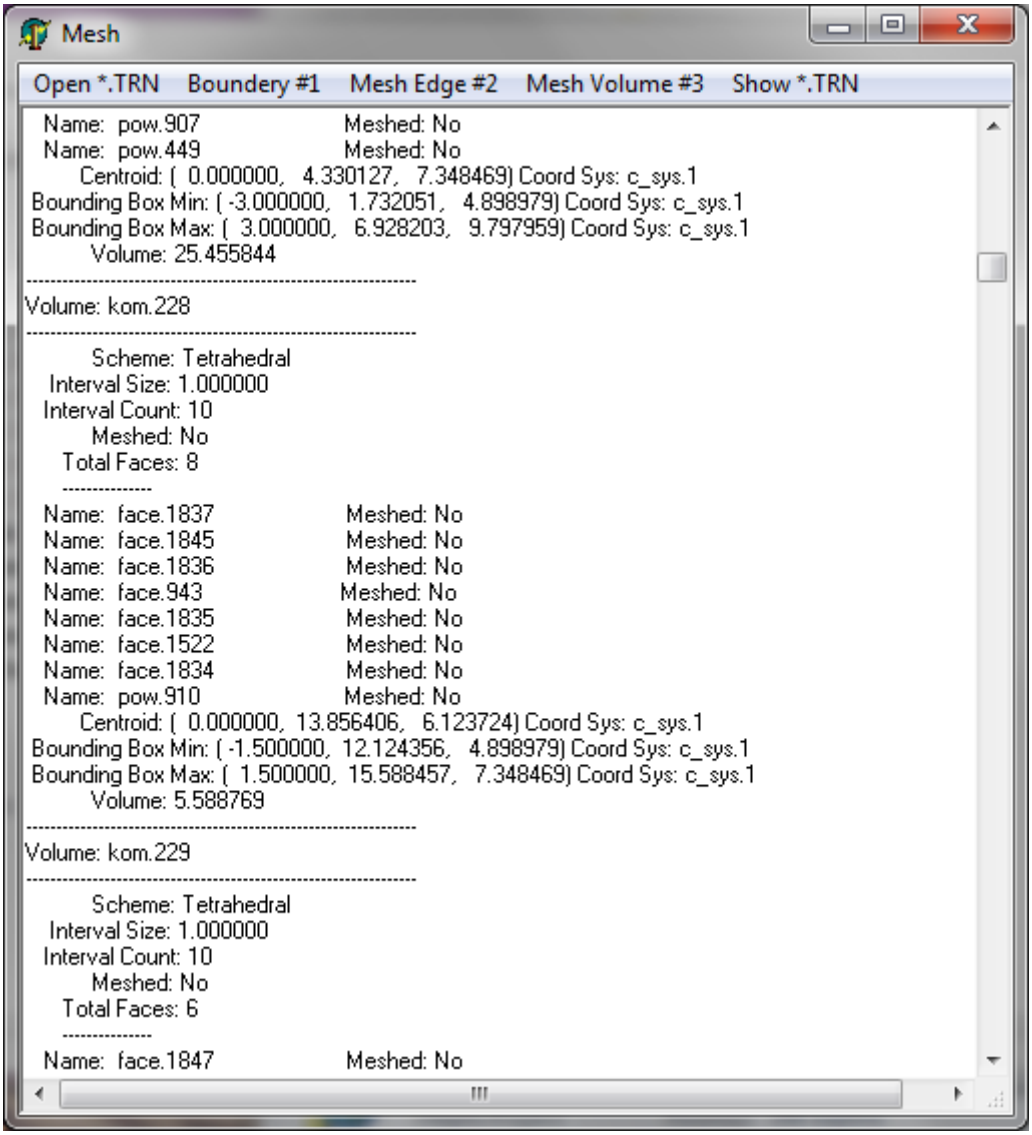
Po opracowaniu algorytmu tworzącego skrypt umożliwiający w programie Gambit utworzenie geometrii dowolnego ośrodka porowatego zbudowanego z kul o najgęstszym upakowaniu pojawił się kolejny problem: Jak zdefiniować warunki brzegowe dla tak skomplikowanych brył ? Mamy olbrzymią liczbę tzw. ‘powierzchni wewnętrznych’ i ‘ścian’. Na wszystkich tych powierzchniach należy zdefiniować odpowiednie warunki brzegowe.

Z uwagi na olbrzymią liczbę powierzchni wewnętrznych, przez które jest realizowany przepływ płynu wewnątrz wirtualnego ośrodka porowatego oraz ze względu na skomplikowaną geometrię, wynikła konieczność opracowania kolejnej aplikacji w Delphi.

Program o nazwie MESH generuje skrypt *„Bondery#1.Jou”* umożliwiający zdefiniowanie właściwych powierzchni jako tzw. powierzchnie wewnętrzne. Na etapie generowania geometrii zadanego ośrodka porowatego nie można było od razu zdefiniować, które powierzchnie będą tzw. wewnętrznymi. Po operacji odejmowania kul od czworościanu na etapie tworzenia danej komórki generowane były kolejne powierzchnie o nazwach nadawanych przez program GAMBIT. Natomiast nazwy

powierzchni, które wcześniej były zdefiniowane, po modyfikacji danej komórki mogły przyjąć nową etykietę.

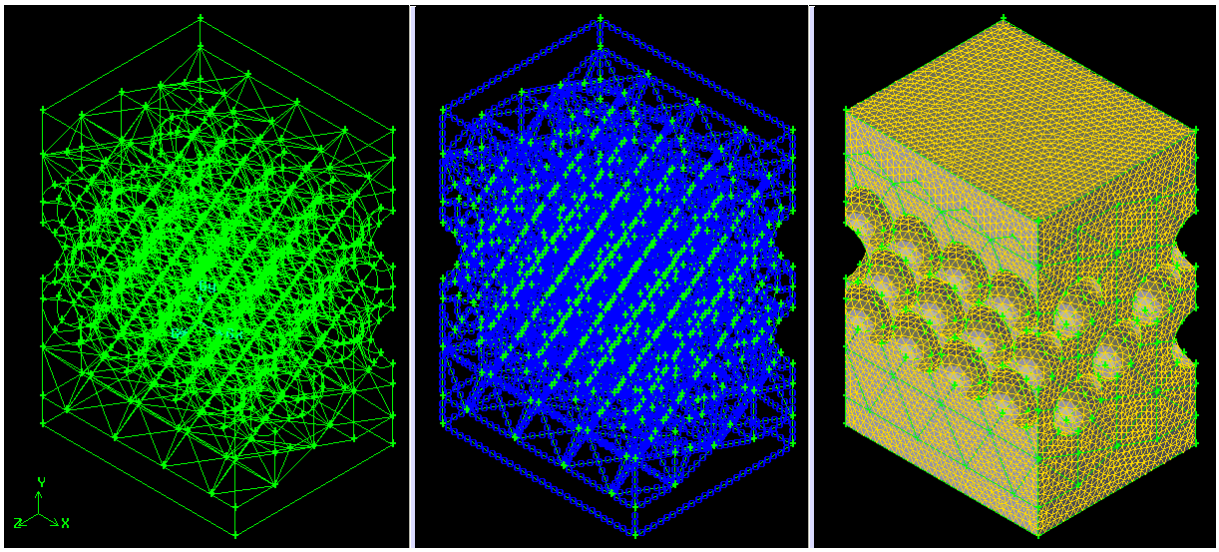
Zasada, według jakiego kryterium nazwa danej powierzchni była zmieniana lub nie, nie została przez autora do końca poznana. GAMBIT wybierał kolejność wykonywanych operacji według swojego wewnętrznego algorytmu i nie zmieniana była nazwa tej powierzchni, która w pierwszej kolejności podlegała modyfikacji. Pozostałe powierzchnie, co do których nie dokonano definicji typu warunku brzegowego domyślnie traktowane były jako ściany. Dane potrzebne do zidentyfikowania jakie powierzchnie są powierzchniami wewnętrznymi, przez które następuje przenikanie płynu lub ścianami, dokonuje program MESH na podstawie danych wyeksportowanych z programu GAMBIT do pliku z rozszerzeniem *„*.Trn”*. W tym celu program GEOMETRY na końcu generowanego pliku *„Geometry#0.Jou”* dodaje odpowiednie polecenia.



Rys. 27. Zrzut ekranu przedstawiający program MESH z fragmentem danych wyeksportowanych z programu GAMBIT.

Po zdefiniowaniu geometrii i tzw. warunków brzegowych przystąpiono do tworzenia siatki numerycznej wewnątrz obszaru, przez który realizowany jest przepływ płynu. Przyjęto, że aby uzyskać sieć numeryczną jak najbardziej jednorodną, należy najpierw wygenerować ją na wszystkich krawędziach – liniach występujących wewnątrz analizowanego obszaru. Dodatkowo przyjęto, że liczba węzłów na danej krawędzi – linii będzie wprost proporcjonalna do liczby węzłów na najkrótszej linii w całym rozpatrywanym ośrodku. Następnie węzły będą generowane na powierzchni oraz wewnątrz danej komórki. W tym celu program MESH generuje kolejne dwa skrypty: *„MeshEdge#2.Jou”* oraz *„MeshVolume#3.Jou”* umożliwiając realizację tego zadania w programie GAMBIT (rys 27, 28).

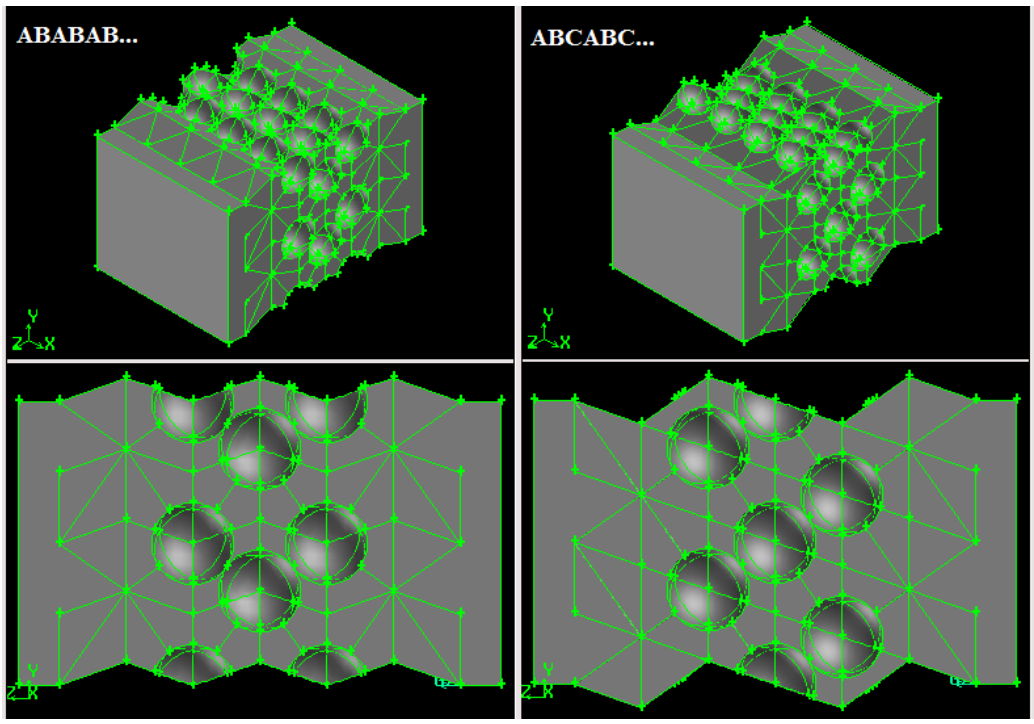
Niestety okazało się, że ze względu na przyjętą wielkość średnic kul w milimetrach zadanie takie jest nie do wykonania. Dzieląc najkrótszy odcinek nawet na dwa i otrzymując tylko na nim trzy węzły, wielkość otrzymanej w ten sposób elementarnej objętości sieci numerycznej jest tak mała, że program GAMBIT przypisuje jej wartość równą zeru. Problem ten rozwiązano zmieniając skalę tworzonego wirtualnego ośrodka porowatego z milimetrów na metry aby później w programie do liczenia sieci numerycznych FLUENT przeskalować dane z powrotem na milimetry. Tak przyjęte kryteria generowania siatki numerycznej pozwoliły ją utworzyć wewnątrz dowolnej komórki typu I, II, i III.



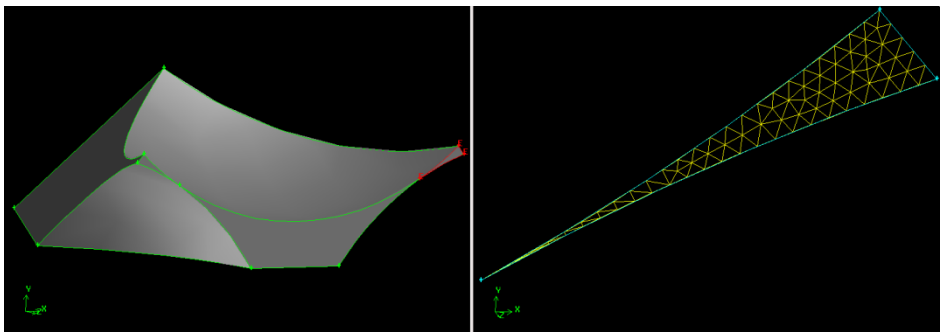
Rys. 28. Poszczególne etapy generowania sieci numerycznej, w przybliżeniu „jednorodnej”, na podstawie zdefiniowanych węzłów na krawędziach komórek elementarnych.

Pojawił się jednak kolejny problem z generowaniem siatki numerycznej dla wirtualnych ośrodków porowatych, w których przepływ realizowany jest prostopadle do płaszczyzny warstw komórek elementarnych (rys. 29). Zgodnie z przyjętą zasadą jednorodności generowanej sieci okazało się, że liczba węzłów danej komórki typu I, II lub III jest rzędu 10^6 dla ułożenia warstw ABABAB…. Mnożąc tą wartość przez liczbę komórek rzędu 10^3 zauważono nierealność budowy takiej sieci do celów obliczeniowych. Przyczyną tego jest istnienie przynajmniej jednej krawędzi o

długości bardzo małej w odniesieniu do pozostałych. Musiano więc utworzyć sieć numeryczną niespełniającą przyjętego kryterium jednorodności. Niestety z uwagi najprawdopodobniej na niejednorodną sieć numeryczną ‘kryterium ciągłości’ tj. warunek spełnienia równania ciągłości przepływu nie pozwalało dokończyć obliczeń dla tego typu wirtualnych ośrodków porowatych. Ponadto zauważono, że dla ułożeń warstw ABCABC… nie jest możliwe wygenerowanie sieci numerycznej dla niektórych komórek, które uległy zniekształceniu z uwagi na ich obcięcie (rys. 30).



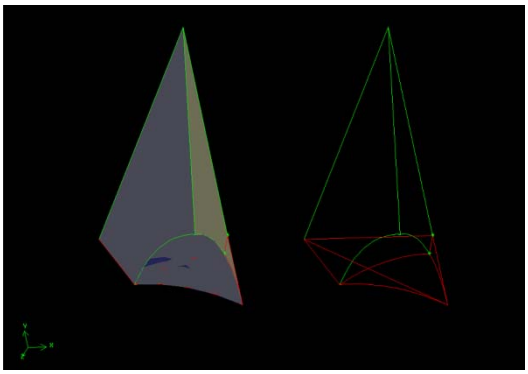
Rys. 29. Przykłady wirtualnych ośrodków porowatych, w których ze względu na przyjęty kierunek przepływu wzdłuż osi *z* prostopadłej do powierzchni płaszczyzny warstw komórek elementarnych, nie jest możliwe wygładzenie powierzchni *xz*.



Rys. 30. Przykład powierzchni uniemożliwiającej wygenerowanie sieci numerycznej wewnątrz bryły dla ułożeń warstw komórek elementarnych ABCABC….

Zauważono, że najprawdopodobniej problem złej geometrii tkwi w tym, że krawędzie komórek, w których geometria uległa modyfikacji wskutek wygładzania powierzchni zewnętrznych na płaszczyźnie *xz*, nie leżą na prostej przechodzącej przez środki odpowiednich dwóch kul. Jeżeli usuniemy warunek, w którym

współrzędne y wierzchołków czworościanów muszą być z przedziału $[y_{min}, y_{max}]$ problem niewłaściwej geometrii znika. Ponadto możemy z powrotem wprowadzić przyjęty warunek jednorodności tworzonej sieci numerycznej, z uwagi na rozsądną liczbę węzłów sieci. Umożliwia to symulację przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty z zachowaniem warunku ciągłości. Natomiast wadą tej geometrii jest występowanie dwóch boków wirtualnego ośrodka porowatego w płaszczyźnie xz, dla których odpowiednie ściany komórek elementarnych, tworzące ten bok, nie leżą na jednej płaszczyźnie.



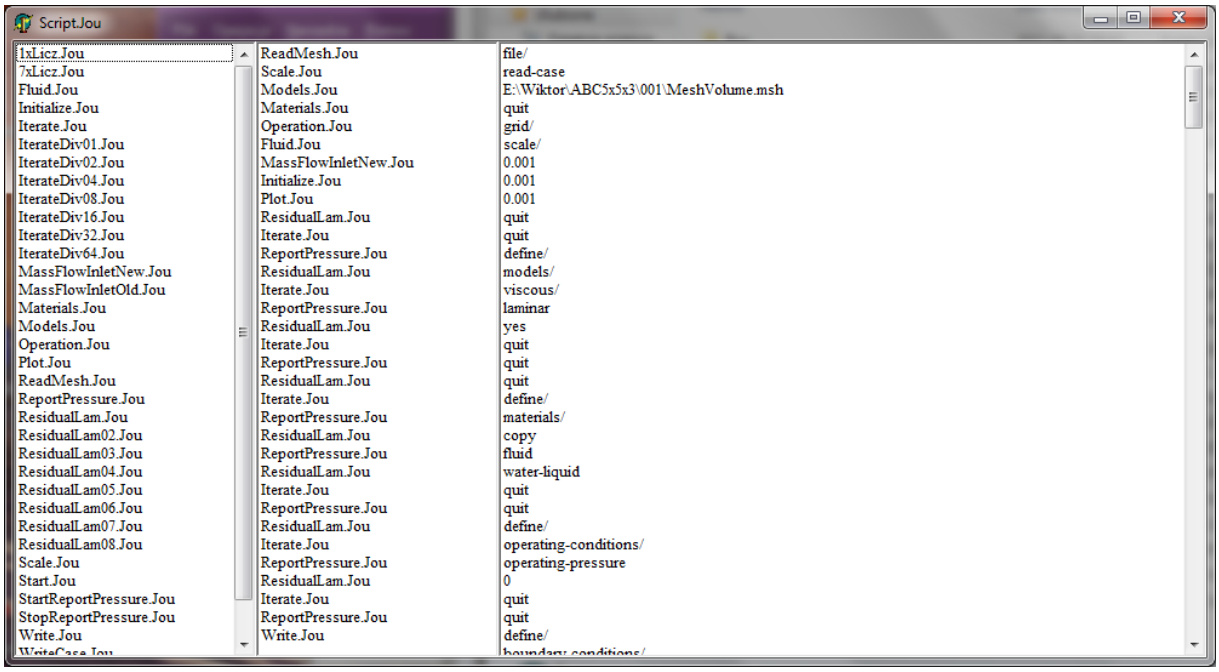
Rys. 31. Przykład scalenia dwóch zmodyfikowanych komórek elementarnych, powstałych w wyniku wygładzenia powierzchni bocznych generowanego ośródka porowatego, w celu pozbycia się krótkiej krawędzi.

W przypadku przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty realizowany właśnie prostopadle do płaszczyzny xz problem samoistnie znika. Przez dodanie prostopadłościanów na obydwu płaszczyznach xz jako bufora wejściowego i wyjściowego, odpowiednie komórki elementarne znajdujące się na brzegach znikają. Zostają one scalone z prostopadłościanem. Przez odpowiednie wytypowanie tych komórek powyższy problem przestaje istnieć. Co prawda w zależności od geometrii generowanego wirtualnego ośródka porowatego zauważono pojawianie się podobnych zdarzeń. Tym razem zastosowano metodę scalania dwóch sąsiadujących ze sobą komórek elementarnych, z których jedna ma krawędź zbyt krótką (rys. 31). Komórki te znajdują się na krawędzi danego wirtualnego ośrodka porowatego i mogą wystąpić albo w parzystej, albo nieparzystej warstwie. Przy tym na danej warstwie może wystąpić tylko jedno takie zdarzenie powodujące konieczność scalenia dwóch obiektów.

4.6 Wspomaganie procesu symulacji numerycznej przepływu medium przez wirtualny ośrodek porowaty przy pomocy aplikacji SCRIPT.

Po wygenerowaniu odpowiedniej struktury numerycznej odwzorowywującej zadaną wirtualną przestrzeń porową zbudowaną w oparciu o sieć komórek elementarnych przystąpiono do obliczeń numerycznych. Zastosowano do tego celu

program FLUENT ver. 6.3.26 (http://www.ansys.com/). Podobnie jak w programie GAMBIT aplikacja FLUENT również dopuszcza tzw. tryb wsadowy, czyli w pliku o rozszerzeniu **.Jou* można umieszczać odpowiednie polecenia w oddzielnych wierszach, które w programie FLUENT są następnie w odpowiedni sposób interpretowane i wykonywane. W ten sposób możemy zaprojektować plik z odpowiednimi poleceniami realizującymi określony wariant symulacji numerycznej. Zmieniając tylko niewielką jego cześć, zazwyczaj dwa wiersze, możemy zastosować go wielokrotnie do symulacji przepływy przez różne wirtualne ośrodki porowate.

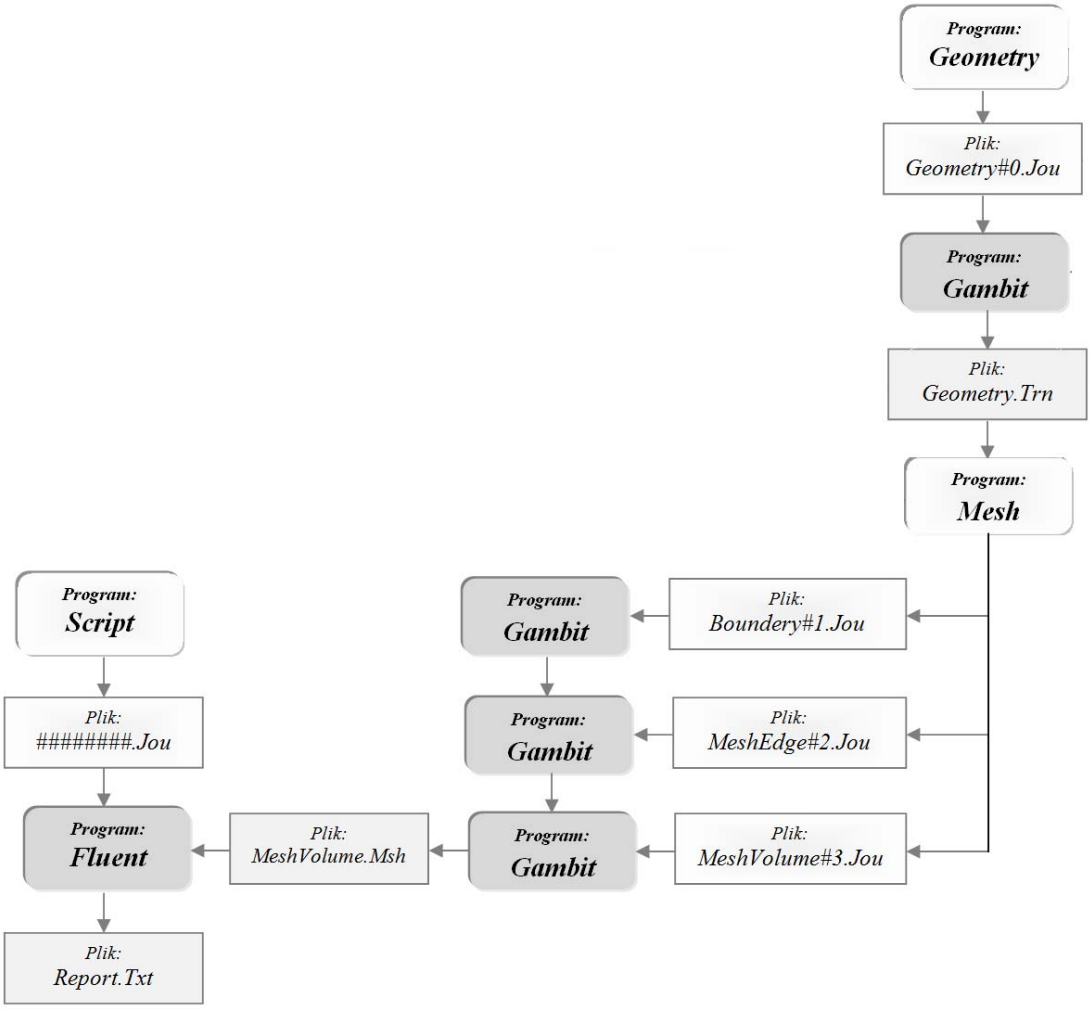


Rys. 32. Zrzut ekranu przedstawiający program SCRIPT służący do wspomagania procesu symulacji przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty.

W celu łatwiejszego tworzenia i edycji plików typu „**.Jou*”, przeznaczonych do sterowaniem programem FLUENT, napisano kolejny program o nazwie SCRIPT (rys. 32). Umożliwia on tworzenie, edytowanie oraz sklejanie skryptów. W pierwszej kolumnie mamy listę istniejących już plików typu „**.Jou*” realizujących określony cel, od najprostszych zadań takich jak definicja modelu symulacji do bardziej skomplikowanych. Umieszczone one zostały w wydzielonym katalogu i są podstawą tworzenia innych. Nowo powstały plik również można umieścić w tym katalogu. Będzie wtedy źródłem tworzenia innych. W drugiej kolumnie znajduje się lista pliku typów „**.Jou*”, które zostały wybrane z pierwszej kolumny. Możemy na podstawie tego tworzyć bardziej złożoną strukturę, w której elementy mogą się powtarzać. Listę tę można zapisać, aby w późniejszym czasie się do niej odwołać i ewentualnie ją zmodyfikować. W ostatniej kolumnie wyświetla się zawartość nowo tworzonego pliku typu „**.Jou*” powstałego ze sklejenia plików zdefiniowanych w drugiej kolumnie. Można również, niezależnie od zawartości kolumny drugiej, załadować już istniejący plik. W tym oknie edytujemy odpowiednie parametry danego polecenia. Nie można natomiast ingerować w kolejność wykonywanych poleceń lub

je usuwać. Jest tak, ponieważ zazwyczaj najprostsza czynność pociąga za sobą wykonanie kilku poleceń o parametrach, których zazwyczaj nie modyfikujemy w ściśle określonej kolejności. Zapisując zawartość tego okna tworzymy nowy plik typu *„ *.Jou”*.

Na powyższym rys. 33 w formie podsumowania przedstawiono kolejne kroki, jakie autor musiał wykonać aby przeprowadzić symulację przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty zbudowany z jednorodnych kulek o najgęstszym upakowaniu. Kluczowymi elementami, bez których symulacja nie mogłaby być wykonana, są programy: GEOMETRY i MESH. Bez ich stworzenia przez autora niniejszej rozprawy wykonanie zamierzonego celu byłoby nierealne. Natomiast programy GAMBIT i FLUENT są ogólnie dostępnymi aplikacjami, zarówno w dużych centrach obliczeniowych, jak również istnieje możliwość indywidualnego ich zakupu. Natomiast bez programu SCRIPT opracowanego również przez autora nie można byłoby w sposób automatyczny przeprowadzić symulacji numerycznej dla różnych ustawień parametrów przepływu.

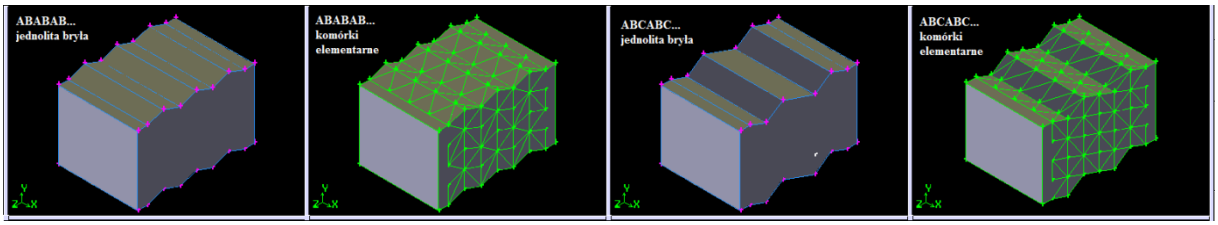


Rys. 33. Diagram przedstawiający schematycznie poszczególne czynności jakie należy wykonać aby przeprowadzić symulację przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty zbudowany z jednorodnych kulek o najgęstszym upakowaniu.

Pozostało jeszcze tylko cały proces w pełni zautomatyzować, od etapu projektowania do symulacji przepływu. Jednak autor świadomie na razie nie uczynił tego kroku, aby na poszczególnych etapach istniała możliwość kontrolowania prawidłowości wykonywanych procedur. Wprawdzie nie wszystko działało od razu prawidłowo, ale można było szybko zdiagnozować gdzie jest błąd i z jakiego powodu powstaje. Po poprawkach i modyfikacjach w programach GEOMETRY lub MESH można było kontynuować pracę stawiając coraz trudniejsze cele do zrealizowania.

4.7 Symulacja numeryczna przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty zbudowany z jednakowych kul o najgęstszym upakowaniu.

Przystępując w oparciu o program FLUENT ver. 6.2.16 do symulacji laminarnego przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty, zbudowany z jednakowych kul założono, że średnica kul wynosi 6 mm, a podstawa tego ośrodka składa się z 5 wierszy i 5 kolumn co daje razem 25 kul. Natomiast wysokość całego układu równa jest ośmiu warstwom zbudowanym z elementarnych komórek. Wielkością wyznaczaną będzie spadek ciśnienia hydrostatycznego przy przepływie płynu o wydatku masowym równym 0.0001 kg/s, a więc na wejściu zdefiniowano warunek brzegowy w postaci masowego wydatku przepływu. Natomiast na wyjściu przyjęto ciśnieniowy warunek brzegowy przyjmując, że wartość ciśnienia względnego równa jest zero. Proces liczenia wartości ciśnienia hydrostatycznego będzie kontynuowany tak długo, aż przy kolejnych zmianach stosując kryterium zbieżności programu FLUENT o jeden rząd, jego wartość nie ulegnie zmianie o więcej niż 0.01%.



Rys. 34 Modele brył poddanych pierwszym symulacjom przepływu płynu.

Pierwsze symulacje przeprowadzono w celu weryfikacji, czy podział danego ośrodka na komórki elementarne ma wpływ na wyznaczaną wielkość. W tym celu zarówno dla ułożenia warstw ABABAB… i ABCABC… wygenerowano po dwa wirtualne ośrodki porowate (rys. 34). W tracie generowania ich zablokowano operację wycinania w nich istniejących kul. W ten sposób powstały ośrodki, które tak naprawdę nie są w rzeczywistości porowate. W pierwszym ośrodku dokonano następnie operacji połączenia wszystkich komórek elementarnych w jedną bryłę. W

ten sposób otrzymano dwa geometrycznie identyczne ośrodki, z których pierwszy jest jednolitą bryłą a drugi bryłą utworzoną przez komórki elementarne łączące się ze sobą odpowiednimi powierzchniami. Następnie wygenerowano w nich numeryczną sieć strukturalną. Sieć numeryczna była tworzona w oparciu o procentowy podział najkrótszego odcinka występującego w całym analizowanym wirtualnym ośrodku.

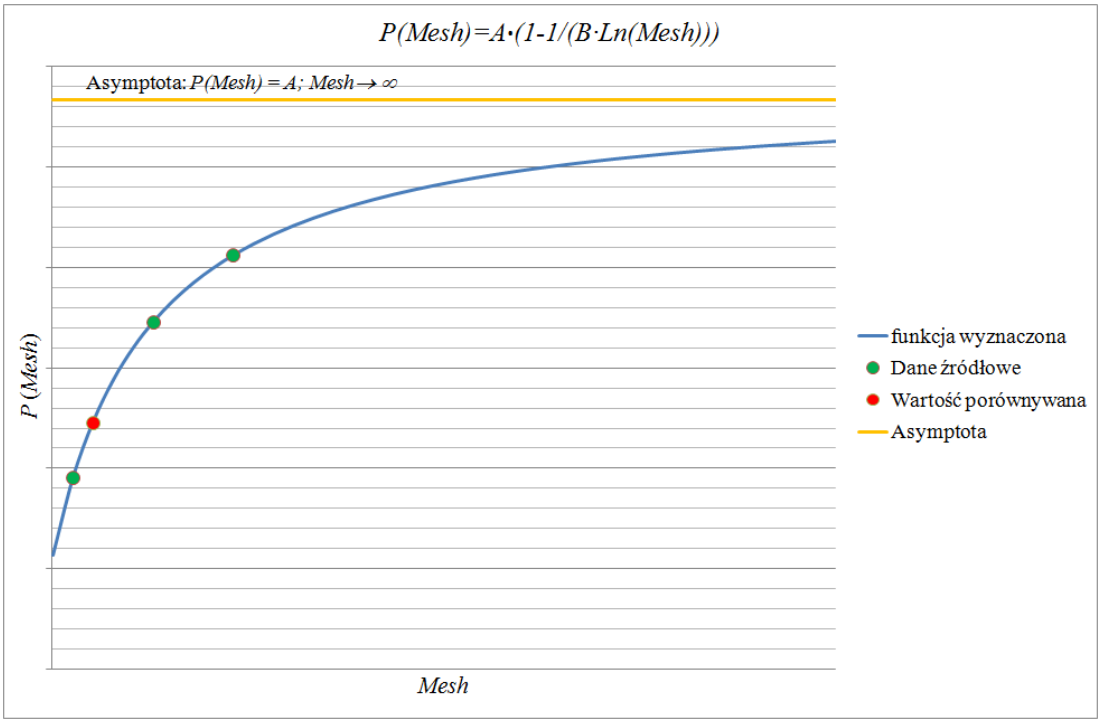
Tab. 2 Wartości otrzymane w symulacji numerycznej przepływu płynu przez zadany ośrodek z zablokowaniem operacji wycinania w nich istniejących kul.

	Ułożenie warstw ABABAB …			Ułożenie warstw ABCABC …		
Wirtualny ośrodek porowaty (bez kulek)	Liczba komórek sieci	Podział najkrótszego odcinka	Wartość ciśnienia hydrostatycznego [Pa]	Liczba komórek sieci	Podział najkrótszego odcinka	Wartość ciśnienia hydrostatycznego [Pa]
Jednolita bryła	288007	25 %	0.0007327	288003	25 %	0.0007663
	1105346	16 %	0.0007703	1092319	16 %	0.0008048
	4200914	10 %	0.0008556	4345750	10 %	0.0008536
Bryła utworzona z komórek elementarnych	631996	20 %	0.0007539	634245	20 %	0.0007870

Dla pierwszego rodzaju bryły przeprowadzono trzy symulacje numeryczne. Pierwszą przy założeniu, że procentowy podział najkrótszego odcinka wynosi 25 %. Przy drugiej symulacji wartość tą zdefiniowano na 16 % a dla trzeciej wynosiła ona 10 %. Natomiast drugą bryłę liczono przy podziale procentowym najkrótszego odcinka na 20 %. Przepływ płynu realizowany był prostopadle do powierzchni warstw. Wyznaczone tą drogą wartości zamieszczono w tab. 2.

Zauważono, że wartość ciśnienia hydrostatycznego jest tym większa im liczba komórek sieci się zwiększa. Powinno się w związku z tym zwiększyć ich liczba aż do momentu, gdy wyznaczona wartość się ustabilizuje. Jednak na przeszkodzie stanęła głównie ilość dostępnej pamięci (24 GB). Można byłoby jeszcze zwiększyć gęstość sieci około 5 razy, ale prawdopodobnie i to byłoby wciąż za mało. Spróbowano więc podejść do problemu inaczej. Założono, że jeżeli dwa wirtualne ośrodki o tej samej geometrii jeden jako jednolita bryła a drugi jako bryła utworzona z komórek elementarnych (rys. 34), są do siebie podobne, to otrzymane wyniki z symulacji numerycznej można opisać za pomocą pewnej empirycznej funkcji asymptotycznej (37), w której argumentem jest parametr reprezentujący gęstość sieci (np. liczba komórek sieci), a wartością (w naszym przypadku) wielkość ciśnienia hydrostatycznego. Następnie współczynniki stałe tej funkcji asymptotycznej należy wyznaczyć za pomocą posiadanych danych uzyskanych z symulacji numerycznej wykorzystując wartości tylko jednej z porównywalnych brył. Jeżeli porównywane bryły opisuje ta sama funkcja asymptotyczna to podstawiając argument reprezentujący gęstość sieci drugiej porównywanej bryły do niej otrzymana w ten sposób wartość musi być równa wartości ciśnienia

hydrostatycznego otrzymanego z symulacji numerycznej. Współczynnik A określa wartość asymptoty i jednocześnie informuje ile wynosiłaby wartość ciśnienia hydrostatycznego w przypadku, kiedy analizowalibyśmy nieskończenie gęstą sieć numeryczną, oczywiście nieosiągalną w rzeczywistości z uwagi na dyskretyzację wartości w metodach numerycznych.



Rys. (35) Schemat wyjaśniający idee zastosowania funkcji asymptotycznej.

Przyjęto, że postać tej empirycznej funkcji asymptotycznej można przedstawić w postaci zależności:

$$P(Mesh) = A\left(1 - \frac{1}{f(Mesh)}\right) \tag{37}$$

Przyjmując dodatkowo postać nieznanej funkcji w mianowniku jako:

$$f(Mesh) = B \cdot \ln(Mesh) \tag{38}$$

gdzie: $Mesh$ – liczba komórek sieci.

Z analizy posiadanych wyników wysunięto wniosek, że intensywność zmian ciśnienia hydrostatycznego opisanego zależnością (37) jest bardziej zależna od rzędu gęstości sieci niż od samej jej wartości. Dlatego po przeanalizowaniu różnych funkcji, postać (38) najlepiej odzwierciedlała charakter zmiany wartości ciśnienia hydrostatycznego od gęstości sieci.

Otrzymano wiec postać funkcji z dwoma niewiadomymi parametrami A i B, przy czym parametr A jest wartością ciśnienia, które powinniśmy otrzymać dla nieskończenie gęstej sieci numerycznej.

Wykorzystując do tego celu metodę najmniejszych kwadratów przystąpiono do napisania programu komputerowego [B. Baron (1999), Dahlquist i Björck (1983), Teixeira i Pacheco (1999)] realizującego zadanie wyznaczenia poszukiwanych parametrów A i B na podstawie trzech punktów otrzymanych w symulacji przepływu płynu przez jednolitą bryłę. Dla pierwszego sposobu ułożenia warstw ABABAB… otrzymano poszukiwane wartości parametrów A i B równe odpowiednio 0.00142 i 0.162, a dla ułożenia ABCABC… otrzymano 0.00129 i 0.194. Następnie wstawiając liczbę komórek sieci, dla bryły utworzonej z komórek elementarnych do wzoru (37), otrzymano wartość ciśnienia różniącą się od wartości otrzymanej w symulacji numerycznej o 1.28% w przypadku ułożenia ABABAB… oraz 0.49% dla ABCABC….

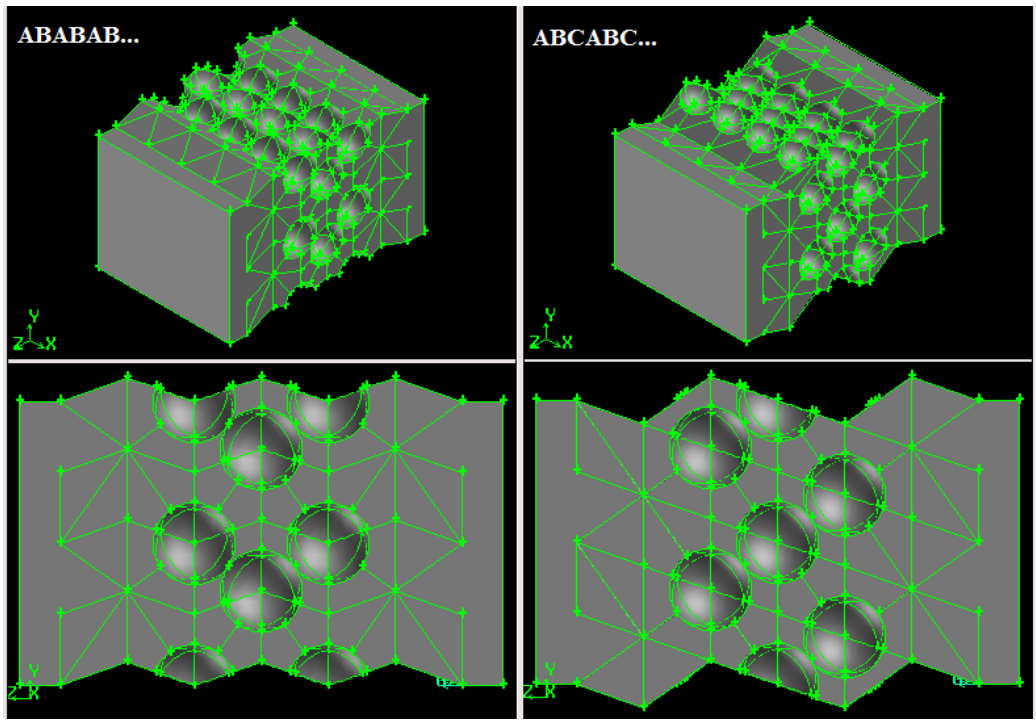
Analizując uzyskane wyniki zauważono, że zastosowana funkcja (37) jest prawidłowa i za pomocą niej stwierdzono poprawność zastosowania metody podziału danego wirtualnego ośrodka porowatego na komórki elementarne. Podział ten nie wpływa na zafałszowanie poszukiwanej wartości ciśnienia hydrostatycznego. Ponadto okazało się, że przepływ przez warstwy ABABAB… powoduje większe straty ciśnienia niż dla ABCABC… o około 9,15 %. Jednak na tym etapie przyjęto, że ta różnica wynika z ich geometrii zewnętrznej. Stwierdzono również, że metodą zwiększania liczby komórek nie jest możliwe osiągnięcie prawidłowej wartości poszukiwanej wielkości. Zwiększając ilość komórek o trzy rzędy, co wiązałoby się z zapotrzebowaniem na pamięć operacyjną około 5000 GB (nie biorąc pod uwagę czasu potrzebnego na liczenie), otrzymałoby się tylko 80 % poszukiwanej wartości. Niemniej jednak autor zdaje sobie sprawę, że zastosowana metoda oszacowania wyznaczanej wartości może okazać się obarczona błędami, które na tym etapie nie uwidaczniają się. Aby to sprawdzić należy otrzymane wyniki numeryczne porównać z danymi doświadczalnymi.

Po stwierdzeniu, że podział danego wirtualnego ośrodka porowatego na komórki elementarne nie wpływa w sposób istotny na wielkości wyznaczane przystąpiono do dalszych badań. W tym celu zarówno dla ułożenia warstw ABABAB… i ABCABC… wygenerowano wirtualne ośrodki porowate otrzymując dwa badane obiekty (rys. 36). W tracie generowania ich tym razem nie zablokowano operacji wycinania w nich istniejących kul. W ten sposób powstały ośrodki z porami powstałymi po wycięciu kul. Następnie wygenerowano w nich numeryczną sieć strukturalną. Sieć numeryczna była w tym przypadku również utworzona w oparciu o procentowy podział najkrótszego odcinka występującego w całym analizowanym wirtualnym ośrodku porowatym.

Tab. 3 Wartości otrzymane z symulacji numerycznej przepływu płynu przez zadany wirtualny ośrodek porowaty prostopadle do ułożenia kul na danej warstwie.

Ułożenie warstw ABABAB …			Ułożenie warstw ABCABC …		
Liczba komórek sieci	Podział najkrótszego odcinka	Wartość ciśnienia hydrostatycznego [Pa]	Liczba komórek sieci	Podział najkrótszego odcinka	Wartość ciśnienia hydrostatycznego [Pa]
235738	50 %	0.2851	327864	50 %	0.33764076
2935103	20 %	0.4513	4309233	20 %	0.47735125
21381827	10 %	0.5128	22912629	11.11 %	0.53056389
A = 1.157 B = 0.108 Δ = 0.000311			A = 1.118 B = 0.113 Δ = 0.000063		
Δ - suma kwadratów różnicy pomiędzy danymi źródłowymi a wyznaczonymi za pomocą funkcji (34)					

Dla każdego rodzaju bryły przeprowadzono trzy symulacje numeryczne. Pierwszą przy założeniu, że procentowy podział najkrótszego odcinka wynosi 50 %. Przy drugiej symulacji wartość tą zdefiniowano na 20 % a dla trzeciej wynosiła ona 10 %. Przepływ płynu realizowany był oczywiście prostopadle do powierzchni warstw. Wyznaczone tą drogą wartości zamieszczono w tab. 3.



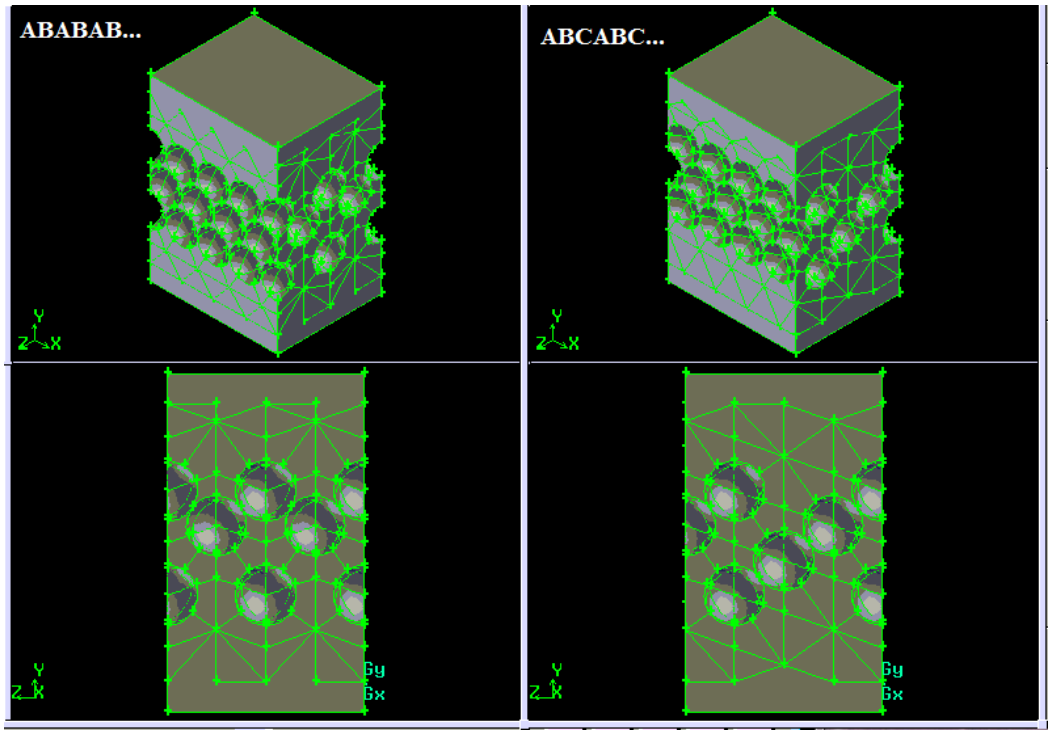
Rys. 36. Dwa typy wirtualnych ośrodków porowatych ABABAB… i ABCABC… , dla których przeprowadzono symulacje przepływu płynu prostopadle do ułożenia kul na danej warstwie.

Analizując otrzymane wartości ciśnienia hydrostatycznego dla dwóch różnych wirtualnych ośrodków porowatych na początku wysunięto wniosek, że zgodnie z założonym przypuszczeniem, spadek ciśnienia dla ułożenia warstw ABCABC… jest większy niż dla ABABAB… . Podstawiając jednak posiadane dane

do wzoru (37) okazało się, że otrzymane w ten sposób wartości dla tych dwóch rozpatrywanych przypadków różnią się tylko o 3.37 %. Na dodatek to nie ułożenie warstw ABABAB… powodowało mniejsze straty przy przepływie płynu przez analizowany ośrodek porowaty, tylko ułożenia ABCABC. Otrzymano więc wynik sugerujący, że wcześniejsze założenie jest niesłuszne.

