## AKADEMIA GÓRNICZO – HUTNICZA IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE



#### WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI, INFORMATYKI I INZYNIERII BIOMEDYCZNEJ KATEDRA MASZYN ELEKTRYCZNYCH

# **ROZPRAWA DOKTORSKA**

Imię i nazwisko: Dziedzina: Temat:

### MARCIN BAJEK

Elektrotechnika

"ANALIZA WŁASNOŚCI I SYNTEZA PROJEKTOWA SILNIKA SYNCHRONICZNEGO Z MAGNESAMI TRWAŁYMI DO ROZRUCHU BEZPOŚREDNIEGO (LSPMSM) Z WYKORZYSTANIEM METOD POLOWYCH I OPTYMALIZACJI."

Promotor: dr hab. inż. Wiesław Jażdżyński, prof. nz. AGH

KRAKÓW, ROK 2012

Pragnę serdecznie podziękować Promotorowi, prof. W. Jażdżyńskiemu, za poświęcony mi czas oraz miłą i owocną współpracę w ciągu całego okresu pracy nad rozprawą.

> Pracę dedykuję synowi oraz żonie, której ogromna cierpliwość pozwoliła mi pogodzić pisanie pracy doktorskiej z obowiązkami posiadania rodziny.

Indeks	Opis
N	wartość znamionowa
d	wielkość w osi podłużnej transformacji Parka
q	wielkość w osi poprzecznej transformacji Parka
dS	wielkość w osi podłużnej stojana transformacji Parka
qS	wielkość w osi poprzecznej stojana transformacji Parka
dR	wielkość w osi podłużnej wirnika transformacji Parka
qR	wielkość w osi poprzecznej wirnika transformacji Parka
MIN	wartość minimalna
MAX	wartość maksymalna

### SPIS INDEKSÓW, SKRÓTÓW I SYMBOLI

Skrót	Opis
LSPMSM	maszyna synchroniczna z magnesami trwałymi o rozruchu bezpośrednim (z ang.
	Line Start Permanent Magnet Synchronus Machine)
PMSM	maszyna synchroniczna z magnesami trwałymi (z ang. <i>Permanent Magnet</i>
	Synchronus Machine)
FEM	metoda elementów skończonych (z ang. Finite Element Method)
BLDC	silnik bezszczotkowy prądu stałego z magnesami trwałymi (z ang. Brushless Direct
	Current motor)
SQP	metoda kolejnych przybliżeń kwadratowych (z ang. Sequential Quadratic
	Programming)
SEM	siła elektromotoryczna
56101	

Symbol	Opis
A <sub>m</sub>	amplituda wychylenia wibracyjnego cząstki [m]
Ba	funkcja wypadkowej indukcji od okładu prądowego w szczelinie [T]
$B_f$	funkcja indukcji w szczelinie wywołana przez magnesy - przebieg trapezowy [T]
B <sub>f MAX</sub>	max przebiegu trapezowego indukcji w szczelinie generowanego przez magnesy [T]
$B_g$	funkcja wypadkowej indukcji w szczelinie od pola magnesów i okładu prądowego [T]
$B_m$	maksymalna wartość indukcji magnetycznej [T]
B <sub>n</sub>	składowa normalna indukcji magnetycznej [T]
B <sub>mµ</sub>	amplituda harmonicznej indukcji magnetycznej od magnesów trwałych, o numerze μ [T]
B <sub>mv</sub>	amplituda harmonicznej indukcji magnetycznej od okładu prądowego, o numerze v [T]
B <sub>r</sub>	stała wartość indukcji remanentu, charakteryzująca materiał magnetycznie trwały [T]
B <sub>tan</sub>	składowa styczna indukcji magnetycznej [T]
B <sub>t MAX</sub>	maksymalna wartość indukcji magnetycznej w zębie stojana [T]
B <sub>y MAX</sub>	maksymalna wartość indukcji magnetycznej w jarzmie stojana [T]
<i>C</i> <sub>0</sub>	prędkość rozchodzenia się fali dźwiękowej w powietrzu [m/s]