Zastanawiając się nad uzyskanymi wynikami, postanowiono sprawdzić, jakie uzyska się dane przy przepływie skierowanym równolegle do warstwy kul wzdłuż osi *y*, oczywiście dla dwóch wcześniej omówionych typów ułożeń kul w wirtualnym ośrodku porowatym (rys. 37). Wariant ten wcześniej nie był brany pod uwagę jako obiekt do symulacji przepływu ze względu na mniej zauważalną różnicę w przestrzennym rozlokowaniu kul dla tych dwóch przypadków. Patrząc od strony płaszczyzny *xz* prostopadłej do kierunku przepływu nie można rozróżnić czy wirtualny ośrodek porowaty został zbudowany z warstw ABABAB…, czy ABCABC… Sądzono więc dlatego, że wzdłuż osi *y* niezależnie od sposobu ułożenia kul powinien wystąpić taki sam spadek ciśnienia.

Niemniej jednak okazało się, że ten typ ułożenia kul w przestrzeni nadaje się lepiej do symulacji numerycznej. Jest możliwe takie zaprojektowanie wirtualnego ośrodka porowatego zbudowanego z komórek elementarnych, aby uzyskać bryłę w postaci prostopadłościanu, a zarazem wygenerować w nim siatkę strukturalną.



Rys. 37. Dwa typy wirtualnych ośrodków porowatych ABABAB… i ABCABC… , dla których przeprowadzono symulacje przepływu płynu równolegle do ułożenia kul na danej warstwie wzdłuż osi *y*.

Właśnie problemy wygenerowania sieci numerycznej dla prostopadłościanu uniemożliwiały przeprowadzenie symulacji przepływu płynu skierowanego prostopadle do warstw kulek w wirtualnym ośrodku porowatym a nie problem wygenerowania takiej struktury geometrycznej z komórek elementarnych. Założono więc w zaistniałym przypadku, że właśnie to zróżnicowanie ścian bocznych może mieć wpływ na wyznaczane wartości. Ten problem nie wystąpi przy ośrodku porowatym w kształcie prostopadłościanu. Dlatego uznano konieczność przeprowadzenia symulacji przepływu płynu wzdłuż osi *y* prostopadłej do warstw.

Tab. 4. Wartości otrzymane w symulacji numerycznej przepływu płynu przez zadany wirtualny ośrodek porowaty równolegle do ułożenia kul na danej warstwie.

Ułożenie warstw ABABAB …			Ułożenie warstw ABCABC …		
Liczba komórek sieci	Podział najkrótszego odcinka	Wartość ciśnienia hydrostatycznego [Pa]	Liczba komórek sieci	Podział najkrótszego odcinka	Wartość ciśnienia hydrostatycznego [Pa]
195100	50%	0.2998	196837	50%	0.2720
2479105	20%	0.4810	2477580	20%	0.4365
9713048	12.50%	0.5350	9796619	12.50%	0.4839
A = 1.286 B = 0.107 Δ = 0.000123			A = 1.163 B = 0.107 Δ = 0.000129		
Δ - suma kwadratów różnicy pomiędzy danymi źródłowymi a wyznaczonymi za pomocą funkcji (34)					

W tab. 4 przedstawiono wartości uzyskane w tych symulacjach. Zauważono, że dla ułożenia warstw ABCABC… spadek ciśnienia jest mniejszy od spadku ciśnienia przy ułożeniu warstw ABABAB… Podstawiając posiadane dane do wzorów (37) wyznaczono, że różnica ta wynosi około 9.56 % a wyznaczone współczynniki *B* posiadają taką samą wartość w obu wariantach ułożeń kul. Wysunięto więc wniosek, że wartość spadku ciśnienia w ośrodku porowatym zbudowanym z jednakowych kulek zależna jest od sposobu ułożenia ich w warstwach.

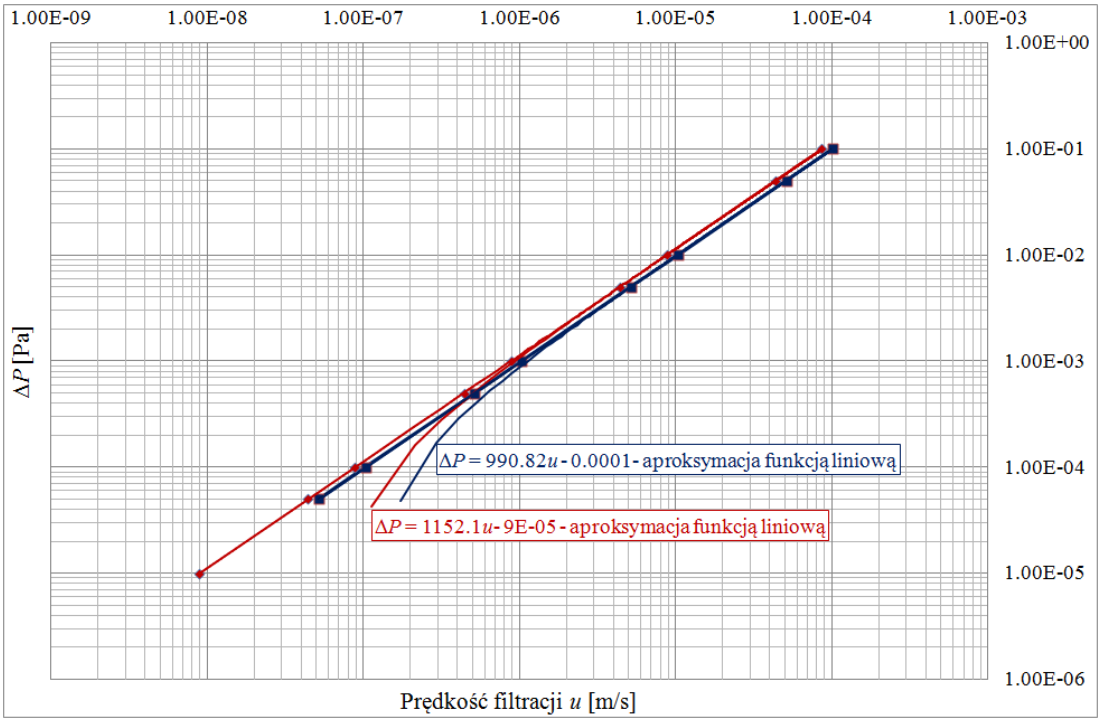
Uzyskane wnioski z przeprowadzonych symulacji postanowiono potwierdzić badaniami laboratoryjnymi. Wybierając do celów porównawczych ośrodek porowaty rzeczywisty oraz wirtualny dla którego przepływ jest realizowany umownie wzdłuż osi *y*. Umowność ta wynika z przyjętej metody generowania wirtualnego ośrodka porowatego, w której dana warstwa kulek leży na płaszczyźnie *xy* przy czym oś *x* jest podstawą tworzenia tej struktury natomiast wzdłuż osi *z* dodawane są kolejne warstwy (rozdział 4.2). W przypadku ośrodka porowatego rzeczywistego poddanego eksperymentowi laboratoryjnemu umowna oś y odpowiada kierunkowi wektora przyspieszenia ziemskiego jednak zwrot ma skierowany przeciwnie. Dodatkowym atutem przyjętego schematu ułożenia kul w przestrzeni jest łatwość realizacji takiego projektu z uwagi na szybkość budowy oraz geometrie charakteryzującą się tym, że w dwóch płaszczyznach kulki przylegają do ścian kolumny.

ROZDZIAŁ IX

Rekapitulacja i wnioski.

W rozdziale III na podstawie kształtu linii prądu uzyskanych z symulacji komputerowej stwierdzono, że w ośrodku porowatym zbudowanym z kul przepływ płynu jest przepływem wirowym, przy czym struktura wirów oraz ich intensywność zmienia się wraz ze wzrostem liczby Reynoldsa. Badania te są zgodne z wnioskami otrzymanymi z badań eksperymentalnych przeprowadzonych przez Lasowską (1996) oraz z symulacjami numerycznymi przeprowadzonymi przez Peszyńską, Trykozko i Sobieskim (2010).

W konsekwencji otrzymanych podobieństw pomiędzy wirtualnym ośrodkiem porowatym a odpowiadającym mu rzeczywistym uznano, że można zastosować symulację komputerową do wizualizacji przepływów przez zadany ośrodek porowaty. Potwierdzone to zostało również w rozdziale VII, w którym wyniki uzyskane z symulacji numerycznej potwierdzone zostały własnymi badaniami eksperymentalnymi.



Rys. 109. Wykres przedstawia zależność zmiany różnicy ciśnienia ΔP w funkcji prędkości filtracji u. Dane uzyskane z symulacji numerycznej. Kolor brunatny dotyczy ułożenia warstw ABABAB… natomiast kolor granatowy ABCABC… .

Wszystkie obliczenia teoretyczne przeprowadzone są przez autora w oparciu o numeryczne rozwiązania równania Naviera-Stoksa opisujące dyssypatywny i wirowy ruch płynu. Dane uzyskane z symulacji numerycznej przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty zbudowany z jednakowych kul o najgęstszym upakowaniu jednoznacznie wykazują (rys. 109), że prawo Darcy'ego mówiące o

liniowej zależności spadku ciśnienia od prędkości filtracji (16) nie jest uniwersalne. Nawet dla małych wartości Re zaobserwowano odchylenie od prawa Darcy'ego (rozdz. VIII).

Wydaje się, że dokładniej można opisać rozkład ciśnienia w funkcji prędkości filtracji stosując wzór zaproponowany przez Forchheimera (17) w postaci wielomianu stopnia drugiego. Zaobserwowano, że nawet dla małych wartości Re można go stosować w zakresie szerszym niż liniową zależność prawa Darcy'ego.

Formuła Forchheimera (17) nie jest jednak niezmiennicza względem lustrzanego odbicia orientacji układu współrzędnych, co implikuje poważne wątpliwości co do jej fizykalnej poprawności. Ponadto jej bezpośrednie uogólnienie na przepływy wielowymiarowe prowadzi do sprzeczności o charakterze formalnym.

Żadnego z defektów tych nie posiada natomiast formuła typu sześciennego (19) i dlatego też można traktować ją jako równanie opisujące przepływ nieliniowy w ośrodku porowatym. Zależność (19) wydaje się być zatem najbardziej adekwatną do opisu nieliniowej zależności miedzy prędkością filtracji a gradientem ciśnienia, tym bardziej, że uzasadniają ją rozważania teoretyczne [Mei i Ariault (1991), Sławomirski (2006)] oraz badania doświadczalne [Cieślicki, Lasowska, Sławomirski (1996)]

Przyczyną odchyłki od prawa Darcy'ego zaobserwowanej nawet przy małych wartościach Re wydaje się być dyssypacja energii na skutek powstawania wirów. Intensywność tych wirów wzrasta wraz ze wzrostem wartości Re. W rozdziale VIII wykazano ścisłą zależność między wirowością pola prędkości a rezystancją hydrodynamiczną implikującą spadek ciśnienia dla przyjętej topologii ośrodka porowatego. Wydaje się jednak uzasadnione stwierdzenie, że zaobserwowane zjawisko będzie również zachodziło dla ośrodków porowatych o innej topologii porów.

Zauważono również, że struktura topologiczna ośrodka porowatego ma wpływ na stopień dyssypacji energii w przepływach płynów rzeczywistych. Ośrodki porowate zbudowane z jednakowych kul o najgęstszym upakowaniu, czyli posiadające tę samą wartość porowatości ε, ale różniące się między sobą rozlokowaniem kul w przestrzeni, wykazują inną wartość współczynnika przepuszczalności K. Wiąże się to z inną wartością spadku ciśnienia dla tych ośrodków przy tych samych wartościach prędkości filtracji. Stwierdzono to zarówno w badaniach przeprowadzonych na wirtualnych ośrodkach porowatych (rozdział IV, VII i VIII), jak również na rzeczywistym ośrodku porowatym będącym przedmiotem badań doświadczalnych przeprowadzonych przez autora niniejszej rozprawy doktorskiej w rozdziale VII.

Wprowadzenie pojęcia komórki elementarnej (rozdział IV) z jednej strony pozwoliło na przeprowadzenie symulacji przepływu płynu przez zadany wirtualny

ośrodek porowaty (w programie FLUENT), z drugiej strony pozwala analizować wirtualny ośrodek porowaty w mezoskali.

W rozdziale VIII określono postać układu równań (61) opisujący związek pomiędzy ciśnieniem a masowym wydatkiem przepływu dla każdej z czterech powierzchni elementarnych, przez które przenika płyn. Postać tego układu równań (67) została określona niezależnie dla każdego z trzech typów komórek elementarnych (70, 71 i 72). Otrzymane układy równań (70, 71 i 72) są niezależne od sposobu rozlokowania kul w przestrzeni. Umożliwiło to zastąpienie przestrzeni porowej siecią przestrzenną utworzoną z komórek elementarnych, których topologia pozwala uzyskać jednoznaczne rozwiązanie (rozdz. VIII) Jednoznaczność rozwiązania jest zachowana niezależnie od sposobu rozmieszczenia kul tworzących szkielet ośrodka porowatego na danej warstwie (ABABAB…, ABCABC…, itd).

Zastosowanie zaprezentowanej koncepcji modelowania przepływu płynu lepkiego przez ośrodek porowaty autor niniejszej pracy doktorskiej widzi między innymi przy analizie wpływu ścian ograniczających obszar ośrodka porowatego na sam proces przenikania płynu przez ten ośrodek.

ROZDZIAŁ V

Metoda pomiaru małych wartości ciśnienia hydrostatycznego zastosowana w badaniach doświadczalnych.

5.1 Wstęp.

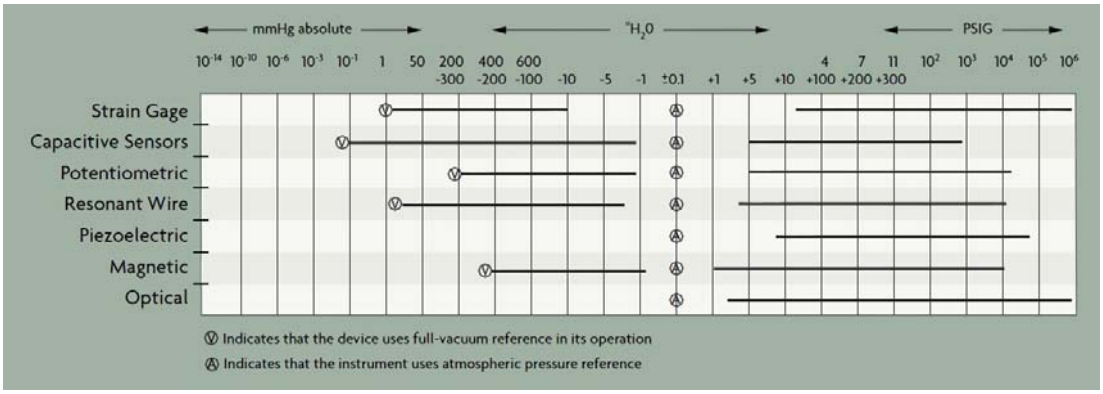
Podstawową zależnością fizyczną umożliwiającą opisanie przepływu przez ośrodek porowaty w skali uśrednienia wspomnianej w (rozdz. I) jest znajomość relacji między rozkładem ciśnienia przepływającego płynu a rozkładem prędkości filtracji lub prędkości adwekcji. W zakresie przepływu laminarnego w przypadku ośrodków porowatych zbudowanych z jednakowych kul wartość różnicy ciśnień jest wielkością praktycznie niemierzalną dla liczb Reynoldsa z zakresu do około 3 [Lasowska (1996)]. Dlatego wielu naukowców zajmujących się tym zagadnieniem skoncentrowało się tylko na badaniach (wizualizacji) rozkładu prędkości płynu przenikającego przez zadany ośrodek porowaty [Bear (1988), Lasowska (1996), Skawiński (1974), Colins (1961), Scheidegger (1974)].

Przyczyną tego jest niedostępność metod pomiarowych umożliwiających pomiar bardzo niskich różnic ciśnień hydrostatycznych (Excalibra [1], Novasensors [2], Unisensor [3], Motorola [4] Simens [5], Honeywel [6], Setra [7]), czyli ciśnień wynikających z ciężaru cieczy znajdującej się w polu grawitacyjnym. Już różnica wysokości między dwoma poziomami swobodnego zwierciadła wody rzędu jednego milimetra generuje wartości ciśnienia około 10 Pa. Wartość ta, to tak naprawdę rozdzielczość dzisiejszych przyrządów pomiarowych mierzących wielkość ciśnienia hydrostatycznego np. tzw. piezometrów*.

Możemy co prawda poprawić nieznacznie zakres mierzonych wartości ustawiając rurkę piezometryczną pod określonym kątem do pionu [Duckworth (1983), Troskolański (1957)], jednak to nie poprawi wydatnie metodologii pomiaru, ponieważ na poprawność wskazań piezometrów mają znaczący wpływ takie zjawiska jak napięcie powierzchniowe czy włoskowatość [Adamson (1997)]. W przypadku wzrostu ciśnienia hydrostatycznego podnoszenie słupa wody w rurce piezometrycznej opóźnia się w odniesieniu do zachodzących zmian. Napięcie powierzchniowe oraz włoskowatość powodują, że odpowiednie zwilżenie powierzchni nie nadąża za wzrostem ciśnienia i w związku z tym mierzona wartość jest zaniżona. W przeciwnym przypadku wartość ta może być zawyżona dla wolnych

* Piezometr – rurka przeważnie szklana z naniesioną podziałką o rozdzielczości najczęściej jeden milimetr umożliwiającą optyczne odczytanie wysokości słupa płynu wewnątrz tej rurki. Znając również gęstość płynu i wartość przyspieszenia ziemskiego możemy wyznaczyć ciśnienie hydrostatyczne.

spadków ciśnień. Powyższe zjawisko łatwo zauważyć, gdy rurkę kapilarną (szklaną), która wcześniej dokładnie była wysuszona zanurzymy w naczyniu z wodą. Słup wody będzie w takim przypadku znacząco niższy niż wynikałoby to z rozważań teoretycznych. Natomiast gdy wcześniej powierzchnię wewnętrzną rurki kapilarnej zwilżymy, wysokość słupa wody zbliży się do wysokości teoretycznej. Zjawisko to nazywane jest histerezą kąta zwilżania [Adamson (1997)]. Wartość kąta zwilżania cieczy postępującej wzdłuż powierzchni przekracza wartość kąta zwilżania cieczy cofającej się na tej powierzchni [Adamson (1997)].



Rys. 38. Diagram pokazujący zakres mierzonych wartości ciśnień dla różnych typów czujników [Raymond (1997), (1998)].

Problem mierzenia tak małych wartości różnicy ciśnień dla cieczy nie tkwi w tym, że technicznie nie jest możliwe zbudowanie takiego czujnika [Raymond (1997), (1998)]. Można zaprojektować czujnik mierzący różnicę ciśnienia z rozdzielczością 0.1 Pa dla cieczy, ale jak go umieścić w medium, gdy zmiana jego położenia o 0.01 mm będzie równa dokładności pomiaru? Wynika z tego oczywisty związek, że można mierzyć ciśnienie wewnątrz ograniczonego obszaru tylko z taką dokładnością, aby zmiana ciśnienia związana z położeniem lub przemieszczeniem przyrządu pomiarowego nie wpływała na dokładność. Dlatego czujniki o takim zakresie pomiarowym budowane są tylko dla mediów gazowych.

Do pomiaru bardzo małych różnic ciśnień stosowane są mikromanometry. Najbardziej rozpowszechnionym przyrządem tego typu jest mikromanometr Askania [Filek i inni (1990)] służący do pomiaru różnicy ciśnień statycznych. Mierzone ciśnienie medium gazowego w mikromanometrze Askania równoważone jest hydrostatycznym ciśnieniem słupa cieczy manometrycznej (najczęściej woda destylowana) z dokładnością odczytu wynoszącą od 0.2 Pa do 0.5 Pa w zależności od modelu.

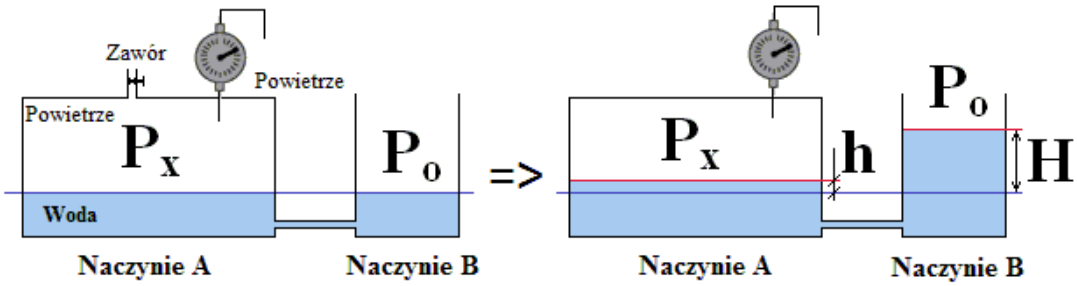
5.2 Zasada pomiaru małych wartości ciśnień hydrostatycznych.

Ideą pomiaru niskich wartości ciśnień hydrostatycznych zastosowaną w niniejszej rozprawie doktorskiej jest odwrócenie przytoczonej powyżej zasady działania mikromanometru Askania. Hydrostatyczne ciśnienie płynu jest równoważone ciśnieniem medium gazowego, którego wartość jest mierzona. W przeciwieństwie do mikromanometru Askania, który mierzy tylko różnicę ciśnień statycznych, jest możliwy pomiar dynamicznych zmian ciśnienia hydrostatycznego. Zależy to tylko od zastosowanego czujnika – przetwornika ciśnienia.

Tab. 5. Przetworniki ciśnienia użyte do pomiaru ciśnienia hydrostatycznego.

Przetwornik ciśnienia firmy MAGNESENSE				
Model	Zakres	Dokładność	Zastosowanie	Medium
MS-321	25	± 2 % (± 0.5 Pa)	Pomiar ciśnienia na wyjściu kolumny	powietrze, nieagresywne gazy
	50	± 1 % (± 0.5 Pa)		
	100	± 1 % (± 1 Pa)		
MS-311	200	± 2 % (± 4 Pa)	Pomiar ciśnienia na wejściu kolumny	
	500	± 1 % (± 5 Pa)		
	1250	± 1 % (± 12.5 Pa)		

W celu przeprowadzenia pomiarów zakupiono czujnik różnicowy (oczywiście przeznaczony do mierzenia mediów gazowych) o parametrach podanych w tab. 5. Następnie umieszczono jedną sondę tego czujnika w naczyniu zamkniętym A (rys. 39), tak aby znajdowała się ona ponad powierzchnią swobodnego zwierciadła



Rys. 39. Szkic wyjaśniający metodę pomiaru niskich wartości ciśnienia hydrostatycznego.

wody. Natomiast drugą sondę umieszczono na zewnątrz naczynia A. Wewnątrz naczynia A panuje ciśnienie P_x. Naczynie A jest połączone z naczyniem B, przy czym naczynie drugie jest otwarte. Nad powierzchnią swobodną wody w naczyniu B, oraz na zewnątrz naczynia A panuje oczywiście ciśnienie P_o. W ten sposób przyłączony czujnik mierzy różnicę ciśnień opisaną zależnością

$$\Delta P = P_x - P_o \tag{39}$$

przy czym mierzonym medium jest powietrze.

W przypadku, gdy zawór w naczyniu A jest otwarty, ciśnienie P_x dąży do osiągnięcia wartości ciśnienia P_o otoczenia, czyli ciśnienia atmosferycznego. Położenie swobodne zwierciadeł płynu w obu naczyniach wyrównuje się.

Po ustabilizowaniu się tego procesu zamykamy zawór w naczyniu A. W tym momencie zmierzona wartość ΔP teoretycznie powinna wynosić zero i taką wartość przyjęto do dalszych rozważań. Jeżeli teraz zmieni się wysokość położenia swobodnego zwierciadła w naczyniu B o wielkość H, wówczas musi się również zmienić wartość ciśnienia P_{x}. W naczyniu A spowoduje to przesunięcie swobodnego zwierciadła o wysokość h. Zgodnie z równaniem Bernoulliego [Bukowski (1976), Gryboś (1989), Orzechowski i inni (2009)] możemy zapisać to w postaci zależności:

$$P_o + \rho g H = P_x + \rho g h \tag{40}$$

gdzie: ρ – gęstość cieczy w naczyniu A**,**
g – przyspieszenie ziemskie.

Po przekształceniu otrzymamy równanie:

$$\Delta P = P_x - P_o = \rho g \left(H - h\right) \tag{41}$$

Przyjęto, że naczynie A pełni rolę urządzenia pomiarowego wyznaczającego wartość ciśnienia hydrostatycznego w naczyniu B. W związku z tym wartość wysokości słupa wody H w naczyniu B pomnożona przez ρg jest ciśnieniem hydrostatycznym, które należy wyznaczyć. Mierzona wartość różnicy ciśnienia ΔP dana równaniem (41) w naczyniu A nie jest dokładnie równa ciśnieniu hydrostatycznemu w naczyniu B, ponieważ jest pomniejszona o wartość ciśnienia hydrostatycznego związanego z wysokością h (rys. 39). Jeżeli oznaczymy literą E [%] maksymalny błąd – klasę czujnika (przetwornika) użytego do pomiaru wartości różnicy ciśnienia ΔP, to aby pomiar ciśnienia hydrostatycznego był prawidłowy musi być spełniony warunek:

$$\frac{h}{H} \leq 0.1E \Rightarrow H - h \approx H \tag{42}$$

Pozwala nam to pominąć parametr h przy wyznaczaniu ciśnienia hydrostatycznego w naczyniu B, z uwagi na to, że jego wpływ będzie mniejszy niż błąd przyrządu pomiarowego. W konsekwencji możemy zredukować równanie (41) do postaci:

$$\Delta P = \rho g H \tag{43}$$

Umożliwia to pomiar wielkości ciśnienia hydrostatycznego z dokładnością równą przyjętemu założeniu (42). Można to osiągnąć dobierając odpowiednią geometrię naczynia A. Widać z stąd, że teoretycznie wielkość mierzonej różnicy ciśnienia jest zależna od klasy przyrządu pomiarowego.

Z powyższych rozważań wysuwa się oczywisty wniosek, że najważniejszym elementem w procesie pomiaru bardzo niskich wartości ciśnień hydrostatycznych jest geometria naczynia A. Wiemy przecież, że powietrze, a co za tym idzie gazy, są płynami ściśliwymi w przeciwieństwie do cieczy. Wtłaczając ciecz do naczynia pomiarowego zmniejszamy objętość gazu zawartego w zamkniętej przestrzeni nad jej swobodnym zwierciadłem, skutkiem czego następuje zmiana ciśnienia wewnątrz aparatu. Wartość tej zmiany musi być tak dobrana w stosunku do geometrii naczynia, aby był zachowany warunek (42). Przyjmując małe wartości zmiany ciśnienia rzędu kilku paskali można założyć, że gaz wewnątrz aparatu jest niemal gazem idealnym, ponieważ w odniesieniu do ciśnienia otoczenia rzędu 10^5 Pa zmiany te stanowią jego tysięczne części [Górniak, Szymczyk (1999), Szargut (1997)]. W związku z tym, zgodnie z prawem Boyle'a-Mariotte'a [Górniak, Szymczyk (1999), Szargut (1997)] zmiana ciśnienia dla przyjętych wartości powoduje tak małą zmianę objętości, że można jej wpływ zaniedbać przy projektowaniu geometrii naczynia A.

Przy tak małych różnicach ciśnienia dość często stosuje się ciśnieniomierze mieszkowe [Troskolański (1957)]. Zmiana objętości mieszka ciśnieniomierza pod wpływem działania ciśnienia jest tu czynnikiem decydującym o geometrii całej aparatury. Oznaczono tę objętość jako V_{m} dla maksymalnej wartości mierzonej. Objętość ta na ogół jest taka sama dla danej serii ciśnieniomierzy przeznaczonych do mierzenia różnych zakresów ciśnień. Można teraz wyznaczyć wartość powierzchni S naczynia pomiarowego A w funkcji maksymalnej różnicy ciśnienia mierzonego P wyrażonego w Pa, co opisuje zależność:

$$\left.\begin{array}{c} \dfrac{h}{H} \le 0.1E \Rightarrow \dfrac{h\rho g}{P} \le 0.1E \\ V_m = hS \end{array}\right\} \Rightarrow S \ge \frac{10}{E}\,\rho g \frac{V_m}{P} \tag{44}$$

Zauważano, że zgodnie z zależnością (44) powierzchnia S jest tym większa, im mniejszy będzie zakres mierzonego ciśnienia hydrostatycznego.

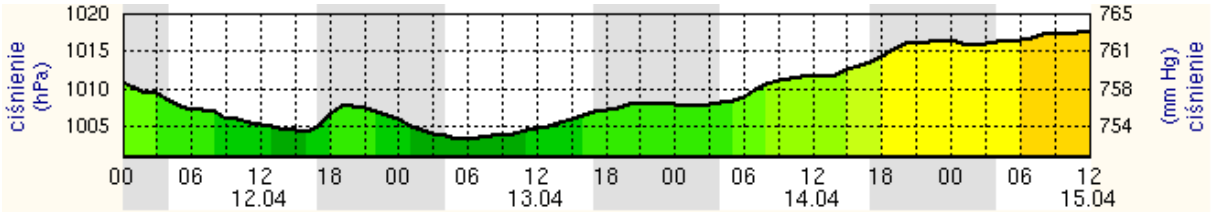
Jak wynika z prawa Gay–Lussaca [Górniak, Szymczyk (1999), Szargut (1997)] wpływ zmiany temperatury może mieć istotne znaczenie na poprawność działania przyrządu pomiarowego. Wraz ze zmianą temperatury objętość gazu zawarta w danym obszarze zmieni się zgodnie z zależnością

$$\Delta V = V_o \frac{\Delta t}{273.15} \tag{45}$$

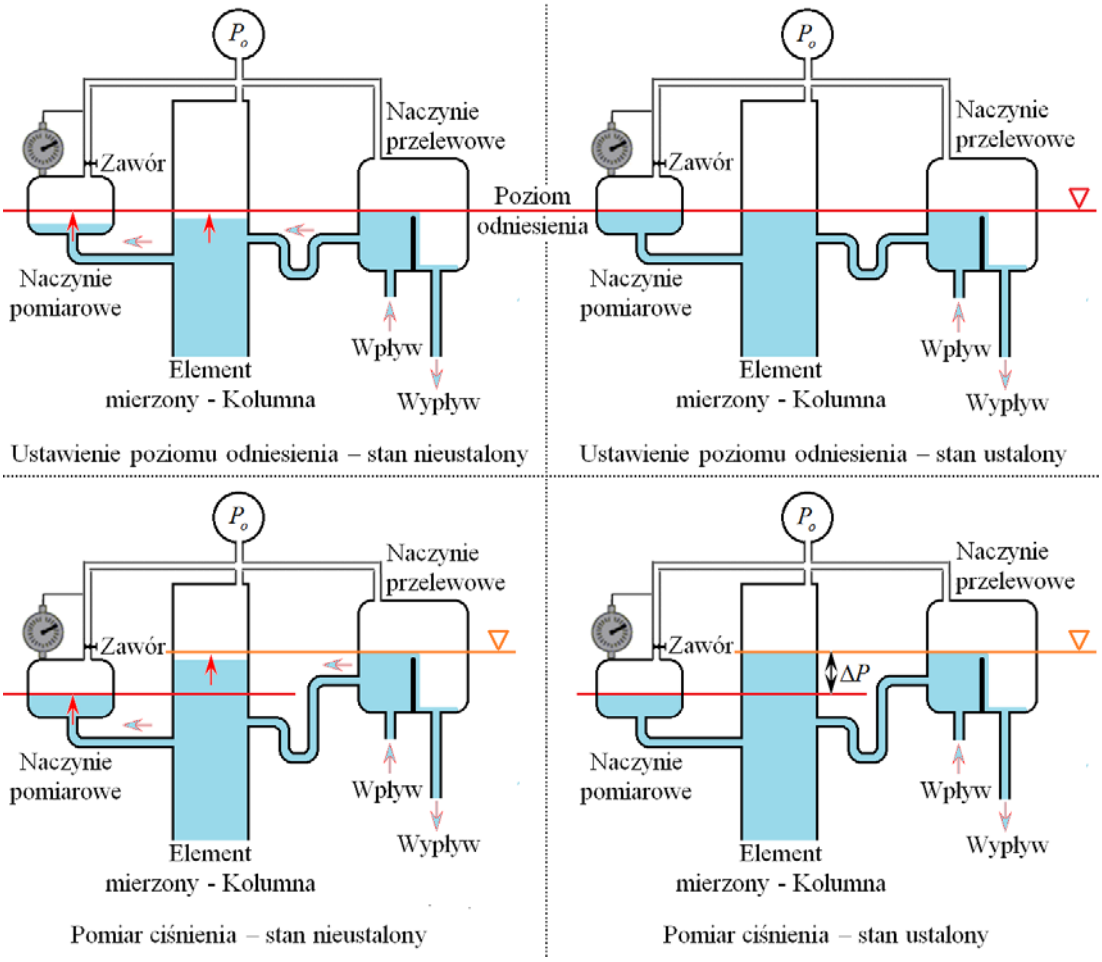
w odniesieniu do objętości V_o jaką posiadałby w temperaturze rozpoczęcia pomiaru. Wskutek tego zmieni się położenie swobodnego zwierciadła, a w konsekwencji wartość mierzona. Dlatego podczas przeprowadzania pomiaru należy utrzymywać stałą wartość temperatury.

Tab. 6. Maksymalna dopuszczalna zmiana temperatury podczas dokonywania pomiarów w odniesieniu do temperatury rozpoczęcia pomiaru.

Temperatura rozpoczęcia pomiaru	°C	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
Dopuszczalna zmiana temperatury	Δt °C	2,83	2,85	2,87	2,89	2,91	2,93	2,95	2,97	2,99	3,01



Rys. 40. Ciśnienie zredukowane do poziomu morza dla miasta Krakowa (http://new.meteo.pl/).



Rys. 41. Ilustracja przedstawiająca schematycznie cztery podstawowe etapy pracy urządzenia do pomiaru małych wartości ciśnienia hydrostatycznego.

W tab. 6 przedstawiono maksymalną zmianę temperatury Δt w czasie wyznaczania wartości ciśnienia hydrostatycznego, odpowiadającą przyjętemu założeniu (42) w odniesieniu do temperatury rozpoczęcia pomiaru. Wielkości tych zmian powinny być oczywiście mniejsze niż przedstawione w tabelce. Natomiast wpływ temperatury na rozszerzalność cieczy można pominąć. Jest on na pewno o co najmniej rząd wielkości mniejszy niż dla gazów [Górniak, Szymczyk (1999), Szargut (1997)].

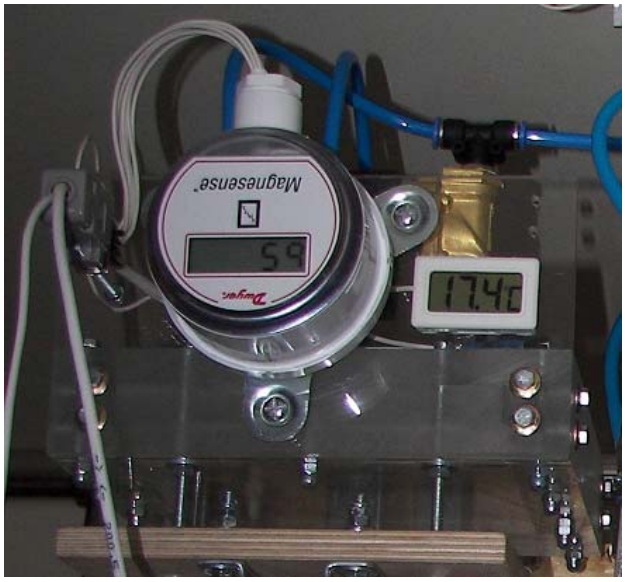
Do prawidłowego pomiaru ciśnienia hydrostatycznego należy zapewnić stałość ciśnienia P_o w czasie. Jednak z uwagi na fakt zmiany wartości ciśnienia otoczenia potocznie nazywanego atmosferycznym w funkcji czasu, co przedstawiono na rys. 40, nie możemy skorzystać z niego jako punktu odniesienia dla naczyń A i B. Jak widać zmiany ciśnienia otoczenia są o rząd wielkości większe niż wartości różnicy ciśnień, które zamierzamy mierzyć. Dlatego też na czas pomiaru naczynia A i B są fizycznie odizolowywane od wpływu ciśnienia atmosferycznego, a zamknięty obszar wypełniony medium gazowym ma tak dobraną objętość, aby zapewnić prawidłowy pomiar. Wcześniejsze użycie tego pojęcia było uwarunkowane tylko łatwiejszym zobrazowaniem idei pomiaru.

Na rys. 41 przedstawiono schematycznie cztery podstawowe etapy pracy urządzenia służącego do pomiaru wartości ciśnienia hydrostatycznego. Zanim przystąpi się do pomiaru ciśnienia należy ustawić poziom odniesienia w stosunku, do którego będzie się wyznaczać mierzoną wartość. Pierwszy etap (rys. 41 – lewy górny) czyli ustawienie poziomu odniesienia polega na wyrównaniu poziomów powierzchni swobodnej w trzech naczyniach połączonych (naczynie pomiarowe, element mierzony – kolumna, naczynie przelewowe). Jest to tzw. stan pracy nieustalony urządzenia pomiarowego. Na tym etapie zawór jest otwarty. Trwa on tak długo, aż poziomy powierzchni swobodnych w naczyniach się wyrównają. W tym momencie możemy zamknąć zawór i przejść do drugiego etapu (rys. 41 – prawy góra) w którym poziom odniesienia został ustalony. Od tego momentu urządzenie pomiarowe zaczyna rejestrować zmiany wartości ciśnienia hydrostatycznego. Oczywiście i na tym etapie pracy urządzenia występują stany nieustalone oraz ustalone jak to pokazano na (rys. 41 – dół). Z jednej strony jest to efekt niepożądany a z drugiej strony dzięki temu następuje tłumienie szybkich zmian wartości ciśnienia hydrostatycznego otrzymując wartość uśrednioną co jest bardzo istotne przy pomiarach małych wartości różnicy ciśnień.

Uznano, że mało istotne będzie wgłębianie się w szczegóły czysto techniczne oraz opracowaną przez autora automatykę pozwalającą w sposób właściwy przygotować aparaturę do procesu pomiarowego. Dlatego opisano tylko najważniejsze zagadnienia będące podstawą umożliwiającą skonstruowanie takiego urządzenia .

5.3 Pomiar małych wartości ciśnień hydrostatycznych.

Po zbudowaniu urządzenia (rys. 42) przystąpiono do pomiarów, aby sprawdzić, czy zaprojektowany przyrząd spełni stawiane przed nim zadania. Pomiar przeprowadzono na stanowisku do badania przepływów przez ośrodki porowate zbudowane z jednakowych kulek o najgęstszym upakowaniu, co zostanie dokładnie omówione wraz z źródłem odniesienia ustawianej wartości ciśnienia hydrostatycznego w rozdziale VII poświęconym stanowisku laboratoryjnemu.



Rys. 42 Widok urządzenia do pomiaru małych wartości ciśnień hydrostatycznych.

Tab. 7. Trzy metody zastosowane do pomiaru wartości ciśnienia hydrostatycznego.

Metoda I

Krok	Program	Czas	Ciśnienie
1	Bieg jałowy 25 Pa & Temp	~ 2 min	---
2	Ustaw Pozycję	~ 6 min	---
3	Ustaw Pompę	~ 6 sec	---
4	Włącz Pomiar Ciśnienia	~ 2 min	---
5	***Stały przyrost ciśnienia w czasie***	---	Pomiar
6	Wyłącz Pomiar Ciśnienia	~ 2 min	---
7	Wyłącz Pompę	~ 6 sec	---

Metoda II

Krok	Program	Czas	Ciśnienie
1	Bieg jałowy 25 Pa & Temp	~ 2 min	---
2	Ustaw Pozycję	~ 6 min	---
3	Ustaw Pompę	~ 6 sec	---
4	Czekaj 10 min	~ 10 min	---
5	Włącz Pomiar Ciśnienia	~ 2 min	---
6	W górę o ... Pa	~ 1 sec	---
7	Czekaj 10 min	~ 10 min	Pomiar
8	Pomiar ciśnienia	~ 10 min	---
9	Wyłącz Pomiar Ciśnienia	~ 2 min	---
10	Wyłącz Pompę	~ 6 sec	---

n x Pomiar Ciśnienia

Metoda III

Krok	Program	Czas	Ciśnienie
1	Bieg jałowy 25 Pa & Temp	~ 2 min	---
2	Ustaw Pozycję	~ 6 min	---
3	Ustaw Pompę	~ 6 sec	---
4	Czekaj 10 min	~ 10 min	---
5	Włącz Pomiar Ciśnienia	~ 2 min	---
6	W górę o 1 Pa	~ 1 sec	---
7	Pomiar ciśnienia	~ 10 min	Pomiar
8	W górę o ... Pa	~ 1 sec	---
9	Czekaj 10 min	~ 10 min	---
10	Pomiar ciśnienia	~ 10 min	Pomiar
11	W górę o 5 Pa	~ 1 sec	---
12	Czekaj 10 min	~ 10 min	---
13	W dół o 5 Pa	~ 1 sec	---
14	Czekaj 10 min	~ 10 min	---
15	Pomiar ciśnienia	~ 10 min	Pomiar
16	W dół o ... Pa	~ 1 sec	---
17	Czekaj 10 min	~ 10 min	---
18	Pomiar ciśnienia	~ 10 min	Pomiar
19	W dół o 1 Pa	~ 1 sec	---
20	Wyłącz Pomiar Ciśnienia	~ 2 min	---
21	Wyłącz Pompę	~ 6 sec	---

n x Pomiar Ciśnienia

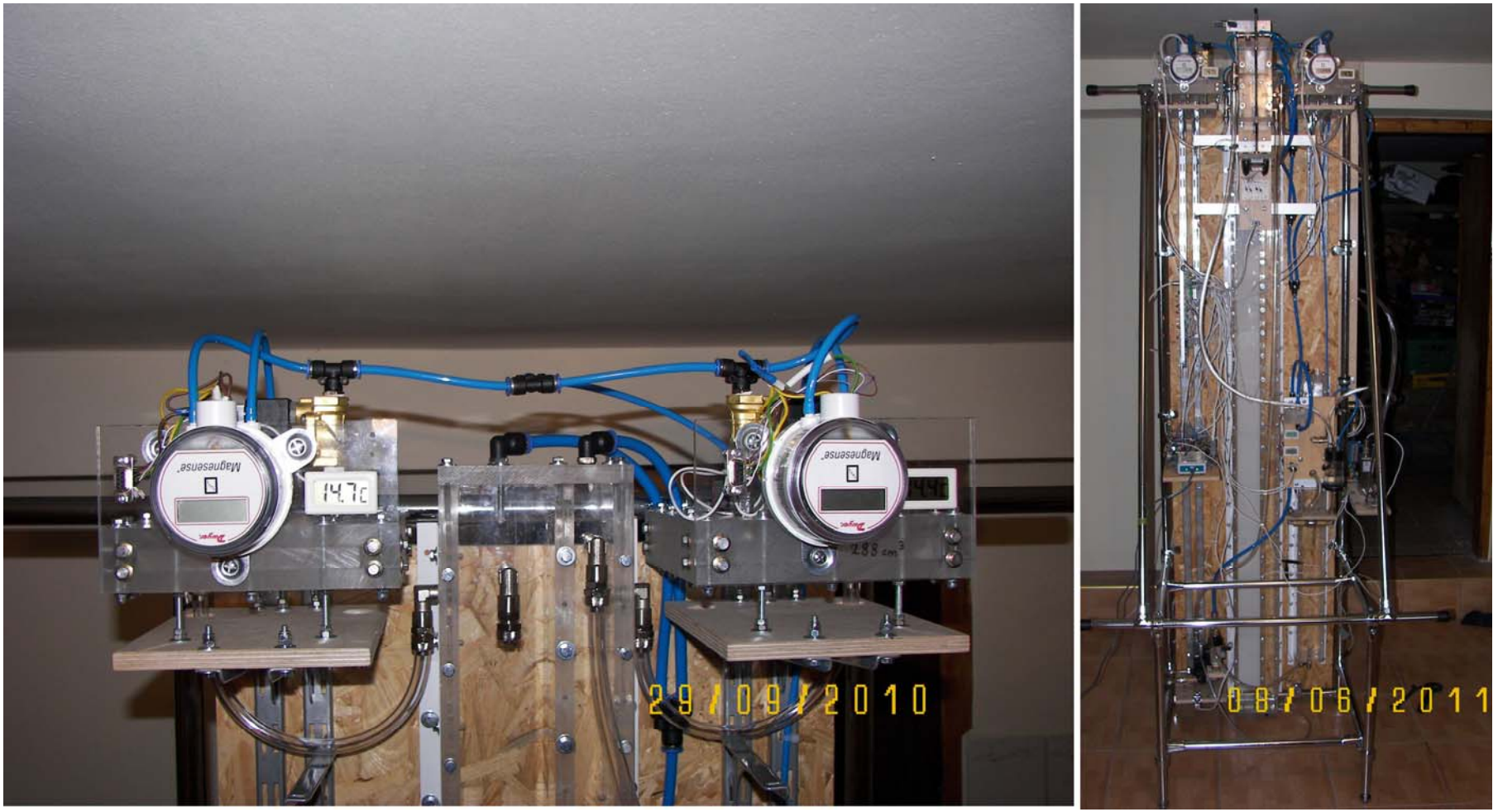
Pierwsze pomiary przeprowadzono zgodnie z przedstawioną w tab. 7 metodą I. Polegały one na tym, że po przygotowaniu stanowiska do pomiaru: „Bieg jałowy 25 Pa & Temp", „Ustaw Pozycje", „Ustaw Pompę", „Włącz Pomiar Ciśnienia", pomiar ciśnienia hydrostatycznego prowadzony był przy stałym gradiencie zmiany zadanego ciśnienia w czasie. Przy czym pojęcia: „Bieg jałowy 25 Pa & Temp", …, „Wyłącz Pompę" są programami realizującymi odpowiednie zadania, co omówione będzie dokładnie w rozdziale VII dotyczącym modułu sterowania stanowiskiem pomiarowym.

Otrzymane wyniki zaprezentowano na rys. 44 - 46. Zauważono pojawienie się histerezy wynikającej z tego, że zmiana położenia zwierciadła powierzchni swobodnej w przyrządzie pomiarowym nie nadąża za zmianą powierzchni swobodnej w kolumnie badanej.

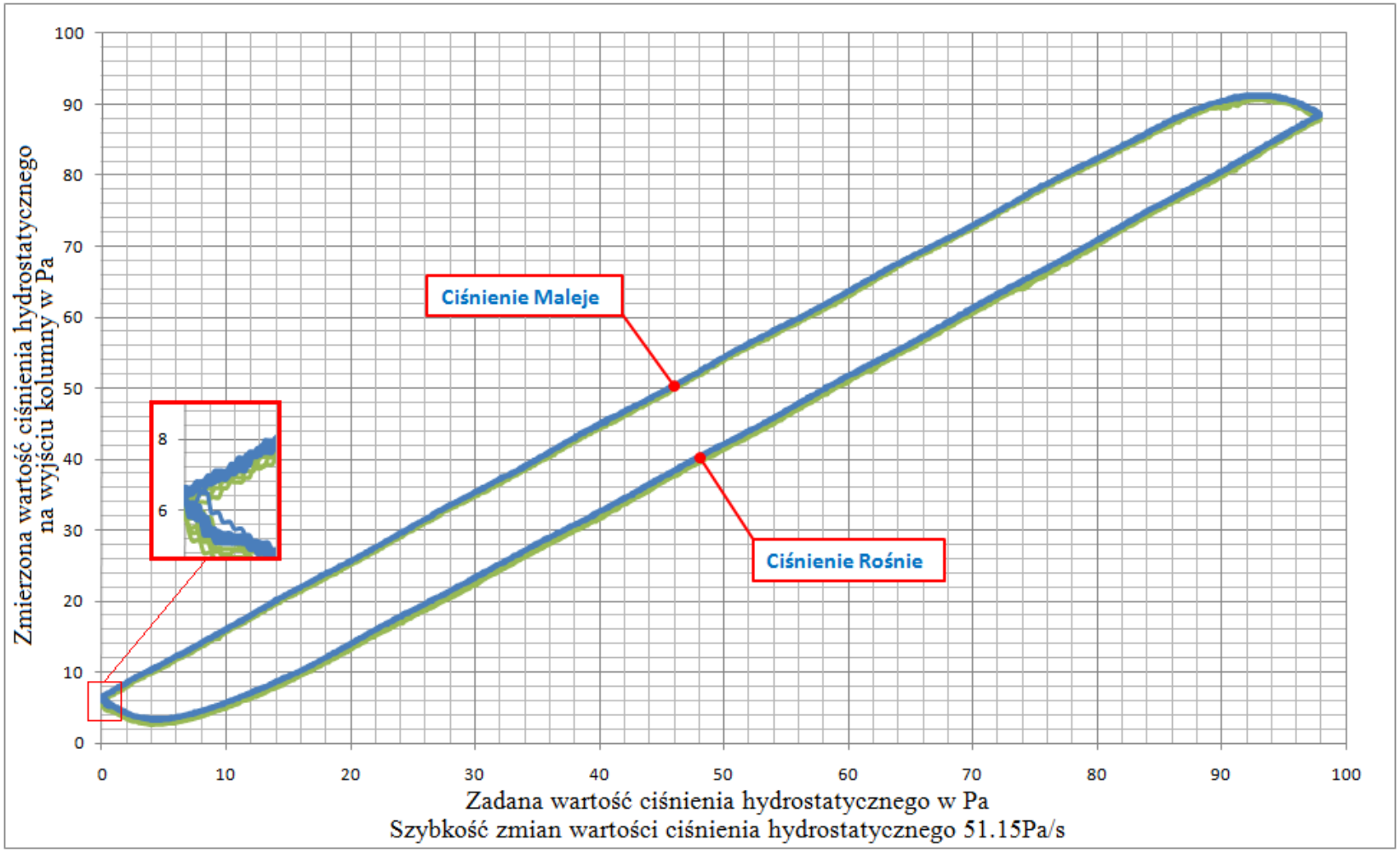
Wielkość tej zmiany, można oczywiście regulować zmieniając gradient ciśnienia zadanego jak widać porównując rys. 44 i 45 z rys. 46. Im mniejszy gradient tym mniejsza histereza, a otrzymany rozkład różnicy ciśnień mierzonych jest dokładniejszy. Zauważono również poprawną powtarzalność mierzonych wartości mimo, że pomiar były prowadzony bez przerwy, dokonując około dwudziestu cykli pomiarowych od wartości minimalnej do maksymalnej (rys. 44 – 46).

Okazało się dodatkowo, że pomiar wartości ciśnienia hydrostatycznego na wyjściu z kolumny charakteryzuje się mniejszą fluktuacją mierzonej wartości niż na wejściu. Rozkład ciśnienia hydrostatycznego na wyjściu przybiera postać linii gładkiej i dopiero po powiększeniu widać, że również jej wartość fluktuuje (rys. 44). Dodając podobny element jak kolumna pomiarowa jako urządzenie tłumiące możemy poprawić efektywność pomiaru wartości ciśnienia hydrostatycznego na wejściu. Fluktuacja ta prawdopodobnie związana jest z wpływem drgań wirnika pompy zasilającej układ pomiarowy mimo, że zastosowano rozwiązania tłumiące te drgania. Wielkość tych wahań ciśnienia oszacowana na około 1 Pa co odpowiada wysokości zmian słupa wody rzędu 0.1 mm. Obrazuje to wysoką rozdzielczość aparatury pomiarowej.

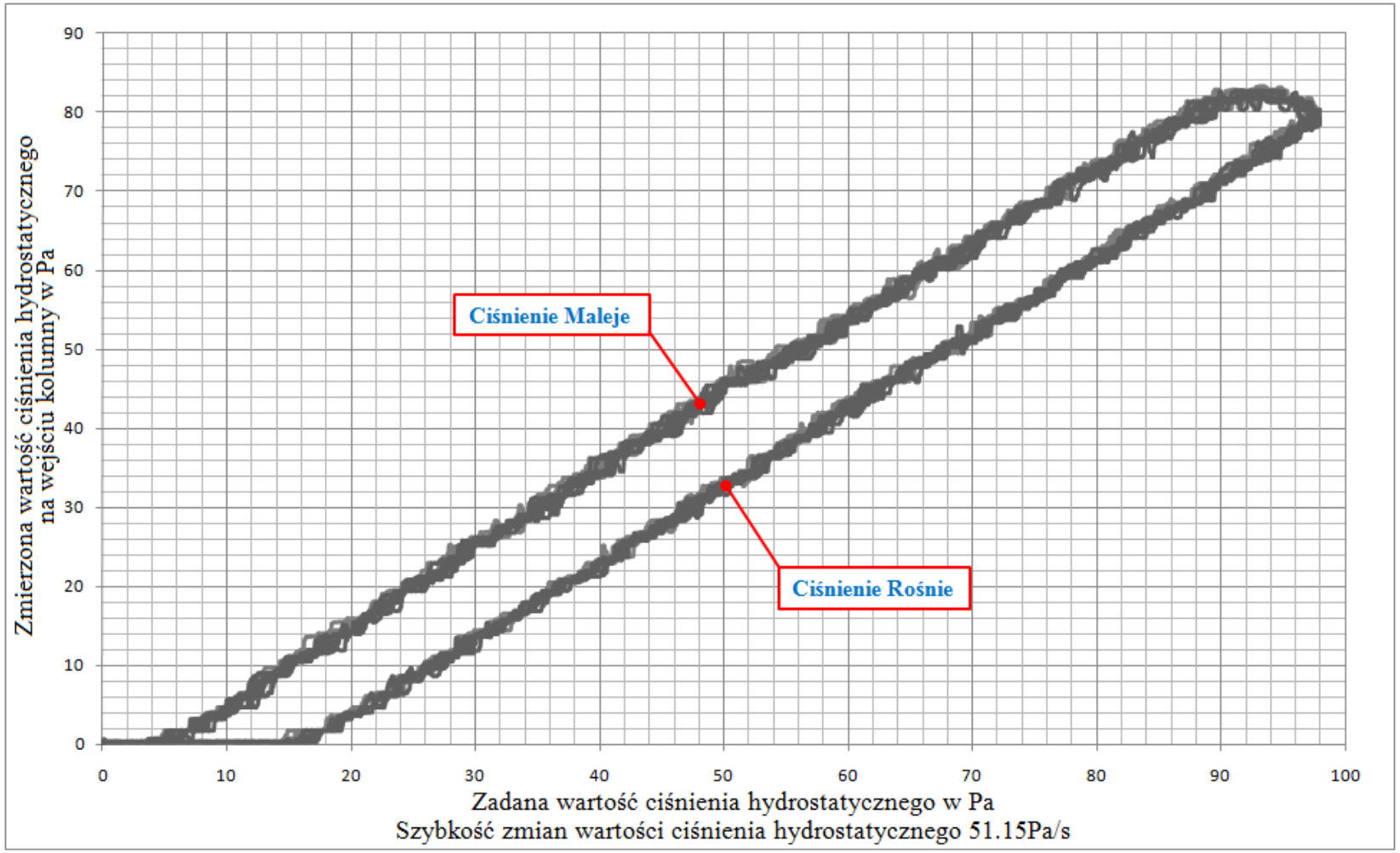
Przyjęta metoda I pomiaru ciśnienia nie sprawdzi się jednak w momencie, gdy dojdzie pomiar wydatku przepływu. Czas pomiaru wydłuży się o taką wartość, która może spowodować, że wpływ czynników zewnętrznych, takich jak ciśnienie atmosferyczne i temperatura otoczenia uniemożliwią wykonanie poprawnego pomiaru. Oszacowanie tego czasu w sposób dokładny nie jest możliwe na tym etapie. Przybliżona symulacja, przy założeniu parametrów pomiaru ciśnienia przy gradiencie zmian równym 1.5 Pa/s, daje wynik ponad 100 godzin na jeden serię pomiarową!



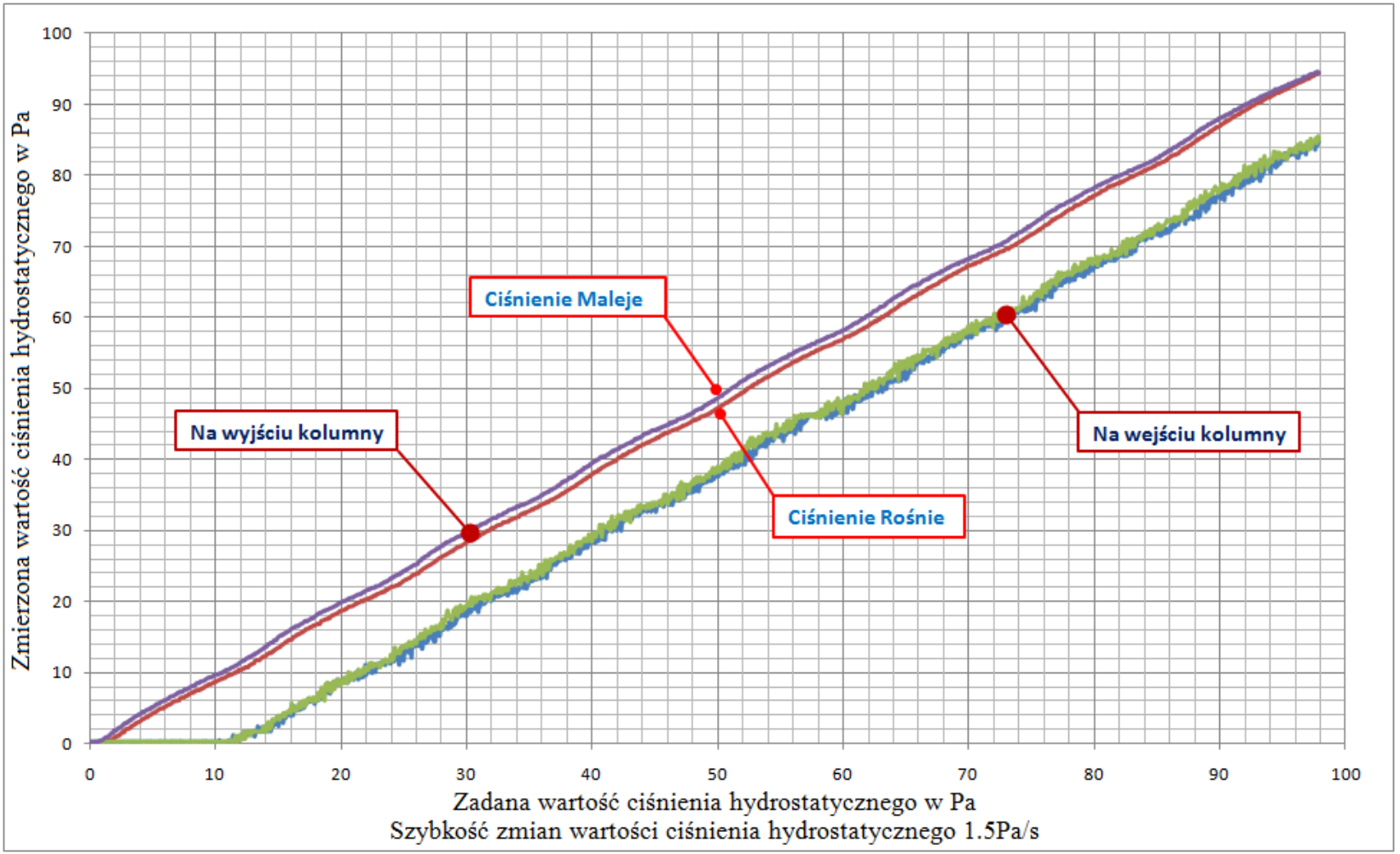
Rys. 43. Zdjęcia stanowiska pomiarowego do pomiaru małych wartości ciśnień hydrostatycznych. Po lewej przedstawia sposób podłączenia aparatury do pomiaru ciśnienia. Natomiast po prawej przygotowane stanowisko do realizacji pomiarów.



Rys. 44. Wykres przedstawia pomiar ciśnienia hydrostatycznego przy stałym gradiencie zmiany ciśnienia hydrostatycznego wynoszącym 51.15 Pa/s na wyjściu kolumny.



Rys. 45. Wykres przedstawia pomiar ciśnienia hydrostatycznego przy stałym gradiencie zmiany ciśnienia hydrostatycznego wynoszącym 51.15 Pa/s na wejściu kolumny.

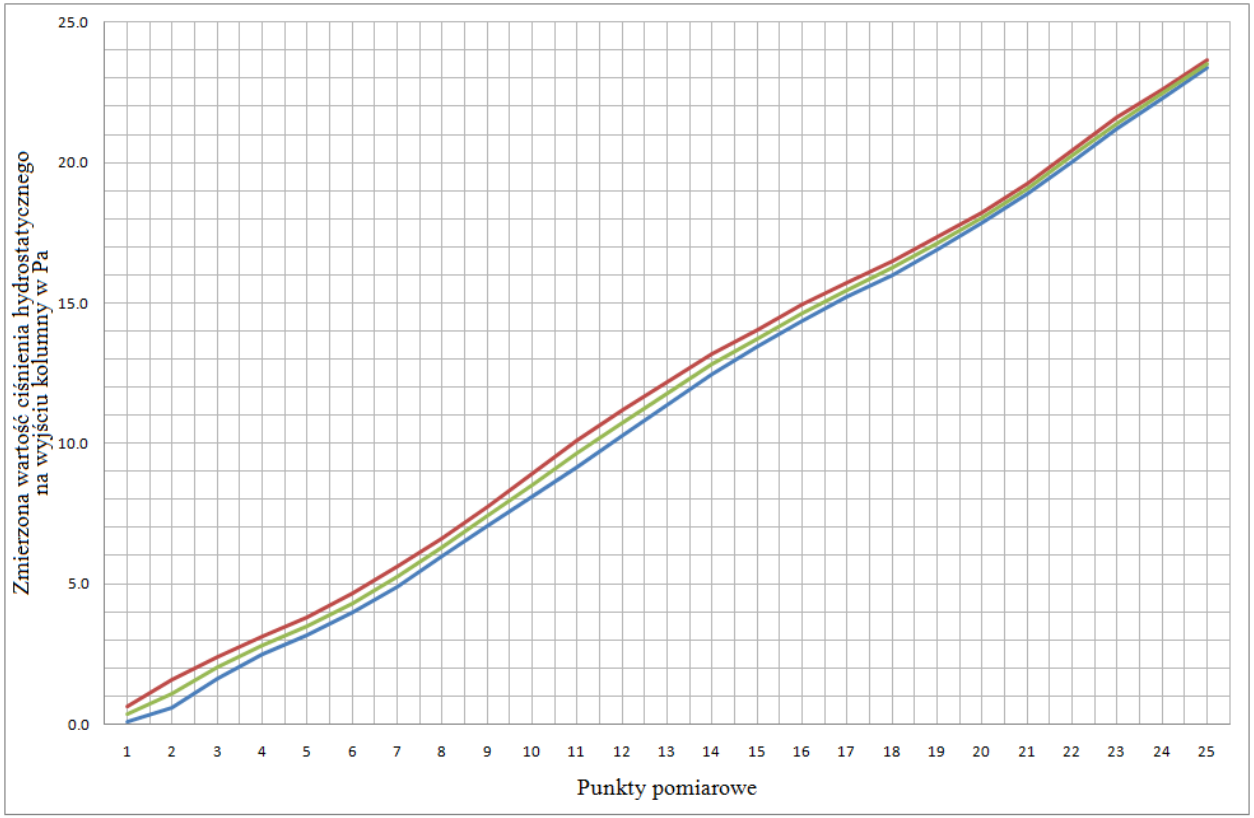


Rys. 46. Wykres przedstawia pomiar ciśnienia hydrostatycznego przy stałym gradiencie zmiany ciśnienia hydrostatycznego wynoszącym 1.5 Pa/s.

Dlatego z metody ‘ciągłego’ pomiaru ciśnienia, należy przejść do metody ‘schodkowej’. Metodę tą obrazuje drugi schemat pomiaru różnicy ciśnienia z tabeli 7. Zasadnicza zmiana w odniesieniu do poprzedniej metody polega na tym, że wybieramy określoną liczbę punktów pomiarowych. Po ‘Ustawieniu Pozycji’ zadanej wartości ciśnienia czekamy tak długo, aż poziomy powierzchni swobodnej w przyrządzie pomiarowym i badanej kolumnie wyrównają się. Ten czas wyznaczono na podstawie badań pomiarowych i wynosi on około 10 min. Po upływie tego czasu następuje dopiero ustawienie zaplanowanej wartości ciśnienia hydrostatycznego i po odczekaniu kolejnych 10 min potrzebnych do ustabilizowania się poziomów powierzchni swobodnej w przyrządzie pomiarowym i badanej kolumnie dokonujemy pomiaru wartości. Po ukończeniu pomiaru ustawiamy nową pozycję pomiarową. Wyniki uzyskane tą metodą przedstawiono na rys. 47 i 48.

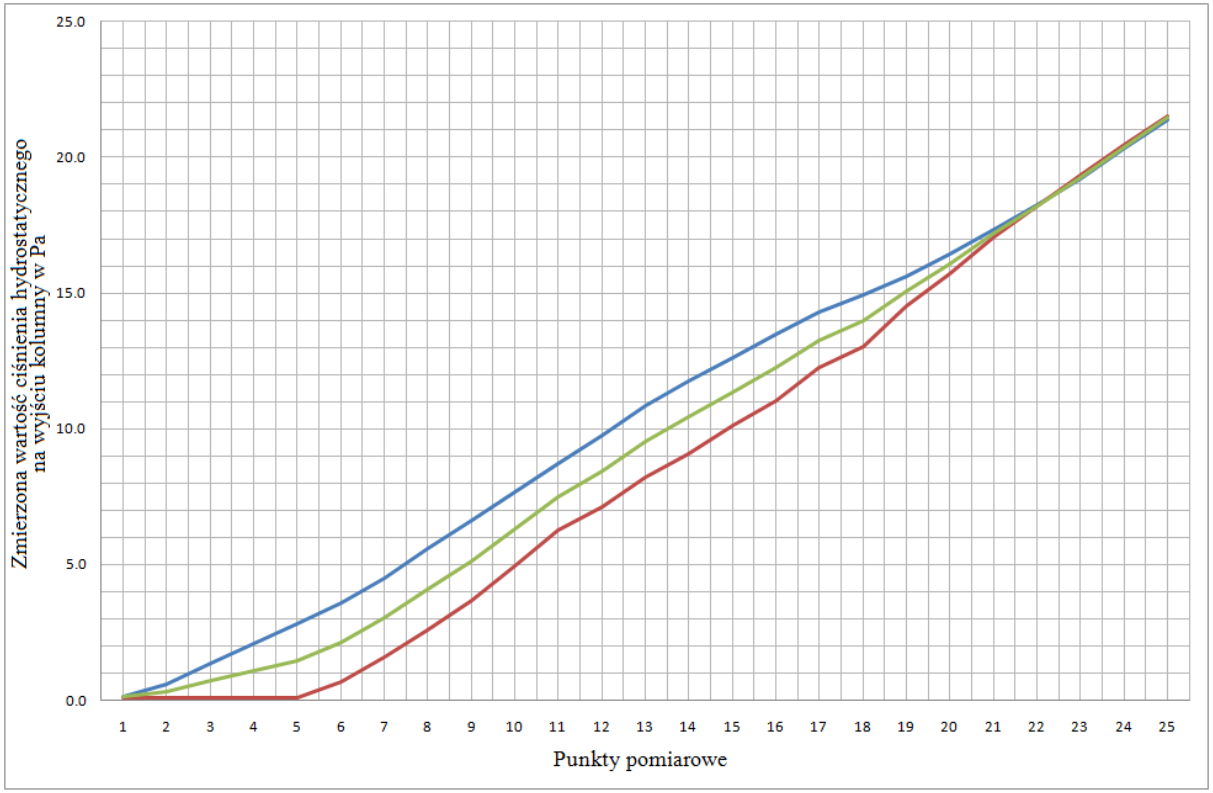
Niemniej jednak i ta metoda okazuje się również nie w pełni przydatna. Możemy uzyskać poprawny rozkład różnicy ciśnienia pokazany na rys. 47 lub błędny pokazany na rys. 48. Na poprawność pomiaru i w tym przypadku mają wpływ warunki zewnętrzne, głównie gradient zmian ciśnienia atmosferycznego. Mimo, że cały układ jest szczelny, o czym świadczą wyniki zaprezentowane na rys. 44 – 47, długi czas pomiaru dla jednej serii wynoszący ok. 24 h powoduje, że wpływu zmiany ciśnienia atmosferycznego nie da się pominąć. Prawdopodobną przyczyną tego zjawiska jest zastosowanie rurek igielitowych do połączeń miedzy poszczególnymi elementami stanowiska pomiarowego. Pod wpływem zmian ciśnienia atmosferycznego rzędu hPa rurka igielitowa jest ściskana lub rozciągana. Mimo, że zmiany te mogą być znikome, niemniej z uwagi na dużą powierzchnię rurek jej wpływ na proces pomiarowy jest jak widać znaczący.

Jedynym sposobem, aby zniwelować wpływ ciśnienia atmosferycznego bez fizycznej ingerencji w zbudowane stanowisko pomiarowe jest ograniczenie do niezbędnego minimum czasu potrzebnego na wykonanie pomiaru. Tą metodę pomiaru ciśnienia hydrostatycznego zaprezentowano w tabeli 7 jako metodę III. Zasadnicza różnica w stosunku do metody II polega na tym, że po dokonaniu pomiaru dla danej wartości ciśnienia zadanego, nie jest od razu ustawiana nowa pozycja pomiarowa, ale proces wraca do punktu przed rozpoczęciem pomiaru.



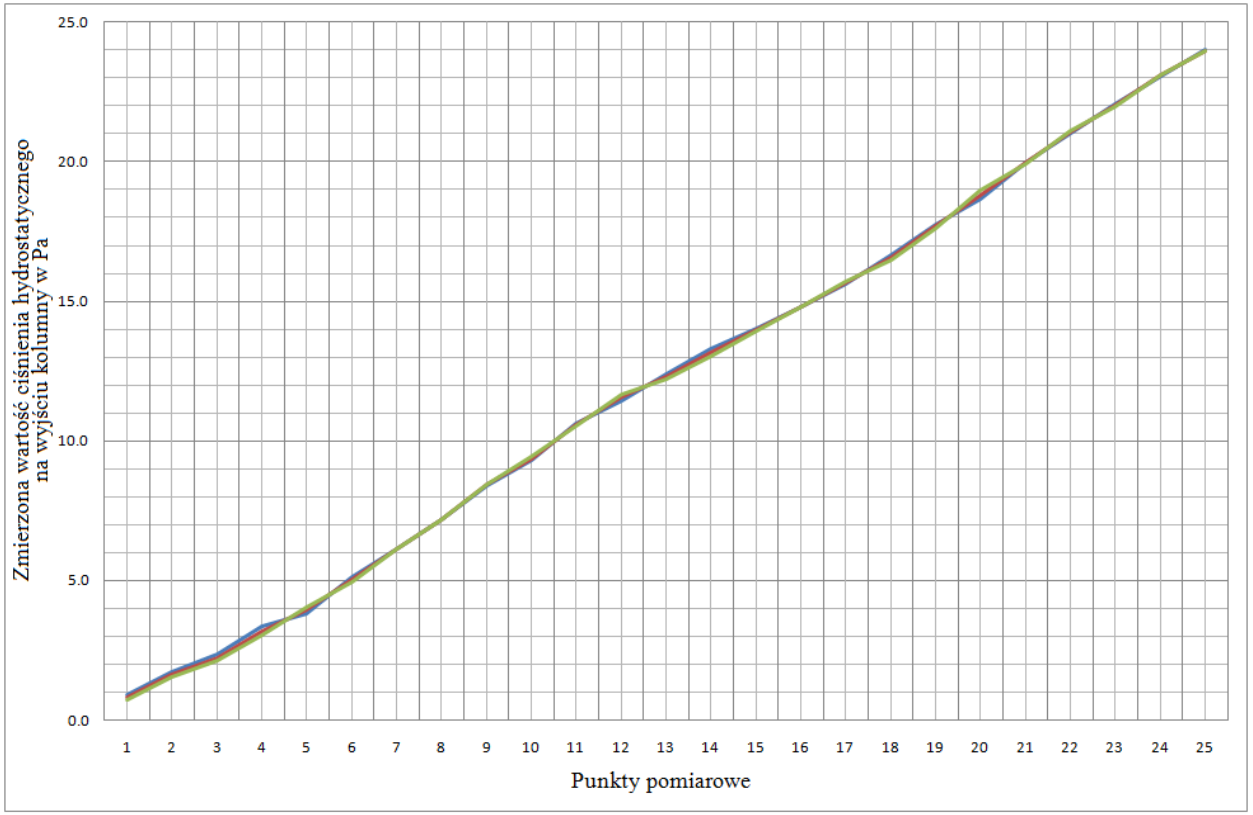
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ciśnienie rośnie	0.1	0.6	1.6	2.5	3.2	4.0	4.9	6.0	7.1	8.1	9.2	10.3	11.4	12.4	13.4	14.3	15.2	16.0	16.9	17.9	18.9	20.0	21.2	22.3	23.4
Ciśnienie maleje	0.6	1.6	2.4	3.1	3.8	4.7	5.6	6.6	7.8	8.9	10.1	11.2	12.2	13.2	14.1	14.9	15.7	16.5	17.3	18.2	19.3	20.4	21.6	22.6	23.7
Wartość średnia	0.4	1.1	2.0	2.8	3.5	4.3	5.3	6.3	7.4	8.5	9.6	10.7	11.8	12.8	13.7	14.6	15.5	16.2	17.1	18.0	19.1	20.2	21.4	22.5	23.5

Rys. 47. Wykres przedstawia pomiar ciśnienia hydrostatycznego przeprowadzony według metody II.



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ciśnienie rośnie	0.1	0.6	1.4	2.1	2.8	3.6	4.5	5.6	6.6	7.7	8.7	9.8	10.9	11.8	12.6	13.5	14.3	14.9	15.6	16.5	17.3	18.2	19.2	20.3	21.4
Ciśnienie maleje	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.7	1.6	2.6	3.7	4.9	6.2	7.1	8.2	9.1	10.1	11.0	12.2	13.0	14.5	15.7	17.1	18.2	19.3	20.5	21.5
Wartość średnia	0.1	0.3	0.7	1.1	1.4	2.1	3.0	4.1	5.1	6.3	7.5	8.4	9.5	10.4	11.4	12.2	13.3	14.0	15.1	16.1	17.2	18.2	19.3	20.4	21.5

Rys. 48. Wykres przedstawia pomiar ciśnienia hydrostatycznego przeprowadzony według metody II. Zbyt długi czas pomiaru w stosunku do zmian ciśnienia atmosferycznego wpływa na wartość zmierzoną.



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ciśnienie rośnie	0.9	1.7	2.4	3.4	3.8	5.1	6.1	7.1	8.4	9.3	10.6	11.4	12.4	13.3	14.0	14.8	15.6	16.7	17.8	18.7	20.0	21.0	22.1	23.1	24.0
Wartość średnia	0.8	1.6	2.2	3.2	3.9	5.0	6.1	7.2	8.4	9.4	10.6	11.6	12.3	13.2	14.0	14.8	15.7	16.6	17.7	18.8	20.0	21.1	22.0	23.1	24.0
Ciśnienie maleje	0.7	1.6	2.1	3.0	4.0	4.9	6.1	7.2	8.4	9.4	10.5	11.7	12.2	13.0	13.9	14.8	15.7	16.5	17.6	19.0	20.0	21.1	22.0	23.1	24.0

Rys. 49. Wykres przedstawia pomiar ciśnienia hydrostatycznego przeprowadzony według metody III.

Na rys. 49 przedstawiono wyniki, jakie uzyskano mierząc zmianę ciśnienia hydrostatycznego metodą III. Pojęcie ‘Ciśnienie rośnie’ oznacza, że pomiar jest dokonywany dla rosnącego ciśnienia hydrostatycznego od 0 do 25 Pa, w przybliżeniu co 1 Pa. Analogicznie jest dla określenia ‘Ciśnienie maleje’. Dla wyznaczenia danej wartości, rejestrowano 500 pomiarów w czasie około 10 min. Z tych wielkości wyciągnięto średnią, którą naniesiono na wykres. Z dwóch średnich wartości dla ciśnienia rosnącego i malejącego wyciągnięto dodatkową wartość średnią, którą również naniesiono na wykres. Pomiary wykonywane były w pięciu seriach {(5, 10, 15, 20, 25 Pa), …, (1, 6, 11, 16, 21 Pa)}. Każda z serii trwała około 9 h. Mimo przerwy około 36 h między pomiarem wartości np. 5 Pa i 6 Pa widzimy, że pomiar został dokonany prawidłowo. Zarejestrowane zmiany wartości różnicy ciśnienia względnego dla danego punktu były dużo mniejsze niż klasa miernika użytego do ich pomiaru.

Zaobserwowano, że zmiana ustawienia przetwornika ciśnienia raz w pozycji pionowej a drugi raz w pozycji poziomej (dopuszczalnych przez producenta) powoduje różnicę w mierzonej wartości. Prawdopodobnie z tego powodu producent założył taką dokładność przyrządu pomiarowego. Dlatego można przyjąć, że przy niezmieniającym się położeniu rozdzielczość przyrządu pomiarowego jest dużo większa niż przyjęte 2% dla 25 Pa (tab. 5). Widoczna sinusoida jest wynikiem nieproporcjonalnego przyrostu ciśnienia, co było efektem niedokładności wykonania modułu zasilania. Problem ten omówiony będzie w rozdziale VI. Niemniej jednak to zjawisko dodatkowo potwierdza poprawność dokonywanych pomiarów i pokazuje jak czuła jest to metoda pomiaru ciśnienia hydrostatycznego.

ROZDZIAŁ VI

Stanowisko laboratoryjne do pomiaru przepływów płynów w ośrodku porowatym zbudowanym z jednakowych kulek.

6.1 Wstęp.

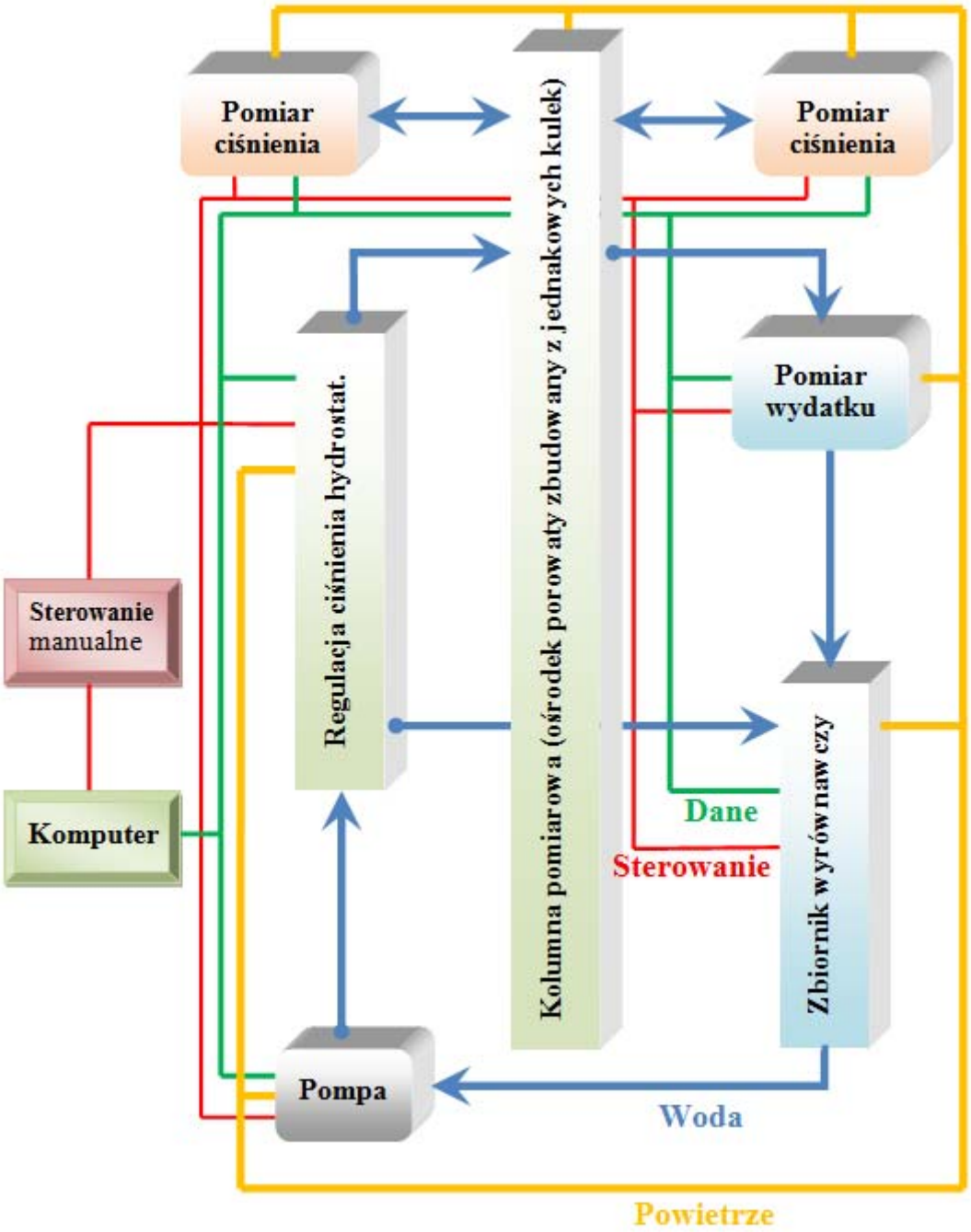
W celu wyznaczenia zależności pomiędzy spadkiem ciśnienia a wydatkiem przepływu prędkością filtracji dla ośrodków porowatych utworzonych z jednakowych kulek, zbudowano stanowisko laboratoryjne. Zasadniczym celem budowy stanowiska było przeprowadzenie empirycznej weryfikacji poprawności wyników uzyskanych z numerycznej symulacji przepływu płynu rzeczywistego przez ośrodek porowaty o szkielecie zbudowanym z jednorodnych kul, opartej na rozwiązaniu równania Naviera-Stoksea. W pierwszym etapie, zanim jeszcze przystąpiono do jego projektowania należało się zastanowić, z jakich kulek będzie budowany ośrodek porowaty. Do dyspozycji za rozsądna cenę były tylko kulki o średnicy 6 mm oraz 4.5 mm. Dokładność ich wykonania była zadowalająca. Ocena odchyłki wyznaczona na próbie 1000 sztuk, mierząc średnicę każdej badanej kulki śrubą mikrometryczną o rozdzielczości 0.01 mm wykazała, że wynosi ona około ±1%. Wybór nie był przypadkowy. Chciano przeprowadzić wszystkie pomiary na przynajmniej dwóch średnicach kul przy zachowaniu tych samych wymiarów zewnętrznych badanego ośrodka porowatego o kształcie prostopadłościanu. Dlatego poza ceną ich średnice umożliwiały spełnienie tego założenia. Na ściśle wyznaczonej długości L można było zmieścić $3n$ kulek o średnicy 6 mm lub $4n$ kulek o średnicy 4.5 mm. Związek ten można było określić w postaci wyrażenia:

$$L = 3 \cdot n \cdot 6\,\text{mm} = 4 \cdot n \cdot 4.5\,\text{mm} \tag{46}$$

Przyjęto parametr n o wartości równej 4 a więc wartość długości L równa jest 72 mm. Na tej długości mieści się 12 kulek o średnicy 6 mm lub 16 kulek o średnicy 4.5 mm. Wielkość n równą 4 uznano za optymalną z uwagi na możliwy wpływ ścian bocznych na poprawność przeprowadzenia pomiarów. Im liczba n będzie mniejsza, tym wpływ ścian będzie większy, ale przy tym samym wydatku przepływu spadek ciśnienia powinien być wyższy. Założono ponadto, że przepływ ma być realizowany dla Re nie większej niż 10 (umowna granica przepływu laminarnego dla ośrodków porowatych) [Bear 1988, Lasowska (1996)], aby później istniała możliwość porównania otrzymanych wyników z symulacją numeryczną liczoną przy założeniu laminarnego przepływu. Niestety z uwagi na to, że autor nie dysponował ścisłą zależnością między spadkiem ciśnienia a prędkością filtracji dla rozważanej topologii ośrodka porowatego, ani nie znalazł ich w żadnej dostępnej mu monografii



Rys. 50. Fotografia stanowiska laboratoryjnego służącego do pomiaru wartości spadku ciśnienia w funkcji wydatku przepływu dla ośrodków porowatych zbudowanych z jednakowych kulek.



Rys. 51. Schemat stanowiska pomiarowego z naniesionymi wzajemnymi połączeniami pomiędzy poszczególnymi modułami.

dotyczącej przepływów w ośrodkach porowatych [Bear (1988), Collins (1961), Scheidegger (1974)] przyjętą wartość n określono na podstawie wstępnych symulacji numerycznych przepływu płynu przez ośrodek porowaty zbudowany z jednorodnych kulek. Mając określoną podstawę prostopadłościanu w postaci kwadratu o boku L przyjęto, że wysokość jego powinna być możliwie jak największa, w celu osiągnięcia jak największej wartości mierzonego spadku ciśnienia. Przed rozpoczęciem pomiaru nie wiedziano, czy w ogóle będzie możliwość wykonanie pomiarów wartości spadku ciśnienia dla przepływów charakteryzujących się wartością Re mniejszą od 10, z

uwagi właśnie na wartość spadku ciśnienia dla przejętej topologii ośrodka porowatego.

W oparciu o te podstawowe kryteria zbudowano stanowisko laboratoryjne (rys. 50), a jego podstawowe moduły przedstawiono w postaci diagramu (rys. 51), nanosząc również wzajemne połączenia pomiędzy nimi. Przepływ cieczy (woda destylowana) znaczony został kolorem niebieskim, powietrza natomiast kolorem pomarańczowym. Kolorem zielonym oznaczono połączenia z modułami, z których rejestrowane są dane na komputerze, zaś przepływ sygnałów sterujących oznaczono kolorem czerwonym. Założono, że nadrzędnym modułem sterującym nie jest komputer tylko pulpit manualny. Posiada on odpowiednie przełączniki, które po odpowiednim ustawieniu pozwalają przejąć kontrolę komputerowi nad sterowaniem stanowiskiem laboratoryjnym, przekazując mu pełna kontrolę lub tylko kontrolę nad niektórymi modułami.

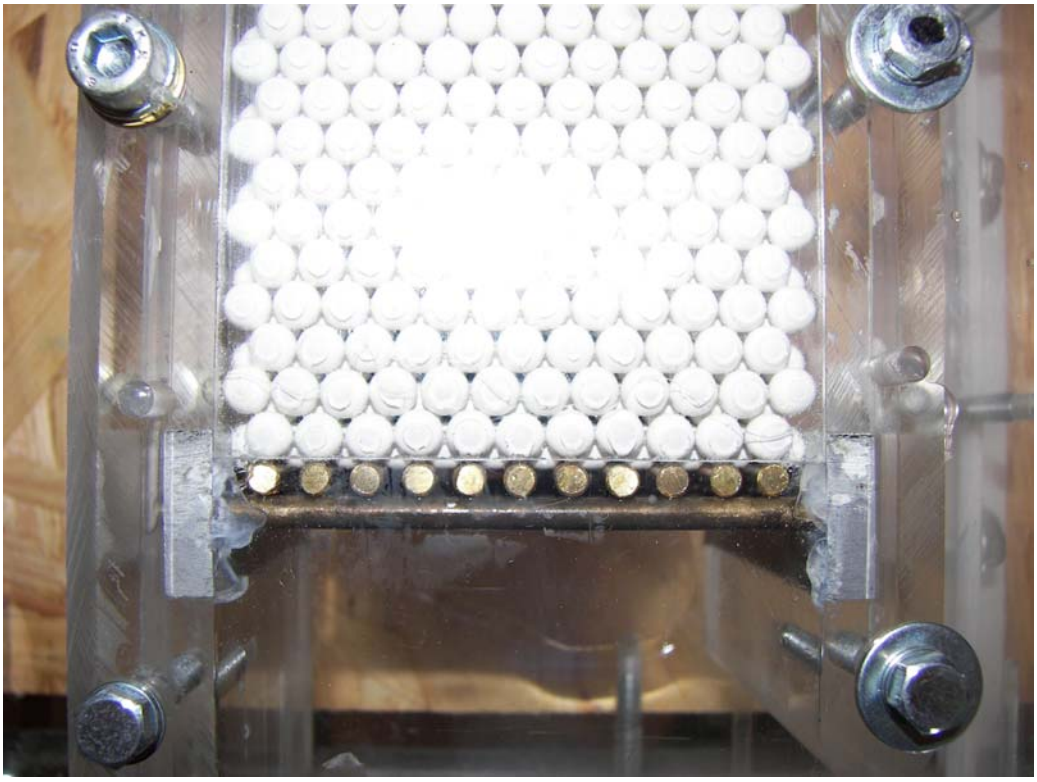
Stanowisko laboratoryjne opisane powyżej zostało wykonane własnoręcznie przez autora. Dotyczy to wszystkich cieć, gwintowania, połączeń elektrycznych, elektroniki jak również oprogramowania sterującego. Projekt stanowiska i jego budowa zajęła autorowi ponad dwa lata.

6.2 Kolumna pomiarowa.

Badając rozkład ciśnienia w ośrodkach porowatych większość badaczy, np. Lasowska (1996), Broda (1992), Peszyńska i inni (2010), stosowało zasadę zaproponowaną przez Darcy'ego, stosując układ pionowego ułożenia kolumny pomiarowej z górnym zasilaniem i z dolnym odpływem. Metoda ta sprawdza się w przypadku pomiarów dużych wartości spadku ciśnienia. Przy małych wartościach ciśnień rzędu 10 Pa, co odpowiada różnicy wysokości słupa wody równej 1 mm, zastosowanie tej metody nie sprawdziłoby się. Trudno byłoby porównywać poziomy powierzchni swobodnej (piezometrem) dla tak małych różnic, tym bardziej, że znajdowałyby się na różnej wysokości. Wpływ tej różnicy wysokości, a co za tym idzie ciśnienia hydrostatycznego, uniemożliwiłby prawidłowy odczyt zmierzonych wartości. Dlatego początkowo przyjęto, że kolumna pomiarowa powinna być położona poziomo. Jednak takie ułożenie w przypadku długiej kolumny wiązałoby się z trudnością jej idealnego wypoziomowania. Ostatecznie założono więc, że kolumna pomiarowa będzie usytuowana pionowo, a zostanie zmodyfikowany tylko układ zasilający i odbiorczy, umożliwiając pomiar małych wartości ciśnień hydrostatycznych.



Rys. 52. Fotografia kolumny pomiarowej (dół) z uwidocznionymi mosiężnymi prętami.



Rys. 53. Fotografia kolumny pomiarowej (dół) z uwidocznionymi mosiężnymi prętami tworzącymi kratownicę, na której ułożone są kulki.

Przyjęto, że kolumna pomiarowa będzie wykonana z przezroczystego materiału, łatwego w obróbce, którego przykładem jest pleksi. Wymiar standartowej płyty pleksi wynosi 2050 x 3050 mm, a więc przyjęto, że bok płyty o wymiarze 2050 mm będzie stanowił wysokość kolumny pomiarowej. Zakupiono więc płytę pleksi o grubości 15 mm i przystąpiono do jej przycinania. Przy założeniu dokładności wykonania rzędu 0.1 mm nie znaleziono nikogo, kto by się podjął wykonania tego zadania. Problem polegał na tym, że dostępne maszyny mogły wykonać taką kolumnę z założoną dokładnością tylko do wysokości 600 mm. Postanowiono więc własnoręcznie ją zbudować. Ustawianie maszyny do cięcia pleksi na paski o odpowiedniej szerokości z założona dokładnością, mierzoną suwmiarka cyfrowa z rozdzielczością 0.1 mm, trwało nieraz cały dzień. Przy pomocy szczelinomierza o rozdzielczości 0.01 mm korygowano ustawioną wartość, sprawdzając poprawność ustawienia za pomocą próbnych cięć wykonanych na sklejce.

Kolumna pomiarowa została podzielona na dwie komory – prostopadłościany o wymiarach 720 x 720 x 2050 mm oraz 720 x 300 x 2050 mm. Pozostawiono przy tym, służący do wymiany płynu między nimi, otwór o wymiarach 720 x 660 mm na dole kolumny powstały ze skrócenia płyty rozdzielającej je o wartość 660 mm (rys. 52). Dla lepszego opływu koniec tej płyty sfrezowano do postaci półokręgu. Komora pierwsza o wymiarach 720 x 720 x 2050 mm przeznaczona została do umieszczania w niej badanego ośrodka porowatego zbudowanego z jednakowych kulek. Aby kulki nie przemieszczały się do drugiej kolumny, na jej końcu umieszczono pręty mosiężne o średnicy 4 mm. Środek pierwszego i ostatniego pręta umieszczono w odległości 3 mm od ściany bocznej, a środki pozostałych prętów oddalone były od siebie o odległość 6 mm. Dokładność rozmieszczenia prętów w komorze wynosiła ± 0.1 mm. Na tych prętach została umieszczona w poprzek warstwa kolejnych prętów mosiężnych o średnicy również 4 mm dla kulek o średnicy 6 mm oraz 2 mm dla kulek o średnicy 4.5 mm. Utworzoną w ten sposób kratownicę mosiężną pokazano na rys. 53. Założono, że pręty te będą mogły przemieszczać się swobodnie, aby samoistnie dopasowywać się do warstwy kulek ułożonej na nich. Liczba tych prętów była dopasowana do typu układanej na nich warstwy kulek tak, aby pręty znajdowały się dokładnie pomiędzy odpowiednimi rzędami kulek, blokując w ten sposób ich późniejsze przemieszczanie się (rys. 53).

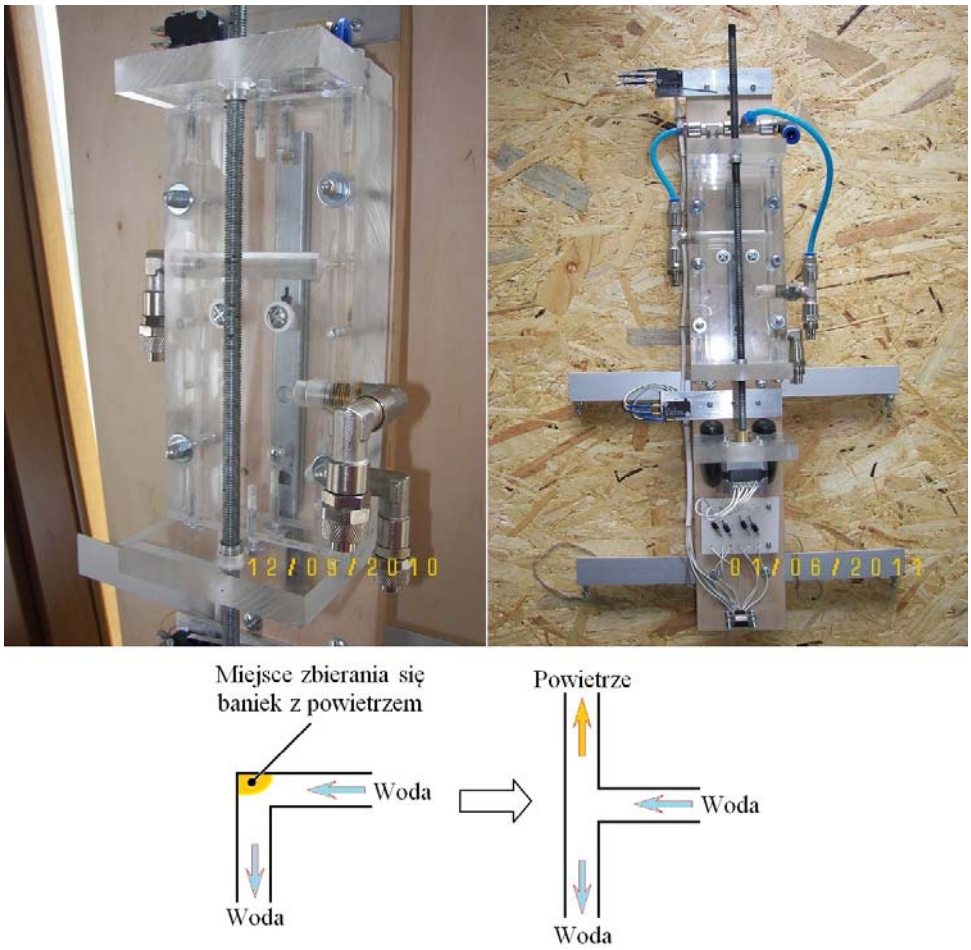
Umieszczenie dwóch komór – prostopadłościanów mających wspólna jedna ścianę oraz połączonych ze sobą u dołu pozwoliło mierzyć różnicę powierzchni swobodnej między nimi. W przypadku braku przepływu po dostatecznie długim czasie poziomy powierzchni swobodnych wyrównywały się. Duży obszar powierzchni powodował zmniejszenie wpływu napięcia powierzchniowego na poprawność wykonywanych pomiarów. Natomiast w trakcie przepływu różnica pomiędzy nimi określała wartość spadku ciśnienia. Przyjęto, że przyłącze zasilające kolumnę oraz przyłącza do podłączenia urządzeń mierzących wartość ciśnienia hydrostatycznego w dwóch komorach, będą zawsze poniżej poziomu wody (rys. 54). Przy czym przyłącza do pomiaru ciśnienia starano się wykonać dokładnie na tej



Rys. 54. Fotografia kolumny pomiarowej (góra) z uwidocznionymi przyłączami przed modyfikacją.