cosφ	współczynnik mocy [-]
d	wektor kierunku poprawy
$d_b$	grubość blach [m]
$d_1$	szerokość magnesu głównego ("promieniowego") [m]
<i>d</i> <sub>2</sub>	szerokość magnesu bocznego ("stycznego") [m]
$D_q$	średnica pręta klatki [m]
D <sub>c</sub>	zastępcza średnica cylindra odwzorowującego jarzmo stojana [m]
Ds	średnica wewnętrzna stojana [m]
D <sub>shaft</sub>	średnica wału [m]
D <sub>s out</sub>	średnica zewnętrzna stojana [m]
dz	średnica drutu uzwojenia stojana [m]
d <sub>zw</sub>	szerokość mostka konstrukcyjnego [m]
Eo	siła elektromotoryczna indukowana przez magnesy w uzwojeniu stojana, wartość skuteczna [V]
E <sub>c</sub>	moduł elastyczności Young'a [Pa]
$E_i$	napięcie wewnętrzne maszyny, długość wektora [V]
E <sub>MAX</sub>	wartość maksymalna siły elektromotorycznej indukowanej w rozwartych
	uzwojeniach stojana przez strumień od magnesów [V]
f	częstotliwość [Hz]
f( <b>x</b> )	funkcja celu w zadaniu optymalizacyjnym
$f_k(\mathbf{x})$	funkcja kryterialna w zadaniu optymalizacyjnym
F <sub>1</sub> , F <sub>2</sub>	wartość maksymalna siły magnetomotorycznej pochodzenia odpowiednio od okładu prądowego i magnesów trwałych [A]
F <sub>am</sub>	wartość maksymalna wypadkowej siły magnetomotorycznej na powierzchni stojana od okładu prądowego [A]
F <sub>dm</sub> , F <sub>qm</sub>	wartość maksymalna siły magnetomotorycznej na powierzchni stojana od okładu
f	prądowego dla osi dą [A]
Jr a	częstotniwost fan tisinenia magnetycznego wymuszającej urgania [Hz]
$\mathbf{y}_0$	szerokost szczeliny powietrznej [III]
<b>y</b> <sub>e</sub>	[m]
$g_i(\mathbf{x})$	funkcje ograniczające w zadaniu optymalizacyjnym
$h_1$	długość magnesu głównego ("promieniowego" ) [m]
h <sub>2</sub>	połowa długości magnesu bocznego ("stycznego" ) [m]
h <sub>c</sub>	grubość cylindra odwzorowującego jarzmo stojana [m]
h <sub>er</sub>	wysokość pierścienia zwierającego klatkę [m]
h <sub>ys</sub>	wysokość jarzma stojana [m]
H <sub>k</sub>	macierz Hessego (Hesjan) drugich pochodnych funkcji Lagrange'a $L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})$ , założona
h	jako dodatnio okresiona wysokość klina w żłobku stojana [m]
n <sub>ks</sub>	wysokość zaba stojana [m]
n <sub>t</sub>	wysokość zęda stojana [m]
II <sub>ZW</sub>	
ו	natezenie prądu (A)
	nauęzenie prądu wimika, wartość skuleczna, sprowadzona na stronę stojana [A]
I <sub>C</sub>	osi neutralnej równoległej do osi cylindra [m <sup>4</sup> ]
l <sub>e</sub>	natężenie prądu odpowiadające strumieniowi od magnesów trwałych [A]

$I_f$	skuteczna wartość natężenia prądu fazy [A]
$I_L$	wartość skuteczna prądu w stanie zablokowanego wirnika [A]
ls	skuteczna wartość natężenia prądu stojana [A]
J	moment bezwładności wirnika [kg·m²]
<i>k</i> <sub>a</sub>	współczynnik uwzględniający wpływ obudowy maszyny na hałas [-]
$k_d$	współczynnik geometryczny uwzględniający niesymetrię wirnika [-]
$k_{f}$	współczynnik wypełnienia rdzeni stalą [-]
$k_{f1}$	współczynnik wynikający z rozkładu funkcji indukcji w szczelinie od magnesów
	trwałych w szereg Fourier'a, wartość dla podstawowej harmonicznej [-]
<i>k</i> <sub>h</sub>	współczynnik strat histerezowych [W·s/(T <sup>2</sup> ·m <sup>3</sup> )]
k <sub>i</sub>	współczynnik wypełnienia blach [-]
$k_L$	współczynnik reprezentujący zwieranie strumienia magnesów w mostkach [-]
$k_{\beta}$	współczynnik opisujący geometrię maszyny [-]
K <sub>m</sub>	zastępcza sztywność układu mechanicznego stojana [N/m]
k <sub>zs</sub>	współczynnik zapełnienia żłobka stojana [-]
L <sub>om</sub>	długość drogi strumienia magnetycznego [m]
$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})$	funkcja Lagrange'a
L <sub>c</sub>	efektywna długość cylindra odwzorowującego jarzmo stojana [m]
$L_f$	efektywna długość jarzma stojana [m]
l <sub>i</sub> , u <sub>i</sub>	graniczne wartości poszczególnych zmiennych optymalizacji x <sub>i</sub> (i=1:n)
L' <sub>IdR</sub> , L' <sub>IqR</sub>	indukcyjności rozproszenia obwodu wirnika w osiach d i q, sprowadzone do stojana[H]
L <sub>IS</sub>	indukcyjność rozproszenia obwodu stojana [H]
L <sub>m</sub>	indukcyjność wzajemna (magnesująca) [H]
Ls	długość jarzma stojana i wirnika [m]
т	liczba ograniczeń równościowych i nierównościowych [-]
m <sub>e</sub>	liczba ograniczeń równościowych [-]
$m_1$	liczba faz źródła napięcia zasilającego uzwojenie stojana [-]
т	nr modu układu mechanicznego stojana [-]
$M_c$	masa cylindra, odwzorowującego układ mechaniczny stojana [kg]
$M_i$	masa izolacji w stojanie [kg]
$M_m$	zastępcza masa układu mechanicznego stojana [kg]
$M_t$	masa wszystkich zębów stojana [kg]
$M_w$	masa uzwojeń stojana [kg]
n	prędkość obrotowa wirnika [obr/min]
N <sub>e</sub>	efektywna liczba zwojów fazy stojana [-]
Ns	liczba żłobków stojana [-]
р	liczba par biegunów [-]
Р	moc czynna [W]
P <sub>in</sub>	czynna moc wejściowa [W]
P <sub>mech</sub>	czynna moc wyjściowa mechaniczna na wale maszyny [W]
P <sub>mr</sub>	amplituda fali ciśnienia magnetycznego wymuszającej drgania [N/m <sup>2</sup> ]
P <sub>ref</sub>	wartość mocy akustycznej odniesienia wypromieniowanej z powierzchni jednostkowej [W]
P <sub>sound</sub>	moc akustyczna fali dźwiękowej wypromieniowanej przez zewnętrzną powierzchnię stojana [W]