Rys. 55. Fotografia kolumny pomiarowej (góra) z uwidocznionymi przyłączami po modyfikacją.



Rys. 56. Fotografia urządzenia do regulowania położenia powierzchni swobodnej zwierciadła wody w kolumnie pomiarowej przed modyfikacją i po.

samej wysokości mimo, że różnica w wysokości ich rozmieszczenia teoretycznie nie powinna wpływać na dokładność pomiaru. Przyłącze wyjściowe w zależności od procesu pomiarowego mogło być zalane częściowo lub całkowicie.

Po wykonaniu kolumny pomiarowej i zmontowaniu całego stanowiska pomiarowego okazało się, że należy te przyłącza zmodyfikować. Modyfikacja nie polegała na tym, że konieczne było przesunięcie ich w inne miejsce, tylko zastosowanie czegoś w rodzaju ‘odpowietrzników’, ponieważ cały układ pomiarowy był odizolowany od wpływu warunków atmosferycznych. Poprowadzona więc została dodatkowa instalacja, umożliwiająca wymianę powietrza pomiędzy odpowiednimi modułami, a co za tym idzie wyrównanie wartości ciśnień nad powierzchnią swobodną płynu. Niewłaściwe zaprojektowanie tej instalacji powodowało powstawanie w różnych miejscach niepożądanych strat ciśnienia. Błędy instalacyjne powodowały czasami nawet zatrzymanie procesu swobodnego przepływu płynu pod wpływem sił grawitacyjnych na skutek powstawania baniek z powietrzem wywołujących spiętrzenia. Należało więc zmodyfikować instalację powietrza doprowadzoną do kolumny pomiarowej (rys. 55) w ten sposób, aby istniała możliwość usuwania z układu baniek powietrza powodujących zaburzenia

przepływu. Modyfikacja stanowisk była wyjątkowo prosta. Zamiast zastosowanych kolanek użyto trójników (rys. 56).

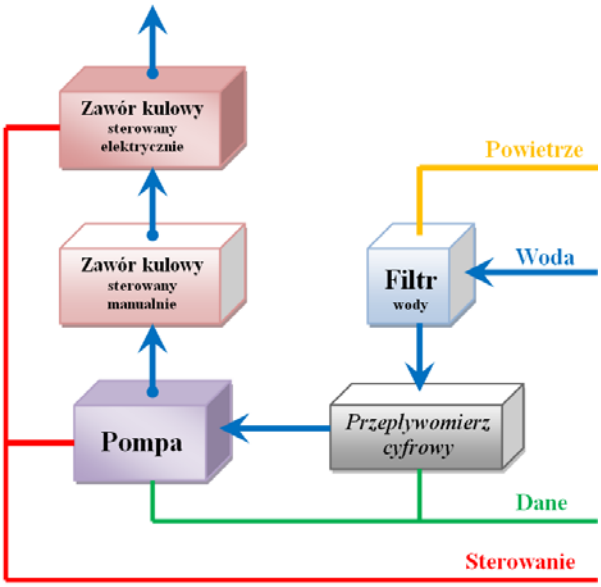
6.3 Pompa – układ zasilający kolumnę pomiarową.

Moduł ten, w którym najważniejszym urządzeniem była pompa EK-DCP 4.0 firmy BRUSHLESS(o parametrach: maksymalna wysokość podnoszenia wody 4m ±10% oraz maksymalnym wydatku 800dm^3/h ±10%, do zapewnia prawidłowego zasilania), zbudowany był z kilku elementów pokazanych na rys. 57 i 58. Zasysana woda przez pompę pobierana ze zbiornika wyrównawczego (rys. 51) przechodziła przez filtr. Mimo, że zastosowano wodę destylowaną i starano się nie dopuścić do dostania się w obieg wodny niepożądanych elementów, to z uwagi na wykonanie większości elementów stanowiska laboratoryjnego z materiałów łatwo elektryzujących się, nie było możliwości pozbycia się wszystkich pyłków i drobinek przylegających do ścianek kolumny. Dlatego konieczne było zastosowanie filtra, które by je wychwycił. Następnie woda była tłoczona przez dwa zawory do modułu regulującego wysokość powierzchni swobodnej w kolumnie pomiarowej.



Rys. 57. Fotografia modułu zasilającego kolumnę pomiarową w wodę.

Pierwszy zawór, sterowany ręcznie, podczas normalnej pracy stanowiska laboratoryjnego był zawsze otwarty. Zamykano go tylko wtedy, gdy konieczne było zalanie kolumny. Gdyby zalewanie kolumny było prowadzone od góry (normalny tryb pracy), wtedy istniałoby duże prawdopodobieństwo uwiezienia baniek powietrza w porach ośrodka porowatego. Dlatego przed tym zaworem a za pompą dołączono rozgałęzienie (trójnik). Tym rozgałęzieniem oraz przez dodatkowy zawór w dnie kolumny można było zalewać kolumnę od dołu. Szybkość zalewania można było regulować stopniem otwarcia zaworu w dnie kolumny. Po zalaniu można było zamknąć zawór w dnie kolumny i otworzyć pierwszy zawór za pompą. Kolejny zawór za pompą firmy Bürker typu 0248 był zaworem kulkowym o sterowaniu elektrycznym. Czas pełnego cyklu zamknięcie – otwarcie wynosił 7 s. Sterowanie nim polegało na wysłaniu sygnału o odpowiednio długim czasie z dokładnością do 0.05 s, przyjmując jako punkt odniesienia całkowicie zamknięty zawór, otrzymując pożądaną wielkość wydatku przepływu.

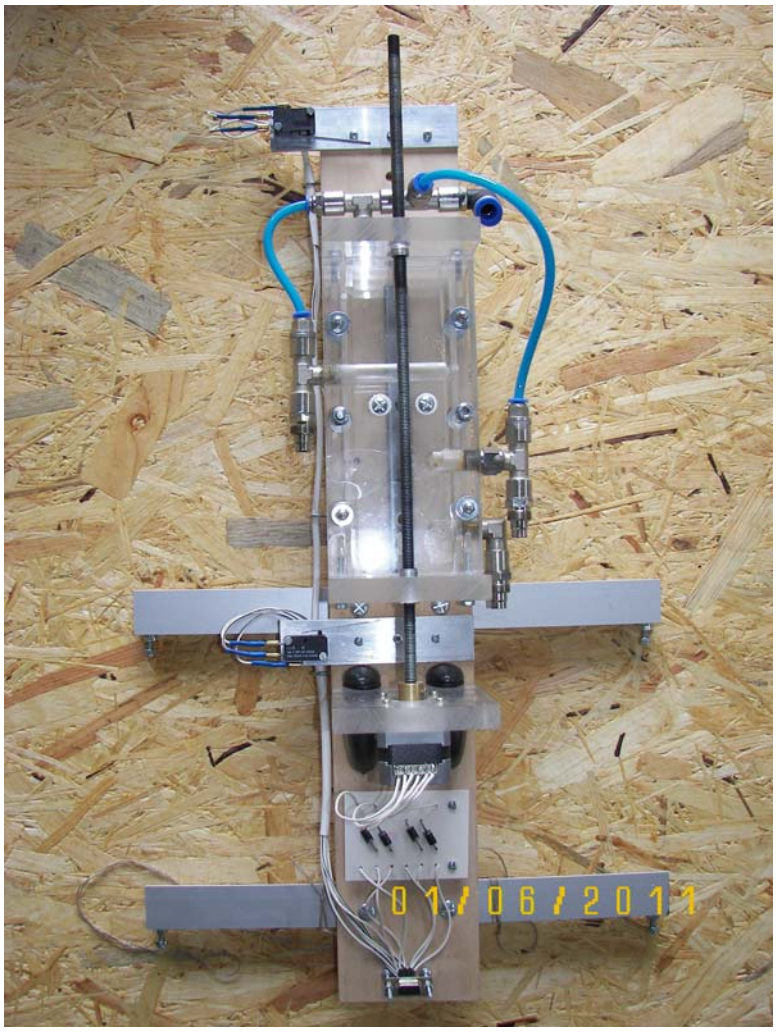


Rys. 58. Schemat przedstawiający sposób działania modułu zasilającego.

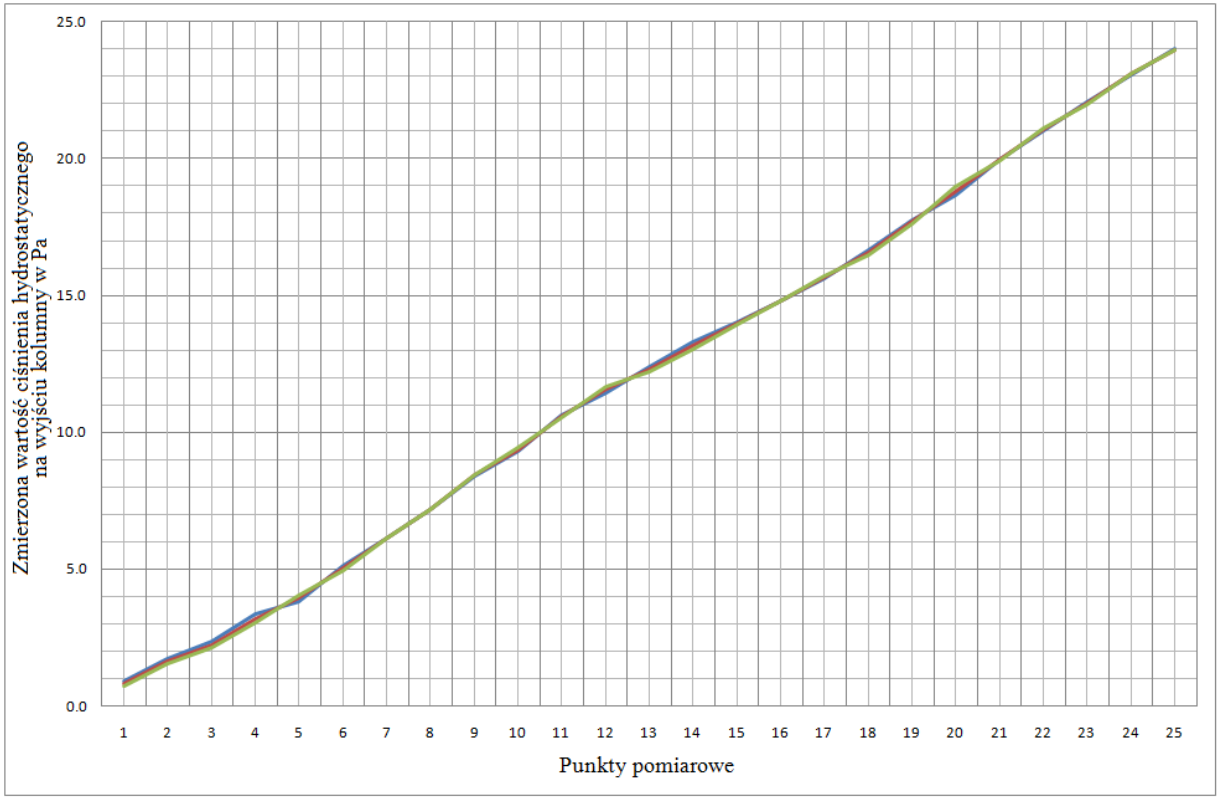
Pomiędzy filtrem a pompą został umieszczony przepływomierz cyfrowy. Jego zadaniem było informowanie o prawidłowym przepływie wody. Mogło się zdarzyć, że z jakiś powodów (zapowietrzenie filtra wody, wyciek wody), mimo prawidłowych ustawienia pozostałych parametrów pracy modułu zasilania, układ nie działałby. W konsekwencji groziłoby to zniszczeniem pompy. Ona również posiadała wbudowany moduł informujący o liczbie obrotów wirnika w czasie. Mieliśmy więc pełną kontrolę nad modułem zasilania.

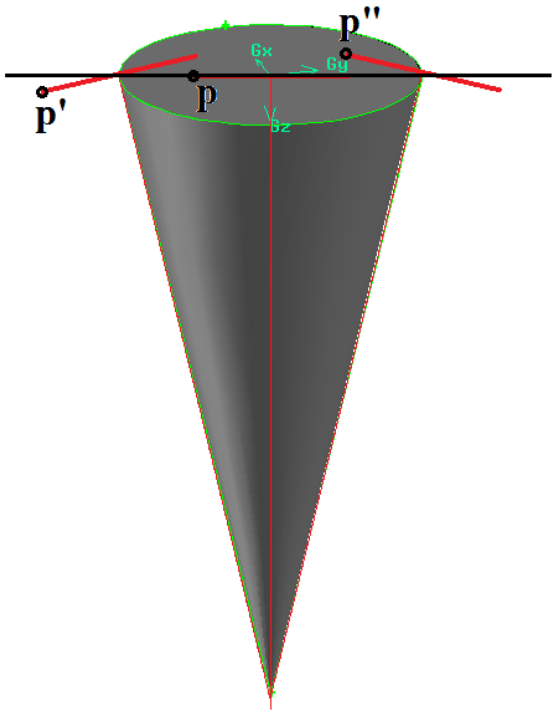
6.4 Moduł regulujący wysokość powierzchni swobodnej w kolumnie pomiarowej.

Moduł ten był bardzo ważnym elementem stanowiska laboratoryjnego. Od jego prawidłowej pracy zależał przebieg całego procesu pomiarowego oraz rozdzielczość, a co za tym idzie dokładność uzyskanych danych. Głównym elementem modułu było naczynie w kształcie prostopadłościanu o czterech przyłączach (rys. 59). Najniżej znajdowało się przyłącze zasilające. Ponad nim umieszczono przyłącze zasilające kolumnę pomiarową. Powyżej zaś znajdowało się przyłącze odprowadzające do zbiornika wyrównawczego nadmiar wody. Od góry przyłączem czwartym dołączona jest instalacja powietrzna. Wyrównywała ona wartość ciśnienia pomiędzy powierzchniami swobodnymi w naczyniu, kolumnie pomiarowej, zbiorniku wyrównawczym, w układzie pomiaru ciśnienia oraz w układzie pomiaru wydatku.



Rys. 59. Fotografia urządzenia do regulowania położenia powierzchni swobodnej zwierciadła wody w kolumnie pomiarowe





	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ciśnienie rośnie	0.9	1.7	2.4	3.4	3.8	5.1	6.1	7.1	8.4	9.3	10.6	11.4	12.4	13.3	14.0	14.8	15.6	16.7	17.8	18.7	20.0	21.0	22.1	23.1	24.0
Wartość średnia	0.8	1.6	2.2	3.2	3.9	5.0	6.1	7.2	8.4	9.4	10.6	11.6	12.3	13.2	14.0	14.8	15.7	16.6	17.7	18.8	20.0	21.1	22.0	23.1	24.0
Ciśnienie maleje	0.7	1.6	2.1	3.0	4.0	4.9	6.1	7.2	8.4	9.4	10.5	11.7	12.2	13.0	13.9	14.8	15.7	16.5	17.6	19.0	20.0	21.1	22.0	23.1	24.0

Rys. 60. Na wykresie widać, że wartość zmierzonego ciśnienia hydrostatycznego nie rośnie liniowo tylko sinusoidalnie. Efekt ten jest spowodowany nie idealnie osiowym umieszczeniem śruby napędzającej układ regulujący wartość mierzonego ciśnienia. Po prawej rysunek wyjaśniający powstały efekt.

Wydatek przepływu zasilający układ powinien być tak dobrany, aby jego wysokość znajdowała się w połowie otworu odprowadzającego nadmiar wody. Jest to położenie powierzchni swobodnej w naczyniu gwarantujące optymalne warunki pracy, a zarazem charakteryzujące się najmniejszymi jego wahaniami. Ponadto geometria naczynia została tak dobrana, aby zapewnić przynajmniej dziesięć razy większy wydatek wypływu do wartości wydatku zasilającego kolumnę. Jednak zaobserwowano, że po ustabilizowaniu się obu wydatków warunek ten nie jest tak istotny.

Naczynie posiadało możliwość poruszania się w górę i w dół po szynie, do której jest przymocowane od tyłu. Wysokość jego położenia była regulowana za pomocą obrotu śruby M8, do której była zamocowany od przodu. Śruba M8 od dołu była przymocowana na sztywno do wału silnika krokowego. Silnik krokowy JAPAN SERVO KH42HM2B134, 6-przewodowy, charakteryzuje się krokiem $\varphi = 1.8°$ co odpowiada 200 krokom na jeden obrót.

W celu ograniczenia zakresu przemieszczania się naczynia w pionie zastosowano wyłączniki krańcowe, jeden na dole a drugi na górze. W przypadku sterowania manualnego blokowały one prace silnika krokowego po przekroczeniu ustalonego położenia. Ruch dalszy silnika był możliwy tylko w przeciwna stronę niż przed jego zablokowaniem. W trybie sterowania przez komputer informowały tylko o przekroczeniu danego położenia i tylko od programu sterującego będzie zależało, co dalej będzie się działo. Takie rozwiązanie było bardzo wrażliwe na ewentualne błędy w programie sterującym. Niestety, aby to poprawić, należałoby dokonać istotnych zmian w układzie sterowania

Tab. 8. Liczba zliczeń kroków jakie silnik krokowy wykonał pomiędzy dwoma wyłącznikami krańcowymi zastosowanymi do ograniczenia zakresu jego pracy.

Ruch	**Ilość kroków**																
W górę	9450	0	16263	0	16263	0	16258	0	16262	0	16262	0	16262	0	16262	0	16262
W dół	0	16263	0	16263	0	16262	0	16263	0	16263	0	16263	0	16263	0	16264	0
	Średnia = 16262																
	-1	**-1**	**-1**	**-1**	**0**	**4**	**-1**	**0**	**-1**	**0**	**-1**	**0**	**-1**	**0**	**-2**	**0**	

Przyjęto, że dolny wyłącznik krańcowy będzie punktem odniesienia położenia naczynia. Dlatego pierwszą czynnością pomiarową, którą przeprowadzono po uruchomieniu stanowiska laboratoryjnego, było sprawdzenie ile taktów – kroków wykonuje silnik krokowy pomiędzy dwoma położeniami kontrolnymi, ustawionymi za pomocą wyłączników krańcowych. Otrzymane wyniki zaprezentowano w tab. 8. Wynika z nich wniosek o bardzo dużej powtarzalności liczby kroków. Średnia ich liczba wyznaczona ze zmierzonych wartości wynosi 16263 taktów silnika krokowego. Maksymalna zaobserwowana odchyłka wynosiła 4 takty. Tak więc zaczynając każdy pomiar, oprogramowanie sterujące ustawiało naczynie w dolnym punkcie przyjętym jako punkt odniesienia. Od tego położenia ustawiana była żądana

wysokość położenia powierzchni swobodnej zwierciadła wody w kolumnie pomiarowej.

Zgodnie z normą PN-ISO 261:2001 skok gwintu M8 wynosi 1.25 mm, a więc po jednym kroku silnika, położenie naczynia zmieniało się o wysokość równą 0.00625 mm, co w przybliżeniu odpowiadało zmianie wartości ciśnienia hydrostatycznego rzędu 0.061 Pa. Wartość tego ciśnienia hydrostatycznego, a co za tym idzie położenia powierzchni swobodnej zwierciadła w kolumnie pomiarowej, można przedstawić w postaci zależności:

$$P = 0.00625\,\gamma n \tag{47}$$

gdzie γ oznacza ciężar właściwy wody, a n liczba taktów (kroków) silnika krokowego.

Zaobserwowano jednak (rys. 60) nieproporcjonalny przyrost mierzonego ciśnienia hydrostatycznego. Przyczyną tego była niedokładność wykonania połączenia pomiędzy osią obrotu śruby M8 a osią wałka silnika krokowego. Oś śruby M8 była zamocowana pod pewnym kątem do osi wałka silnika. Skutkiem tego śruba nie obracała się dookoła swojej osi tylko jej oś poruszała się po powierzchni stożka. Skutkowało to tym, że poziom swobodny zwierciadła wody w naczyniu dodatkowo zmienia swoje położenie na skutek odchylenia od pionu. Gdyby oś śruby znajdowała się we właściwym miejscu, otwór odpływowy znajdowałby się w punkcie p. jednak w rzeczywistości znajdował się pomiędzy punktami p' a p'' w zależności od kroku. W związku z tym zależność (47) powinno się przedstawić w postaci:

$$P = \gamma\, f(n) \tag{48}$$

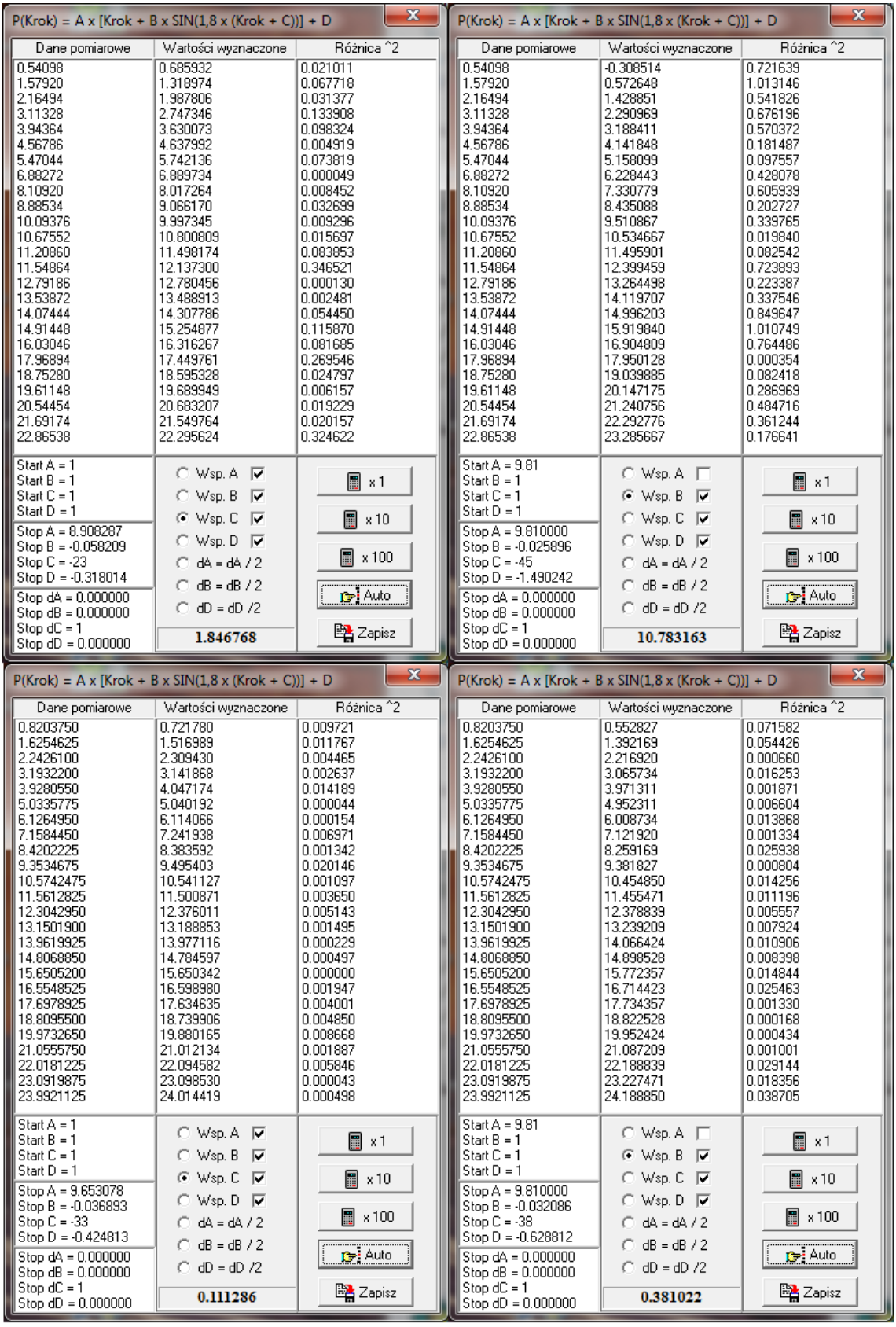
Podstawiając za γ parametr A przyjęto, że postać (48) można opisać równaniem:

$$P = A \cdot \left(0.00625 \cdot n + B \cdot \sin\left(1.8° \cdot \left(n + C\right)\right)\right) + D \tag{49}$$

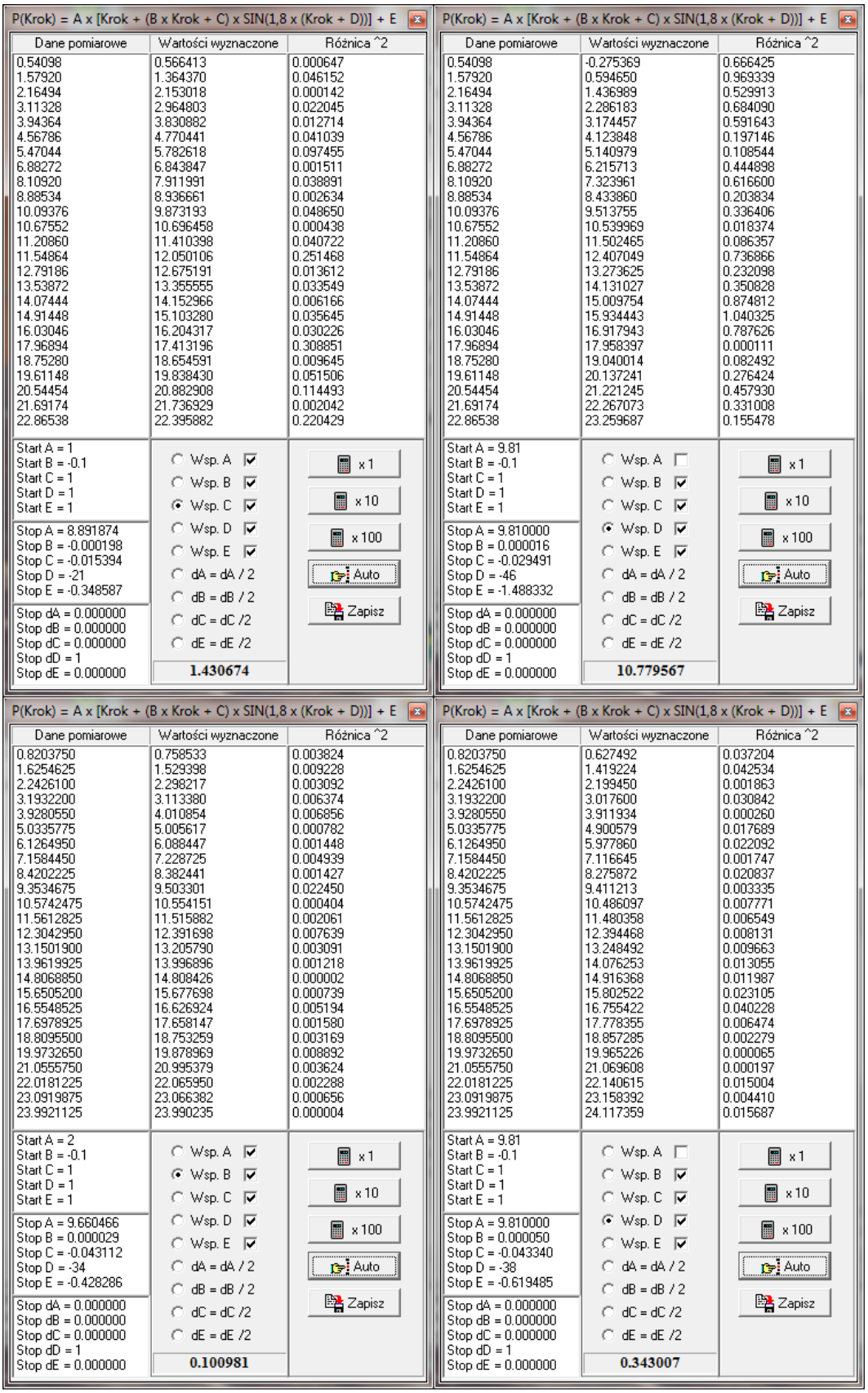
uwzględniającym obrót po ruchu śrubowym.

Wyznaczając nieznane wartości parametrów A, B, C i D metodą najmniejszych kwadratów [Baron (1999), Dahlquist i Björck (1983), Teixeira i Pacheco (1999)] powinno się otrzymać wartość parametru A równą ciężarowi właściwemu wody (rys. 61). Przy tym parametr A (dla wody), co do wartości powinien w przybliżeniu równać się wartości przyspieszenia ziemskiego 9.81, ponieważ wyrażenia w nawiasie jest wysokością w milimetrach.

Symulację przeprowadzono na dwóch seriach, po 25 punktów pomiarowych, przyjmując wartości startowe nieznanych parametrów równe 1. Z pierwszej serii otrzymano wartość parametru A równą 8.9 przy błędzie dopasowania (równym sumie



Rys. 61. Zrzut z ekranu komputera programu wyznaczającego współczynniki A, B, C, D funkcji (4) metodą najmniejszych kwadratów dla czterech wybranych przykładów



Rys.62. Zrzut z ekranu komputera programu wyznaczającego współczynniki A, B, C, D, E funkcji (5) metodą najmniejszych kwadratów dla czterech wybranych przykładów.

kwadratów różnicy pomiędzy wartością mierzoną a wyznaczoną) wynosząca 1.85. Z drugiej serii otrzymano odpowiednio wartości 9.65 oraz 0.11. Przy zdefiniowanej wartości parametru *A* równej ciężarowi właściwemu wody błąd dopasowania wzrósł i wyniósł dla pierwszej serii 10.78 a w drugiej 0.38. Dokładność tę uznano za zbyt niską, a błąd dopasowania za zbyt wysoki.

Korygując zależność (49) o funkcję uwzględniającą ruch śrubowy po powierzchni stożka (zmiana odległości od osi z wysokością) (rys. 60), a nie jak w równaniu poprzednim po powierzchni walca, otrzymano zależność:

$$P = A \cdot \left[0.00625 \cdot n + \left(B \cdot 0.00625 \cdot n + C\right) \cdot \sin\left(1.8° \cdot \left(n + D\right)\right)\right] + E \qquad (50)$$

Wykorzystując ponownie metodę najmniejszych kwadratów do wyznaczenia parametrów *A*, *B*, *C*, *D* i *E* przy tych samych danych i wartościach startowych, otrzymano wartości przedstawione na rys. 62. Z pierwszej serii wartość parametru *A* wyniosła 8.89 przy błędzie dopasowania 1.43, a dla drugiej serii otrzymano wartości 9.66 i 0.1. Tak jak w poprzedniej analizie powtórzono symulacje przy zdefiniowanej wartości ciężaru właściwego, otrzymując wartości 10.77 oraz 0.34.

Porównując te dwie zależności (49) i (50) zauważono, że wartość parametru *A* dla równania (50 jest bliższa wartości ciężaru właściwego badanej cieczy niż dla wzoru (49), przy czym dla serii drugiej jest to bardziej zauważalne. Różnica pomiędzy wyznaczoną wartością ciężaru właściwego wody dla drugiej serii a rzeczywistym wyznaczonym z iloczynu przyspieszenia ziemskiego i gęstości wody wynosi tylko 1.5% ! Również błąd dopasowania spada.

Niestety wzór (50) nie w pełni jeszcze opisuje zmianę wartości ciśnienia hydrostatycznego. Nie uwzględnia bowiem zmiany położenia powierzchni swobodnej zwierciadła wody w naczyniu na skutek zmniejszenia wydatku przepływu. Przepływ ten ulega zmianie na skutek zmiany wysokości położenia naczynia. Po uwzględnieniu zmniejszenia wydatku w funkcji położenia powierzchni swobodnej zwierciadła wody w naczyniu wzór (50) można zmodyfikować do postaci:

$$P = A \cdot \left[0.00625 \cdot n + \left(B \cdot 0.00625 \cdot n + C\right) \cdot \sin\left(1.8° \cdot \left(n + D\right)\right) + E \cdot n\right] + F \qquad (51)$$

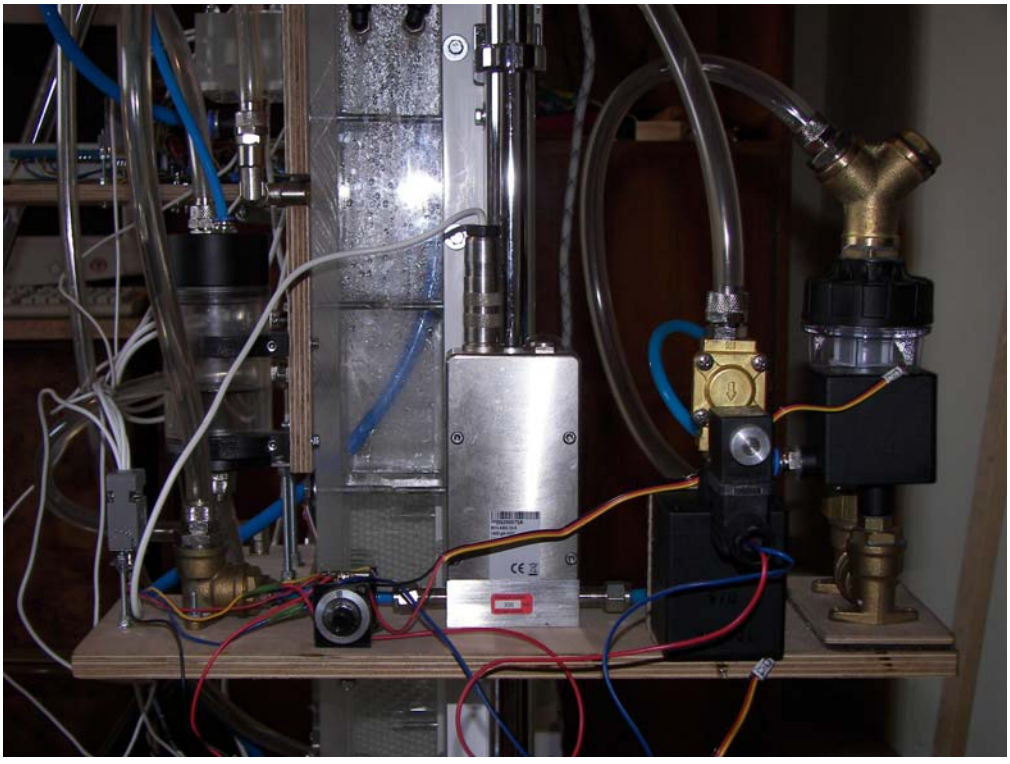
przy czym współczynniki *B*, *C* i *D* przyjmują inne wartości a nowy współczynnik *F*, odpowiada współczynnikowi *E* we wzorze (50).

Wykorzystując jeszcze raz metodę najmniejszych kwadratów do wyznaczenia poszukiwanych wartości parametrów *A*, *B*, *C*, *D, E*, *F* przy tych samych danych i wartościach startowych, otrzymano wartości parametru *A* równe dokładnie 9.81 przy błędzie dopasowania 0.1.

Nie przeprowadzono jednak dalszych analiz uzyskanych danych uznając, że otrzymane wyniki świadczą o prawidłowej pracy urządzenia, tym bardziej, że zależność ta nie jest potrzebna do dalszej pracy oraz analizy i opracowywania danych uzyskanych z pomiaru. Niemniej jednak w tym miejscu należy zaznaczyć, że otrzymana wartość parametru A równa 9.81 dodatkowo potwierdza poprawność wyznaczania wartości ciśnienia hydrostatycznego danego wzorem (43).

6.5 Pomiar wartości wydatku.

W przypadku przepływów bardzo małych z zakresu od 20 do 2000 g/h do pomiaru wydatku przepływu zastosowano przepływomierz masowy Coriolisa mini CORI-FLOW firmy Bronkhorst High-Tech (rys. 63). Charakteryzuje się on bardzo dużą dokładnością wynoszącą ±0.2% wskazania (http://www.bronkhorst-cori-tech.com) ale niestety również bardzo dużymi oporami przepływu. Wielkość tych oporów spowodowała konieczność zastosowania dwóch pomp firmy BRUSHLESS połączonych szeregowo, które pozwoliły uzyskać maksymalny przepływ wynoszący 800 g/h. Pierwsza pompa typu EK-DCP 2.2 charakteryzowała się maksymalną wysokością podnoszenia wody wynoszącą 2.2m +/-10%, natomiast dla drugiej typu EK-DCP 4.0 parametr ten przyjmował wartość 4m +/-10%. Sterowanie nimi, a co za tym idzie wartością przetłaczanego wydatku przez przepływomierz, polegało na odpowiednim ustawieniu napięcia zasilającego z zakresu od 0 do 12 V, niezależnie dla każdego z nich.



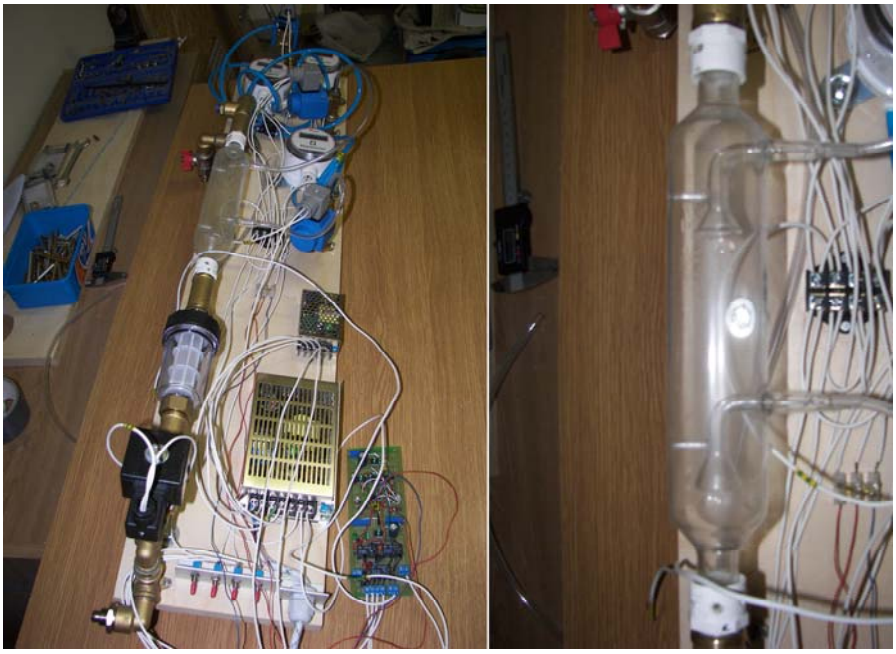
Rys. 63. Moduł pomiaru wydatku przepływu dla wartości od 20 do 800 g/h.

Zastosowano w tym przypadku również filtr wody, który zainstalowano pomiędzy nimi. To nietypowe zamontowanie wynikało z tego, że najpierw zastosowano tylko pierwszą pompę, a później w celu rozszerzenia zakresu pomiarowego wydatku przepływu dodano drugą, którą musiano zamontować przed filtrem aby całego modułu nie projektować od początku. Przy tak przyjętym sposobie pomiaru przyłącze do tego modułu musiało być całkowicie zalane. To powodowało z jednej strony dodatkowy napór wody wynoszący około 1 m z uwagi na różnicę pomiędzy położeniem odpływu z kolumny pomiarowej a zamocowaniem modułu, a z drugiej konieczność zastosowania elektrozaworu. Elektrozawór został zainstalowany za drugą pompą. Jego zadaniem było zamykanie przepływu w sytuacji, gdy to było konieczne (np. w przypadku zerowania przepływomierza, zerowania pomiaru ciśnienia hydrostatycznego, itp.)

W przypadku przepływów większych niż 2000 g/h pomiar wydatku okazał się bardzo trudnym zadaniem do wykonania. Próbowano zastosować różne przyrządy pomiarowe takie jak Rototron RH-008AP100 i omni-Fin 006RKU obydwa firmy Honsberg. Jednak pomiar nimi okazały się tak naprawdę niemożliwy do zrealizowania mimo zastosowania różnych modyfikacji. Przyczyną tego była wartość spadku ciśnienia na przyrządzie pomiarowym, zbyt mała aby zastosować pompę, a zbyt duża aby zastosować swobodny spadek. Przyrząd funkcjonował poprawnie przez pewien czas od zamontowania, a potem banieczki powietrza, które co jakiś czas wędrowały niesione z wodą nie mogąc pokonać oporów urządzenia pomiarowego, blokowały cały przepływ powodując spiętrzenia.

Zastosowano więc nowatorski sposób pomiaru wydatku (rys. 64). Jego idea w uproszczeniu oparta była na zarejestrowaniu czasu napełnienia zbiornika o ściśle określonej objętości. Po zamknięciu elektrozaworu odpowiednim rozkazem wysłanym przez układ sterujący stanowiskiem laboratoryjnym zaczynał napełniać się zbiornik szklany (rys. 64). Zamontowany czujnik typu MS-351 (5 kPa ±2%) firmy Magnesense w układzie mierzącym wartość ciśnienia hydrostatycznego w zakresie równym maksymalnemu napełnieniu zbiornika wykrywał położenie swobodne zwierciadła wody na wysokości około 10 mm poniżej pierwszego lejka. W tym momencie resetował cały układ pomiarowy (elektrozawór pozostawał dalej zamknięty). Naczynie pomiarowe dalej napełniało się woda. Proces ten trwał dopóki powierzchnia swobodna zwierciadła wody nie zetknęła się z pierwszym lejkiem. Przyłączony do lejka czujnik ciśnienia powietrza typu MS-321 (25 Pa ±2%) firmy Magnesense rejestrował wzrost ciśnienia w lejku na skutek jego zalewania podnoszącym się poziomem wody w naczyniu pomiarowym. Przy zalaniu go warstwą o wysokości 1 mm z dokładnością 0.05 mm automatycznie włączał się stoper i załączany był elektrozawór odcinający czujnik, aby go nie zniszczyć zbyt wysoką wartością ciśnienia hydrostatycznego. Proces ten trwał aż do zresetowania układu. Ponieważ proces ten przebiegał w najszerszym obwodzie lejka, prędkość podnoszenia się poziomu swobodnego zwierciadła w naczyniu pomiarowym znacząco wtedy rosła na skutek zmniejszenia się powierzchni przepływu,

zwiększając rozdzielczość w czasie zarejestrowania zdarzenia rozpoczęcia pomiaru czasu. Powyższy proces powtarzał się przy drugim lejku z tą tylko różnicą, że informował wtedy o zakończeniu pomiaru czasu przepływu określonej objętości wody. Elektrozawór umożliwiający opróżnienie naczynia pomiarowego otwiera się, gdy czujnik MS-351 zarejestrował odpowiednią wysokość powierzchni wody w naczyniu pomiarowym powyżej drugiego lejka.

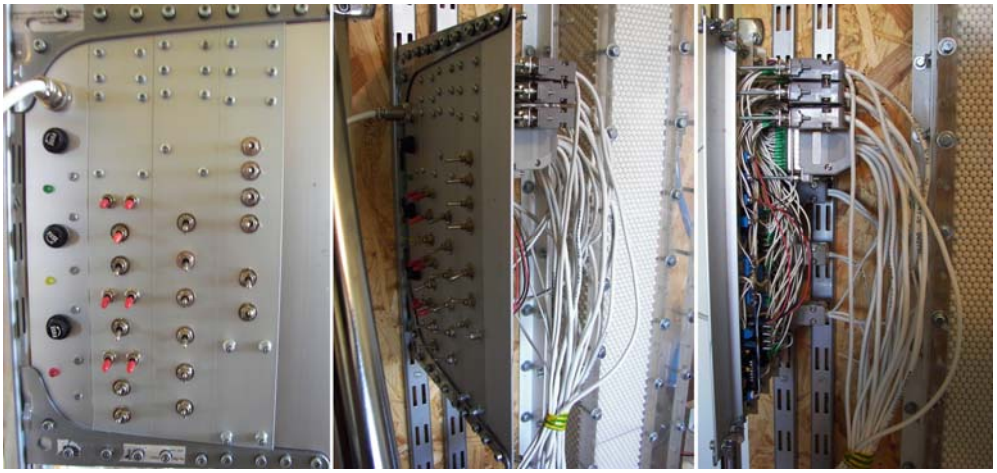


Rys. 64. Po lewej zdjęcie modułu pomiaru wartości wydatku przepływu dla wartości powyżej 800g/h. Po prawej naczynie pomiarowe.

W zaprojektowanym module do pomiaru wydatku przepływu nieznana była wartość objętości naczynia pomiarowego pomiędzy dwoma punktami kontrolnymi. Aby to oszacować i wykalibrować podłączono szeregowo dwa posiadane moduły do mierzenia wydatku przepływu. Co prawda obydwoma przepływomierzami można było mierzyć przepływy mniejsze niż 800 g/h, ale byłoby to nieuzasadnione. Posiadany przepływomierz do pomiarów wydatku przepływu z zakresu od 20 do 2000 g/h miał lepszą dokładność mierzonej wartości. Wyznaczona w ten sposób wartość nie była objętością tylko masą. Wynikało to z tego, że w cechowanym przepływomierzu mierzono czas, a we wzorcowym wydatek masowy wyrażonym g/h. Otrzymana wartość masy jaka wypełni objętość kontrolną naczynia pomiarowego wyniosła więc 180 g ±0.77%. Znając tę wartość i czas można było wyznaczyć wartość wydatku przepływu.

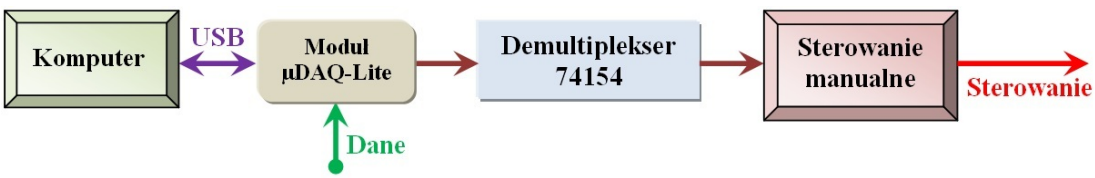
6.6 Układ sterowania.

Projektując układ sterujący stanowiskiem laboratoryjnym założono, że nadrzędnym modułem nie jest komputer tylko pulpit manualny. Posiadał on odpowiednie przełączniki, które po odpowiednim ustawieniu (trzy stany: wyłączone, załączone, sterowane przez komputer) pozwalały przejąć kontrolę komputerowi nad sterowaniem stanowiskiem laboratoryjnym, przekazując mu pełna kontrolę lub tylko kontrolę nad niektórymi modułami. Przyjęcie takiego schematu działania układu sterującego wynikało z tego, że stanowisko laboratoryjne powstawało etapami. Po każdym etapie dodawano kolejny submoduł do układu sterowania manualnego. I tak powstały cztery panele (rys. 65): zasilanie, sterowanie pomiarem ciśnienia hydrostatycznego, sterowanie układem zasilania w wodę kolumny pomiarowej, sterowanie poziomem powierzchni swobodnej w kolumnie pomiarowej. Jedynym układem autonomicznym niezależnym od układu sterowania był moduł pomiaru wydatku masowego.



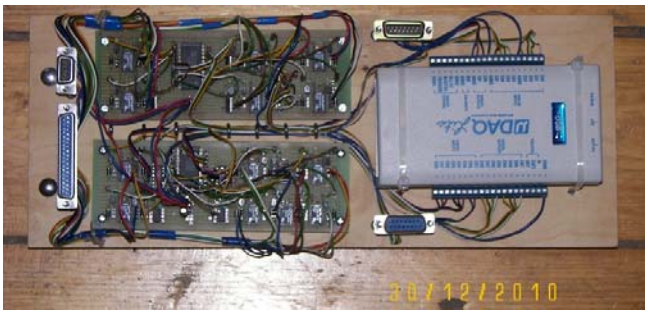
Rys. 65. Fotografia przedstawiająca moduł sterowania manualnego w trzech profilach.

Po zakończeniu budowy stanowiska pomiarowego w pierwotnej postaci, jeszcze przed wprowadzaniem jakichkolwiek modyfikacji w jego funkcjonowaniu, przystąpiono do realizacji przejęcia kontroli na stanowiskiem pomiarowym przez komputer. Zdano sobie sprawę, że nie jest możliwe prawidłowe wykonanie pomiarów bez realizacji sterowania przez komputer. Jedna pomyłka w sterowaniu manualnym i cała seria wykonanych pomiarów byłaby bezużyteczna, co dopiero po analizie zarejestrowanych danych mogło się ujawnić.