<b>P</b> <sub>total</sub>	całkowita moc akustyczna wypromieniowana przez zewnętrzną powierzchnię
	stojana [W]
$Q_{Cu}$	koszt miedzi w uzwojeniach stojana oraz w klatce wirnika [zł]
$Q_{Fe}$	koszt blach elektrycznych rdzeni stojana i wirnika [zł]
$Q_{PM}$	koszt magnesów trwałych [zł]
$Q_{shaft}$	koszt materiału na wał [zł]
$Q_{ma}$	sumaryczny koszt materiałów, z których wykonany jest silnik [zł]
r	rząd siły magnetycznej działającej promieniowo [-]
r	promień do środka szczeliny powietrznej [m]
$r_q$	promień pręta klatki [m]
r <sub>s out</sub>	promień zewnętrzny stojana [m]
$R_1$	reluktancja magnesu głównego ("promieniowego" ) [1/H]
$R_2$	reluktancja magnesu bocznego ("stycznego" ) [1/H]
R <sub>Fe</sub>	zastępcza reluktancja wszystkich elementów ferromagnetycznych
$R_g$	reluktancja szczeliny powietrznej [1/H]
$R_{g0}$	reluktancja szczeliny powietrznej przy pominięciu spadków w elementach
_	ferromagnetycznych [1/H]
R <sub>md</sub>	reluktancja zastępcza układu magnesów [1/H]
$R'_R$	rezystancja wirnika sprowadzona na stronę stojana [ $\Omega$ ]
Rs	rezystancja fazy stojana [Ω]
R <sub>zw</sub>	reluktancja mostków zwierających strumień od magnesów [1/H]
5	poślizg [-]
$S_g$	powierzchnia szczeliny powietrznej [m <sup>2</sup> ]
Som	pole przekroju obwodu magnetycznego, prostopadłego do kierunku strumienia [m <sup>2</sup> ]
Sout	zewnętrzna powierzchnia stojana [m²]
t	czas [s]
T <sub>el</sub>	moment elektromagnetyczny [N·m]
T <sub>el MAX</sub>	maksymalna wartość momentu elektromagnetycznego w stanie pracy z ustaloną prędkością synchroniczną [N·m]
T <sub>el MIN</sub>	minimalna wartość średniego momentu elektromagnetycznego w czasie rozruchu [N·m]
T <sub>elL</sub>	wartość średnia momentu elektromagnetycznego w stanie zablokowanego wirnika [N·m]
T <sub>el L MAX</sub>	wartość maksymalna momentu elektromagnetycznego w stanie zablokowanego wirnika [N·m]
T <sub>load</sub>	moment obciążenia [N·m]
T <sub>mech</sub>	moment obrotowy zmierzony na wale maszyny [N·m]
T <sub>els</sub>	wartość średnia momentu elektromagnetycznego w stanie pracy z ustaloną prodkościa synchroniczna [Num]
U,	skuteczna wartość napiecia fazowego [V]
Whs1	szerokość otwarcja żłobka stojana [m]
W <sub>ca</sub>	szerokość otwarcia żłobka wirnika [m]
Wer	szerokość pierścienia zwierającego klatkę [m]
W <sub>t</sub>	szerokość zęba stojana [m]
x	wektor zmiennych optymalizacji (decyzyjnych)
Х	obszar dopuszczalny w n-wymiarowej przestrzeni Euklidesa
X	reaktancja [Ω]

х*	wektor zmiennych decyzyjnych dla rozwiązania optymalnego	
<b>X</b> <sub>IS</sub>	reaktancja rozproszenia fazy stojana [Ω]	
X <sub>m</sub>	reaktancja magnesująca [Ω]	
<b>X</b> <sub>m0</sub>	nienasycona reaktancja magnesująca silnika indukcyjnego [Ω]	
ZS	liczba zwojów w żłobku stojana [-]	
α	kąt przestrzenny od początku układu współrzędnych [rad]	
α	kąt mechaniczny obrotu wirnika [rad]	
$lpha_k$	parametr określający długość kroku w k-tej iteracji, dla zmniejszenia wartości funkcji celu	
$oldsymbol{eta}_\mu$	kąt pomiędzy wektorami harmonicznych stojana i wirnika tego samego rzędu [rad]	
β <sub>z</sub>	stosunek liczby zwojów uzwojenia głównego do pomocniczego [-]	
σ	przewodność materiału przewodzącego [1/(Ω·m)]	
$\sigma_m$	modalna sprawność promieniowania, w obliczeniach hałasu generowanego przez maszynę [-]	
$\delta_i$	kąt pomiędzy wektorem siły elektromotorycznej <i>E<sub>i</sub></i> i osią q [ <sup>o</sup> ]	
$\Delta P_{el}$	straty w uzwojeniach stojana [W]	
$\Delta P_{LL}$	straty obciążeniowe dodatkowe [W]	
$\Delta P_{mech}$	straty mechaniczne [W]	
$\Delta P_{ec}$	składowe strat w żelazie od prądów wirowych [W]	
$\Delta P_{Fe}$	całkowita moc strat w żelazie [W]	
$\Delta P_h$	składowe strat w żelazie od histerezy [W]	
ζ	kąt pomiędzy uzwojeniami głównym i pomocniczym w LSPMSM 1-fazowym [rad]	
0		
θ	kąt transformacji do wspołrzędnych dq [rad]	
$oldsymbol{arphi}_i$	kąt pomiędzy wektorami natężenia prądu i siły elektromotorycznej <i>E<sub>i</sub></i> [°]	
η	sprawność [%]	
$\tau_p, \tau_s$	podziałka biegunowa oraz złobkowa stojana [m]	
<b>Λ</b> , Λ <sub>i</sub>	wektor mnoznikow Lagrange a oraz i-ty element tego wektora	
Λ <sub>i</sub>	mnozniki Lagrange a dia rozwiązania optymainego	
μ	trwałych wirnika [-]	
$\mu_0$	przenikalność magnetyczna próżni [H/m]	
$\mu_{\scriptscriptstyle PM}$	względna przenikalność magnetyczna materiału na magnesy trwałe [-]	
$\mu_{rel}$	zastępcza wartość względnej przenikalności magnetycznej ośrodka [-]	
V	numer wyższej harmonicznej indukcji magnetycznej pochodzenia od okładu	
c	prądowego stojana [-]	
ςm	wspołczynnik dumienia modalny dla modu m [-]	
$ ho_0$	gęstosc powietrza [kg/m]	
$ ho_c$	gęstosc zelaza (kg/m) j ofaktuwaw stału strumiań od magnasów przesładzany przez czezeline newietrzne ne	
$\psi_{f}$ .	jeden biegun [Wb]	
$arPsi_{PM}$	całkowity stały strumień generowany przez układ magnesów trwałych na jeden biegun [Wb]	
$\Lambda_\gamma$	przewodność magnetyczna szczeliny powietrznej [H]	
$\nabla f(\mathbf{x})$	gradient funkcji celu w punkcie <b>x</b>	