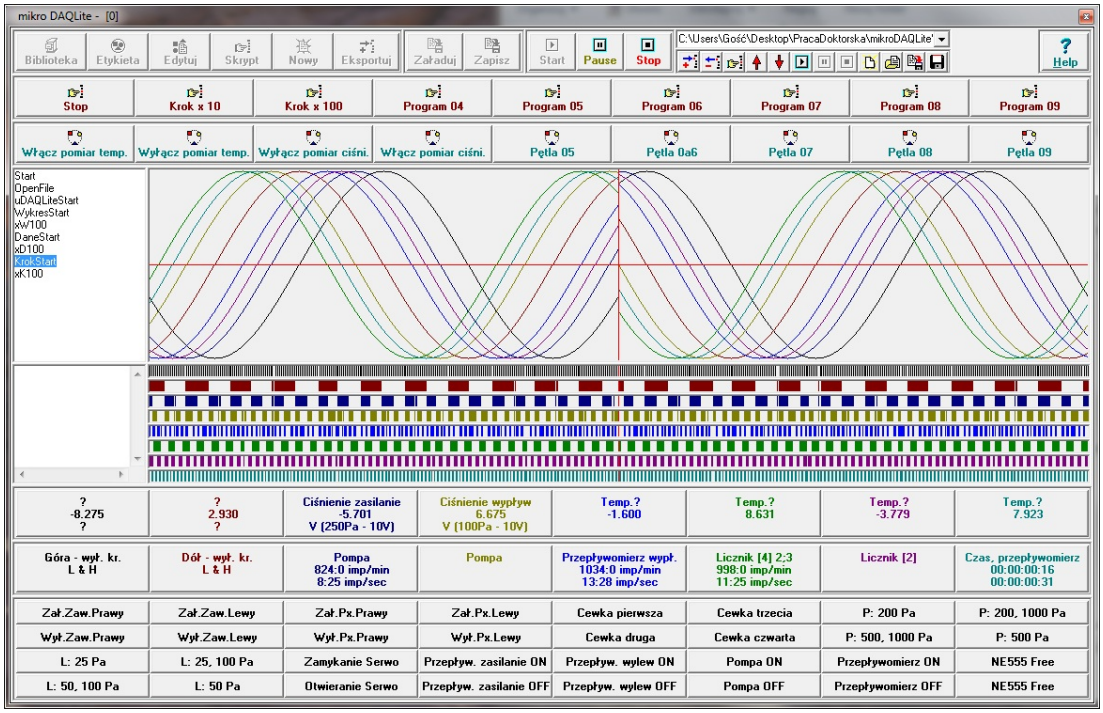


Rys. 66. Schemat działania modułu sterowania.

Urządzenie µDAQ-Lite (rys. 67) firmy Eagle Technology (http:// www.eagledaq.com) połączone poprzez port USB z komputerem, pełni w układzie sterowania dwie funkcje ‘wejścia’ (8 wejść analogowych o rozdzielczości 12 bit, 8 wejść cyfrowych) i ‘wyjścia’ (2 wyjścia analogowe o rozdzielczości 12 bit, 8 wyjść cyfrowych). Funkcja ‘wejścia’ rejestrowała zdarzenia pojawiające się w trakcie realizacji danego pomiaru oraz dane z urządzeń pomiarowych, które to informacje następnie bez jakiejkolwiek obróbki przesłane były do komputera. W komputerze autorski program MIKRODAQLITE analizował zebrane dane i na podstawie ich wysyłał odpowiednie rozkazy do modułu µDAQ-Lite, który dalej po przez funkcję ‘wyjścia’ przesyłał je do demultipleksera (rys. 67). Demultiplekser rozkodowywał rozkaz i realizował zadanie nim przesłane. Opisane powyżej funkcjonowanie modułu sterowania zostało schematycznie przedstawione na rys. 68.



Rys. 67. Zdjęcie przedstawia demultiplekser (lewa część zdjęcia) oraz urządzenie µDAQ-Lite.



Rys. 68. Zrzut ekranu programu MIKRODAQ-LITE.

Program MIKRODAQLITE autor niniejszej rozprawy napisał w języku programowania Delphi [Teixeira i Pacheco (1999), http:// www.eagledaq.com].

Przyjął koncepcję niepisania programu gotowego realizującego jedno określone zadanie tylko w postaci tzw. interpretera poleceń, czyli programu komputerowego, który analizuje kod źródłowy programu (skrypt), a przeanalizowane fragmenty wykonuje. Program w języku interpretowanym nie jest kompilowany, lecz jest przechowywany w postaci kodu źródłowego i dopiero podczas uruchomienia wczytywany, interpretowany i wykonywany przez interpreter języka (np. PHP – skryptowy język programowania zaprojektowany do generowania stron internetowych w czasie rzeczywistym).

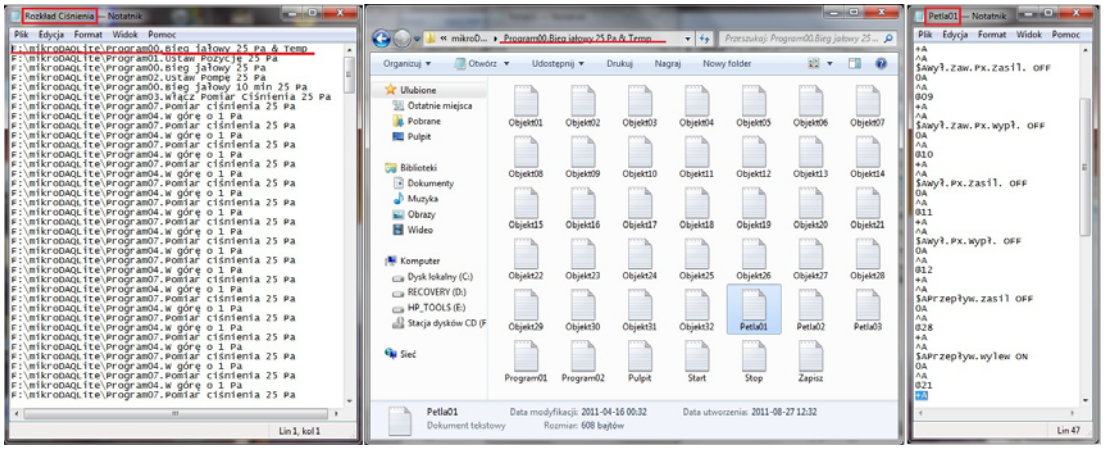
Program MIKRODAQLITE został podzielony na cztery obszary (rys. 68):

1. Układ bezpośredniego sterowania modułami stanowiska laboratoryjnego. Składał się z 32 niezależnych przycisków. Mimo, że urządzeniem µDAQ-Lite posiadało 8 wyjść cyfrowych umożliwiających zastosowanie aż 256 niezależnych przycisków, to z uwagi na zastosowane dwóch demultiplekserów w postaci układu scalonego UCY 74154 fizycznie zostało ograniczone do liczby 32. Do każdego przycisku przypisana była instrukcja umożliwiająca jego uaktywnienie lub zablokowanie.
2. Układ rejestracji informacji przesyłanych ze stanowiska pomiarowego. Składał się z 16 pól odpowiadających 8 wejść analogowych i 8 wejść cyfrowych. Z tych danych można było korzystać wewnątrz programu między innymi np. w przypadku instrukcji warunkowych.
3. Obszar graficzno–tekstowy umożliwiający przedstawienie w postaci graficznej informacji przesyłanych ze stanowiska pomiarowego oraz wyświetlenia fragmentu kodu źródłowego z informacją co aktualnie było wykonywane.
4. Obszar funkcyjny umożliwiający wykonywanie określonych zadań:
    a. Start, Pausa, Stop, itp.
    b. Osiem przycisków ‘Program’ realizujących dane zadanie wiersz po wierszu w jednym takcie wewnętrznego zegara programu.
    c. Osiem przycisków ‘Pętla” przy czym każdy wiersz był wykonywany w oddzielnym takcie zegara wewnętrznego programu. Po zrealizowaniu zadania z ostatniego wiersza w następnym takcie wykonywana była instrukcja z pierwszego wiersza. Pętla była wykonywana tak długo, aż nie wystąpiło odpowiednie zdarzenie wykryte przez instrukcję warunkową umożliwiającą przekazanie sterowania do innego programu lub pętli.

Program MIKRODAQLITE może pracować w trzech trybach:

1. Tryb etykieta – umożliwiał definiowanie etykiet przyporządkowanych do odpowiednich przycisków,

2. Tryb edytuj – umożliwiał stworzenie oraz edycję skryptu przypisanego do danego przycisku. Umożliwia ponadto zdefiniowanie jakie dane muszą być zapisywane na dysk.
3. Tryb skrypt – umożliwiał po wciśnięciu przycisku ‘Start’ uruchomienie interpretera poleceń.



Rys. 69. Przykład skryptu *Rozkład ciśnienia.Gpr* realizującego pomiar rozkładu ciśnienia w funkcji wydatku przepływu. Składa się on z wielu folderów realizujących określone zadanie. Natomiast każdy plik składa się z oddzielnego niezależnego skryptu np. *Pętla01.Txt*.

Taka modułowa konstrukcja programu sterującego praca urządzenia µDAQ-Lite, scharakteryzowana powyżej, umożliwiała łatwą adaptację do różnych zadań w trakcie wykonywania pomiarów. Wszystkie skrypty o rozszerzeniu **.Txt* przypisane do odpowiednich przycisków oraz ustawienia pracy programu MIKRODAQLITE były zapisywane w oddzielnych katalogach (folderach). Przez nazwę katalogu można było odwoływać sie do danego programu realizującego zaprogramowane zadanie np. ustawienie wysokości powierzchni swobodnej w kolumnie pomiarowej. Dodatkowo program MIKRODAQLITE umożliwiał zgrupowanie nazw katalogów w postaci oddzielnego skryptu z rozszerzeniem **.Gpr*. Uruchomienie takiego skryptu pozwalało na wykonanie bardziej złożonych zadań (rys. 69).

6.7 Pomiar temperatury płynów oraz wilgotności powietrza.

W stanowisku laboratoryjnym zastosowano dwa punkty pomiaru temperatury wody oraz jeden punkt pomiaru temperatury powietrza (w tym miejscu pomijam punkty pomiaru temperatury zastosowane przy pomiarze ciśnienia hydrostatycznego). Sondy mierzące temperaturę wody zostały umieszczone w dnie zarówno kolumny pomiarowej, jak również zbiornika wyrównawczego. Temperatura wody mierzona była natomiast przy pokrywie zbiornika wyrównawczego. Pełni on również rolę bufora kompensującego rozszerzalność powietrza pod wpływem zmiany temperatury. Na przyłączu przewodu powietrznego do zbiornika został

zainstalowany czujnik wilgotności powietrza. Dane z tych czujników były rejestrowane przez komputer.

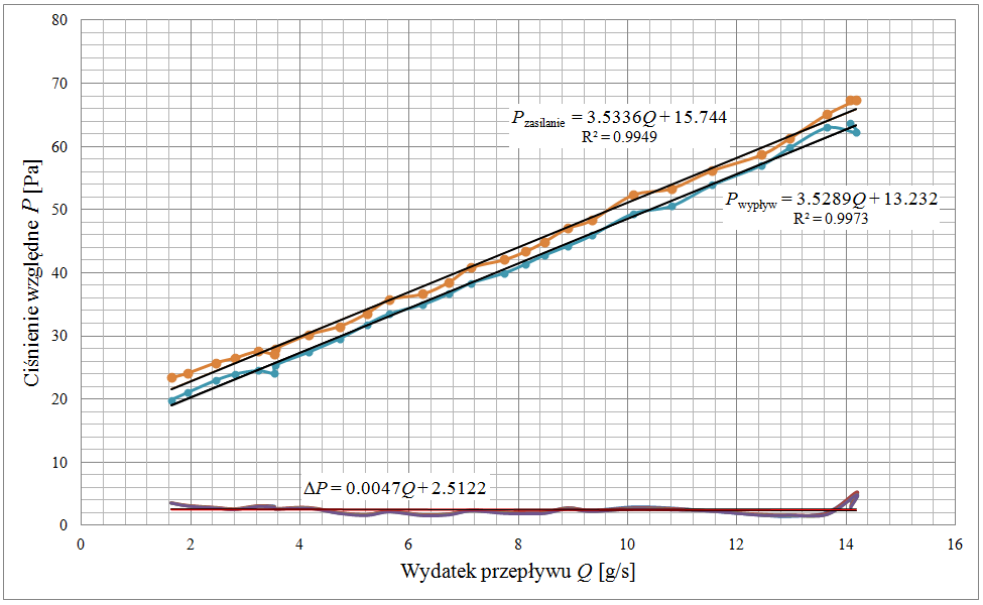
ROZDZIAŁ VII

Porównanie wyników eksperymentalnych z symulacją numeryczną przepływu płynu przez ośrodek porowaty zbudowany z jednorodnych kulek o najgęstszym upakowaniu.

7.1 Wstęp.

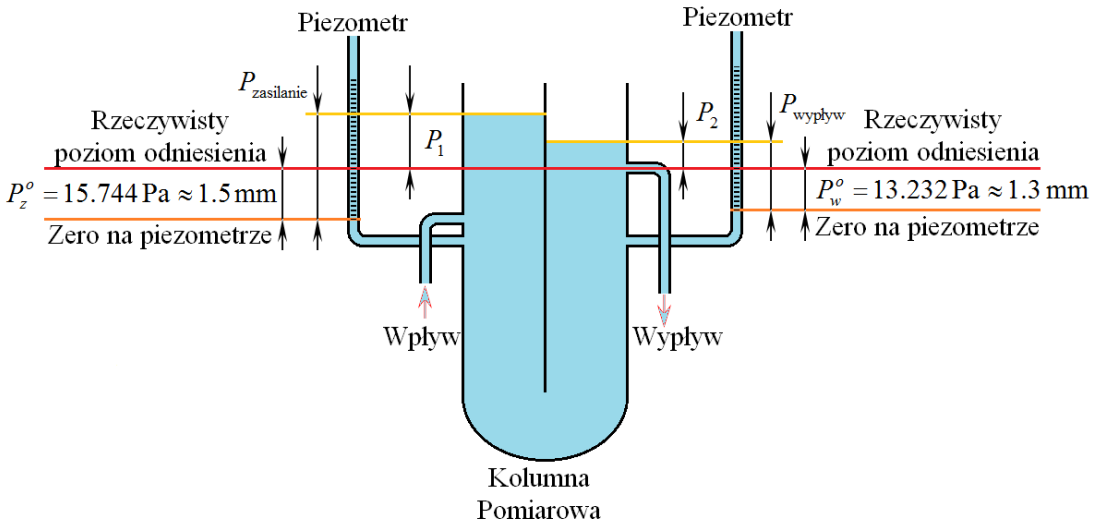
Przystępując do wyznaczenia zależności spadku ciśnienia od prędkości filtracji w przypadku przepływu płynu przez ośrodek porowaty zbudowany z jednakowych kulek, należało w pierwszej kolejności wykonać pomiary dla pustej kolumny, wykonując pomiar spadku ciśnienia w funkcji masowego wydatku przepływu. Nie można było w tym przypadku skorzystać z dobrze znanego wzoru Darcy-Weisbacha, gdyż pusta kolumnę trudno uznać za kapilarę, do której ten wzór się stosuje, a ponadto otrzymany z tego wzoru relacja ΔP od Q w sposób bardzo niedokładny uwzględniałaby efekty wejścia/wyjścia związane zwykle z oderwaniem strug i powstawaniem obszarów recyrkulacyjnych. Zależność ΔP od Q powinno się później uwzględnić przy opracowywaniu wyników uzyskanych dla przepływów z wypełnioną kolumną. Pomiar ten okazał się jednak najbardziej czasochłonnym przedsięwzięciem ze wszystkich przeprowadzonych wcześniej. Zanim można było przeprowadzić w pełni poprawny pomiar, wielokrotnie należało modyfikować stanowisko laboratoryjne. Przyczyną tego były straty ciśnienia jakie powstawały na elemencie służącym do pomiaru wydatku przepływu. Próbowano różnych metod. Jednak dopiero opracowanie własnego sposobu pomiaru wydatku przepływu (opisanego w rozdziale VI) pozwoliło skutecznie przeprowadzić pomiar.

Przyjęto ponadto założenie, że dla pustej kolumny wartości zadawanego masowego wydatku przepływu będą o dwa rzędy wielkości większe, niż dla przepływu przez kolumnę z badanym ośrodkiem porowatym. Uzasadnieniem tego była niepewność czy jest możliwy w ogóle do zmierzenia znikomy spadek ciśnienia w funkcji przepływu dla przyjętej geometrii kolumny pomiarowej. Jeżeli okazałoby się, że wartość spadku ciśnienia w przypadku badania przepływu przez pustą kolumnę jest znikomo mały, czyli poniżej błędu przyrządu pomiarowego, to dla przepływu przez kolumnę z badanym ośrodkiem porowatym jest tym bardziej do zaniedbania. Zwiększenie wartości masowego wydatku przepływu o dwa rzędy wielkości miało wiec za zadanie poprawić efektywność metody oszacowania tej wartości.



Rys. 70. Wykres przedstawiający zależność zmiany różnicy ciśnienia ΔP pomiędzy wartością ciśnienia względnego na zasilaniu oraz wypływie dla kolumny pomiarowej pustej (bez wypełnienia ośrodkiem porowatym zbudowanym z jednakowych kulek o najgęstszym upakowaniu) w funkcji masowego wydatku przepływu wody Q.

Okazało się (rys. 70) zgodnie z założeniem, że spadek ciśnienia w funkcji wydatku przepływu dla pustej kolumny przyjmuje bardzo małe wartości. Wyznaczenie tego związku w sposób dokładny jest niemożliwy z uwagi na rząd otrzymywanych wartości w trakcie analizowania danych pomiarowych. Możemy więc oszacować tylko tą zależność na zasadzie różnicy pomiędzy dwiema prostymi aproksymującymi zmierzone wartości ciśnień względnych na wejściu i wyjściu kolumny. Otrzymana w ten sposób zależność potwierdza, że jest to wielkość do pominięcia z uwagi na to, że sam błąd pomiaru wartości ciśnień względnych na wejściu i wyjściu z kolumny pomiarowej jest od niej większy.



Rys. 71. Schemat wyjaśniający dlaczego na (rys. 70) proste nie przechodzą przez punkt o współrzędnych {0, 0}.

Ideę pomiaru przedstawia rys.71. Dwa piezometry mierzące wartość ciśnienia względnego podłączone są do kolumny pomiarowej, przy czym jeden na zasilaniu a drugi na wypływie. W przypadku kiedy proste z (rys. 70) przechodziłyby przez punkt o współrzędnych {0, 0} obydwa piezometry musiałyby być dokładnie umieszczone tak aby wskazywały zero w momencie kiedy powierzchnia swobodna w kolumnie pomiarowej (w obu jej komorach: zasilanie, wypływ) pokrywałaby się dokładnie z „rzeczywistym poziomem odniesienia" zaznaczonym na (rys. 71) kolorem czerwonym. Poziom ten można zdefiniować jako maksymalną wysokość powierzchni swobodnej, przy której nie nastąpi jeszcze wypływ płynu z kolumny pomiarowej. W rzeczywistości jednak trudno określić ten poziom odniesienia na etapie budowy stanowiska laboratoryjnego. Dlatego łatwiej jest określić taki poziom odniesienia dopiero po wstępnie przeprowadzonych pomiarach na budowanym stanowisku laboratoryjnym. To pociąga za sobą konieczność takiego instalowania piezometrów aby ich zero zawsze znajdowało się poniżej „rzeczywistego poziomu odniesienia".

Nasuwa się pytanie czy ulokowanie zera obydwu piezometrów poniżej „rzeczywistego poziomu odniesienia" nie wpływa na dokładność wyznaczanej zależności pomiędzy stratą ciśnienia a masowym wydatkiem płynu przepływającego przez kolumnę pomiarową. Definiując mierzone piezometrem wartości ciśnień względnych na wejściu i wyjściu z kolumny pomiarowej w postaci,

$$\begin{aligned} P_{\text{zasilanie}}(Q) &= P_z^o + P_1(Q) \\ P_{\text{wypły}}(Q) &= P_w^o + P_2(Q) \end{aligned} \tag{52}$$

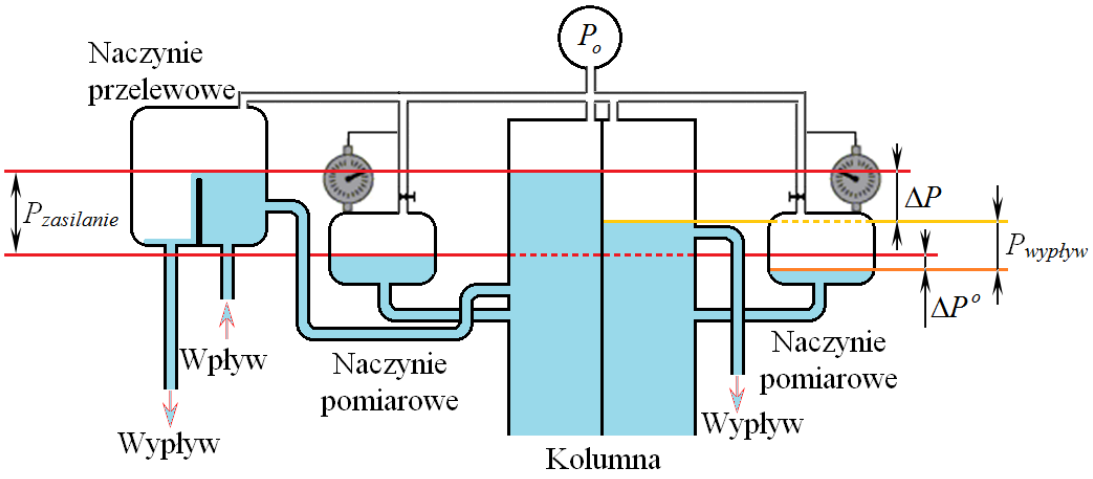
zgodnie z oznaczeniami przyjętymi na (rys. 71), wartość spadku ciśnienia przy przepływie płynu przez kolumnę pomiarową można zdefiniować jako:

$$\begin{gathered} \Delta P(Q) = P_{\textit{zasilanie}}(Q) - P_{\textit{wypły}}(Q) = P_1(Q) - P_2(Q) + P_z^o - P_w^o = P_{12}(Q) + \Delta P^o \\ P_{12}(Q) = P_1(Q) - P_2(Q) \\ \Delta P^o = P_z^o - P_w^o \end{gathered} \tag{53}$$

W otrzymanym związku parametr ΔP^o (u nas równy 2.5 Pa $\approx$ 0.25 mm) jest wyznaczalny na etapie wstępnych pomiarów przeprowadzonych na budowanym stanowisku laboratoryjnym i jego wartość z związku z tym nie ma wpływu na błąd pomiaru. Wielkość ta określa przesunięcie względem siebie „zera" pomiędzy obydwoma piezometrami i jest stałą niezależną od sposobu przeprowadzenia pomiaru. W ujęciu praktycznym w przypadku kiedy przeprowadzamy pomiary z wykorzystaniem piezometrów, gdzie błąd pomiaru wynosi 10 Pa wielkość tę pomija się. Należy również pamiętać, że wielkość ta nie wyraża sobą wartości spadku ciśnienia przy przepływie płynu przez kolumnę pomiarową a jest tylko parametrem technicznym umożliwiającym jego poprawne wyznaczenie. Dlatego do praktycznego

zastosowania zależność między spadkiem ciśnienia a masowym wydatkiem przepływu przedstawia zależność:

$$\Delta P = 0.0047 \cdot Q \tag{54}$$



Rys. 72. Schemat stanowiska pomiarowego do wyznaczania spadku ciśnienia w funkcji masowego wydatku przepływu dla pustej kolumny pomiarowej.

Jednak z uwagi na to, że mierzone wartości ciśnienia względnego w praktyce są mniejsze od 100 Pa $\approx$10 mm użycie klasycznych piezometrów było niemożliwe. Dlatego opracowano autorski sposób pomiaru wartości ciśnienia względnego (rozdz. V), zarówno na wejściu jak i wyjściu kolumny Metoda wyznaczania spadku ciśnienia w funkcji masowego wydatku przepływu dla pustej kolumny pomiarowej przedstawiona jest na rys. 72 i opiera się dokładnie na metodzie przedstawionej na rys.71, tylko z użyciem elektronicznych przetworników ciśnienia względnego. To pozwoliło na zautomatyzowanie procesu przeprowadzania pomiaru oraz dowolne definiowanie wartości parametrów: ΔP^o, P_z^o, P_w^o z dokładnością określoną wzorem (51). Należy jednak pamiętać, że wzór (51) jest czysto empiryczny a współczynniki B, …,F są wyznaczane z metody najmniejszych kwadratów, związku z tym obarczone są pewnym błędem, który można oszacować. Z przeprowadzonych analiz wynika, że wzór (51) można stosować z dokładnością większą niż 1 %.

Pierwszym ośrodkiem porowatym, dla którego zamierzano dokonać pomiaru zależności spadku ciśnienia w funkcji prędkości filtracji był ośrodek o regularnym przestrzennym rozmieszczeniu w nim kul (rys. 73). Niemniej jednak z uwagi na niestabilną strukturę takiego ośrodka porowatego nie udało się doprowadzić do wykonania pomiarów. Po miesiącu żmudnych poszukiwań metody umożliwiającej zbudowanie takiego ośrodka porowatego gdy osiągnięto zamierzony cel, w miarę upływu czasu pod wpływem zewnętrznych drgań struktura przestrzenna rozlokowania kul ulegała zniekształceniu. Można przypuszczać na podstawie wniosków, które zauważono w trakcie prób zbudowania takiego ośrodka

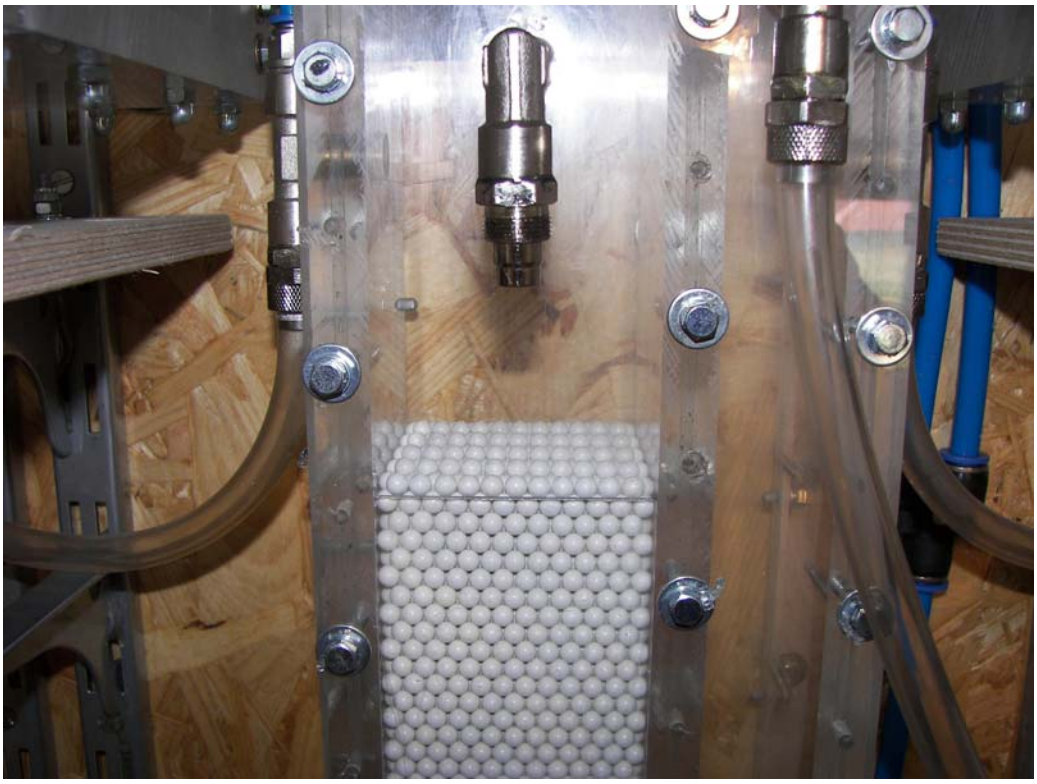
porowatego, że istnieje możliwość ustabilizowania takiej struktury. Niemniej jednak nie podjęto już dalszych prób zrealizowania zamierzonego pomiaru.



Rys. 73. Zdjęcie przedstawiające próbę utworzenia ośrodka porowatego zbudowanego z jednakowych kul w regularnym ułożeniu przestrzennym.

7.2 Pomiar doświadczalny zależności spadku ciśnienia w funkcji wydatku.

Ośrodek porowaty poddany badaniu eksperymentalnemu został zbudowany z jednakowych kulek o średnicy 6 mm dla najgęstszego upakowania przestrzennego. Pomiary wykonano na dwóch różnych modelach rozlokowania kulek w warstwach. Jeden dla ułożenia warstw kulek typu ABABAB… (rys. 74) a drugi dla ułożenia typu ABCABC… (rys. 75). Kulki układane były warstwami zawsze przy poziomym ułożeniu kolumny pomiarowej, która później po ułożenia wracała do położenia pionowego. Eksperymentalny ośrodek porowaty niezależnie od sposobu rozlokowania kulek w warstwie zawsze posiadał równą liczbę warstw wynoszącą 14, co dawało wymiar 69.7 mm. Na danej warstwie kulki układano w wiersze. Po ułożeniu danego wiersza układano kolejny wiersz. W wierszach na przemian znajdowało się 12 (maksymalna liczba kulek możliwa do ułożenia na długości równej szerokości kolumny) lub 11 kulek (kulki umieszczane były w wierszu pomiędzy dwoma kulami z wiersza poprzedniego). Liczba wierszy w danej warstwie

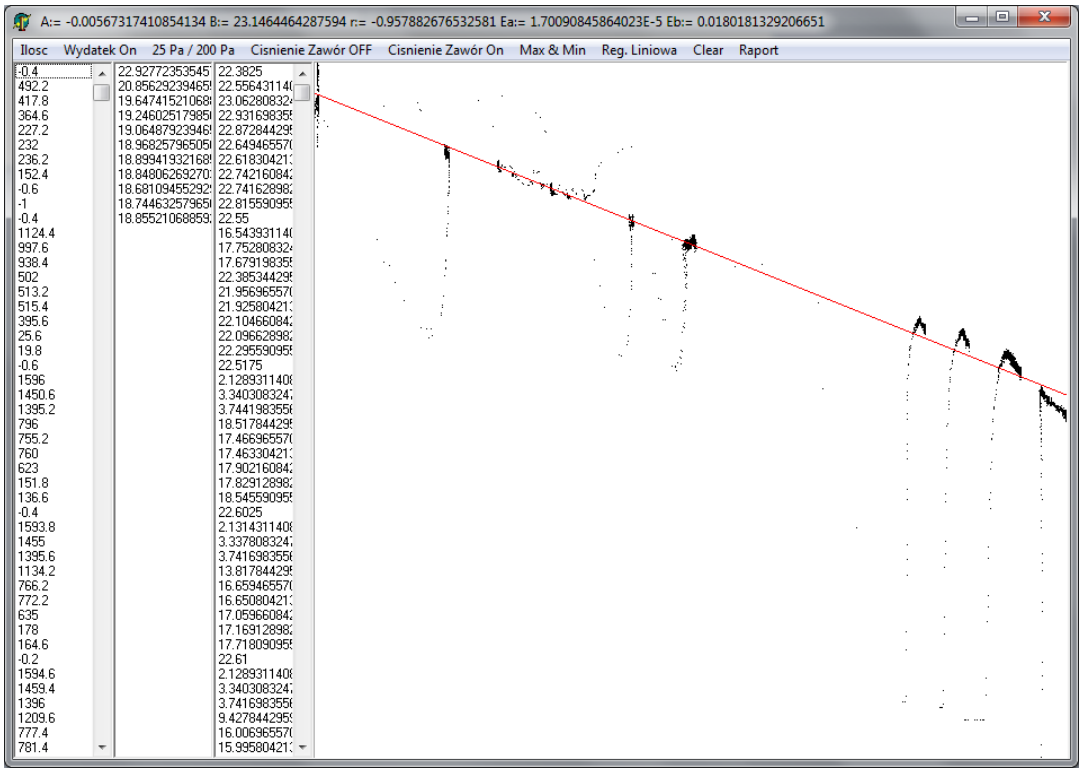


Rys. 74. Wypełnienie kolumny pomiarowej ośrodkiem porowatym zbudowanym z jednakowych kulek o najgęstszym upakowaniu przestrzennym typu ABABAB... .



Rys. 75. Sposób wypełniania kolumny pomiarowej ośrodkiem porowatym zbudowanym z jednakowych kul o najgęstszym upakowaniu przestrzennym typu ABCABC... .

była również stała, niezależna od typu ośrodka porowatego i wynosiła 178 wierszy po 12 kulek oraz 178 wierszy po 11 kulek. Tak więc podstawą ośrodka był prostokąt o wymiarach 72.0 mm x 69.7 mm. Ponieważ podstawa kolumny pomiarowej była kwadratem o boku 72.0 mm, musiano położyć na ostatniej warstwie kulek płytę z pleksi o grubości 2.2 mm, otrzymując ostatecznie wymiar tego boku podstawy równy 71.9 mm. W przypadku typu ABABAB… (rys. 74) problemu z ułożeniem kul nie było. Wiersze kul na poszczególnych warstwach z uwagi na typ rozlokowania kul w przestrzeni umożliwiały równe kończenie każdej warstwy. Natomiast dla typu ABCABC… (rys. 75) każdą kolejną warstwę należało zakończyć o jeden wiersz wcześniej. Po postawieniu kolumny należało dokończyć ułożenie ostatnich wierszy.



Rys. 76. Zrzut z ekranu aplikacji wyznaczającej współczynniki nachylenia prostej na podstawie danych pomiarowych Metoda I.

Metodologia pomiaru rozkładu ciśnienia w funkcji wydatku przepływu polegała na tym, że dokonywano go w seriach po 1000 pomiarów. Przed dokonaniem i po zakończeniu właściwego pomiaru wartości spadku ciśnienia dla zadanego wydatku przepływu, przeprowadzano pomiary kontrolne dla przepływu zamkniętego w celu ustalenia wartości odniesienia dla odczytywanych wartości ciśnień. W przypadku ośrodka porowatego typu ABABAB… dokonano pomiaru dla 18 różnych ustawień wydatku przepływu w dwóch grupach pomiarowych 12 i 6 z przerwą pomiędzy nimi wynosząca jeden dzień. Natomiast w przypadku ośrodka porowatego typu ABCABC… eksperyment przeprowadzono dla 10 różnych wartości ustawionego wydatku przepływu. Maksymalna wartość wydatku przepływu w tych dwóch przypadkach wynosiła około 800 g/h, co dawało maksymalny spadek

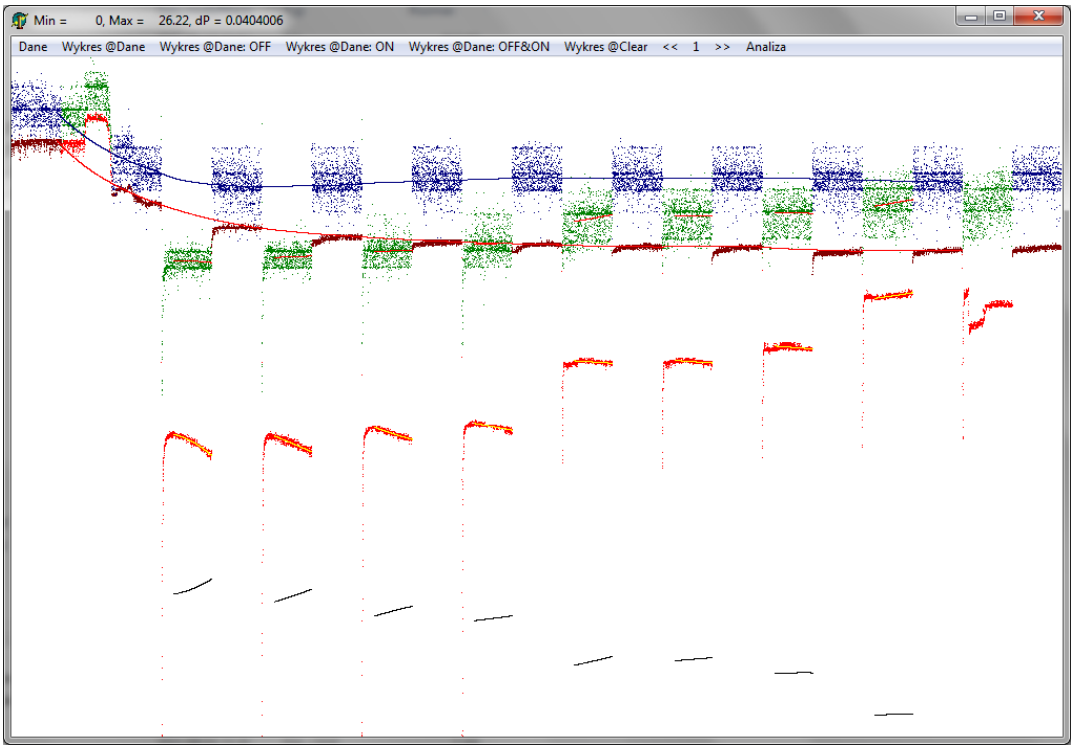
ciśnienia rzędu 6 Pa. Dodatkowo dla ośrodka porowatego typu ABABAB… wykonano serię 10 pomiarów dla wydatku przepływu powyżej 800 g/h, dochodząc do wartości około 20000 g/h. Przepływ realizowany był zawsze równolegle do warstw.

Opracowanie wyników pomiarowych w pierwszym podejściu (metoda I) dokonano przy założeniu liniowego charakteru zmian rozkładu spadku ciśnienia w funkcji wydatku przepływu (rys. 76). Wyznaczony w ten sposób współczynnik nachylenia prostej, uzyskany metodą aproksymacji wyników pomiarowych funkcją liniową, dla ułożeń warstw typu ABABAB… wyniósł 0.00847, a dla typu ABCABC… równa jest 0.00703. Zauważono więc, że spadek ciśnienia dla typu ABABAB jest większy niż dla ABCABC przy tym samym ustalonym wydatku przepływu. Stopniem wiarogodności poprawności otrzymanych wartości jest współczynnik korelacji, który wyniósł odpowiednio 0.98 dla ABABAB.. oraz 0.96 dla ABCABC. Przy tym nie brano pod uwagę danych pomiarowych, dla których wartość ciśnienia hydrostatycznego nie była jeszcze ustabilizowana, co zachodziło w momencie zmiany położenia powierzchni swobodnej w kolumnie pomiarowej.

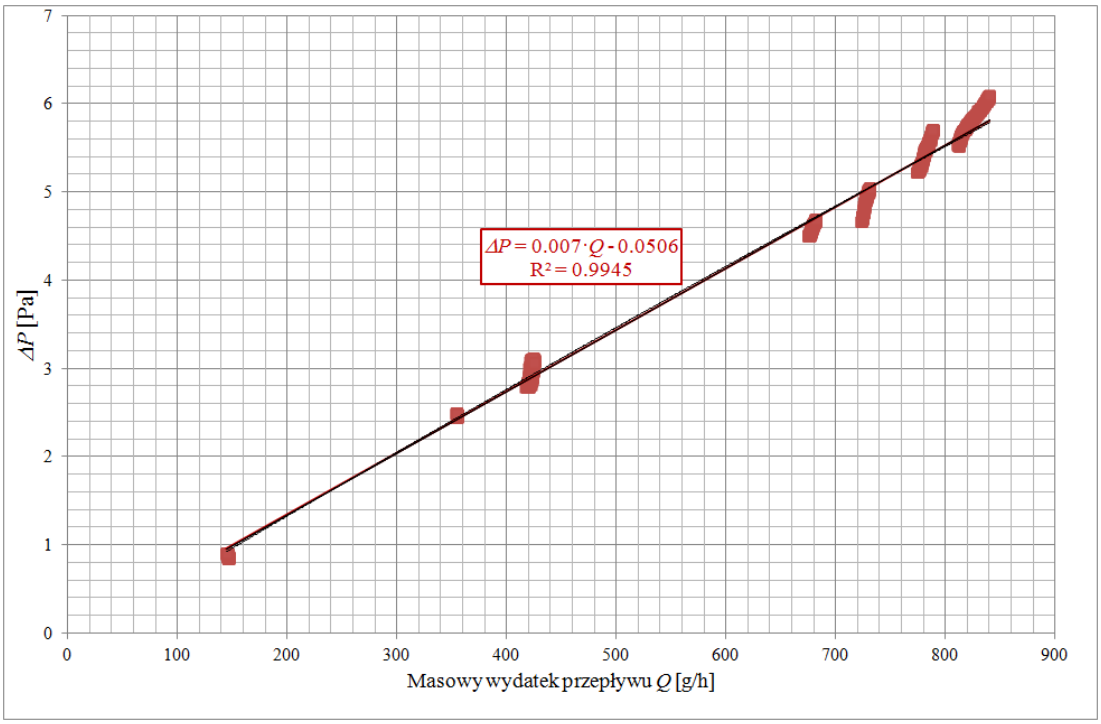
Uznano jednak, że przyjęta metoda I może być za mało dokładna. Założenie, że wszystkie zmiany zachodzą liniowo okazało się nieprawdziwe, gdy bliżej przyjrzano się posiadanym danym (rys. 77). Opracowaną więc metodę II. Po dłuższej analizie danych zastosowano w niej funkcję opisaną zależnością:

$$f(x) = A + Bx^C e^{Dx} \tag{55}$$

służącą do wygładzania zachodzących zmian oraz w obszarach „nieciągłości”. Pojęcie obszar „nieciągłości” należy w tym ujęciu rozumieć następująco. Mierząc wartość ciśnienia hydrostatycznego przy danej wartości wydatku przepływu należy ją odnieść do wartości ciśnienia, które by występowało gdyby nie było przepływu. Tej wartości jednak nie jesteśmy w stanie zmierzyć, a zatem nazwano to obszarem nieciągłości. Mamy natomiast tę wartość (dla zamkniętego przepływu), którą rejestrujemy przed i po każdym pomiarze wartości ciśnienia przy ustalonym wydatku przepływu. W obszarze nieciągłości musimy ją aproksymować na podstawie posiadanych danych. Wyznaczoną wartość różnicy ciśnień ΔP (rys. 77, kolor czarny, krótkie odcinki) obliczono analizując cztery wartości: ciśnienie na wejściu przy braku przepływu P_{wej} (niebieski), ciśnienie na wejściu w czasie trwania przepływu $P_{\text{wej,Q}}$ (zielony), ciśnienie na wyjściu przy braku przepływu P_{wyj} (bordowy) oraz ciśnienie na wyjściu w czasie trwania przepływu $P_{\text{wyj,Q}}$ (zielony). Wszystkie te wartości aproksymowano funkcją (55). W przypadku wartości P_{wej} i P_{wyj} w obszarze, w którym należało wyznaczyć ΔP (a nie posiadano ich wartości z uwagi, że były rejestrowane w tym czasie wartości $P_{\text{wej,Q}}$ i $P_{\text{wyj,Q}}$; obszar nieciągłości), aproksymowano je biorąc dane z dwóch obszarów w przód i dwóch w tył.

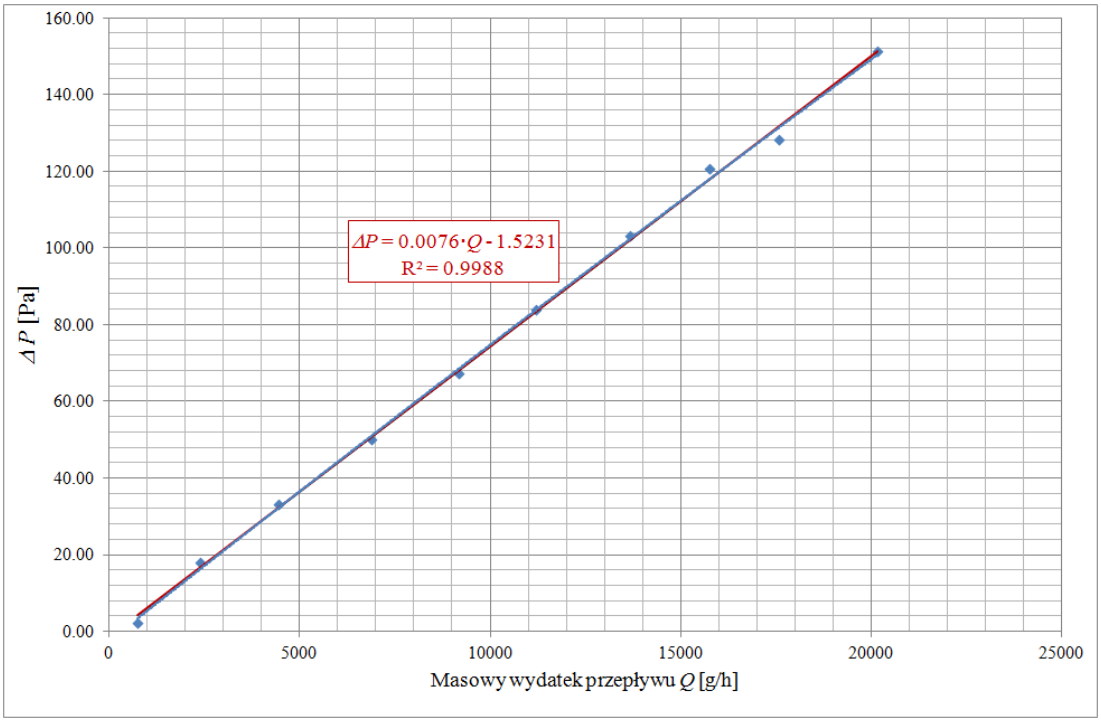


Rys. 77. Zrzut z ekranu aplikacji analizujące dane pomiarowe metodą II.



Rys. 78. Wykres zależności wartości różnicy ciśnienia ΔP w funkcji masowego wydatku przepływu Q dla ułożeń warstw typu ABCABC….

Otrzymana wartość współczynnika nachylenia prostej, uzyskana metodą aproksymacji wyników pomiarowych metodą II, dla ułożeń warstw typu ABABAB… wyniosła 0.0076, a dla typu ABCABC… (rys. 78) równa jest 0.007.



Rys. 79. Wykres zależności wartości różnicy ciśnienia ΔP w funkcji masowego wydatku przepływu Q dla ułożeń warstw typu ABABAB….

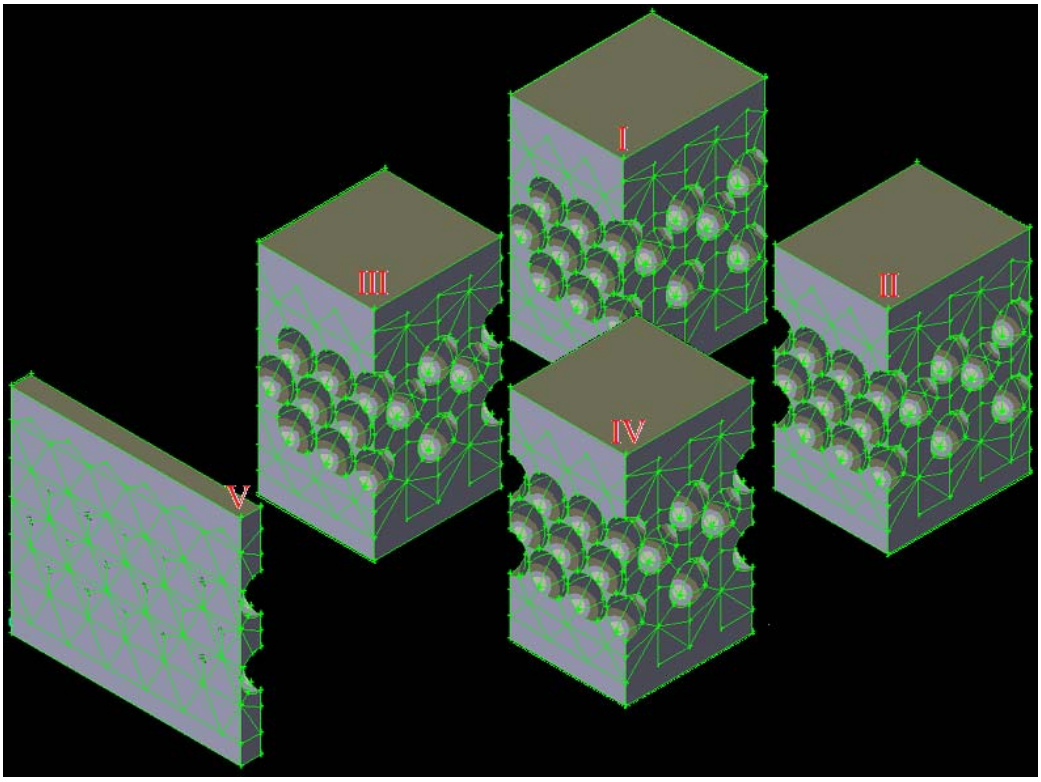
Zauważono więc, że również i w tej metodzie spadek ciśnienia dla typu ABABAB… jest większy niż dla ABCABC… przy tym samym ustalonym wydatku przepływu. Współczynnik korelacji wyniósł odpowiednio 0.98 dla ABABAB... oraz 0.99 dla ABCABC….