$\nabla g_i(\mathbf{x})$	gradient i-tej funkcji ograniczającej w punkcie <b>x</b>
$\psi$	strumień skojarzony, funkcja [Wb]
$\omega_{o}$	pulsacja synchroniczna sieci [rad/s]
$\omega_m$	prędkość kątowa (pulsacja) naturalna dla modu m [rad/s]
$\omega_{mech}$	prędkość mechaniczna ruchu obrotowego wirnika [rad/s]
ω	prędkość obrotowa elektryczna wirnika [rad/s]
$\omega_r$	prędkość kątowa (pulsacja) fali wymuszającej drgania [rad/s]
$\omega_{\mu}$	pulsacja harmonicznej wirnika [rad/s]

SPIS	INDE	sów,	SKRÓTÓW I SYMBOLI	i
Spis	S ZAWA	RTOŚ	Cl	1
Str	ESZCZE	NIE		4
ABS	TRACT	•••••		6
PRZ	EDMIO	T ROZ	PRAWY	8
CEL		AWY.		10
		KAVV Y `1A		11
1.	PRZE	GI AD	I ITERATI JRY	.12
1	.1.	Prze	GLĄD CHRONOLOGICZNY TEMATU	12
1	.2.	Stru	IKTURY SILNIKÓW	13
1	.3.	Mo	DELE ANALITYCZNE	16
	1.3.	1.	PROJEKTOWANIE I MODEL LSPMSM	16
	1.3.	2.	Synchronizacja	19
	1.3.	3.	WERYFIKACJA MODELU	20
1	.4.	Wyz	NACZANIE PARAMETRÓW LSPMSM	21
	1.4.	1.	ZALEŻNOŚCI ANALITYCZNE	23
	1.4.	2.	METODY FEM	23
	1.4.	3.	METODY EKSPERYMENTALNE	26
	1.4.	4.	WYZNACZANIE STRAT W ŻELAZIE	27
1	.5.	Mot	DELE POLOWE	27
1	.6.	Μετ	ODY TWORZENIA KONSTRUKCJI	28
	1.6.	1.	WYBÓR TOPOLOGII MAGNESÓW I ICH WYMIARÓW	28
	1.6.	2.	WYBÓR MATERIAŁU NA MAGNESY TRWAŁE	30
1	.7.	Ορτι	/MALIZACJA	31
1	.8.	Zast	OSOWANIA	34
	1.8.	1.	Porównanie silnika LSPMSM z indukcyjnym	36
1	.9.	Silni	K LSPMSM JEDNOFAZOWY [62]	37
	1.9.	1.	GEOMETRIA ORAZ UKŁAD ZASILANIA	37
	1.9.	2.	Metody rozruchu	39
	1.9.	3.	METODA ANALIZY WŁASNOŚCI LSPMSM JEDNOFAZOWEGO	39
	1.9.	4.	METODY POPRAWY WŁASNOŚCI LSPMSM 1-FAZOWEGO	42
1	.10.	Mor	MENT ZACZEPOWY	43
2.	WYE	SÓR TC	PPOLOGII TRÓJFAZOWEGO LSPMSM ORAZ WŁASNOŚCI MATERIAŁOWYCH	45
2	2.1.	MAG	SNESY TRWAŁE, WŁASNOŚCI I ICH EWOLUCJA	45

#### **S**PIS ZAWARTOŚCI

	2.2.	Poz	OSTAŁE MATERIAŁY PRZYJĘTE W ANALIZIE	. 47
	2.3.	WYE	3ÓR TOPOLOGII MAGNESÓW TRWAŁYCH Z WYKORZYSTANIEM OBLICZEŃ POLOWYCH	. 50
	2.4.	Por	ÓWNANIE Z SILNIKIEM INDUKCYJNYM	. 51
3.	Kon: 3.1.	struk Moi	CIA MODELU ANALITYCZNEGO LSPMSM DLA WYBRANEJ TOPOLOGII NOHARMONICZNY MODEL DYNAMICZNY I STATYCZNY	. 53 . 53
	3.2.	ELEN	MENTY CHARAKTERYSTYCZNE POLA E-M NA PODSTAWIE OBLICZEŃ POLOWYCH	. 59
	3.3.	OPIS	MODELU WYJŚCIOWEGO	. 64
	3.4.	Roz	SZERZENIE MODELU O SPADKI NAPIĘĆ MAGNETYCZNYCH W ELEMENTACH FERROMAGNETYCZNYCH	. 68
	3.5.	Indu	JKCJA W WYBRANYCH MIEJSCACH MASZYNY I OBLICZANIE STRAT	. 73
	3.6.	WEF	RYFIKACJA WYJŚCIOWEGO MODELU ANALITYCZNEGO ZA POMOCĄ MODELU LINIOWEGO FEM	. 79
	3.7.	Wyk	ORZYSTANIE NIELINIOWEGO MODELU POLOWEGO LSPSM	. 82
	3.7.2	1.	Wyznaczanie parametrów LSPMSM	. 82
	3.7.2 МОN	2. Ohaf	Weryfikacja poprawności oszacowania zastępczej przenikalności magnetycznej RMONICZNYM MODELU ANALITYCZNYM LINIOWYM	w . 84
	3.8.	HAŁ	AS, CIŚNIENIE AKUSTYCZNE I ICH OSZACOWANIE	. 86
	3.8.2	1.	OKREŚLANIE WYMUSZEŃ DRGAŃ	. 87
	3.8.2.		Model mechaniczny drgań	. 89
3.8.		3.	WYZNACZANIE ODPOWIEDZI UKŁADU MECHANICZNEGO NA WYMUSZENIA	. 92
	3.8.4	4.	WYZNACZANIE HAŁASU	. 93
	3.9.	Zjav	VISKA CIEPLNE I ICH WPŁYW NA MODEL	. 96
4. PRA	Anai Acy siln	LIZA N IIKOW	własności LSPMSM z wykorzystaniem modelu analitycznego monoharmonicznego /ej	dla . 97
4	4.1.	Rozi	RUCH I SAMO-SYNCHRONIZACJA	. 97
	4.1.1	1.	SKŁADOWE ŚREDNIEGO MOMENTU ELEKTROMAGNETYCZNEGO I ICH OSZACOWANIE	. 97
	4.1.2	2.	MOMENT I PRĄD ROZRUCHOWY	104
	4.1.3	3.	WPŁYW PARAMETRÓW MASZYNY NA SAMO-SYNCHRONIZACJĘ	106
4	4.2.	STAN	N PRACY ZNAMIONOWEJ	107
	4.2.3	1.	PRZECIĄŻALNOŚĆ	107
5. !	Proj 5.1.	EKTO Uw <i>i</i>	WANIE Z WYKORZYSTANIEM OPTYMALIZACJI AGI OGÓLNE	108 109
	5.1.3	1.	PODZIAŁ ZADAŃ OPTYMALIZACYJNYCH I WYBÓR METODY OPTYMALIZACJI	109
	5.1.2	2.	METODA KOLEJNYCH PRZYBLIŻEŃ KWADRATOWYCH SQP	110
ļ	5.2.	Przy	/JĘTE DEFINICJE WYBRANYCH PROBLEMÓW OPTYMALIZACJI	113
	5.2.2	1.	OPTYMALIZACJA SKALARNA	113
	5.2.2	2.	OPTYMALIZACJA BIKRYTERIALNA	114

5.3.	DEFINICJA ZBIORU ZMIENNYCH OPTYMALIZACJI	115
5.4.	DEFINICJA ZBIORU FUNKCJI KRYTERIALNYCH.	115
5.5.	DEFINICJA OBSZARU DOPUSZCZALNEGO (FUNKCJE OGRANICZAJĄCE)	116
5.6.	Analiza wrażliwości w okolicach konstrukcji wyjściowej	119
5.7.	Przykłady zadań optymalizacji z rozwiązaniami	120
5.7	.1. Przykład I, optymalizacja skalarna [88]	
5.7	.2. Przykład II, optymalizacja bikryterialna [57]	124
5.8.	WPŁYW NIEPEWNOŚCI WŁASNOŚCI MATERIAŁOWYCH ORAZ DOKŁADNOŚCI WYKONANIA .	128
6. Prz	YKŁAD APLIKACJI Z WYKORZYSTANIEM OPRACOWANEGO POSTĘPOWANIA	
6.1.	OPIS ZADANIA PROJEKTOWEGO	
6.2.	OPIS STANOWISKA POMIAROWEGO	132
6.3.	WYNIKI POMIARÓW	133
7. Poi	DSUMOWANIE I WNIOSKI	135
7.1.	WNIOSKI ODNOŚNIE OPRACOWANEGO MODELU ANALITYCZNEGO LSPMSM	135
7.2.	Uwagi dotyczące obliczeń z wykorzystaniem FEM	135
7.3.	WNIOSKI DOTYCZĄCE KONSTRUKCJI LSPMSM I WYKONANEGO PROTOTYPU	136
7.4.	OSIĄGNIĘCIE CELU ROZPRAWY	136
7.5.	UDOWODNIENIE TEZY ROZPRAWY	137
8. Lite	RATURA	138

## **STRESZCZENIE**

"Analiza własności i synteza projektowa silnika synchronicznego z magnesami trwałymi do rozruchu bezpośredniego (LSPMSM) z wykorzystaniem metod polowych i optymalizacji."