Podobną wartość współczynnika nachylenia prostej otrzymano dla ułożeń warstw typu ABABAB… (rys. 79) równą 0.0076 przy współczynniku korelacji wynoszącym 0.9988 uzyskano dla większych wydatków dochodzących do 20000 g/h. Tym razem do opracowania danych posłużono się arkuszem Excel. Zmierzone wartości ciśnień dla tego przypadku były większe i obarczone mniejszą fluktuacją mierzonych wartości. Dlatego nie trzeba było zastosować bardziej złożonej analizy.

7.3 Wyznaczenie zależności spadku ciśnienia w funkcji wydatku przepływu z danych otrzymanych z symulacji numerycznej przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty zbudowany z jednakowych kul o najgęstszym upakowaniu.

Symulacja przepływu płynu przez ośrodek porowaty zbudowany z jednakowych kulek o najgęstszym upakowaniu, w celu porównania z danymi eksperymentalnymi, okazała się bardzo złożonym przedsięwzięciem. Projektując stanowisko laboratoryjne, brano pod uwagę głównie możliwość zmierzenia danej wielkości fizycznej, a nie analizowano wtedy zbyt wnikliwie możliwości

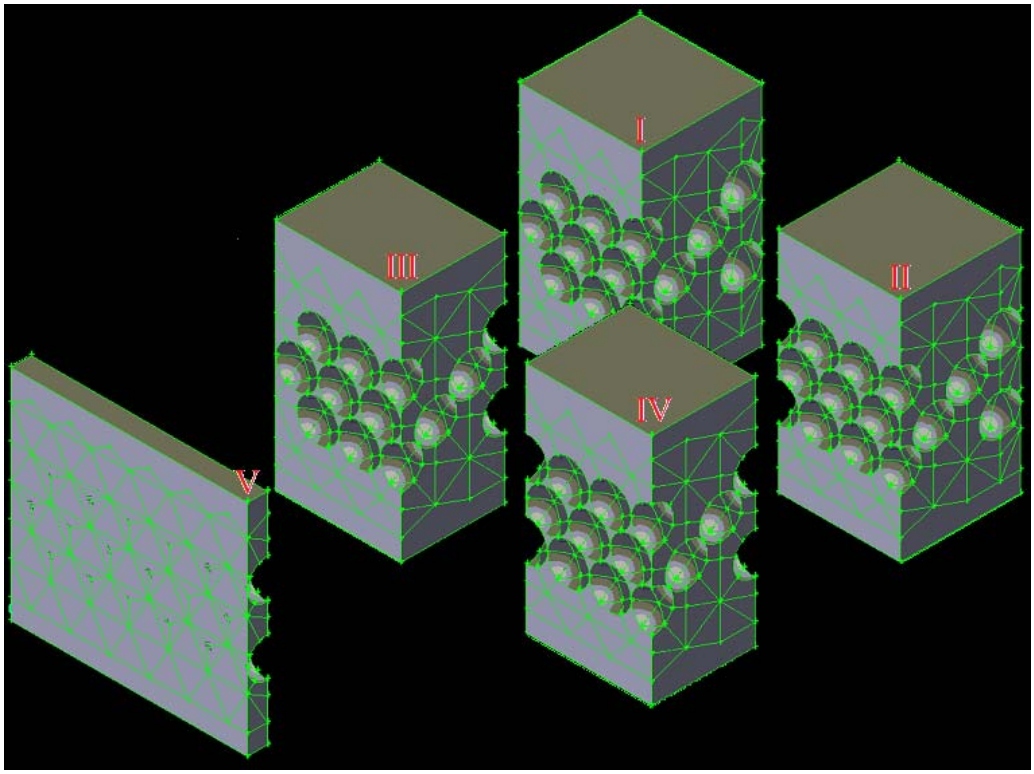
późniejszego zaadoptowania rezultatów do celów obliczeń numerycznych. Tak naprawdę, nie do końca jeszcze wtedy był jasno sprecyzowany obszar badawczy, który później można byłoby poddać symulacji numerycznej. Brak było opracowań naukowych na ten temat, aby można było jednoznacznie określić co będzie realne do wykonania.



Rys. 80. Ilustracja przedstawia pięć elementów wyodrębnionych do przeprowadzenia symulacji numerycznej dla ułożenia warstw ABABAB… .

W momencie, gdy już wiadomo było, jaki obszar poddany badaniu eksperymentalnemu będzie można porównać z wynikami przeprowadzonej symulacji numerycznej, przystąpiono do tworzenia wirtualnego obszaru badawczego. Szybko okazało się, że biorąc identyczną geometrię podstawy ośrodka porowatego zbudowanego z jednakowych kul, będzie możliwe przeprowadzenie symulacji numerycznej tylko dla trzech warstw ułożenia kulek. Ponadto możliwa byłaby tylko symulacja przy założeniu, że dzielimy najkrótszy odcinek na połowę i ten parametr długości będzie podstawą tworzenia sieci numerycznej. Ograniczeniem była dostępna pamięć operacyjna (24 GB). Zastanawiano się, czy aby nie przenieść obliczenia na maszyny o większej pamięci operacyjnej. Nie zdecydowano się na to ponieważ uznano, że ważniejsze jest na tym etapie badania, w miarę szybkie uzyskanie danych z symulacji nad ich dokładnością. Okazało się później, że podjęto właściwą decyzję, ponieważ możliwe byłoby tylko zwiększenie gęstości sieci numerycznej, dzieląc najkrótszy odcinek tylko na cztery. Dla gęściejszych sieci warunek ciągłości przepływu w obliczeniach numerycznych powodował konieczność

przerwania obliczeń numerycznych bez osiągnięcia właściwych parametrów kryterium zbieżności (przyjętej w aplikacji FLUENT).



Rys. 81. Ilustracja przedstawia pięć elementów wyodrębnionych do przeprowadzenia symulacji numerycznej dla ułożenia warstw ABCABC… .

Uznano konieczność podzielenia eksperymentalnego ośrodka porowatego na mniejsze części wirtualne i przeprowadzenia symulacji numeryczną dla każdego z nich oddzielnie. Do symulacji wybrano po pięć fragmentów charakterystycznych dla typu ABABAB… i typu ABCABC… Cztery z nich to (rys. 80, 81): róg (I), dwie część brzegowe po każdej ze stron rogu (II, III) oraz środek (IV) danego wirtualnego ośrodka porowatego. Ostatnią piątą częścią (V) był przeciwległy brzeg do ściany dla której liczono róg. Zauważono, że niezależnie od typu ABABAB… oraz ABCABC ostatnie 2 warstwy z 14 muszą być zawsze typu AB. Przyjęto więc wycinać róg (I) zawsze od ściany typu A, aby część (V) była zawsze wycięta ze ściany typu B (nazwa pochodzi od typu rozlokowania kulek na danej warstwie brzegowej). Części I, II, III i IV były zawsze różne dla każdego z typu symulowanego ośrodka porowatego i różnica ta dotyczyła również ilości kul, które były brane pod uwagę dla każdej z nich. Podział był tak dokonany aby te części (I – IV) po złączeniu ze sobą stanowiły wspólną część większej całości (rys. 80, 81).

Symulację numeryczną przeprowadzono przy zdefiniowanych ciśnieniowych warunkach brzegowych zarówno na wejściu jak i wyjściu z uwagi na to, że tylko ten parametr był wspólny dla wszystkich pięciu elementów. Jako parametr wyjściowy

Tab. 9. Dane uzyskane z symulacji numerycznej przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty dla ułożenia warstw ABABAB… .

			Ułożenie warstw ABABAB…				
			Liczba komórek sieci	Podział najkrótszego odcinka	Wartość prędkości filtracji otrzymanej z symulacji		
					m/s	m/s	m/s
Element I	Powierzchnia [m^2]	0.000318545	351471	50.00%	8.3841E-05	5.6161E-05	2.8216E-05
			1141827	33.33%	7.3455E-05	4.9157E-05	2.4672E-05
			2615853	25.00%	7.0322E-05	4.7027E-05	2.3585E-05
			3617054	22.22%	6.8891E-05	4.6062E-05	2.3096E-05
			Wartość prędkości filtracji		6.7489E-05	4.5117E-05	2.2618E-05
			Wydatek przepływu Q_I [g/h]		9.8818E+01	6.6061E+01	3.3118E+01
Element II	Powierzchnia [m^2]	0.000318545	339357	50.00%	3.8000E-05	2.5400E-05	1.2700E-05
			2505274	25.00%	2.9700E-05	1.9800E-05	9.9200E-06
			4614142	20.00%	2.8200E-05	1.8800E-05	9.4200E-06
			7868006	16.16%	2.7400E-05	1.8300E-05	9.1600E-06
			Wartość prędkości filtracji		2.6623E-05	1.7813E-05	8.9072E-06
			Wydatek przepływu Q_{II} [g/h]		3.8981E+01	2.6083E+01	1.3042E+01
Element III	Powierzchnia [m^2]	0.000264545	163013	50.00%	8.4521E-05	5.6672E-05	2.8501E-05
			1141324	25.00%	6.6677E-05	4.4623E-05	2.2397E-05
			3105105	16.16%	6.2885E-05	4.2417E-05	2.7195E-05
			8116092	12.50%	6.0895E-05	4.0703E-05	2.0401E-05
			14905046	10.00%	6.0120E-05	4.0195E-05	2.0147E-05
			Wartość prędkości filtracji		5.9355E-05	3.9693E-05	1.9896E-05
			Wydatek przepływu Q_{III} [g/h]		7.5369E+01	5.0403E+01	2.5264E+01
Element IV	Powierzchnia [m^2]	0.000264545	156661	50.00%	3.4476E-05	2.3023E-05	1.1531E-05
			1097964	25.00%	2.3808E-05	1.5886E-05	7.9504E-06
			2976670	16.16%	2.1542E-05	1.4372E-05	7.1916E-06
			7782969	12.50%	2.0320E-05	1.3557E-05	6.7832E-06
			Wartość prędkości filtracji		1.9168E-05	1.2788E-05	6.3981E-06
			Wydatek przepływu Q_{IV} [g/h]		2.4340E+01	1.6238E+01	8.1244E+00
Element V	Powierzchnia [m^2]	0.000108	99105	50.00%	9.2690E-05	6.1977E-05	3.1082E-05
			705307	25.00%	8.4158E-05	5.6212E-05	2.8160E-05
			2237627	16.16%	8.1954E-05	5.4707E-05	2.7389E-05
			5300941	12.50%	8.1692E-05	5.4518E-05	2.7287E-05
			10119926	10.00%	8.1200E-05	5.4200E-05	2.7100E-05
			Wartość prędkości filtracji		7.5356E-05	5.0373E-05	2.5250E-05
			Wydatek przepływu Q_V [g/h]		8.6416E+01	5.7766E+01	2.8956E+01
			Wartość ΔP_i [Pa]		0.05114	0.03409	0.01705
			Wydatek przepływu Q [g/h]		832.74523	556.64233	278.84281
			Aproksymacja funkcją liniową		$\Delta P = 356 \cdot \Delta P_i = 0.0073 \cdot Q - 0.0159$		

Tab. 10. Dane uzyskane z symulacji numerycznej przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty dla ułożenia warstw ABCABC… .

			Ułożenie warstw ABCABC…				
			Liczba komórek sieci	Podział najkrótszego odcinka	Wartość prędkości filtracji otrzymanej z symulacji		
					m/s	m/s	m/s
Element I	Powierzchnia [m^2]	0.000318545	277596	50.00%	9.0618E-05	6.0713E-05	3.0508E-05
			908163	33.33%	8.0672E-05	5.3986E-05	2.7094E-05
			2062103	25.00%	7.7823E-05	5.2048E-05	2.6104E-05
			2642271	22.22%	7.6580E-05	5.1204E-05	2.5673E-05
			Wartość prędkości filtracji		7.5356E-05	5.0373E-05	2.5250E-05
			Wydatek przepływu Q_I [g/h]		8.6416E+01	5.7766E+01	2.8956E+01
Element II	Powierzchnia [m^2]	0.000318545	268682	50.00%	4.3088E-05	2.8778E-05	1.4416E-05
			1984558	25.00%	3.4062E-05	2.2736E-05	1.1382E-05
			3444065	20.00%	3.2459E-05	2.1662E-05	1.0842E-05
			6325859	16.16%	3.1575E-05	2.1072E-05	1.0546E-05
			Wartość prędkości filtracji		3.0715E-05	2.0498E-05	1.0259E-05
			Wydatek przepływu Q_{II} [g/h]		3.5223E+01	2.3507E+01	1.1764E+01
Element III	Powierzchnia [m^2]	0.000264545	123460	50.00%	8.5227E-05	5.7122E-05	2.8716E-05
			853460	25.00%	6.8647E-05	4.5919E-05	2.3036E-05
			2562222	16.16%	6.4859E-05	4.3354E-05	2.1731E-05
			6108464	12.50%	6.3347E-05	4.2334E-05	2.1213E-05
			11351046	10.00%	6.2700E-05	4.1900E-05	2.1000E-05
			Wartość prędkości filtracji		6.2059E-05	4.1471E-05	2.0790E-05
			Wydatek przepływu Q_{III} [g/h]		5.9103E+01	3.9495E+01	1.9799E+01
Element IV	Powierzchnia [m^2]	0.000264545	119101	50.00%	3.8585E-05	2.5771E-05	1.2910E-05
			823786	25.00%	2.6890E-05	1.7944E-05	8.9810E-06
			2481753	16.16%	2.4310E-05	1.6219E-05	8.1161E-06
			5889740	12.50%	2.2977E-05	1.5330E-05	7.6707E-06
			10936513	10.00%	2.2500E-05	1.5000E-05	7.5100E-06
			Wartość prędkości filtracji		2.2033E-05	1.4677E-05	7.3526E-06
			Wydatek przepływu Q_{IV} [g/h]		2.0983E+01	1.3978E+01	7.0024E+00
Element V	Powierzchnia [m^2]	0.000108	99105	50.00%	9.2690E-05	6.1977E-05	3.1082E-05
			705307	25.00%	8.4158E-05	5.6212E-05	2.8160E-05
			2237627	16.16%	8.1954E-05	5.4707E-05	2.7389E-05
			5300941	12.50%	8.1692E-05	5.4518E-05	2.7287E-05
			10119926	10.00%	8.1200E-05	5.4200E-05	2.7100E-05
			Wartość prędkości filtracji		8.0711E-05	5.3884E-05	2.6914E-05
			Wydatek przepływu Q_V [g/h]		3.1380E+01	2.0950E+01	1.0464E+01
			Wartość ΔP_i [Pa]		0.05114	0.03409	0.01705
			Wydatek przepływu Q [g/h]		897.21095	599.28807	300.24029
			Aproksymacja funkcją liniową		$\Delta P = 356 \cdot \Delta P_i = 0.0068 \cdot Q - 0.0132$		

wyznaczana była prędkość filtracji, co łatwo byłoby później przeliczyć na wydatek przepływu, znając odpowiednie powierzchnie i porównać z danymi eksperymentalnymi. Symulację przeprowadzono tylko dla trzech wartości różnicy ciśnienia $\Delta P_i =$ {0.05114 Pa, 0.03409 Pa, 0.01705 Pa}. Wartości te były tak dobrane aby odpowiadały wartościom eksperymentalnym $\Delta P =$ {6 Pa , 4 Pa i 2 Pa }.

Symulację przeprowadzono dla różnych gęstości sieci. Zauważono, że maksymalna gęstość sieci, umożliwiająca prawidłowe przeprowadzenie symulacji numerycznej jest różna dla każdego z elementów. Dla elementu I maksymalny podział najkrótszego odcinka wynosił 4.5, dla elementu II była to wartość 6, a dla pozostałych wartości granicznej nie wyznaczono przyjmując ją jako 10. Dla gęściejszych sieci nie przeprowadzano symulacji numerycznej z uwagi na ograniczenie wielkości pamięci operacyjnej.

Po zakończeniu symulacji należało według odpowiedniego algorytmu zsumować otrzymane wartości masowego wydatku przepływu. W przypadku ułożenia warstw ABABAB… zależność miała postać:

$$Q_{ABABAB} = 4.1365(Q_I + Q_{II} + Q_{III} + Q_{IV}) + 2Q_V \tag{56}$$

a dla ABCABC przyjmowała zależność:

$$Q_{ABCABC} = 3.2418(Q_I + Q_{II} + Q_{III} + Q_{IV}) + 2Q_V \tag{57}$$

Po opracowaniu uzyskanych wartości z symulacji numerycznej (tab. 9 i tab. 10) okazało się, że dla ułożenia ABABAB… współczynnik nachylenia prostej wyniósł 0.0073, a dla ABCABC… 0.0068. Współczynnik korelacji w obu przypadkach równał się 1. Zauważono zgodnie z przeprowadzonym eksperymentem, że dla ułożenia ABABAB…. spadek ciśnienia jest większy niż dla ABCABC… .

7.4 Podsumowanie.

Wyznaczając zależność rozkładu spadku ciśnienia ΔP w funkcji masowego wydatku przepływu Q z uwagi na to, że właśnie ta wartość była mierzona w eksperymencie można ją przedstawić w ogólnej postaci:

$$\Delta P = \alpha \cdot Q + \Delta P^o \tag{58}$$

Wzór (58) traktować należy jedynie jako formalną relację matematyczną służącą do realizacji procedury aproksymacji danych doświadczalnych, a nie jako rzeczywisty związek między spadkiem ciśnienia ΔP a masowym natężeniem przepływu Q. W przypadku, gdyby wyniki danych doświadczalnych były idealnie zgodne procesem

przepływu zachodzącym ściśle według prawa Darcy'ego, aproksymacja danych doświadczalnych powinna dać $\Delta P^o = 0$. W rzeczywistości jednak na skutek niedokładności pomiarowych oraz przyjętej metodologii przeprowadzania pomiarów, dane doświadczalne sugerować mogą istnienie pozornej odchyłki od formuły Darcy'ego, co przejawiać się może w postaci niezerowej wartości ΔP^o otrzymanej bezpośrednio z procedury aproksymacyjnej. Taka niezerowa wartość ΔP^o, zarówno dodatnia jak i ujemna o ile nie jest zbyt duża co do bezwzględnej wartości niedokładności pomiarowych może być pominięta w dalszych rozważaniach.

W takiej sytuacji w miejsce relacji (58) można przyjąć:

$$Q = \frac{1}{\alpha} \cdot \Delta P \tag{59}$$

Porównując powyższe równanie (59) z prawem Darcy'ego zaisanym w postaci (14) można określić związek pomiędzy współczynnikiem przepuszczalności k a współczynnikiem α. Związek ten przyjmuje następująca postać:

$$k = \frac{1}{\alpha} \frac{1}{\rho} \frac{L}{F} \tag{60}$$

Znając parametry geometryczne zadanego ośrodka porowatego (L – wysokość, F – powierzchnia przekroju) oraz własności fizyczne płynu (ρ – gęstość) można określić wartość współczynnika przepuszczalności k.

Porównując otrzymane zależności rozkładu spadku ciśnienia w funkcji prędkości filtracji (masowego wydatku przepływu) pomiędzy danymi uzyskanymi z eksperymentu i symulacji numerycznej, zauważono, że są bardzo zbliżone. Różnica pomiędzy nimi jest niewielka i dla ułożenia ABABAB… wynosi ona 3.95 %, a dla ułożenia ABCABC… tylko 2.86 %.

Podobieństwo można również zauważyć w różnicy spadku ciśnienia pomiędzy dwoma typami ułożenia kulek w ośrodku porowatym. Porównując dane eksperymentalne z wartościami uzyskanymi z symulacji numerycznej różnica między nimi wynosi dla ułożenia ABABAB… 7.9 % i dla ułożenia ABCABC … 6.85 %. Można zatem wysunąć wniosek, że rozkład spadku ciśnienia w funkcji prędkości filtracji dla ośrodków porowatych zbudowanych z jednakowych kulek o najgęstszym upakowaniu zależny jest od rozmieszczenia ich na poszczególnych warstwach.

ROZDZIAŁ VIII

Przestrzeń porowa jako sieć przestrzenna utworzona z komórek elementarnych

8.1 Wstęp.

W rozdziale IV niniejszej rozprawy doktorskiej wprowadzono pojęcie ‘komórki elementarnej’, przy czym tego pojęcia nie należy utożsamiać z tzw. komórką elementarną występującą w metodzie elementarnych objętości kontrolnych [Kazimierski (2004)]. Mimo podobieństwa zarówno nazwy jak i pewnych własności fizycznych (np. w obrębie komórki musi być spełniona zasada zachowania masy) podstawową różnicą jest fakt, że każdą "komórkę elementarną" ośrodka porowatego dzielimy na n komórek elementarnych objętości kontrolnych, w momencie tworzenia sieci numerycznej wewnątrz niej. Liczba n jest zazwyczaj bardzo duża rzędu 10^3 - 10^6.

Konieczność wprowadzenia pojęcia komórki elementarnej wymusiła geometria porów ośrodka porowatego zbudowanego z jednakowych kul o najgęstszym upakowaniu. Kształt tych porów uniemożliwiał wygenerowanie w nich sieci numerycznej potrzebnej do przeprowadzenia symulacji komputerowej (rozdział IV). Dzieląc pory na mniejsze bryły, ale takie których geometria pozwala wygenerować w nich sieć numeryczną, rozwiązało zaistniały problem. Rozróżniono trzy typy tych komórek, z których można utworzyć dowolny wirtualny ośrodek porowaty zbudowany z jednakowych kul o najgęstszym upakowaniu.

Dotychczas wprowadzenie pojęcia komórki elementarnej wiązało się z potrzebą wygenerowania sieci numerycznej wewnątrz wirtualnego ośrodka porowatego. Jednak wprowadzenie tego pojęcia miało głębszy sens. Znając zależności pomiędzy ciśnieniem a prędkością adwekcji na każdej z czterech płaszczyzn elementarnych, które tworzą komórkę elementarną można byłoby w prostszy sposób symulować przepływ przez ośrodek porowaty zbudowany właśnie z sieci tych komórek. Przyspieszyłoby to symulację przepływu płynu przez zadany ośrodek porowaty o wartość w przybliżeniu równą czasowi potrzebnemu na wyznaczenie rozkładu ciśnienia oraz prędkości adwekcji na każdej z czterech płaszczyzn elementarnych.

Jest sprawą oczywistą, że przez każdą powierzchnię elementarną S przenika pewien strumień płynu z prędkością lokalną $v(s)$, którego natężenie można wyrazić następującą zależnością

$$q = \int_S v(s)ds \tag{61}$$

Mnożąc powyższą wielkość q wyrażającą objętościowy wydatek przepływu przez gęstość płynu ϱ otrzymamy masowy wydatek przepływu Q

$$Q = \rho \cdot q = \rho \int_S v(s)ds \tag{62}$$

i właśnie ją przyjęto jako podstawową wartość wyrażającą natężenia przepływu w dalszej analizie.

Przepływ ten nie może istnieć bez gradientu ciśnienia, dlatego każdej lokalnej prędkości $v(s)$ musi być przyporządkowane pewne lokalne ciśnienie $p(s)$. Jeżeli weźmiemy przeciętną wartość ciśnienia po całej rozważanej powierzchni,

$$P = \frac{1}{S}\int_S p(s)ds \tag{63}$$

to okazuje się, że każdej powierzchni elementarnej można przypisać dwa parametry Q i P.

Inną bardzo istotną cechą jest przynależność każdej z powierzchni elementarnej, przez która przepływa płyn, do dwóch sąsiadujących ze sobą, różnych komórek elementarnych. Wynika to z tego, że cała przestrzeń porowa rozważanego ośrodka porowatego musimy wypełnić komórkami elementarnymi. Zatem każda powierzchnia elementarna jest częścią wspólną dwóch niezależnych komórek elementarnych. Zajmując się jedną niezależną komórką elementarną, w rzeczywistości definiujemy Q i P na czterech jej ścianach, z których każda należy zarazem do innej komórki elementarnej.

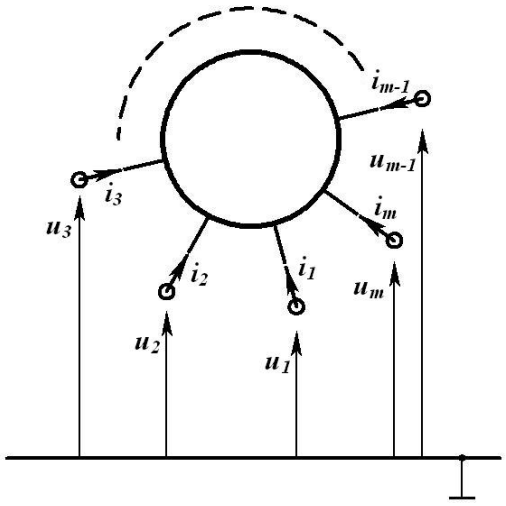
8.2 Metoda analogii elektrohydrodynamicznej w ujęciu pojęcia wielobiegunnika

Wiadomo, że przez każdą ściankę komórki elementarnej przenika pewien strumień płynu. Z równania ciągłości wynika, że strumień wnikający do komórki elementarnej musi równać się strumieniowi wypływającemu z niej. Możemy to przedstawić w poniższej postaci:

$$\sum_{i=1}^{4} Q_i = \rho \int_{S_i} v_i(s_i)ds_i = 0 \tag{64}$$

Dla dowolnej geometrii i dla odpowiednio zdefiniowanych warunków brzegowych danej komórki elementarnej ośrodka porowatego można określić wartości ciśnień oraz prędkości w poszczególnych węzłach sieci numerycznej wewnątrz tej komórki, jak również na jej brzegach w oparciu o numeryczne rozwiązania równania Naviera-Stokesa, opisujące dyssypatywny i wirowy ruch płynu. Zatem w istocie rzeczy otrzymuje się rozkład ciśnienia oraz prędkości na poszczególnych ściankach będącymi w rzeczywistości powierzchniami elementarnymi. Umożliwia to teoretyczne wyznaczenie interesujących nas wartości Q i P dla dowolnego typu komórki elementarnej.

Jednym ze sposobów modelowania przepływu płynu przez ośrodek porowaty jest metoda analogii elektrohydrodynamicznej [Kulma (1995), Bear (1985)]. Metoda ta opiera się na podobieństwie pomiędzy przepływem cieczy w porach ośrodka porowatego a przepływem prądu elektrycznego w ośrodku przewodzącym. Oba te procesy opisywane są niemal identycznymi równaniami różniczkowymi.



Rys. 82. Schemat ilustrujący pojęcie wielobiegunnika (układ wielozaciskowy).

W teorii obwodów ‘układem wielozaciskowym’ lub ‘wielobiegunnikiem’ [Osiowski i Szabatin (1995)] nazwano układ (rys.82), w którym:

a) wyróżniono *m* zacisków,

b) stan zacisków jest określony przez *m* prądów zaciskowych I_1, I_2, … , I_m spełniających prądowe prawo Kirchhoffa,

$$\sum_{k=1}^{m} I_\mathrm{k} = 0 \tag{65}$$

oraz przez *m* napięć U_1, U_2,…, U_m poszczególnych zacisków względem dodatkowego zacisku odniesienia (masy, ziemi),

c) wielkości zaciskowe I_1, I_2, … , I_m, U_1, U_2,…, U_m są związane ze sobą m niezależnymi równaniami, wliczając w to równanie (65).

Porównując równanie (64) i (65) zauważono podobieństwo między tymi równaniami. A co najważniejsze, wyrażają one ten sam sens fizyczny w odniesieniu do wielkości, które opisują. Tak więc równanie ciągłości (64) stanowi odpowiednik prądowego prawa Kirchhoffa (65) w teorii obwodów, a prawo Darcy'ego (16) stanowi odpowiednik prawa Ohma (60) [Bear (1985)],

$$\boldsymbol{I} = -\kappa \operatorname{grad} U \tag{66},$$

gdzie κ jest przewodnością elektryczną materiału. W związku z tym można opisać zależności pomiędzy Q a P w odniesieniu do komórki elementarnej za pomocą układu równań.

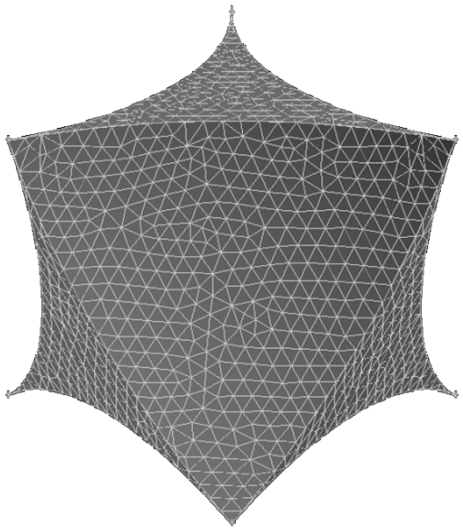
$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{4} Q_i = 0 \\ f_1(Q_1, P_1, ..., Q_4, P_4) = 0 \\ f_2(Q_1, P_1, ..., Q_4, P_4) = 0 \\ f_3(Q_1, P_1, ..., Q_4, P_4) = 0 \end{cases} \tag{67}$$

Układ ten składającego się z czterech równań, ponieważ w naszym przypadku parametr m wynosi cztery, oraz z uwagi na geometrię komórki elementarnej składającej się z czterech elementarnych powierzchni, przez które przenika płyn.

Podany układ równań (67) w zaprezentowanej postaci jest oczywiście układem nadokreślonym (niezamkniętym), z uwagi na to, że liczba liniowo niezależnych równań (m = 4) jest mniejsza niż wymiar przestrzeni (liczba zmiennych $Q_1, P_1, ..., Q_4, P_4$ wynosi osiem). Tak postawiony problem nie ma jednoznacznego rozwiązania. Należy jednak pamiętać, że w układzie równań (67) zmienne $Q_1, P_1, ..., Q_4, P_4$ są tak naprawdę wartościami brzegowymi danej rozważanej komórki elementarnej wspólnymi z komórkami sąsiednimi. Rzeczywista ilość poszukiwanych zmiennych jest więc znacznie mniejsza, a jeśli określimy dodatkowo warunki brzegowe na brzegu całego obszaru przepływu, otrzymamy układ zamkniety zawierajacy tę sama ilość równań co niewiadomych. W ten sposób otrzymamy jednoznaczne rozwiązanie układu równań (67). Jednak aby dla dowolnych czterech zmiennych było możliwe otrzymanie jednoznacznego rozwiązania wyznaczającego poszukiwane pozostałe cztery wartości, należy podać zależności wiążące ze sobą poszczególne zmienne. I tym zagadnieniem zajęto się w dalszej części tego rozdziału.

8.3 Przepływ płynu przez komórkę elementarną

Pierwszą analizę przeprowadzono na komórce elementarnej typu I nie będącej częścią żadnego wirtualnego ośrodka porowatego w celu sprawdzenia możliwości symulacji przepływu przez zadaną geometrię. Po wygenerowaniu sieci numerycznej (rys. 83) przystąpiono do określenia warunków brzegowych. Przyjęto koncepcję, że na powierzchniach elementarnych, przez które wnika płyn do wnętrza komórki elementarnej znana będzie wartość masowego wydatku przepływu taka sama dla każdej z nich, natomiast na pozostałych powierzchniach elementarnych definiowano wartość ciśnienia równą ciśnieniu otoczenia P_o. Przy tak przyjętych i zdefiniowanych warunkach brzegowych przystąpiono do symulacji przepływu płynu przez zadaną wirtualną komórkę elementarną przy pomocy aplikacji FLUENT (rys. 84).

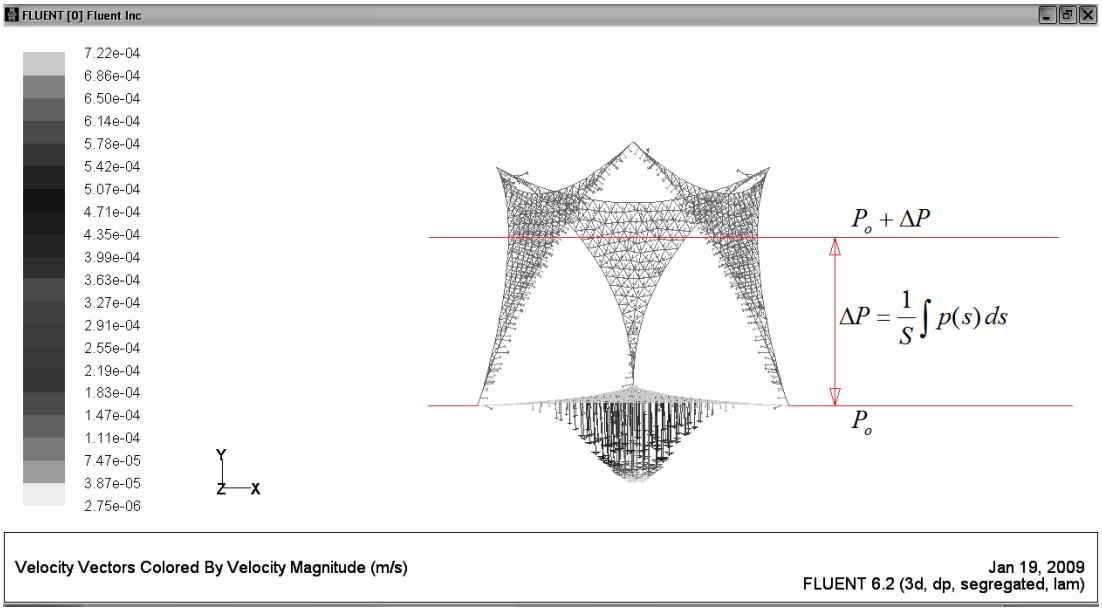


Rys. 83. Sieć numeryczna wygenerowana w obszarze przepływu płynu przez komórkę elementarną.

Przyjmując natomiast, że komórka elementarna jest częścią przestrzeni porowej wirtualnego ośrodka porowatego nie istniałaby konieczność definiowania warunków brzegowych na każdej z powierzchni elementarnych, ponieważ z założenia byłyby to powierzchnie wewnątrz ośrodka porowatego. Wartości na nich w takim przypadku nie definiowalibyśmy, tylko otrzymalibyśmy z symulacji numerycznej przepływu płynu przez zadany wirtualny ośrodek porowaty. W takim przypadku należy oczywiście zdefiniować odpowiednie warunki brzegowe na powierzchniach będącymi granicami rozważanego ośrodka porowatego.

Zanim jednak przystąpiono do symulacji przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty zbudowany z sieci komórek elementarnych uznano, że należy przeprowadzić symulacje dla jednej wyodrębnionej, niezależnej komórki elementarnej. Zauważono, że najłatwiej zrealizować to zadanie dla komórki

elementarnej typu I, ze względu na stosunkowo prostą geometrię przestrzenną (rys. 83).

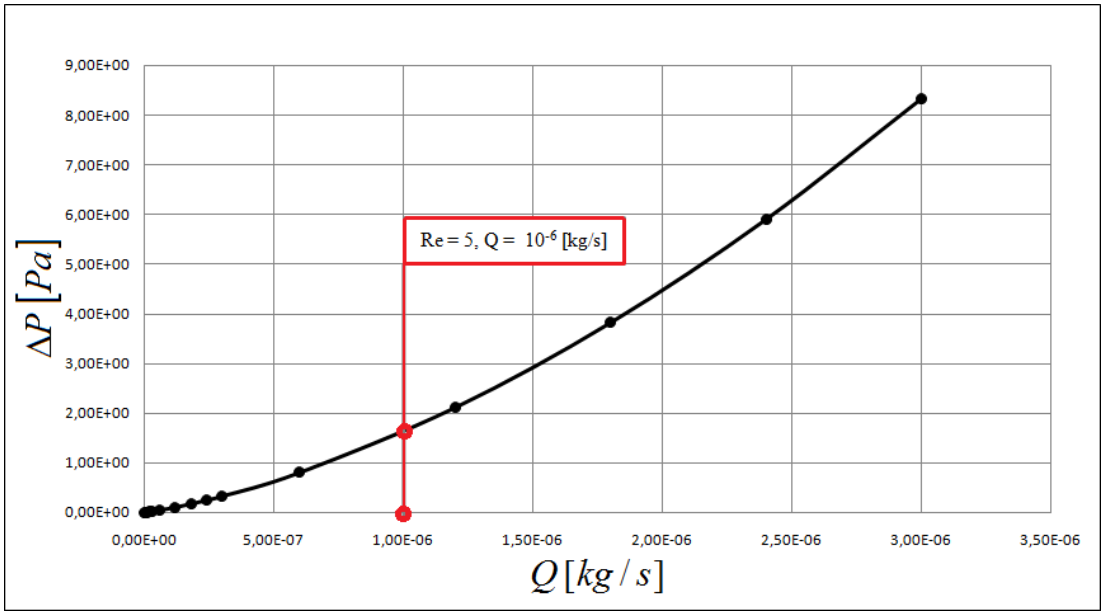


Rys. 84. Zrzut ekranu programu FLUENT pokazujący rozkład wektorów prędkości na czterech powierzchniach elementarnych.

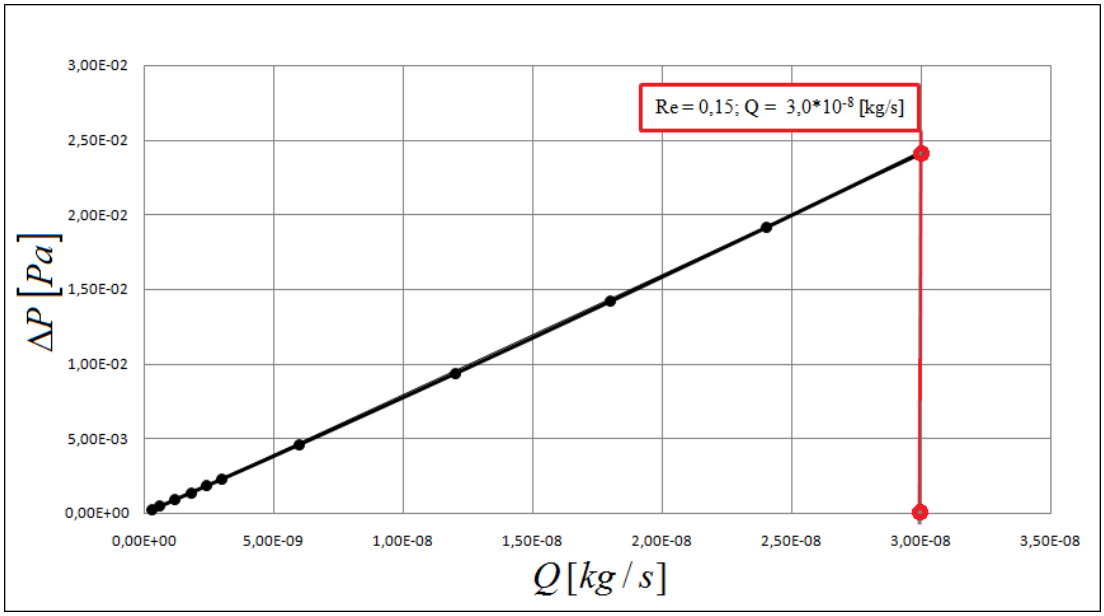
Analizując geometrię komórki elementarnej typu I (rys. 83 i 84) można zauważyć, że składa się z ośmiu powierzchni elementarnych, przy czym przez cztery powierzchnie elementarne jest realizowany przepływ płynu, a pozostałe cztery stanowią ściany nieprzewodzącego szkieletu ośrodka porowatego w postaci części powierzchni kuli. Wszystkie cztery powierzchnie elementarne, przez które przenika płyn mają identyczne pole powierzchni. Podobnie jest z pozostałymi czterema ścianami komórki elementarnej będącymi wycinkami powierzchni kuli, które również mają identyczną powierzchnię. Dodatkowo cztery powierzchnie elementarne, przez które przenika płyn w przeciwieństwie do pozostałych są płaskie i są pozostałościami czterech ścian czworościanu foremnego, z którego powstała komórka typu I (rodz. IV). Na rys. 84 przedstawiono schematycznie wartość spadku ciśnienia powstałego w wyniku przepływu płynu przez zadaną komórkę o określonych warunkach brzegowych zgodnie z przyjętą koncepcja wykonania symulacji numerycznej opisanej powyżej.

Dane uzyskane z symulacji zilustrowano w postaci graficznej za pomocą dwóch wykresów przedstawiających zmianę wartości różnicy ciśnienia ΔP w funkcji masowego wydatku przepływu Q (rys 85 i rys. 86). Sposób wyznaczenia wartości ΔP pokazano schematycznie na (rys. 83). W rzeczywistości wartość ciśnienia P wyznaczona z zależności (63) dla każdej z powierzchni elementarnych, przez które wnika płyn do wnętrza komórki różniły się nieznacznie miedzy sobą. Dlatego wyciągnięto wartość średnią z nich. Natomiast argument Q przyjęto jako

wartość całkowitego masowego wydatku przepływająca przez rozpatrywana komórkę elementarną.



Rys. 85. Wykres przedstawiający zmianę wartości różnicy ciśnienia ΔP w funkcji masowego wydatku przepływu Q w przypadku przepływu płynu przez komórkę elementarną dla Re ≤ 15.

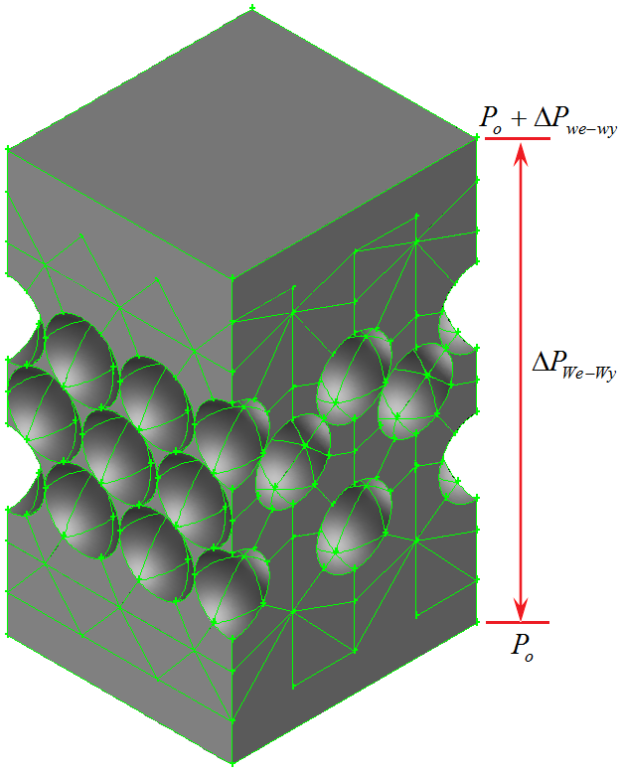


Rys. 86. Wykres przedstawiający zmianę wartości różnicy ciśnienia ΔP w funkcji masowego wydatku przepływu Q w przypadku przepływu płynu przez komórkę elementarną dla Re << 5.

Przyjmując, że masowy wydatek przepływu jest ściśle skorelowany z prędkością filtracji, zauważono, że zakres liniowy odpowiadający prawu Darcy'ego obowiązuje tylko dla bardzo małych wartości Re. Przy większych wartościach Re następuje wyraźna odchyłka od prawa Darcy'ego.

8.4 Komórka elementarna jako wielobiegunnik.

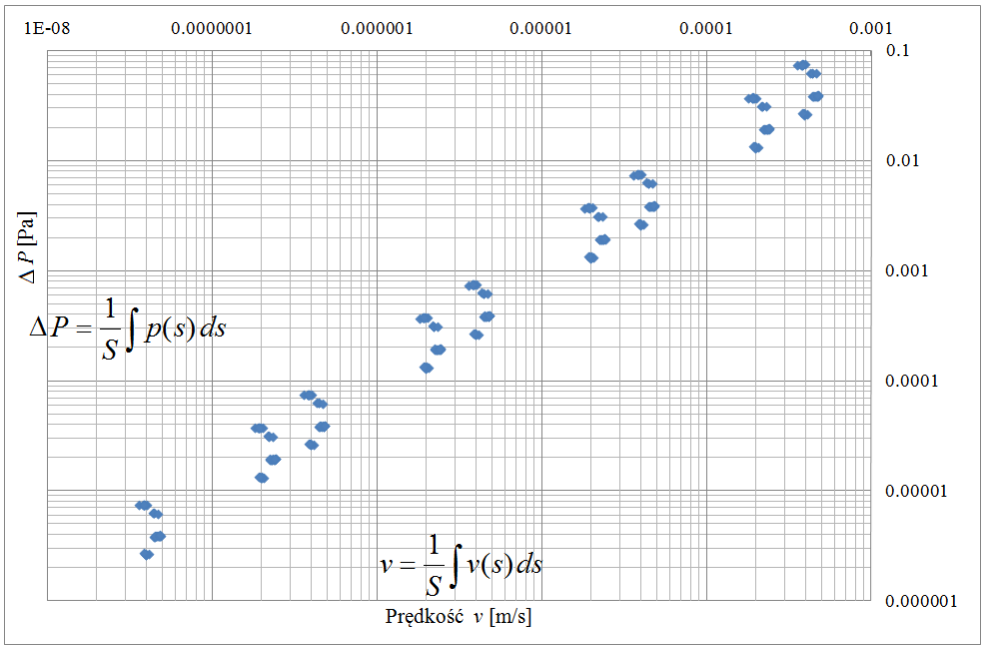
W podrozdziale (8.2) przyjąłem koncepcje zastąpienia komórki elementarnej układem wielozaciskowym zwanym potocznie wielobiegunnikiem. Jeżeli ta koncepcja jest słuszna, to musi być spełniony warunek niezależności opisu przepływu płynu przez komórkę elementarną w postaci wielobiegunnika od rozlokowania kul na danej warstwie, warunków brzegowych oraz od wpływu ścian. Oczywiście przy zachowaniu tej samej geometrii danego typu komórki elementarnej oraz upakowania kul w przestrzeni. Dwa skrajne typy ułożeń kul na warstwie to ABABAB… oraz ABCABC…, charakteryzują się ponadto inną geometrią powierzchni bocznych (rys 80 i 81).



Rys. 87. Schemat wyjaśniający metodę definiowania warunków brzegowych aby uzyskać wymaganą wartość różnicy ciśnień ΔP_{we-wy}.

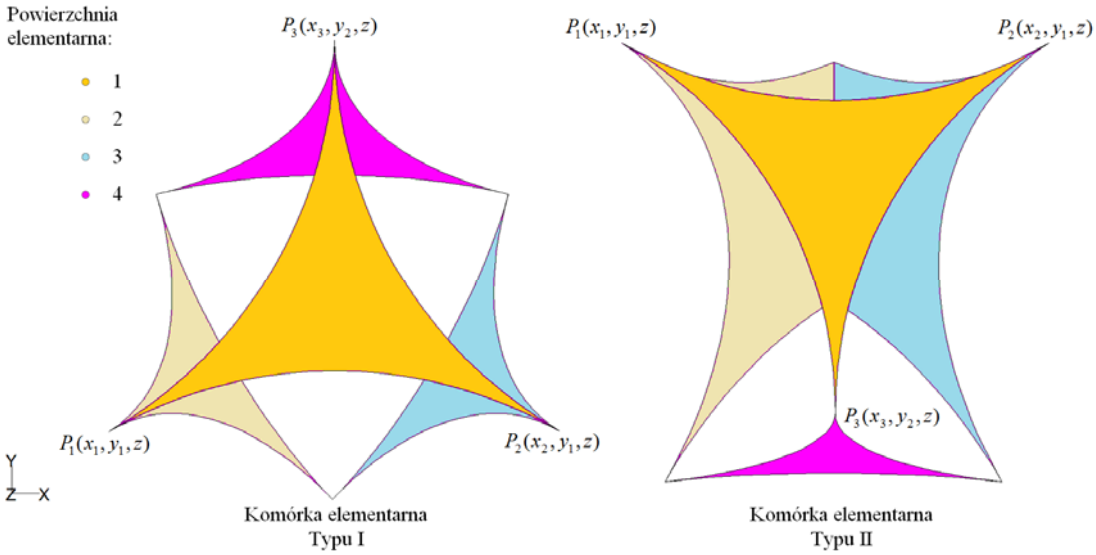
Analizę przeprowadzono na wirtualnym ośrodku porowatym zbudowanym z jednakowych kul o najgęstszym upakowaniu dla ułożenia warstw ABABAB… oraz ABCABC…. Również tym razem wybrano do tego celu obiekt nr IV (rys 80 i 81). Symulację przeprowadzono definiując odpowiednio warunki brzegowe (rys. 87) tak, aby otrzymać wartości spadku ciśnień ΔP_{we-wy} dla dziesięciu wartości: 0.1 Pa, 0.05 Pa, …, 5.0E-06 Pa. Po zakończeniu symulacji przepływu płynu przez wybrany obiekt wirtualny (nr IV), wyodrębniano z niego wszystkie komórki elementarne typu

I, II, III w celu uzyskania poszukiwanych wartości rozkładu prędkości oraz ciśnienia na każdej z jego czterech powierzchni, przez które jest realizowany przepływ.