Marcin Bajek

Promotor: dr hab. inż. Wiesław Jażdżyński, prof. nz. AGH

Silnik synchroniczny z magnesami trwałymi o rozruchu bezpośrednim (z ang. *LSPMSM*) to wysokosprawna maszyna, prosta w eksploatacji, o dużym potencjale zastosowań. Z uwagi na zdolność do samorozruchu charakterystyczną dla silników indukcyjnych oraz możliwość pracy z prędkością synchroniczną przy zmiennym momencie obciążenia, LSPMSM jest w wielu obszarach interesującą alternatywą dla powszechnie stosowanych silników indukcyjnych.

Celem niniejszej pracy jest stworzenie narzędzia do analizy i projektowania LSPMSM w postaci modelu analitycznego, uwzględniającego parametry geometrii, uzwojenia stojana i właściwości użytych materiałów, który można zaimplementować w procedurze optymalizacyjnej. Optymalne rozwiązanie odpowiednio zdefiniowanego zadania projektowego powinno dać rezultat w postaci znalezienia najlepszej konstrukcji, cechującej się przede wszystkim sprawnością spełniającą najwyższe standardy.

W pierwszym rozdziale omówiono podstawowe własności LSPMSM na podstawie przeglądu literatury krajowej i zagranicznej. Nakreślono problemy związane z analizą tego typu maszyn oraz podstawowe aspekty, o jakich należy pamiętać przy ich projektowaniu. Omówienie dotyczy maszyn trójfazowych oraz jednofazowych.

W drugim rozdziale opisano procedurę wyboru konstrukcji LSPMSM, która posłużyła w dalszej części pracy do zdefiniowania modelu wyjściowego. Określono typ materiałów użytych w analizie. W tej części pracy przedstawiono również wynik analizy porównawczej z silnikiem indukcyjnym o podobnych gabarytach i mocy znamionowej.

W rozdziale trzecim opisano zaproponowane uniwersalne narzędzie analizy, jakim jest model analityczny magnetycznie liniowy LSPMSM utworzony w środowisku Matlab. Zaprezentowano m.in. wyniki dotyczące indukcji magnetycznej w wybranych częściach maszyny, strat w żelazie oraz hałasu. Rozdział opisuje także procedurę udokładniania i weryfikacji modelu przy użyciu obliczeń polowych w programie Flux 2D, posługującym się metodą elementów skończonych (z ang. *FEM*).

Rozdział czwarty dotyczy wykazania szerokich możliwości wykorzystania modelu analitycznego LSPMSM. Zaprezentowano wyniki pozwalające na ocenę takich własności maszyny jak rozruch bezpośredni, samo-synchronizacja oraz przeciążalność.

Opis metody optymalizacji, definicje przykładów zadań projektowych oraz przyjętych zmiennych i ograniczeń zostały zawarte w rozdziale piątym. Zaprezentowano wyniki dwóch problemów optymalizacyjnych: skalarnego dotyczącego maksymalizacji sprawności LSPMSM oraz bikryterialnego w którym poszukiwano konstrukcji stanowiącej kompromis pomiędzy wysoką sprawnością i niskim kosztem maszyny.

Szósty rozdział stanowi opis stanowiska laboratoryjnego służącego do eksperymentalnej weryfikacji przyjętego postępowania optymalizacyjnego. Weryfikacja ta dotyczyła prototypu silnika LSPMSM zaprojektowanego z wykorzystaniem optymalizacji i zaproponowanego modelu opisanego we wcześniejszej części pracy. Pomiarowo wyznaczono własności silnika w stanie pracy z prędkością ustaloną synchroniczną oraz podczas rozruchu i ostatecznie zweryfikowano poprawność przyjętej metody projektowania.

## ABSTRACT

"Analysis of properties and design synthesis of a Line Start Permanent Magnet Synchronous Motor with the use of field analysis methods and optimization."

Marcin Bajek

Supervisor: dr hab. inż. Wiesław Jażdżyński, prof. nz. AGH

Line Start Permanent Magnet Synchronous Machine (LSPMSM) is a high-efficiency motor, easy to operate, with great potential of application. Due to the capacity to start directly after supplying from a net, which is characteristic for the induction motors, and the ability to operate with synchronus speed at variable load, the LSPMSM in many areas is an interesting alternative to the commonly used induction motors.

The aim of this work is to create a tool for the analysis and designing of the LSPMSM based on an analytical model that takes into account the geometry, stator windings parameters and properties of the used materials, which can be implemented in the optimization procedure. A solution of a properly defined design optimization task should give the result of finding the best design, which is characterized mainly by efficiency meeting the highest standards.

The first chapter discusses some basic properties of the LSPMSM, based on a national and foreign professional literature review. Problems associated with the analysis of this type of machine as well as the main aspects of what should be kept in mind while designing a LSPMSM has been outlined. The discussion refers to three-phase and single-phase machines.

The second chapter focuses on the procedure of selecting the structure of LSPMSM, which serves later in the thesis to define the reference design. The type of active materials used in the analysis has been defined. This section also presents the results of a comparative analysis of the LSPMSM and an induction motor of similar size and rated power.