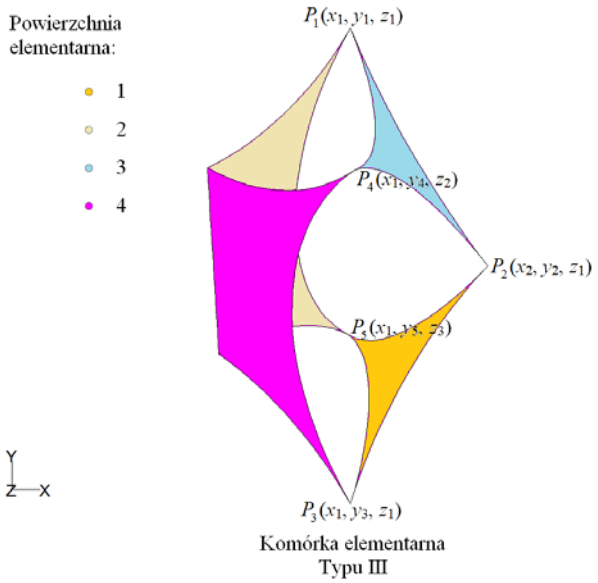
Rys. 88. Wykres przedstawia zależność ciśnienia względnego ΔP w funkcji prędkości v dla wybranych powierzchni elementarnych komórki typu I (ułożenie kul na warstwach: ABABAB).

Ilustracja (rys.88) przedstawia zmianę wartości ciśnienia względnego ΔP w funkcji prędkości v dla wybranych powierzchni elementarnych komórki typu I. Przyjęto zasadę prezentowania wartości na odpowiednich osiach w skali logarytmicznej w przypadku kiedy wielkości prezentowane różnią się między sobą o kilka rzędów wielkości w celu przejrzystego przedstawienia wyników.



Rys. 89. Schemat wyjaśniający metodę przyporządkowania numeru indeksu do danej powierzchni elementarnej dla komórki elementarnej typu I i II.

Na rys. 89 przedstawiono zrzut komórek typu I i II na płaszczyznę *xy*, pokazując tylko te płaszczyzny, przez które realizowany jest przepływ. Jedna z nich jest zawsze równoległa do płaszczyzny *xy* i tą właśnie płaszczyznę wybrano jako płaszczyznę elementarną nr 1. Ponadto płaszczyzna elementarna nr 1 posiada taką samą powierzchnię niezależnie od typu komórki elementarnej, do której przynależy, oraz posiada trzy charakterystyczne punkty $P_1(x_1,y_1,z)$, $P_2(x_2,y_1,z)$, $P_3(x_3,y_2,z)$ będące równocześnie wierzchołkami danej komórki elementarnej. Dodatkowo punkt P_1 posiada taką samą współrzędną y co punkt P_2. Pozostałe trzy płaszczyzny elementarne, przez które realizowany jest przepływ charakteryzują się tym, że każdy z tych trzech punktów charakterystycznych danej komórki elementarnej typu I lub II, należy tylko do jednej z nich, będąc jednocześnie jedynym punktem wspólnym danej płaszczyzny z płaszczyzną oznaczoną nr 1. I tak punkt P_1 należy do płaszczyzny elementarnej nr 2, punkt P_2 należy do płaszczyzny elementarnej nr 3, oraz punkt P_3 należy do płaszczyzny elementarnej nr 4. W ten sposób zdefiniowano jednoznacznie, która z powierzchni elementarnych danej komórki typu I lub II posiada określony indeks (1, 2, 3 lub 4), potrzebny do dalszej analizy.

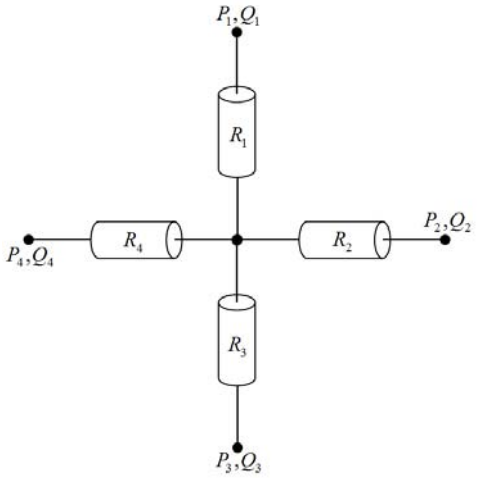


Rys. 90. Schemat wyjaśniający metodę przyporządkowania numeru indeksu do danej powierzchni elementarnej dla komórki elementarnej typu III.

Niestety jeżeli chodzi o komórkę elementarną typu III (rys. 90) sprawa jest bardziej złożona. Również w tym przypadku istnieją trzy punkty charakterystyczne $P_1(x_1,y_1,z_1)$, $P_2(x_2,y_2,z_1)$, $P_3(x_3,y_3,z_1)$ leżące na jednej płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny *xy*, ale aby jednoznacznie określić kolejność powierzchni elementarnych, należało zdefiniować dodatkowe dwa punkty $P_4(x_1,y_4,z_2)$, $P_5(x_1,y_5,z_3)$. Na podstawie wyodrębnionych pięciu punktów charakterystycznych można było teraz jednoznacznie określić indeks danej powierzchni elementarnej za pomocą kombinacji odpowiedniej liczby tych punktów, co pokazuje rys. 90.

Oczywiście i tym razem rozpatrujemy tylko powierzchnie, przez które jest realizowany przepływ.

W kolejnym kroku należało wyodrębnić odpowiednie punkty charakterystyczne dla danej komórki elementarnej z sieci komórek tworzących wirtualny ośrodek porowaty. Problem ten rozwiązano pisząc odpowiedni program komputerowy. Okazało się, że najtrudniejszym problemem nie było zidentyfikowanie punktów charakterystycznych danej komórki (a to było głównym celem tego programu), ale samo przypisanie punktów do danej komórki oraz powierzchni elementarnej.



Rys. 91. Komórka elementarna zastąpiona przez wielobiegunnik.

Przyjęto koncepcję zastąpienia komórki elementarnej najprostszą z możliwych postaci wielobiegunnika składającego się z czterech elementów R, z uwagi na cztery powierzchnie elementarne, przez które jest realizowany przepływ (rys. 91). Wartości dwóch parametrów P i Q dla każdego z zacisków wielobiegunnika wyznaczono zgodnie z zależnościami (62) i (63) dla odpowiednich powierzchni elementarnych zgodnie z przyjętą numeracją. Parametr R, na tym etapie rozważań czysto empiryczny, wiąże ze sobą wartość ciśnienia P z masowym wydatkiem przepływu Q na zasadzie podobieństwa pomiędzy prawem Ohma a prawem Darcy'ego w metodzie analogi elektrohydrodynamicznej (rozdz. 8.2). W ujęciu komórki elementarnej zastąpionej pojęciem wielobiegunnika zależność tą można przedstawić w postaci:

$$P = R \cdot Q \tag{68}$$

W analogii elektrohydrodynamicznej parametr R jest odpowiednikiem rezystancji w układzie elektrycznym. Dlatego też parametr R nazywać będziemy rezystancją hydrodynamiczną. Jego jednostka w układzie SI jest $Pa \cdot s \cdot kg^{-1}$.

Mając schemat wewnętrznej struktury komórki elementarnej opisanej w postaci wielobiegunnika przystąpiono do wyznaczenia szczegółowej postaci układu równań (67). Zauważono, że nie zależnie od typu komórki elementarnej, zasadę zachowania masy, a co za tym idzie równanie ciągłości można przedstawić w postaci:

$$Q_1 - Q_2 - Q_3 + Q_4 = 0 \tag{69}$$

Podstawione dane uzyskane z symulacji przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty, zgodnie z przyjętą numeracją, spełniały zasadę zachowania masy. Błąd z uwagi na dyskretyzację równania ciągłości w metodach numerycznych przyjmował maksymalną wartość równą rzędowi ostatniego miejsca po przecinku liczby przechowującej jego wartość w pamięci komputera. W praktyce jego wartość była mniejsza niż 1.0 E-06 % w odniesieniu do całkowitego strumienia płynu przenikającego przez daną komórkę elementarną.

Dla poszczególnych typów komórek elementarnych otrzymano:

$$\text{Komórka elmentarna typu I} \quad \begin{cases} P_2 \approx P_3 \\ \begin{cases} Q_1 - Q_2 - Q_3 + Q_4 = 0 \\ P_1 - Q_1 R_1 - Q_2 R_2 - P_2 = 0 \\ P_1 - Q_1 R_1 - Q_3 R_3 - P_3 = 0 \\ P_4 - Q_4 R_4 - Q_2 R_2 - P_2 = 0 \end{cases} \\ R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_I \end{cases} \tag{70}$$

$$\text{Komórka elmentarna typu II} \quad \begin{cases} P_2 \approx P_3 \\ \begin{cases} Q_1 - Q_2 - Q_3 + Q_4 = 0 \\ P_1 - Q_1 R_1 - Q_4 R_4 - P_4 = 0 \\ P_2 - Q_2 R_2 - Q_4 R_4 - P_4 = 0 \\ P_3 - Q_3 R_3 - Q_4 R_4 - P_4 = 0 \end{cases} \\ R_2 = R_3 = 0; \quad R_1 = R_4 = R_{II} \end{cases} \tag{71}$$

$$\text{Komórka elmentarna typu III} \quad \begin{cases} P_2 \approx P_4 \\ \begin{cases} Q_1 - Q_2 - Q_3 + Q_4 = 0 \\ P_1 - Q_1 R_1 - Q_2 R_2 - P_2 = 0 \\ P_1 - Q_1 R_1 - Q_3 R_3 - P_3 = 0 \\ P_4 - Q_4 R_4 - Q_3 R_3 - P_3 = 0 \end{cases} \\ R_2 = R_4 = 0; \quad R_1 = R_3 = R_{III} \end{cases} \tag{72}$$

Przyjęto więc, że równanie (69) zawsze będzie pierwszym równaniem układu równań (67), a pozostałe należy wyznaczyć indywidualnie dla każdego typu komórki. Ta indywidualność nie wynikała głównie z różnej geometrii danego typu komórki elementarnej, ponieważ gdyby tylko od tego zależała, można byłoby

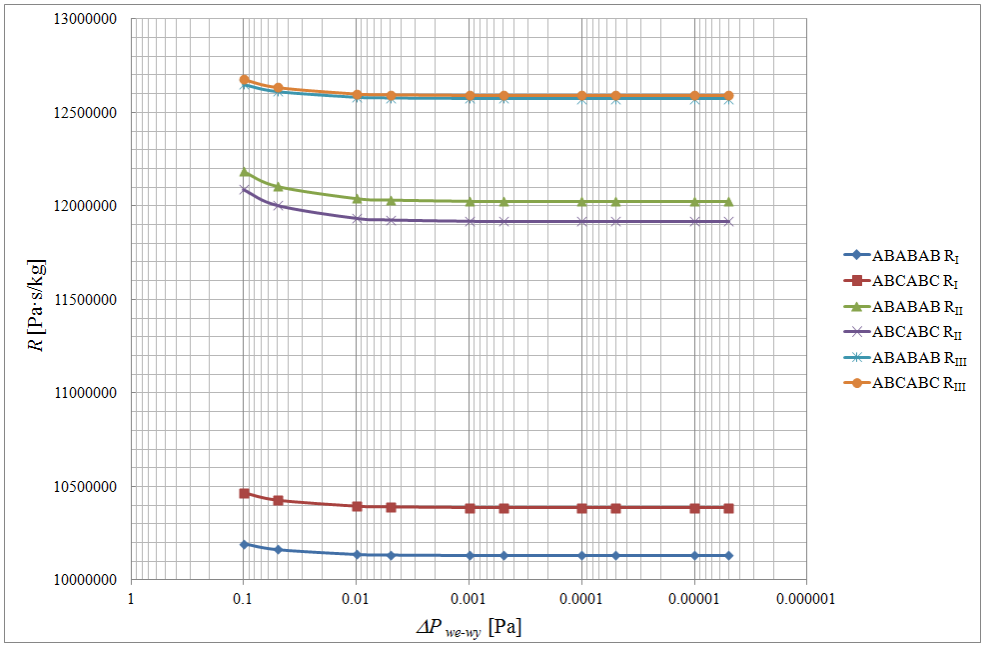
opracować uniwersalny układ równań (67) przyjmujący tylko w nim inne wartości R w zależności od typu komórki. Przyczyną tego było zauważenie występowania w przybliżeniu takiej samej wartości ciśnienia P na dwóch różnych zaciskach (powierzchniach elementarnych). Różnica ta wynosiła zazwyczaj mniej niż 0.1% wartości P. Układając równanie z wykorzystaniem tych dwóch wartości ciśnień mogło to być przyczyną błędów, ponieważ na tym etapie analizy nie wiadomo było, czy te wartości są w rzeczywistości sobie równe czy też nie, a być może ewentualna różnica wynikła z dyskretyzacji wartości liczbowych w metodach numerycznych. Dlatego starano się tak układać równania aby występująca w nim para wartości ciśnień na dwóch różnych zaciskach wielobiegunnika przyjmowała znacząco różne wartości. Dotyczyło to zarówno układu (70) jak i (71, 72).

W celu osiągnięcia jak najbardziej wiarygodnych wyników (poza definiowaniem odpowiednich warunków brzegowych tak, aby otrzymać wartość spadku ciśnienia dla dziesięciu wartości: 0.1 Pa, 0.05 Pa, …, 5.0E-06 Pa) analizę przeprowadzono dla pięciu różnej gęstości sieci numerycznej. Typy tych gęstości oznaczono Mesh02,…, Mesh08, Mesh10. Różne gęstości sieci numerycznej uzyskano przyjmując jako długość odniesienia krotność podziału najkrótszego odcinka. Pierwszą gęstość sieci numerycznej uzyskano dzieląc najkrótszy odcinek na dwa i na podstawie tej długości wygenerowano sieć numeryczną. Kolejne gęstości uzyskano podwajając za każdym razem podział najkrótszego odcinaka. Gdyby rozważać teoretycznie prostopadłościan, gęstość sieci za każdym razem wzrastałaby o 8 razy.

Na rys. 92 i 93 oraz w tab. 11 i 12 zaprezentowano wyniki uzyskane dla dwóch skrajnych gęstości sieci numerycznej: Mesh02 i Mesh08. Na podstawie tych danych można wysunąć wniosek, że wartości R_I, R_{II}, R_{III} są zależne od gęstości sieci numerycznej przyjętej do przeprowadzonej symulacji, co wyraźnie wydać na rys. 93 i w tab. 13 (przedstawiają one zależność zmiany wartości R od gęstości sieci dla danej wybranej wartości ΔP_{we-wy}). Jednak, co jest najistotniejsze, w miarę wzrostu gęstości sieci przyrost zamiany wartości R jest coraz mniejszy (rys. 94). Przyjęto więc, że wartości R w funkcji gęstości sieci ($Mesh$) można opisać funkcją asymptotyczną (73) o stałych współczynnikach A, B, C, D, której wartość asymptoty będzie równa wartości R_∞ w przypadku kiedy gęstość sieci będzie dążyła teoretycznie do nieskończoności $(Mesh_\infty)$.

$$R(Mesh) = R_\infty \cdot \left(1 - \frac{1}{A \cdot Exp(B \cdot Mesh) + C \cdot Exp(D \cdot Mesh^2)}\right) \qquad (73)$$

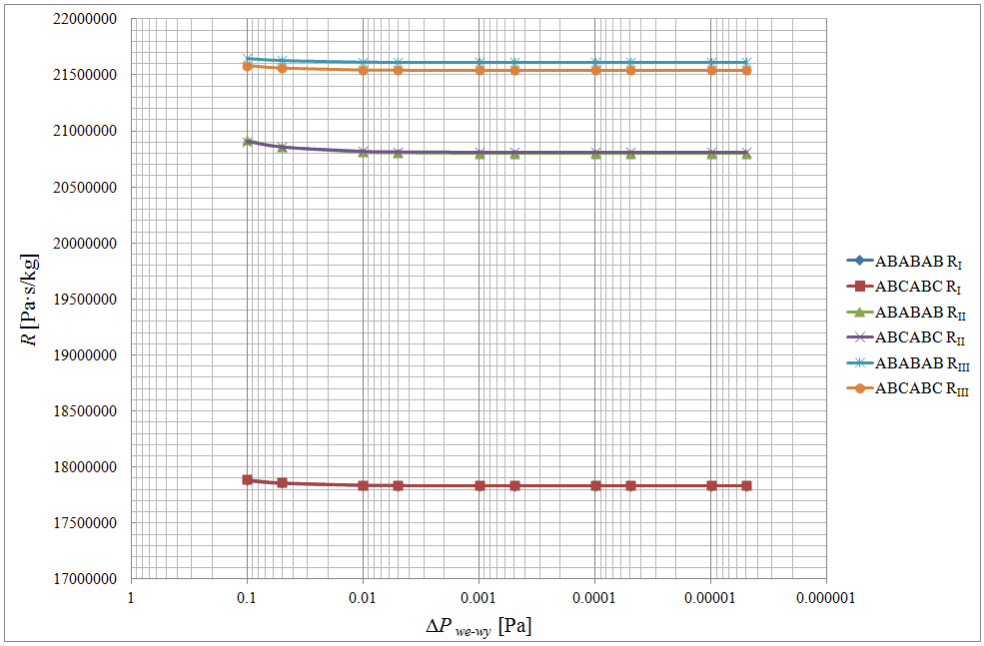
Wyznaczone w ten sposób wartości graniczne R_∞ dla danego typu ułożenia warstw oraz typu komórek elementarnych zamieszczono w tabeli 13.



Rys. 92. Wykres zależności R_I, R_{II}, R_{III} w funkcji różnicy ciśnień $\Delta P_{we\text{-}wy}$ dla dwóch różnych typów ułożenia kul w warstwach przy rzadkiej sieci numerycznej 'Mesh02'.

Tab. 11. Wartości R_I, R_{II}, R_{III} dla dwóch różnych typów ułożenia kul w warstwach przy rzadkiej sieci numerycznej 'Mesh02'.

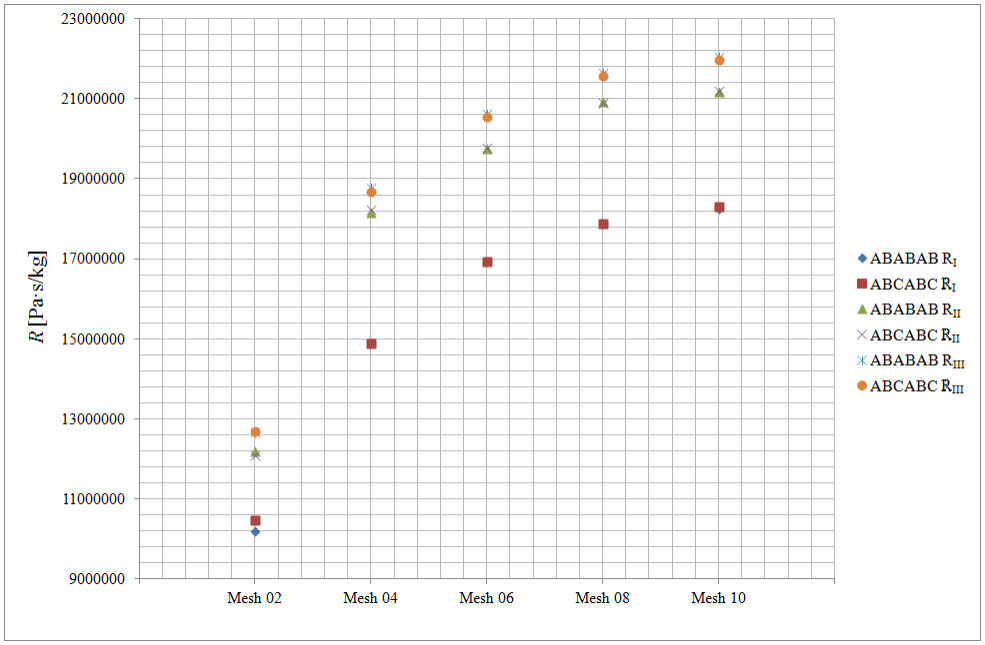
Typ warstw ABAABA Mesh02							
Lp.	$P_{we\text{-}wy}$ [Pa]	R_I [Pa·s/kg]	ΔR_I [%]	R_{II} [Pa·s/kg]	ΔR_{II} [%]	R_{III} [Pa·s/kg]	ΔR_{III} [%]
1	0.1	10193942	0.341	12185150	0.886	12649867	0.407
2	0.05	10162971	0.339	12105424	0.879	12612112	0.403
3	0.01	10138172	0.339	12040530	0.874	12581445	0.402
4	0.005	10135073	0.339	12032348	0.874	12577584	0.402
5	0.001	10132594	0.338	12025792	0.873	12574489	0.402
6	0.0005	10132284	0.338	12024972	0.873	12574101	0.402
7	0.0001	10132036	0.338	12024315	0.873	12573791	0.402
8	0.00005	10132006	0.338	12024233	0.873	12573752	0.402
9	0.00001	10131979	0.338	12024168	0.873	12573722	0.402
10	0.000005	10131977	0.338	12024159	0.873	12573717	0.402
Typ warstw ABCABC Mesh02							
Lp.	$P_{we\text{-}wy}$ [Pa]	R_I [Pa·s/kg]	ΔR_I [%]	R_{II} [Pa·s/kg]	ΔR_{II} [%]	R_{III} [Pa·s/kg]	ΔR_{III} [%]
1	0.1	10465314	0.331	12088369	0.855	12677284	0.573
2	0.05	10426009	0.333	12003248	0.850	12634102	0.571
3	0.01	10394266	0.335	11933922	0.846	12599043	0.572
4	0.005	10390284	0.335	11925177	0.845	12594628	0.573
5	0.001	10387098	0.336	11918169	0.845	12591091	0.573
6	0.0005	10386699	0.336	11917292	0.845	12590648	0.573
7	0.0001	10386380	0.336	11916590	0.845	12590294	0.573
8	0.00005	10386340	0.336	11916502	0.845	12590250	0.573
9	0.00001	10386304	0.336	11916423	0.845	12590210	0.573
10	0.000005	10386304	0.336	11916423	0.845	12590210	0.573



Rys. 93. Wykres zależności R_I, R_{II}, R_{III} w funkcji różnicy ciśnień $\Delta P_{we\text{-}wy}$ dla dwóch różnych typów ułożenia kul w warstwach przy gęstej sieci numerycznej 'Mesh08'.

Tab. 12. Wartości R_I, R_{II}, R_{III} dla dwóch różnych typów ułożenia kul w warstwach przy gęstej sieci numerycznej 'Mesh08'.

Typ warstw ABAABA Mesh08							
Lp.	$P_{we\text{-}wy}$ [Pa]	R_I [Pa·s/kg]	ΔR_I [%]	R_{II} [Pa·s/kg]	ΔR_{II} [%]	R_{III} [Pa·s/kg]	ΔR_{III} [%]
1	0.1	17880157	0.054	20919900	0.176	21650153	0.219
2	0.05	17854534	0.049	20858932	0.132	21632513	0.217
3	0.01	17834110	0.047	20810415	0.110	21618276	0.217
4	0.005	17831560	0.047	20804367	0.108	21616489	0.217
5	0.001	17829521	0.047	20799533	0.107	21615060	0.217
6	0.0005	17829266	0.048	20798928	0.107	21614880	0.217
7	0.0001	17829063	0.048	20798445	0.107	21614735	0.217
8	0.00005	17829038	0.048	20798384	0.107	21614705	0.217
9	0.00001	17829073	0.048	20798313	0.107	21614534	0.217
10	0.000005	17829032	0.048	20798255	0.107	21614463	0.217
Typ warstw ABCABC Mesh08							
Lp.	$P_{we\text{-}wy}$ [Pa]	R_I [Pa·s/kg]	ΔR_I [%]	R_{II} [Pa·s/kg]	ΔR_{II} [%]	R_{III} [Pa·s/kg]	ΔR_{III} [%]
1	0.1	17886224	0.060	20903307	0.187	21582945	0.275
2	0.05	17859643	0.050	20855723	0.123	21562028	0.271
3	0.01	17838489	0.047	20818219	0.116	21545224	0.271
4	0.005	17835851	0.048	20813568	0.119	21543120	0.271
5	0.001	17833744	0.048	20809853	0.122	21541433	0.271
6	0.0005	17833480	0.048	20809389	0.122	21541224	0.271
7	0.0001	17833269	0.048	20809018	0.122	21541054	0.271
8	0.00005	17833243	0.048	20808972	0.122	21541025	0.271
9	0.00001	17833267	0.048	20808950	0.122	21540859	0.271
10	0.000005	17833330	0.048	20808939	0.122	21540777	0.271



Rys. 94. Wykres zależności R_I, R_{II}, R_{III} ($\Delta P_{we\text{-}wy}$ = 0.1Pa) dla dwóch różnych typów ułożenia kul w warstwach w funkcji gęstości sieci numerycznej.

Tab. 13. Wartości R_I, R_{II}, R_{III} ($\Delta P_{we\text{-}wy}$ = 0.1Pa) dla dwóch różnych typów ułożenia kul w warstwach w funkcji gęstości sieci numerycznej.

Dla $\Delta P_{we\text{-}wy}$ = 0.1Pa							
Lp	Typ	R_I [Pa·s/kg]	ΔR_I [%]	R_{II} [Pa·s/kg]	ΔR_{II} [%]	R_{III} [Pa·s/kg]	ΔR_{III} [%]
1	Mesh02 ABA	10193942	0.341	12185150	0.886	12649867	0.407
	Mesh02 ABC	10465314	0.331	12088369	0.855	12677284	0.573
	ΔR [%]	**2.627**		**0.797**		**0.217**	
2	Mesh04 ABA	14911891	0.191	18160893	0.234	18772991	0.240
	Mesh04 ABC	14884830	0.242	18233317	0.383	18671331	0.290
	ΔR [%]	**0.182**		**0.398**		**0.543**	
3	Mesh06 ABA	16921312	0.108	19752942	0.191	20627684	0.235
	Mesh06 ABC	16919271	0.117	19785757	0.282	20558081	0.294
	ΔR [%]	**0.012**		**0.166**		**0.338**	
4	Mesh08 ABA	17880157	0.054	20919900	0.176	21650153	0.219
	Mesh08 ABC	17886224	0.060	20903307	0.187	21582945	0.275
	ΔR [%]	**0.034**		**0.079**		**0.311**	
5	Mesh10 ABA	18252606	0.055	21166888	0.173	22053740	0.218
	Mesh10 ABC	18293898	0.072	21198852	0.228	21976902	0.278
	ΔR [%]	**0.226**		**0.151**		**0.349**	

Typ	R_I [Pa·s/kg]	R^2	R_{II} [Pa·s/kg]	R^2	R_{III} [Pa·s/kg]	R^2
$Mesh_\infty$ ABA	18489062	1.000	21233067	1.000	22316554	1.000
$Mesh_\infty$ ABC	18590909	1.000	21304161	1.000	22222514	1.000
ΔR [%]	**0.549**		**0.334**		**0.422**	

Błąd ΔR dla n wartości liczono zgodnie z zależnością:

$$\Delta R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(R_i - \frac{\sum R_i}{n}\right)^2}{n}} \tag{74}$$

Błąd ten określany potocznie jako odchylenie standartowe informuje o tym, jak szeroko wartości analizowane są rozproszone wokół wartości średniej.

Natomiast miarą poprawności dopasowania funkcji (73) jest kwadrat współczynnika korelacji R^2 określony zależnością:

$$R^2 = \left(\frac{\sum_{i,j=1}^{n}\left(R_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{n}\right)\left(R_j - \frac{\sum_{j=1}^{n} R_j}{n}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(R_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{n}\right)^2 \sum_{j=1}^{n}\left(R_j - \frac{\sum_{j=1}^{n} R_j}{n}\right)^2}} \right)^2 \tag{75}$$

gdzie wartości R_i oraz R_j są wartościami porównywanymi a wartość n określa ile jest porównywanych wartości. Im wartość współczynnika korelacji jest bliższa wartości jeden to tym dokładniejsze jest porównanie.

Biorąc pod uwagę to, że w niniejszej rozprawie nigdzie nie występuje wartość rezystancji hydrodynamicznej R w kwadracie dlatego postanowiono pozostawić symbol kwadratu współczynnika korelacji R^2 w wersji jaką używa się w większości publikacji naukowych.

Okazało się, że zaproponowaną funkcją (73) można dokładnie opisać zmienność wartości R w funkcji gęstości sieci. Wartość współczynnika korelacji była w każdym przypadku większa niż 0.999998. Ponadto okazało się, że wyznaczone wartości dla Mesh10 są wartościami w pobliżu wartości granicznej wynoszącej R_∞ (tab. 13).

Zauważono również, że wartość R nie jest wielkością stałą. Dla kolejno malejących wartości ΔP_{we-wy} wartość R zmniejsza się nieliniowo (rys. 92, 93 i 94). Intensywność tych zmian jest jednak na tyle niewielka, że można przyjąć wartość R jako stałą w zakresie przeprowadzonej symulacji przepływu płynu przez wirtualny ośrodek porowaty zbudowany z sieci komórek elementarnych.

Najważniejszym jednak wnioskiem jest fakt wyraźnej niezależności wartości R od typu ułożenia kulek na danej warstwie. Można to już zauważyć przy najrzadszej sieci numerycznej rys. 92, a im gęściejsza sieć, to ta różnica jest mniejsza rys. 93 i 94.

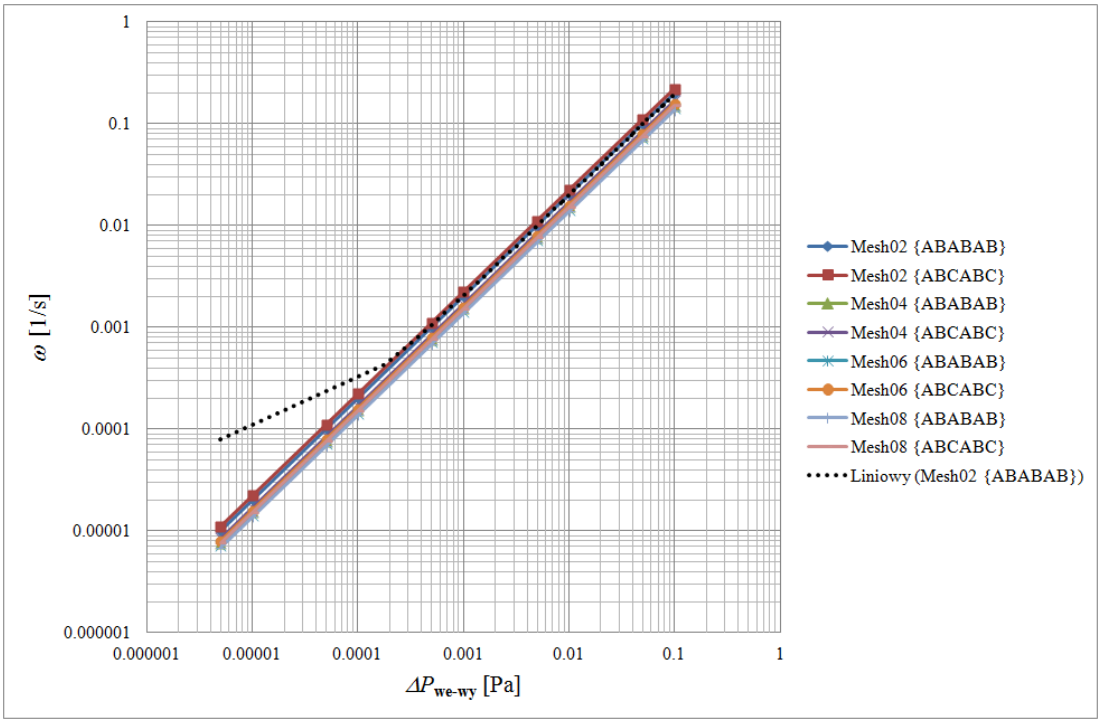
8.5 Związek rezystancji hydrodynamicznej z wirowością pola prędkości.

Analizując zmienność wartości R postanowiono sprawdzić jak zależy ona od wirowości pola prędkości oraz czy tę zależność można opisać jakąś funkcją. W dynamice płynów, wirowość $\vec{\omega}$ jest zdefiniowana jako rotacja wektorowego pola prędkości płynu v.

$$\vec{\omega} = \mathrm{rot}\,\vec{v} \tag{76}$$

Jest to wielkość wektorowa, której kierunek jest zgodny z osią obrotu płynu, a więc może przyjmować wartości dodatnie lub ujemne. Dlatego do analizy przyjąłem przeciętną wartość wirowości pola prędkości po całej rozważanej objętości ośrodka porowatego.

$$\omega = \frac{1}{\mathrm{V}}\int \sqrt{(\mathrm{rot}\,\vec{v})^2}\,d\mathrm{v} \tag{77}$$



Rys. 95. Wykres zależności średniej wartości wirowości pola prędkości ω w funkcji $\Delta P_{we\text{-}wy}$.

Po wyznaczeniu wartości średniej wirowości pola prędkości ω w funkcji ΔP_{we-wy} przedstawionego w postaci wykresu (rys.95) postanowiono aproksymować otrzymane dane. Wybrano do tego celu funkcję,

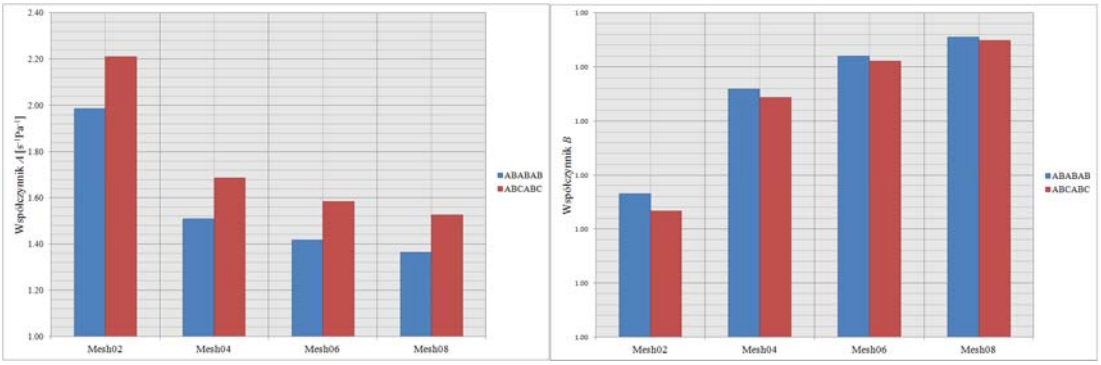
$$\omega = A \cdot \left(\Delta P_{we-wy}\right)^{B} \tag{78}$$

dla której kwadrat współczynnika korelacji R^2 był prawie równy jeden, a więc idealnie nadawał się do tego celu.

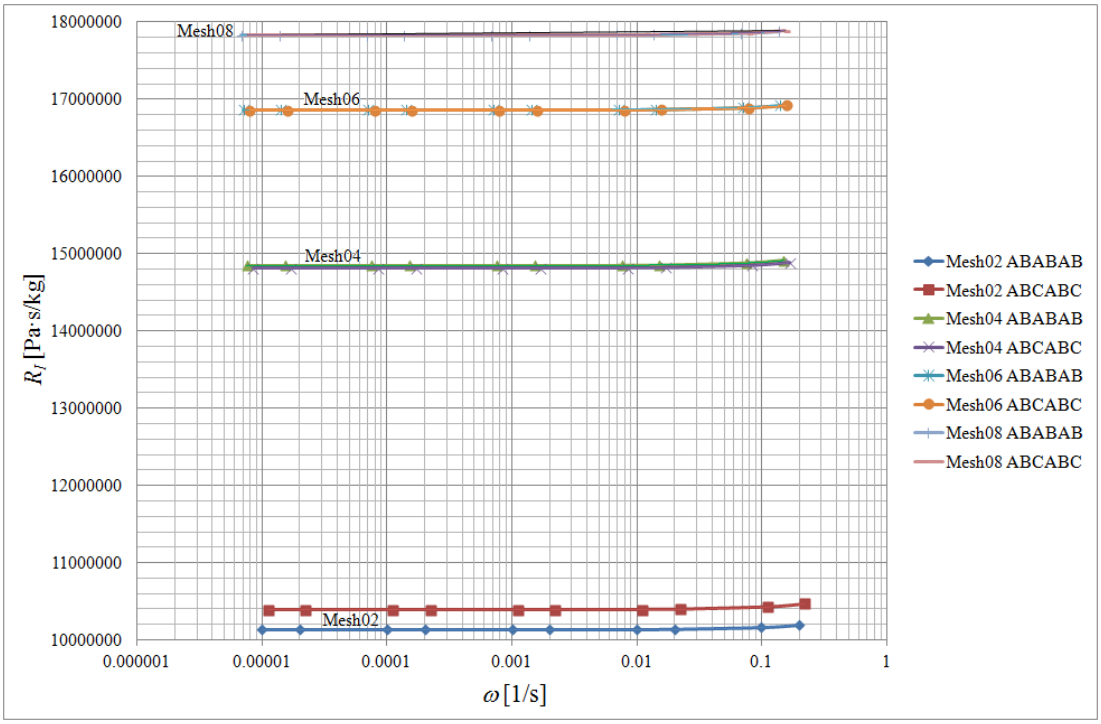
Tab. 14. Wartości współczynników A, B funkcji aproksymującej zależność między średnią wartością wirowości pola prędkości ω a różnicą ciśnień $\Delta P_{we\text{-}wy}$.

	A [$s^{-1}Pa^{-1}$]	B	R^2
Mesh02 {ABABAB}	1.984942	0.999131	0.999999
Mesh02 {ABCABC}	2.209345	0.999066	0.999999
Mesh04 {ABABAB}	1.509463	0.999517	1.000000
Mesh04 {ABCABC}	1.688085	0.999486	1.000000
Mesh06 {ABABAB}	1.418107	0.999640	1.000000
Mesh06 {ABCABC}	1.582565	0.999622	1.000000
Mesh08 {ABABAB}	1.365014	0.999709	1.000000
Mesh08 {ABCABC}	1.525188	0.999698	1.000000

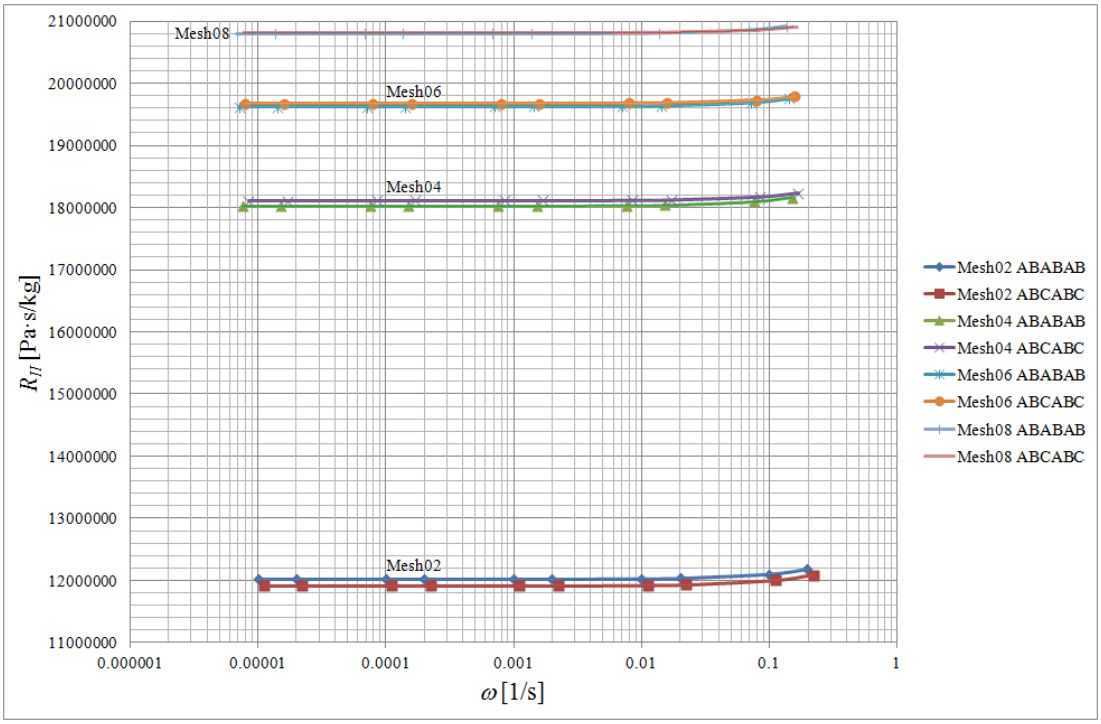
Jak widać w tabeli 14 wartość współczynnika B jest w każdym przypadku większa niż 0.999 a więc prawie równe jedności. Im gęstość sieci jest większa tym ten współczynnik jest bliższy jedności. Można wiec uznać z dużym przybliżeniem, że wirowość pola prędkości ω jest wprost proporcjonalna do wartości strat ciśnienia w rozważanym ośrodku porowatym zbudowanym z jednakowych kul. Odchyłka od liniowej zależności (rys. 95 – linia przerywana) zauważalna jest dopiero, gdy zakres rozważanych wartości obejmuje kilku rzędów wielkości.



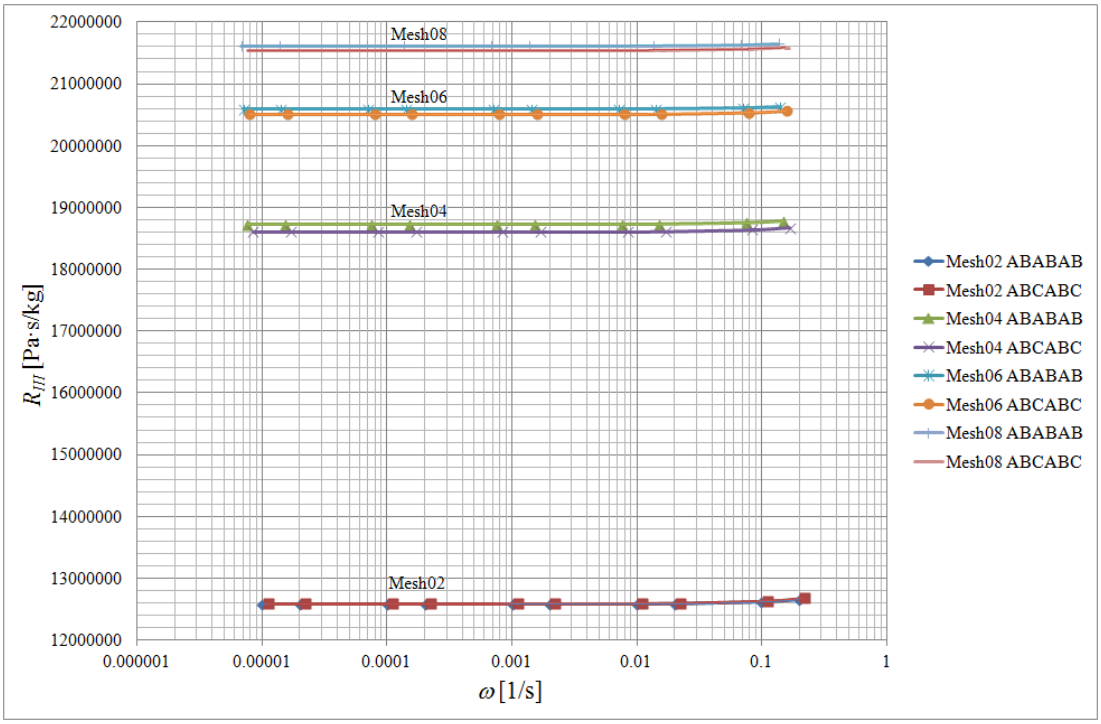
Rys. 96. Wykresy przedstawiające zależność współczynników A i B funkcji aproksymującej średnią wartości wirowości pola prędkości ω w funkcji $\Delta P_{we\text{-}wy}$ od gęstości sieci.



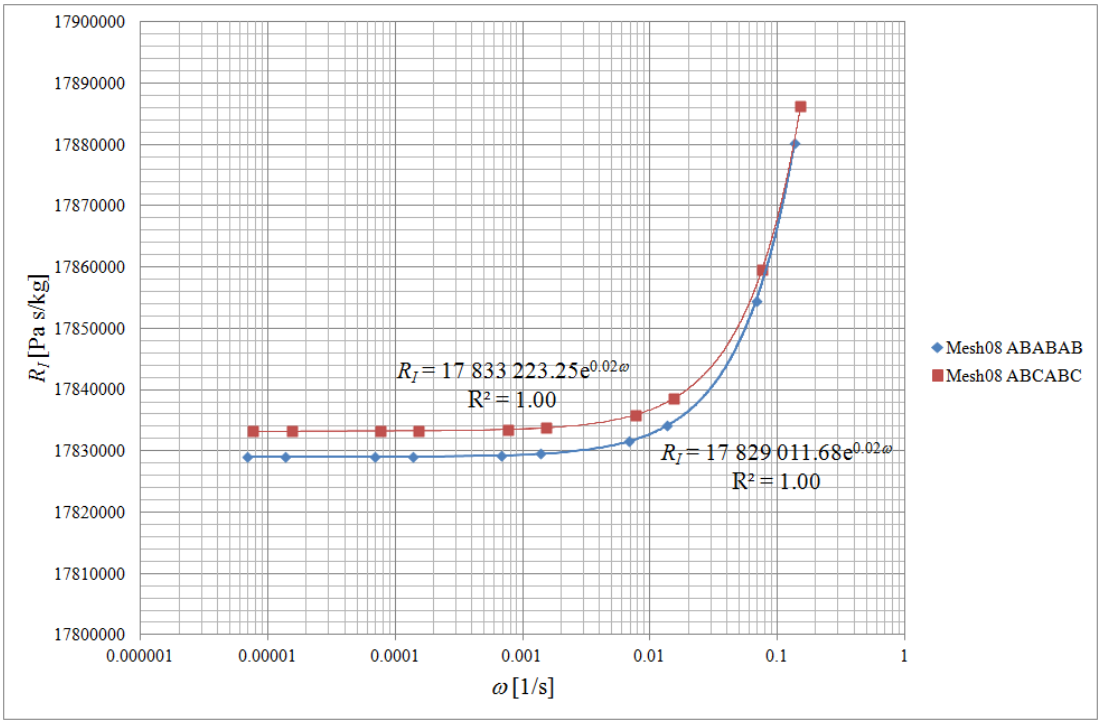
Rys. 97. Wykres zależności R_I dla dwóch różnych typów ułożenia kul w warstwach ABABAB oraz ABCABC w funkcji średniej wirowości pola prędkości ω.



Rys. 98. Wykres zależności R_{II} dla dwóch różnych typów ułożenia kul w warstwach ABABAB oraz ABCABC w funkcji średniej wirowości pola prędkości ω.



Rys. 99. Wykres zależności R_{III} dla dwóch różnych typów ułożenia kul w warstwach ABABAB oraz ABCABC w funkcji średniej wirowości pola prędkości ω.



Rys. 100. Wykres funkcji aproksymujących zależności R_I dla dwóch różnych typów ułożenia kul w warstwach ABABAB oraz ABCABC w funkcji średniej wirowości pola prędkości ω.

Analizując wartości współczynników A i B można wysunąć wniosek, ze przyjmują inne wartości w zależności od typu ułożenia kul na warstwach. Jednak po głębszej analizie posiadanych wartości (rys. 96) można zauważyć, że ta różnica w miarę wzrostu gęstości sieci zanika. W szczególności widać to na rys. 96 w przypadku współczynnika B.

Tab. 15. Wartości współczynników dwóch funkcji aproksymujących zależności R_I, R_{II}, R_{III} dla dwóch różnych typów ułożenia kul w warstwach ABABAB oraz ABCABC w funkcji średniej wirowości pola prędkości ω.