The third chapter describes the proposed universal analysis tool, which is magnetically linear analytical model of the LSPMSM created in the Matlab environment. Results were presented concerning i.a. magnetic flux density in selected parts of the machine, prediction of iron loss and noise generation. This section describes the procedure for refinement and verification of the proposed model using field calculations in Flux 2D, based on the finite element method (FEM).

The fourth chapter demonstrates the significant scope of use of the LSPMSM analytical model. The results have been presented allowing an evaluation of such properties as line starting, selfsynchronization and overload capacity.

A description of optimization method, definitions of design optimization tasks as well as adopted optimization variables and constraints has been included in chapter five. It contains the results of two optimization problems: scalar one concerning maximization of the LSPMSM efficiency and bicriterial one concerning a search for the structure representing a compromise between high efficiency and low cost of the machine.

The sixth chapter is a description of the laboratory stand and measurement results used for experimental verification of the adopted optimization procedure. The verification has concerned the LSPMSM prototype designed with the help of the proposed model described in the earlier part of the work. Experimentally determined machine properties during a synchronous operation as well as during a start-up have ultimately validated the applied designing procedure.

## **PRZEDMIOT ROZPRAWY**

Przedmiotem rozprawy jest silnik synchroniczny z magnesami trwałymi o rozruchu bezpośrednim LSPMSM (z ang. *Line Start Permanent Magnet Synchronous Machine*). Maszyna ta charakteryzuje się połączeniem pewnych własności silnika indukcyjnego oraz synchronicznego. Rozruch dokonywany jest jak w przypadku maszyn indukcyjnych poprzez bezpośrednie przyłączenie do źródła napięcia (samorozruch). Wirnik napędzany jest poprzez moment asynchroniczny, aż do osiągnięcia prędkości podsynchronicznej. Podobieństwo do maszyny synchronicznej objawia się możliwością pracy przy obciążeniu z prędkością synchroniczną, przy zerowym poślizgu.

Maszyny LSPMSM względem silników indukcyjnych różnią się głównie konstrukcją wirnika, w którym poza klatką rozruchową znajdują się także magnesy trwałe, uformowane w określony kształt. Z uwagi na lokalizację magnesów w wirniku zajmujących część jego przekroju poprzecznego, a także z pewnych względów konstrukcyjnych, w silnikach LSPMSM często występuje zmieniony kształt żłobków wirnika, łącznie z wprowadzeniem pewnej jej niesymetrii.

Przy zachowanej zbliżonej do maszyn indukcyjnych prostoty obsługi (brak szczotek i układów elektronicznych służących do rozruchu, zwarta konstrukcja), do zalet LSPMSM należy zaliczyć przede wszystkim możliwość uzyskania znacznie wyższej sprawności. Jest ona osiągana m.in. z uwagi na możliwość pracy przy zerowym poślizgu, jak to ma miejsce w klasycznych maszynach synchronicznych. W stanie tym praktycznie nie indukują się prądy w obwodzie klatki wirnika, co ma wpływ na istotne zmniejszenie strat mocy. LSPMSM charakteryzuje się również możliwością uzyskania wysokiego współczynnika mocy, który może być bliski jedności. Do wad LSPMSM należy zaliczyć utrudniony rozruch względem silnika indukcyjnego, spowodowany istnieniem magnesów trwałych w wirniku oraz większe odkształcenie natężenia prądu pobieranego ze źródła zasilania, będące wynikiem skomplikowanego kształtu indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej stojan-wirnik.

Silniki LSPMSM znajdują zastosowanie głównie w napędach o pracy ciągłej, np. jako pompy, lub wentylatory, gdzie wyższa sprawność oznacza niższe koszty eksploatacji, bardziej stabilną prędkość oraz mniejsze wydzielanie ciepła względem silników indukcyjnych.

Maszyny LSPMSM wpisują się doskonale w trend zwiększania sprawności urządzeń przetwarzania energii, związany z dążeniem do obniżenia zużycia energii na świecie. Wydaje się, że jedynym ograniczeniem w bardzo szerokim stosowaniu silników synchronicznych z magnesami trwałymi o rozruchu bezpośrednim w zastępstwie maszyn indukcyjnych jest wyższy koszt LSPMSM, wynikający przede wszystkim z cen materiałów magnetycznie trwałych, w tym magnesów ziem rzadkich.

Z uwagi na podobieństwo silnika LSPMSM do maszyny indukcyjnej (w zakresie geometrii, własności rozruchowych, faktu posiadania klatki rozruchowej oraz podobnego uzwojenia stojana), w obliczeniach za konstrukcję wyjściową (lub odniesienia) przyjęto silnik indukcyjny, w którym wirnik zmodyfikowano poprzez umieszczenie w nim odpowiednio rozmieszczonych magnesów

trwałych. W rozprawie wybrano do tego celu trójfazowy silnik indukcyjny klatkowy Sg90L-4 o danych: moc znamionowa  $P_N$ =1.5 [kW], napięcie znamionowe  $U_N$ =380 [V], znamionowa częstotliwość zasilania  $f_N$ =50 [Hz], liczba biegunów 2p=4. Dokonano modyfikacji materiału klatki wirnika poprzez zastąpienie aluminium przez miedź, a także zmiany kształtu prętów z kroplowych na okrągłe. Dodatkowo przyjęto, że magnesy trwałe są wykonane ze stopu SmCo, a rdzenie stojana i wirnika z blachy elektrotechnicznej M470-50A. Bardziej szczegółowe informacje dotyczące wybranej konstrukcji można znaleźć w dalszej części rozprawy, m.in. w rozdziale 3.