	Typ	*A*	*B*	*C*	R^2	*D*	*E*	R^2
R_I	Mesh02 ABABAB	4 946	358 112	10 386 298	1.000	10386300	0.0344550	1.000000
	Mesh02 ABCABC	18 238	309 854	10 131 974	1.000	10131958	0.0308250	0.999996
	Mesh04 ABABAB	11 299	434 958	14 846 127	1.000	14846124	0.0293440	1.000000
	Mesh04 ABCABC	5 907	441 084	14 810 382	1.000	14810382	0.0297750	1.000000
	Mesh06 ABABAB	25 359	396 966	16 864 606	1.000	16864594	0.0236990	0.999991
	Mesh06 ABCABC	21 833	397 286	16 855 964	1.000	18607608	0.0203060	0.999999
	Mesh08 ABABAB	24 240	371 811	17 829 023	1.000	17829012	0.0209990	0.999996
	Mesh08 ABCABC	26 932	343 795	17 833 239	1.000	17833223	0.0194650	0.999990
R_{II}	Mesh02 ABABAB	-28 554	820 038	12 024 151	1.000	12024213	0.0673450	0.999990
	Mesh02 ABCABC	-24 124	787 000	11 916 413	1.000	11916482	0.0651930	0.999990
	Mesh04 ABABAB	19 601	901 826	18 024 627	1.000	18024629	0.0500100	1.000000
	Mesh04 ABCABC	44 925	731 423	18 108 869	1.000	18108844	0.0406490	0.999998
	Mesh06 ABABAB	41 964	915 464	19 622 494	1.000	19622482	0.0467910	0.999999
	Mesh06 ABCABC	61 348	686 620	19 675 753	1.000	19675718	0.0352630	0.999993
	Mesh08 ABABAB	62 941	883 377	20 798 309	1.000	20798286	0.0427410	0.999997
	Mesh08 ABCABC	85 863	606 586	20 808 928	1.000	20808877	0.0296720	0.999981
R_{III}	Mesh02 ABABAB	-5 912	397 154	12 590 205	1.000	12590222	0.0313480	0.999998
	Mesh02 ABCABC	-8 972	386 985	12 573 714	1.000	12573730	0.0305600	0.999997
	Mesh04 ABABAB	-8 797	362 973	18 718 523	1.000	18718531	0.0192990	0.999998
	Mesh04 ABCABC	-2 201	378 786	18 607 604	1.000	18607608	0.0203060	0.999999
	Mesh06 ABABAB	-21 717	259 799	20 585 183	1.000	20585197	0.0145780	0.999945
	Mesh06 ABCABC	-8 358	322 728	20 507 300	1.000	20507307	0.0156590	0.999974
	Mesh08 ABABAB	-23 174	263 634	21 614 640	1.000	21614653	0.0120520	0.999943
	Mesh08 ABCABC	10 489	277 257	21 540 954	1.000	21540963	0.0127910	0.999965

Posiadając wartości uśrednionej wirowości pola prędkości ω w funkcji ΔP_{we-wy} przystąpiono do sprawdzenia, czy istnieje związek między wirowością a wartością R. Analizując posiadane dane zauważono, że dwie funkcje

$$R = \mathrm{A} \cdot \omega^2 + \mathrm{B} \cdot \omega + \mathrm{C} \tag{79}$$

oraz

$$R = \mathrm{D} \cdot \exp(\mathrm{E} \cdot \omega) \tag{80}$$

najlepiej opisują zależność R od wirowości pola prędkości ω. Charakteryzują sie one tym, że współczynnika korelacji R^2 jest dla nich bliski jedności. Oznacza to jednoznacznie, że wartość R jest zależna od wirowości pola prędkości ω i można tą relacją opisać funkcja empiryczną.

Z pośród tych dwóch wyżej zaproponowanych związków (79) i (80) zależność (79) najlepiej nadaje się do wyjaśnienia związku pomiędzy R a wirowością pola prędkości ω. Porównując wartości współczynników A, B, C (tab. 15) zauważono, że w odniesieniu do współczynnika C, współczynnik B jest mniejszy od niego o około dwa rzędy wielkości, natomiast współczynnik A jest mniejszy o około trzy rzędy wielkości. Biorąc pod uwagę ponadto, że wartość wirowością pola prędkości ω jest znikomo mała w naszym przypadku (mniejsza od jedynki) to o wartość R decyduje głównie współczynnik C.

Analizując posiadane dane uzyskane z symulacji numerycznej przepływu płynu przez przestrzeń porową utworzoną z sieci przestrzennej komórek elementarnych zauważono, że funkcją, która najlepiej będzie odzwierciedlała charakter fizyczny zależności rezystancji hydrodynamicznej od wirowości pola prędkości, można to przedstawić w następującej postaci,

$$R = 0.5 \cdot R_o \cdot (1 + R_\omega) \tag{81}$$

w którym zmienna R_o jest wielkością stałą i zależną tylko od typu komórki elementarnej a R_ω jest określone dodatkową zależnością:

$$R_\omega = \exp(\beta \cdot \omega), \quad \beta > 0 \tag{82}$$

W przypadku, kiedy wirowości pola prędkości ω równa się zero, to R_ω równa się jeden.

Tab. 16. Wartości współczynników R_o i β dla dwóch różnych typów ułożenia kul w warstwach ABABAB oraz ABCABC wyznaczonych przy wykorzystaniu funkcji asymptotycznej .

R	Typ	R_o [Pa·s/kg]	R^2	β [s]	R^2
R_I	ABABAB	18220677	1.000000	0.013147	1.000000
	ABCABC	18144839	1.000000	0.010409	0.999999
R_{II}	ABABAB	20714788	0.998799	0.023568	0.997868
	ABCABC	20716923	0.998712	0.015358	0.998194
R_{III}	ABABAB	21586760	0.999875	0.007378	0.997868
	ABCABC	21520746	0.999931	0.007198	0.998194

Mimo, że w niniejszej rozprawie wykazano ścisłą zależność miedzy wartością rezystancji hydrodynamicznej a wirowością pola prędkości, to z praktycznego punktu widzenia dla bardzo małych wartości $\Delta P_{we-wy} < 0.01$ (tab. 11 i

tab. 12) można przyjąć stałą wartość R. W takim przypadku wartość $R_\omega = 0$ a błąd oszacowania wartości R będzie mniejszy niż 1 %.

Tab. 17. Uśrednione wartości R dla trzech typów komórki elementarnej.

	R_o [Pa·s/kg]	ΔR [%]	β [s]	ΔR [%]
R_I	18182758	0.29493	0.011778	16.43
R_{II}	20715856	0.00729	0.019463	29.83
R_{III}	21553753	0.21657	0.007288	1.74

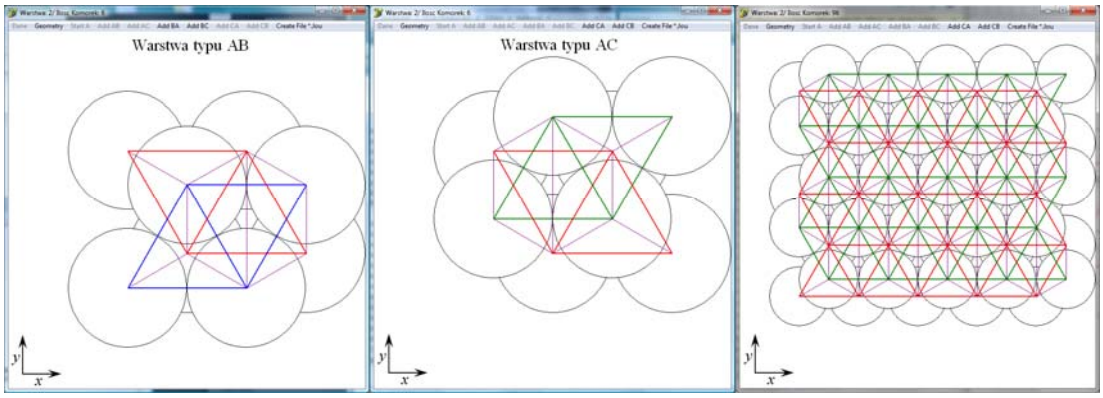
W związku z przedstawioną tutaj zależnością rezystancji hydrodynamicznej od wirowości pola prędkości płynu nasuwa się następujący wniosek:

Przepuszczalność K ośrodka porowatego nie jest wartością stałą, lecz zmienia się w obszarze poszczególnych porów, a jej wartość maleje nieliniowo ze wzrostem intensywności wirowości pola prędkości. O stałej w przybliżeniu przepuszczalności rozważanego ośrodka porowatego możemy mówić jedynie w sensie uśrednionym, jeśli uśrednienie to obejmuje dużą ilość porów.

Zależność przepuszczalności K od wirowości pola prędkości w skali mikro implikować będzie w skali makro obejmującą dużą liczbę porów odchylenie od wyrażonej prawem Darcy'ego liniowej zależności miedzy prędkością filtracji (uśredniona w skali makro) a gradientem ciśnienia (uśrednionym w skali makro). Wielkość tego odchylenia obserwowanego w skali makro będzie rosła z uśredniona magnitudą wirowości pola prędkości w skali mikro. Ze względu na skomplikowany charakter związku między wirowością prędkości a spadkiem ciśnienia zależność ta nie będzie miała charakteru liniowego.

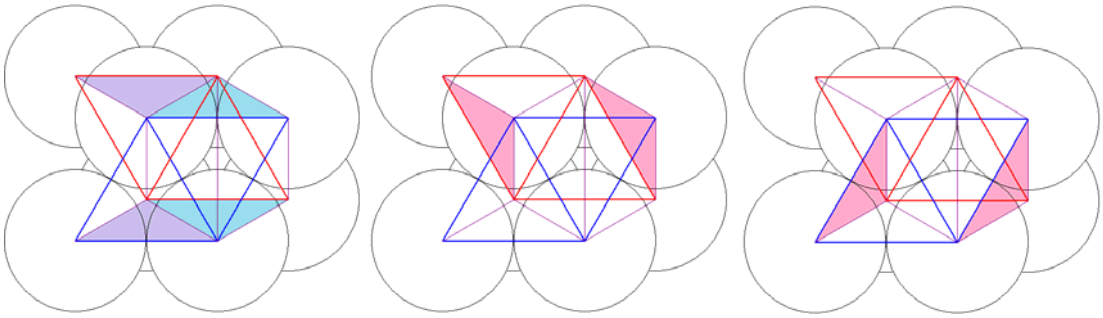
8.6 Przestrzeń porowa jako sieć przestrzenna utworzona z komórek elementarnych.

W poprzednim rozdziale wykazano niezależność wartości R od ułożenia kul na danej warstwie, czyli tak naprawdę od geometrii szkieletu ośrodka porowatego zbudowanego z kulek o najgęstszym upakowaniu oraz prostą postać układu równań (70, 71 i 72) wiążącą ze sobą wartości ciśnienia i masowego wydatku przepływu. Te własności komórki elementarnej pozwalają na użycie jej do zastąpienia przestrzeni porowej rzeczywistego ośrodka porowatego siecią przestrzenną utworzoną z takich komórek. W ten sposób uzyskamy proste narzędzie do modelowania przepływu przez zadany ośrodek porowaty o dowolnej geometrii.

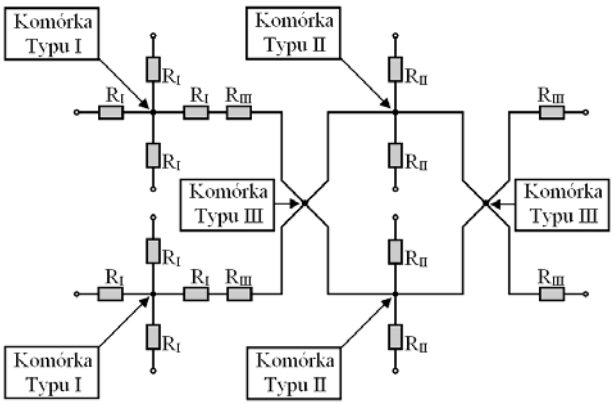


Rys. 101. Wyodrębniony układ sześciu komórek elementarnych.

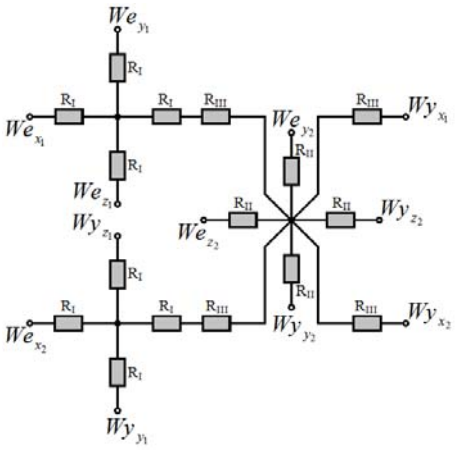
Analizując strukturę przestrzenną sieci utworzonej z komórek elementarnych zauważono, że można z niej wyodrębnić układ wzajemnie ze sobą połączonych sześciu elementów (rys. 101). Układ ten składa się z trzech par komórek elementarnych różnego typu. (2 x Typ I, 2 x Typ II, 2 x Typ III). W zależności od typu ułożenia warstwy kulek AB, AC, BA, BC, CA, CB struktura połączenia sześciu elementów pozostaje niezmieniona (rys. 101). W przestrzeni może jedynie nastąpić przesunięcie, lub obrót w celu połączenia się z innym układem, odpowiednimi pasującymi ze sobą powierzchniami elementarnymi (rys 102).



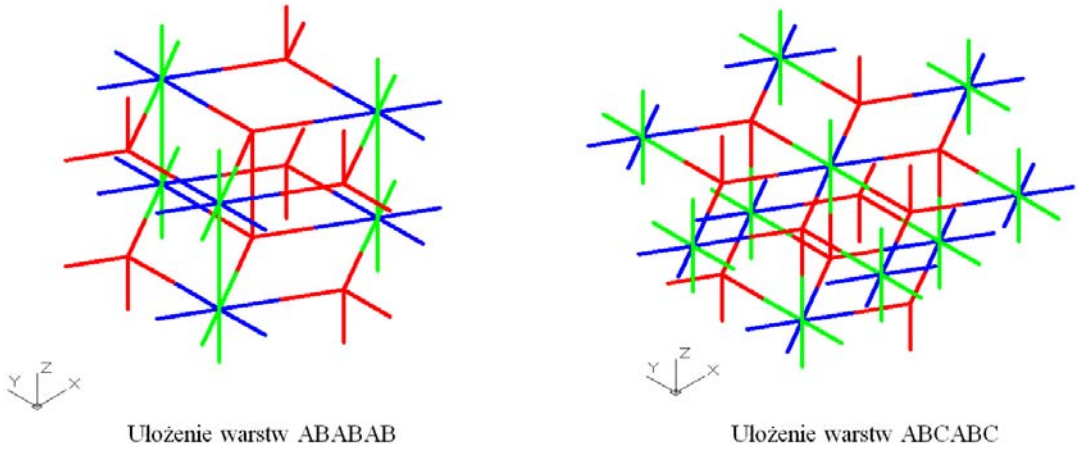
Rys. 102. Ilustracja ukazująca symetryczność odpowiednich płaszczyzn elementarnych względem siebie.



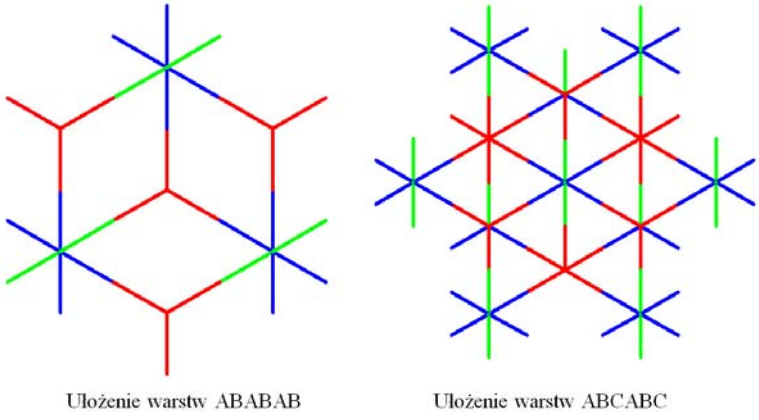
Rys. 103. Ilustracja przedstawiająca zastąpienie sześciu wyodrębnionych komórek elementarnych wielobiegunnikami o zadanej strukturze wewnętrznej.



Rys. 104. Ilustracja przedstawiająca uproszczenie struktury wewnętrznej połączonych ze sobą sześciu wyodrębnionych komórek elementarnych.



Rys. 105. Ilustracja przedstawia sieć przestrzenna utworzona z komórek elementarnych.



Rys. 106. Ilustracja przedstawia sieć przestrzenna utworzona z komórek elementarnych zrzutowaną na płaszczyznę xy.

Układ sześciu ze sobą połączonych komórek elementarnych można zastąpić układem sześciu wielobiegunników. Sposób połączenia wewnętrznego powstałej

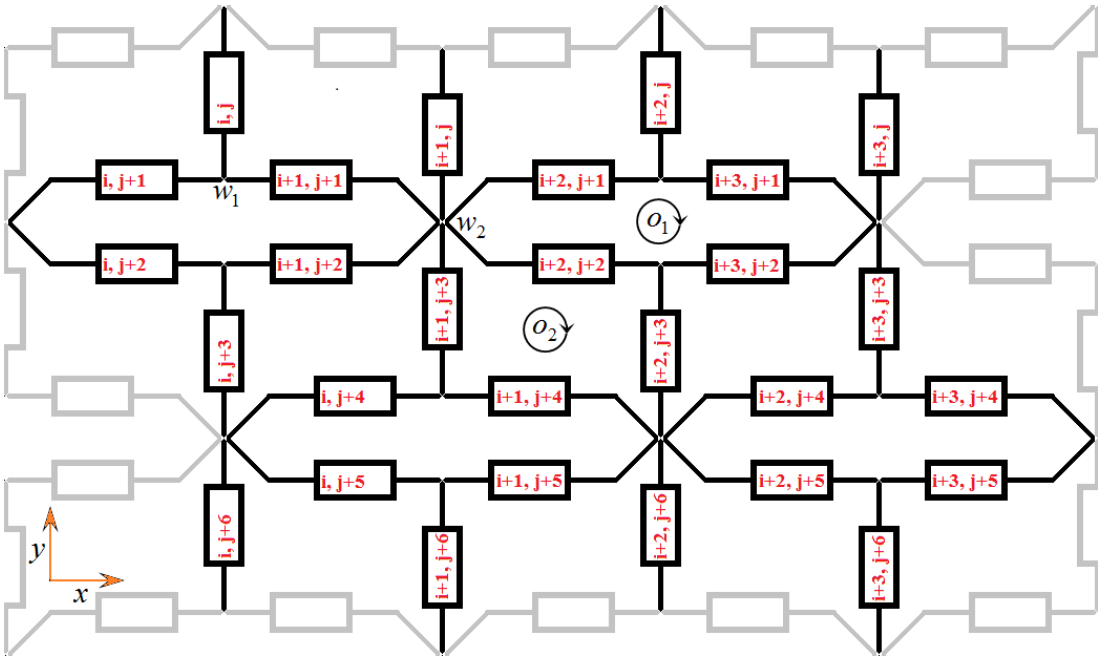
struktury pokazano na rys. 103. Z uwagi na to, że niektóre wartości R dla danego typu wielobiegunnika przyjmują wartość zero w układach (70), (71) i (72), można uprość wyodrębniony układ do postaci przedstawionej na rys. 104. Powstała struktura składa się z 16 zacisków. Można przyjąć, że wybrane pary zacisków rys. 104 odpowiadają odpowiednim przepływom wzdłuż osi x, y i z.

Na rys. 105 przedstawiono przestrzenną strukturę sieci utworzonej z komórek elementarnych. Kolorem czerwonym oznaczono komórki elementarne typu I, zielonym typu II, a niebieskim typu III. Zauważono, że dla ułożenia warstw ABABAB para warstw AB i BA lub BA i AB tworzy strukturę, którą można powtarzać dowolną ilość razy wzdłuż osi z. Podobny układ nie występuje dla ułożenia warstw ABCABC. Ponadto zauważono, że dla ABABAB komórki typu I i III łączą się z odpowiednimi komórkami typu I i III, a dla ABCABC komórka typu I łączy się z komórką typu III i na odwrót. Konsekwencją tych różnic jest wyraźna zmiana w zagęszczeniu w przestrzeni połączeń między poszczególnymi wielobiegunnikami, dla tych dwóch typów ułożeń warstw, co wyraźnie można zauważyć na rys. 106.

8.7 Przestrzeń porowa jako sieć przestrzenna utworzona z komórek elementarnych ułożonych według schematu ABABAB – przykładowa metoda liczenia.

Łącząc ze sobą układ zbudowany w oparciu o sześć komórek elementarnych opisany w poprzednim podrozdziale (8.5) udało się stworzyć pokazaną na rys. 106 strukturę w oparciu, o którą dokonano analizy przepływu płynu przez warstwy ABABAB, poszukując zależności pomiędzy ciśnieniem a masowym wydatkiem przepływu. Założono wstępnie, że rozpatruje się tylko przepływ równoległy do płaszczyzny xy, a wzdłuż osi z przepływ nie występuje. Z związku z tym na rys. 106 tymczasowo nie ma zaznaczonych elementów, przez które nie jest realizowany przepływ. Elementy te byłyby ulokowane prostopadle do struktury rys. 106 i wychodziłyby z węzłów w_i. Udało się jeszcze dodatkowo uprościć schemat wprowadzając elementy zastępcze R_A i R_B, (83) gdzie wartości n_x oraz n_y odpowiadają ilości elementów wzdłuż danej osi

$$\begin{aligned} R_{i,j} &= R_B \quad dla \quad j = 3k+1 \\ R_{i,j} &= R_A \quad dla \quad j = 3k+2 \\ R_{i,j} &= R_A \quad dla \quad j = 3k+3 \\ i &= 0,1,...,n_x \\ k &= 0,1,...,n_y \\ R_A &= R_I + R_{III} \\ R_B &= R_I + R_{II} \end{aligned} \tag{83}$$



Rys. 107. Ilustracja przedstawiająca schemat ideowy sieci komórek elementarnych warstwy dla ułożenia ABABAB.

Charakterystycznymi pojęciami występującymi w opisie sieciowym i metodach sieciowych [Osiowski i Szabatin (1995)] są pojęcia: gałęzi, węzła oraz oczka. Gałąź *g* jest to taki fragment struktury sieci, w którym wyróżniono prąd *I* oraz napięcie *U*, zwane prądem gałęziowym i napięciem gałęziowym. W gałęzi może występować pojedynczy element lub połączenia elementów. Istotne jest jednak, aby w gałęzi został wyróżniony prąd *I*, wspólny dla całej gałęzi. Węzeł *w* określamy jako punkt połączenia elementów. W ujęciu sieciowym o węźle mówimy jako o punkcie połączenia gałęzi. W każdym węźle sieci musi być spełnione prądowe prawo Kirchhoffa

$$\forall w, \sum I_{i,j} = 0 \tag{84}$$

mówiące o tym, że suma prądów wpływających do węzła musi się równać sumie prądów wypływających z niego. Gałąź w sieci łączy dwa węzły.

Natomiast oczko *o* jest to taki fragment struktury sieci, który jest utworzony przez zamknięty ciąg gałęzi i węzłów, a więc w którym możliwy jest przepływ prądu. W każdym obwodzie, który można wyróżnić w sieci, musi być spełnione napięciowe prawo Kirchhoffa.

$$\forall o, \sum I_{i,j} \cdot R_{i,j} = 0 \tag{85}$$

W teorii obwodów [Osiowski i Szabatin (1995)] istnieje twierdzenie mówiące, że w zbiorze wszystkich równań wynikających z napięciowego prawa Kirchhoffa

można wyróżnić jedynie n równań niezależnych (86) o tej własności, że każde napięcie gałęziowe występuje co najmniej raz w którymś z tych równań przy czym:

$$n = g - (w - 1) \tag{86}$$

gdzie g – jest ilością gałęzi.

W teorii liczenia sieci wentylacyjnych [Pawiński i inni (1979), Wacławik (2010)] istnieje twierdzenie Berge'a mówiące, że liczba cykli liniowo niezależnych równa się tzw. liczbie cyklomatycznej r, określonej wzorem Eulera:

$$r = m - w + 1 \tag{87}$$

Z tego twierdzenia wynika, że dla rozwiązania dowolnej sieci wentylacyjnej można ułożyć wystarczającą liczbę algebraicznych równań niezależnych.

gdzie: m – liczba krawędzi (gałęzi),
w – liczba wierzchołków (węzłów),
r – liczba cyklomatyczna (liczba oczek niezależnych).

Natomiast w przypadku obliczania sieci wodociągowej [Gabryszewski (1973)] stosuje się metodę Crossa, której założenia opierają się na dwóch podstawowych prawach Kirchhoffa:

1. Suma dopływów do węzła równa się sumie odpływów z węzła,
2. Algebraiczna suma wysokości strat ciśnienia w każdym zamkniętym obwodzie (oczku sieci) równa się zeru.

Reasumując powyższe rozważania można przedstawić równie (84) w postaci dla nas bardziej adekwatnej do rozważanego problemu w postaci

$$\forall w, \sum Q_{i,j} = 0 \tag{88}$$

oraz równanie (85) w postaci.

$$\forall o, \sum Q_{i,j} \cdot R_{i,j} = 0 \tag{89}$$

Przy tym dla oczek typu o_1 z uwagi na to, że $R_{i,j}$ jest takie same w każdej gałęzi, można o ten człon skrócić, otrzymując prostszą postać równania podobnego do prądowego prawa Kirchhoffa.

Rozwiązując sieć zbudowaną z komórek elementarnych należy tak naprawdę wyznaczyć wartości masowego wydatku przepływu oraz spadek ciśnienia dla każdej gałęzi analizowanej struktury. Ponieważ masowy wydatek przepływu Q jest ściśle

związany ze spadkiem ciśnienia ΔP parametrem R, wystarczy wyznaczyć tylko jedną z tych dwóch poszukiwanych wartości dla danej rozważanej gałęzi. Ilość możliwych do wyznaczonych wartości określa powstała po przekształceniu równania (86) następująca zależność:

$$g = n + w - 1 \tag{90}$$

Z rysunku rys. 107 będącego częścią jakiejś większej struktury sieciowej wynika, że ilość równań potrzebnych do wyznaczenia poszukiwanych wartości wynosi 28. W analizowanej strukturze występuje 10 węzłów oraz 7 oczek. Otrzymujemy więc możliwość ułożenia tylko 16 niezależnych równań, a co za tym idzie wyznaczyć 16 z 28 poszukiwanych wartości. Pozostałe nieznane wartości można wyznaczyć z warunków brzegowych. Występują na nich węzły graniczne, dla których wartości masowego wydatku przepływu Q lub wartości ciśnienia P są znane. Ilość ich wynosi dokładnie 12, a więc brakującą liczbę równań niezależnych potrzebnych do otrzymania jednoznacznego rozwiązania.

Przedstawioną tu metodologię liczenia sieci zbudowanej z komórek elementarnych można z powodzeniem zastosować do liczenia większych struktur oraz innych ułożeń warstw niż ABABAB, co autor niniejszej pracy doktorskiej zrealizował. Pisząc do tego celu odpowiedni program komputerowy.

Przy założeniu, że przepływ Q jest realizowany wzdłuż osi y otrzymano następujące rozwiązanie ogólne dla dowolnej ilości kul tworzących szkielet ośrodka porowatego.

$$\begin{gathered}
Q_{2i,j} = \frac{Q}{n_y} \quad dla \quad j = 3k+1 \\
Q_{2i+1,j} = \frac{Q}{n_y} \quad dla \quad j = 3k+1 \\
Q_{2i,j} = -0.5 \cdot \frac{Q}{n_y} \quad dla \quad j = 3k+2 \\
Q_{2i+1,j} = 0.5 \cdot \frac{Q}{n_y} \quad dla \quad j = 3k+2 \\
Q_{2i,j} = -0.5 \cdot \frac{Q}{n_y} \quad dla \quad j = 3k+3 \\
Q_{2i+1,j} = 0.5 \cdot \frac{Q}{n_y} \quad dla \quad j = 3k+3 \\
P_{i,j} = R_{i,j} \cdot Q_{i,j} \\
i = 0,1,\ldots,\frac{n_x}{2} \\
k = 0,1,\ldots,n_y
\end{gathered} \tag{91}$$

Z zależności (91) wynika, że przepływ wzdłuż osi *y* jest realizowany przez gałęzie *i*, *j* dla *j* = 3*k*+1, natomiast wzdłuż osi *x* przez gałęzie *i*, *j* dla *j* = 3*k*+2 oraz *j* = 3*k*+3. Wynika z tego, że przepływ wzdłuż osi *y* jest dwa razy intensywniejszy niż wzdłuż osi *x*. Jednak przepływ wzdłuż osi *x* jest ograniczony tylko w obrębie jednego oczka typu o_1. Pomiędzy oczkami typu o_1 oraz o_2 nie ma wymiany płynu wzdłuż osi *x*.

Z uwagi na to, że każda warstwa jest identyczna nie może istnieć przepływ wzdłuż osi *z* czyli pomiędzy warstwami. Wynika to z faktu, że w każdym węźle o takich samych współrzędnych przestrzennych *x*, *y* ale innych współrzędnych wzdłuż osi *z* musi być zawsze taka sama wartość ciśnienia co wynika wprost z zależności (91).

Powyższe rozważania zostały potwierdzone danymi uzyskanymi z symulacji numerycznej przeprowadzonej wcześniej w celu wyznaczenia parametrów R układu równań (70, 71 i 72). Mimo występowania w symulowanym wirtualnym ośrodku porowatym z przyczyn oczywistych nieprzewodzących ścian to okazało się, że wpływ tych ścian nie zakłóca w sposób znaczący rozpływu płynu pomiędzy komórkami elementarnymi zgodnie z zależnością (91). Może się wydać, że to wynik tak opracowanych równań (70, 71 i 72), aby wymusić otrzymane rozwiązanie. Należy jednak pamiętać, że układ równań (70, 71 i 72) jest układem uniwersalnym i obowiązuje również w przypadku innego ułożenia kul na warstwach np. ABCABC, dla którego zależność (91) już nie obowiązuje.

W przypadku kiedy przepływ Q jest realizowany wzdłuż osi *x* otrzymano następujące rozwiązanie, również ogólne dla dowolnej ilości kul tworzących szkielet ośrodka porowatego w postaci:

$$\begin{aligned} Q_{i,j} &= 0 \quad dla \quad j = 3k+1 \\ Q_{i,j} &= \frac{Q}{n_x} \quad dla \quad j = 3k+2 \\ Q_{i,j} &= \frac{Q}{n_x} \quad dla \quad j = 3k+3 \\ P_{i,j} &= R_{i,j} \cdot Q_{i,j} \\ i &= 0,1,...,n_x \\ k &= 0,1,...,n_y \end{aligned} \tag{92}$$

Z zależności (92) wynika, że przepływ jest realizowany tylko wzdłuż osi *x* przez gałęzie *i*, *j* dla *j* = 3*k*+2 oraz *j* = 3*k*+3. Natomiast przepływ wzdłuż osi *y* oraz *z* nie jest możliwy. Wzdłuż osi *z* na zasadzie symetryczności całej warstwy. Natomiast wzdłuż osi *y* z uwagi na to, że wartości ciśnień w dwóch węzłach typu w_1 dla danego oczka typu o_1 oraz dwóch węzłach danej gałęzi *i*, *j* (*j* = 3*k*+1), jest zawsze takie samo.

Dlatego w większości przypadków można rozpatrywać ośrodek porowaty w postaci jednej warstwy. W przeciwnej razie należy odpowiednio zmodyfikować równania określające rozpływ prądów w węzłach, poprzez dodanie odpowiednich oczek w celu uzupełnienia układu równań o brakujące równania oczkowe. Wartość R_C wpięta pomiędzy dwa symetryczne węzły, przez które jest realizowany przepływ określa zależność:

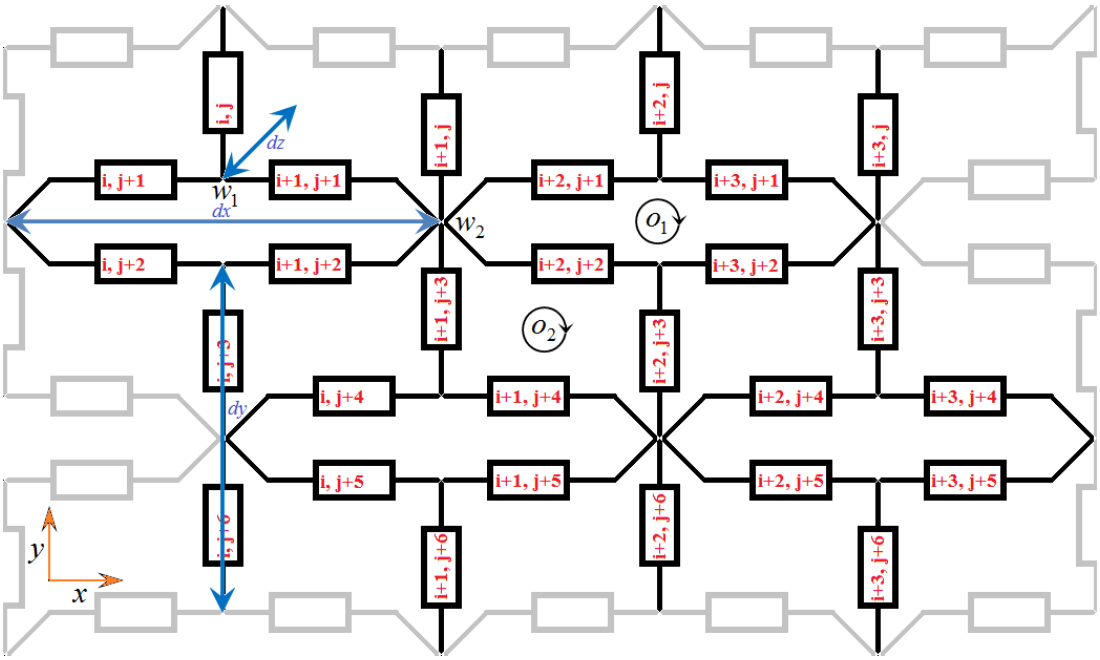
$$R_C = \begin{cases} R_c^{'} = 2 \cdot R_I \text{ dla } w_1 \\ R_c^{''} = 2 \cdot R_{II} \text{ dla } w_2 \end{cases} \tag{93}$$

8.8 Podsumowanie.

W niniejszym rozdziale zdefiniowano pojecie komórki elementarnej jako układu wielozaciskowego potocznie nazywanego wielobiegunnikiem. Przy wykorzystaniu metody analogi elektrohydrodynamicznej opracowano ogólną postać układu równań (67) umożliwiającą wyznaczenie zależności pomiędzy ciśnieniem P a masowym wydatkiem przepływu Q dla każdej z czterech powierzchni elementarnych, przez którą jest realizowany przepływ. Układ równań (67) w tej formie był jednak układem nadokreślonym i należało doprowadzić go do takiej postaci aby otrzymać jednoznaczne rozwiązanie.

Przeprowadzono analizę przepływu przez wirtualny ośrodek porowaty, w którym przestrzeń porową zastąpiono siecią przestrzenną utworzoną z komórek elementarnych. Symulację przeprowadzono na dwóch typach ułożenia kul na warstwach: ABABAB oraz ABCABC. Przyjęto koncepcję niezależności opisu przepływu płynu przez komórkę elementarną w postaci wielobiegunnika od rozlokowania kul na danej warstwie, warunków brzegowych oraz wpływu ścian. Koncepcje tą następnie udało się udowodnić wyprowadzając układy równań (70, 71 i 72) opisujące zależność pomiędzy ciśnieniem a masowym wydatkiem przepływu dla czterech powierzchni elementarnych danego typu komórki elementarnej. Wprowadzono pojęcie rezystancji hydrodynamicznej R, która na tym etapie rozważań była czysto empiryczną wielkością, wiążącą ze sobą wartość ciśnienia P z masowym wydatkiem przepływu Q na zasadzie podobieństwa pomiędzy prawem Ohma a prawem Darcy'ego w metodzie analogi elektrohydrodynamicznej. W ujęciu komórki elementarnej zastąpionej pojęciem wielobiegunnika zależność tę można przedstawić w postaci (68). Jednostką wielkości rezystancji hydrodynamicznej R jest $Pa \cdot s \cdot kg^{-1}$. Udało się również wykazać, że wartość rezystancji R jest ściśle zależna od wirowości pola prędkości (81) oraz niezależność występującej w tym równaniu wartości R_o od sposobu ułożenia kulek na warstwach.

Przeprowadzone symulacje przepływu przez ośrodek porowaty zbudowany z sieci komórek elementarnych, którego szkielet tworzą kulki o najgęstszym upakowaniu wykazują wyraźne cechy anizotropowości. W przypadku przepływu dla ułożenia warstw ABABAB przepływ wzdłuż danej osi przy założeniu, że ruch płynu jest realizowany pomiędzy dwoma powierzchniami swobodnymi (wartości ciśnienia w węzłach granicznych prostopadłych do głównej osi przepływu mają taką samą wartość), charakteryzuje się następującymi cechami: dla przepływu wzdłuż osi *x* oraz osi *z* nie istnieją żadne boczne przepływy poza obręb granicy komórki elementarnej, natomiast w przypadku przepływu wzdłuż osi *y* następuje dodatkowa wymiana płynu tylko wzdłuż osi *x* pomiędzy dwoma sąsiednimi komórkami elementarnymi.



Rys. 108. Ilustracja przedstawiająca schemat wyjaśniający sposób definiowania punktów – węzłów w celu wyznaczenia anizotropowości ośrodka porowatego zbudowanego z warstw ABABAB.

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{R_i \cdot d_j}{R_j \cdot d_i}, \quad i,j \in \{x,y,z\} \\ d_x &= 2\phi, \quad R_x = 2R_A \\ d_y &= \frac{2\sqrt{3}}{3}\phi, \quad R_y = 2R_B \\ d_z &= \frac{2\sqrt{3}}{6}\phi, \quad R_z = \frac{R_c^{'} \cdot R_c^{''}}{2(R_c^{'} + R_c^{''})} \end{aligned} \tag{94}$$

Tę anizotropowość w przypadku ułożenia warstw ABABAB można w prosty sposób wyznaczyć przyjmując odpowiednie węzły wzdłuż odpowiednich osi jako punkty wyznaczające spadek ciśnienia (rys. 108), zakładając, że rozważamy tylko trzy przypadki przepływu: wzdłuż osi *x*, *y*, *z*. Ponieważ spadek jest uwarunkowany istnieniem odpowiedniej wartości *R* to wprowadzając współczynnik

anizotropowości γ można go zdefiniować zależnością (94) przyjmując jako ϕ średnicę kuli.

Tab. 18. Wartość współczynnika anizotropowości γ ośrodka porowatego dla ułożenia kul w warstwy ABABAB.

	x	*y*	*z*
x	1.000	0.848	1.688
y	1.180	1.000	1.992
z	0.592	0.502	1.000

Wirtualizacja ośrodka porowatego jako sieci przestrzennej utworzonej z komórek elementarnych niesie ze sobą wiele pozytywnych cech. Poza niedogodnością tworzenia olbrzymich sieci przestrzennych zbudowanych z komórek elementarnych, co przy obecnych możliwościach dostępnych komputerów zaczyna nie odgrywać już tak znaczącej roli, dostajemy mocne narzędzie do modelowania i badania różnego rodzaju ośrodków porowatych. Na razie skupiono się tylko na ośrodkach porowatych zbudowanych z kulek o najgęstszym upakowaniu, ale niewątpliwie w późniejszym czasie metodę liczenia zaadoptuje się również do ośrodków porowatych o bardziej złożonej strukturze.

Literatura:

1. http://excalibra.com/.
2. http://novasensors.com/.
3. http://www.unisensor.net/.
4. http://www.motorola.com/semiconductors/.
5. http://www.siemens.com/.
6. http://honeywell.com/.
7. http://setra.com/.

8. Adamson W., 1997. *Physical chemistry of surfaces*. New York: John Wiley & Sons, Inc, s. 355. ISBN 0-471-14873-3.

9. Adler P. H., Jacuin G. G., J. Quibler A.: *Flow in simulated porous media*. Int. J. Multiphase Flow, 16:691-711, 1990.

10. Amao A. M.: *Mathematical Model For Darcy Forchheimer Flow With Applications To Well Performance Analysis*. Master's Thesis. Department of Petroleum Engineering. Texas Tech University, 2007.

11. Anderson B. A., Sarkar A., Thompson J. F., Singh R. P.: *Commercial-Scale Forced-Air Cooling Of Packaged Strawberries*. Transactions of the ASAE, Vol. 47(1): 183-190. American Society of Agricultural Engineers, 2004.

12. Andrade J. S., Costa U. M. S., Almeida M. P., Makse H. A., Stanley H. E.*: Inertial Effects on Fluid Flow through Disordered Porous Media*. Physical Review Letters, Vol. 82, No. 26, 28 June 1999.

13. Aulisa E., Ibragimov A., Valko P., Walton J.: *Mathematical Frame-Work For Productivity Index of The Well for Fast Forchheimer (non-Darcy) Flow in Porous Media*. COMSOL Users Conference 2006 Boston.

14. Baron B.*: Metody numeryczne w Delphi 4*, Wydawnictwo Helion, Gliwice 1999.

15. Batchelor G. K.: *An Introduction to Fluid Dynamics,* Cambridge Univ. Press, Cambridge, England, 1967.

16. Bear J.: *Dynamics of Fluids in Porous Media*. Dover Publications, INC. New York, 1988.

17. Bear J., Zalewsky D, Irmay S: *Physical prynciples of water percolation and seepage*. Unesco, 1968.

18. Belyadi A.: *Analysis Of Single-Point Test To Determine Skin Factor*. PhD Thesis. Department of Petroleum and Natural Gas Engineering, Morgantown, West Virginia 2006.

19. Bobeck P.: *English Translation of Henry Darcy's The Public Fountains of the City of Dijon*, Kendall Hunt Publishing Co., University of Texas at Austin, 2004.

20. Bukowski J.: *Mechanika płynów*, PWN Warszawa 1976.

21. Cieślicki K., Lasowska A.: *Flow of water in models of porous space in the light of the Forchheimer equation*. Arch. of. Minimg. Sci., 31:63-75, 1986.

22. Cieślicki K., Sławomirski M. R., Lasowska A.: *Zjawiska hydrodynamiczne występujące przy przepływach rozcieńczonych roztworów polimeru AN-34*, Strata Mechanics Research Institute Report, no T02Z11, 1996.

23. Colins R. E.: *The Flow of Fluids through Porous Materials*, van Nostrand, New York, (1961).

24. Dahlquist G,Björck Å.*: Metody numeryczne*, PWN Warszawa 1983

25. Duckworth R. A: *Mechanika płynów*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1983.

26. Filek K., Roszczynialski W,. Wacławik J.: *Laboratorium mechaniki płynów z elementami pomiaroznastwa*, Wydawnictwo AGH, Kraków 1990.

27. Gabryszewski T.: *Wodociągi,* PWN, Wrocław,1973.

28. Górniak H.: Szymczyk J.: *Podstawy termodynamiki*. Część I i II, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1999.

29. Gryboś R.: *Podstawy mechaniki płynów*, PWN Warszawa 1989.

30. Hansen T. E.: *Flow in micro porous silicon carbide*. Master Thesis. Department of Micro and Nanotechnology, Technical University of Denmark, March 2nd, 2007.

31. Hassanizadeh S.M.. Gray W.G: *High Velocity Flow in Porous Media*. Transport in Porous Media, 1987.

32. Hellström J. G. I., Lundström T. S.: *Flow through Porous Media at Moderate Reynolds Number*. International Scientific Colloquium, Modelling for Material Processing, Riga, June 8-9, 2006.

33. Kazimierski Z: *Podstawy mechaniki płynów i metod komputerowej symulacji przepływów*, Łódź, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej 2004.

34. Kulma R.: *Podstawy obliczeń filtracji wód podziemnych*, Wydawnictwo AGH, Kraków 1995.

35. Landau L. D., Lifszyc E. M.: *Hydrodynamika*, PWN Warszawa 1994.

36. Lasowska A.: *Eksperymentalne badania przepływów w ośrodkach porowatych i wybranych modelach przestrzeni porowej*, Praca doktorska, Kraków 1996.

37. Litwiniszyn J., Bodziony J. : *Matematyczny model zjawiska kolmatacji n – frakcyjnej zawiesiny cząstek stałych w ośrodku ciągłym*, Spraw. PAN, VII – XII, Kraków 1961.

38. Lymberopulos D. P., Payatakes A. C.: *Derivation of topological, geometrical and correnational properties of porous media from pore chart analysis of seweral section data.* Journal of Colloid and Interface Science, 150, 1992.

39. Osiowski J., Szabatin J.: Podstawy teorii obwodów, Tom 1, Wydawnictwo Naukowo - Techniczne, Warszawa 1995.

40. Mei C. C, Ariault J. L.: *Effect of Weak Inertia on Flow through a Porous Medium*, Journal of Fluid Mechanics, vol. 222, 1991.

41. Moffat H. K.: *Viscous and resistive eddies near a sharp corner*. J. Fluid Mech, 18:1-8, 1964.

42. Morrison S.J., Duggan T.P.: *Non-Darcy Flow In Core Plugs - A Practical Approach*. British Gas pic, London, UK, http://www.scaweb.org/assets/papers/1991_papers/1-SCA1991-19EURO.pdf (2008.08.29)

43. Nakamura I.: *Steady wake behind a sphere.* Physics of Fluids, 19:5-8, American Institute of Physics, 1976.

44. Orzechowski Z., Prywer J., Zarzycki R.: *Mechanika Płynów w inżynierii i ochronie środowiska*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2009.

45. Pawiński J., Roszkowski J., Strzemiński J.: Przewietrzenie kopalń, Wydawnictwo „Śląsk", Katowice, 1979.

46. Peszyńska M., Trykozko A., Sobieski W.: *Forchheimer law computational and experimental studies of flow through porous media at porescale and mesoscale*, Vol. 32: 462-482. Gakuto Internationa Series. Mathematical Sciences And Applications, Gakkotosho Co. Ltd, 2010.

47. Popielski P.: *Model sufozji mechanicznej w ujęciu metody elementów skończonych*, Praca doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa 2000.

48. Raymond W.: *Pressure Transducers*, Flow Control, 1998

49. Raymond W.: *Pressure Transducers*: What They Are and How to Select One, Measurements and Control, 1997.

50. Sawicki J., Szpakowski W., Weinerowska K., Wołoszyn E., Zima P.*: Laboratorium z Mechaniki Płynów i Hydrauliki*. Politechnika Gdańska, 2004.

51. Scheidegger A. E.: *Physics of Flow through Porous Media*, University of Toronto Press, Toronto, 1974.

52. Sławomirski M. R.: *One-dimennsional, third power type non-Darcy flows through porous media*, Achives of mining sciences, Wydawnictwo instytutu mechaniki górotworu PAN, Kraków 2006.

53. Skawiński R.: *Mechanizm przepływu cieczy w ośrodkach porowatych w świetle badan eksperymentalnych*. Zesz. Naukowe AGH, Górnictwo, 60, 1974.

54. Skawiński R., Lasowska A.: *Investigations of permeability depending on wettability in porous media*. Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. Techn., 27:45 - 48, 1979.

55. Skawiński R., Lasowska A., Tabińska J.: *Experimental investigations of flow velocity field in abrupt expansions of pipes and slits*. Arch. Górn., 25:27 - 41, 1980.

56. Stark K. P.: *Numerical study of the nonlinear laminar regim flow in an idealized porous media*. Inter. Assoc. for Hydraulic Research, 18, 1972.

57. Stevenson J. F.: *Flow in a tube with circumferential wall cavity*. Trans. ASME J. Appl. Mech., 40:355-360, 1973.

58. Sumer B. M, Fredsøe J.: *Hydrodynamics Around Cylindrical Structures.* World Scientific, Singapore 2006.

59. Szargut J.: *Termodynamika techniczna*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1997.

60. Taneda S.: *Visualization of separating Stokes flow*. J. of the Physical of Japan, 46(6):1935-1942, 1979.

61. Teixeira S., Pacheco X.: *Delphi 4 Vademecum profesjonalisty*, Wydawnictwo Helion, Gliwice 1999

62. Troskolański A. T.: *Hydromechanika techniczna tom III Pomiary wodne*. Państwowe Wydawnictwa Techniczne, Warszawa, 1957.

63. Trzaska A.: *Zjawisko kolmatacji w sztucznym ośrodku porowatym*, Praca doktorska, AGH, Kraków, 1964.

64. Trzaska A., Broda K.: *Comparison of the Actual Course of the Phenomenon of Colmatage with Its Theoretical Description*. Archives of Mining Sciences 36, 4, 1991.

65. Trzaska A., Broda K.: Possibility of Determining Colmatage Parameters and Functions Basing on the Theory of Colmatage and Experiment. Archives of Mining Sciences 45, 4, 527 542, 2000.

66. Trzaska A., Broda K., Filipek W., Sobowska K.: *O zjawisku kolmatacji i jego wpływie na otoczenie*. (The Phenomenon of Colmatage and Its Effect on the Environment). Archives of Mining Sciences 50, Special Issue 43 56, 2005.

67. Trzaska D. H., Trzaska D. Z.: *Podstawy krystalografii*. Politechnika Warszawska, Warszawa, 2003.

68. Wacławik J.: *Wentylacja kopalń,* tom 1, AGH, Kraków 2010.

69. Willmarth W.W., Roos F.W.: *Some experimental results on sphere and disk drag.* The American Institute of Aeronautics and Astronautics, 9:285-291, 1971.