## **CEL ROZPRAWY**

Celem rozprawy jest opracowanie postępowania projektowego dla silników synchronicznych z magnesami trwałymi o rozruchu bezpośrednim (ang. LSPMSM), opartego o model analityczny i wykorzystującego gradientowe algorytmy optymalizacji, które pozwala uzyskać ekstremalną sprawność znamionową rzeczywistego silnika, znacznie wyższą niż odpowiadającego silnika indukcyjnego. Sprawność tego silnika powinna znacznie przekraczać dolną granicę klasy sprawności IE4 i nie odbiegać od sprawności najlepszych tego typu silników na rynku w kraju i za granicą.

## **TEZA ROZPRAWY**

Postępowanie projektowe dla silników synchronicznych z magnesami trwałymi o rozruchu bezpośrednim (ang. LSPMSM), wykorzystujące model analityczny i algorytmy gradientowe do optymalizacji oraz modele polowe do zwiększenia dokładności wyjściowego modelu analitycznego, jest wystarczająco skutecznym narzędziem do uzyskania rzeczywistego silnika o ekstremalnej sprawności znacznie wyższej od np. sprawności odpowiadającego silnika indukcyjnego. Wynik taki otrzymuje się przy:

- znacznie mniejszym koszcie obliczeń niż w przypadku modeli polowych przy zadowalającej dokładności
- skuteczniejszej optymalizacji poprzez:
  - możliwość zastosowania znacznie bardziej rozbudowanej definicji problemu lepiej reprezentującej warunki rzeczywiste
  - dokładniejsze spełnienie kryterium zbieżności algorytmu
- znacznie bardziej zaawansowanym programie badań optymalizacyjnych.

## INFORMACJA

Prace badawcze, których wyniki zostały wykorzystane w niniejszej rozprawie były częściowo realizowane w ramach uczelnianego projektu badawczego AGH nr 11.11.120.615 oraz z funduszy projektu badawczego nr N N510 108538 finansowanego w latach 2010÷2012 przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

## **1. PRZEGLĄD LITERATURY**

### 1.1. PRZEGLĄD CHRONOLOGICZNY TEMATU

Maszyny z magnesami trwałymi są obiektem zainteresowania od dość dawnych czasów. Pierwsze opracowania dotyczące możliwości wykorzystania materiałów magnetycznie twardych do budowy silników prądu zmiennego sięgają połowy XX-ego wieku. Jedną z pierwszych publikacji na ten temat jest [1] z roku 1951. Pierwsze maszyny z magnesami trwałymi były budowane z użyciem magnesów AlNiCo [2-6], odkrytych w latach trzydziestych XX-ego wieku. Dalszy rozwój tej dziedziny był napędzany przez odkrycie magnesów ferrytowych, jednak szersze zainteresowanie wzbudziło wprowadzenie na rynek magnesów ziem rzadkich SmCo oraz NdFeB, o znacznie zwiększonej gęstości energii, w latach osiemdziesiątych XX-ego wieku. Dzięki miniaturyzacji magnesów zwiększył się poziom swobody w kształtowaniu układów magnesów trwałych w wirniku, a wzrost energii materiału magnetycznie twardego pozwolił na uzyskiwanie maszyn o coraz lepszych właściwościach.

Stosunkowo nową konstrukcją maszyny, której rozwój postępuje wraz z ewolucją materiałów magnetycznych twardych, jest silnik synchroniczny z magnesami trwałymi o rozruchu bezpośrednim LSPMSM (z ang. *Line Start Permanent Magnet Synchronous Machine*). Jedne z pierwszych publikacji opisujących ten typ konstrukcji ukazały się pod koniec lat siedemdziesiątych XX-ego wieku [7, 8] i na początku lat osiemdziesiątych, w których najbardziej znaczący udział mieli tacy autorzy jak K.J. Binns (*University of Liverpool, Anglia*), V.B. Honsinger (USA), T.J.E. Miller (*University of Glasgow*, Anglia). Przez ostatnie 30 lat badania nad silnikami LSPMSM prowadziło wiele ośrodków na całym świecie, m.in. T.J.E. Miller, J. Soulard (*Lappeenranta University of Technology*, Finlandia), M.A. Rahman (*Memorial University of Newfoundland*, Kanada), a także w Polsce, np. J. Zawilak (Politechnika Wrocławska), T. Glinka (Politechnika Śląska). Duża część prac poświęconych LSPMSM została także w ostatnich latach opublikowana przez naukowców zamieszkujących Chiny, gdzie wydobywa się ok 97% światowych surowców do produkcji wysokoenergetycznych magnesów ziem rzadkich.

Ze względu na skomplikowaną strukturę maszyny LSPMSM oraz konieczność uwzględnienia pola zmiennego od okładu prądowego stojana oraz stałego od magnesów trwałych, analiza silników tego typu była utrudniona. W pokonaniu tej przeszkody pomógł rozwój narzędzi do komputerowego wspomagania projektowania, w tym oprogramowanie do analizy metodą elementów skończonych FEM (z ang. *Finite Element Method*). Użycie takiego oprogramowania przewidział jeszcze w 1978 roku K.J. Binns [7]. Przez ostatnie lata ukazało się wiele publikacji, wykorzystujących tą właśnie metodę zarówno do poszukiwań jak najlepszej konstrukcji, jak i tworzenia i weryfikacji procedur projektowych.

W dobie poszukiwań oszczędności energii elektrycznej zainteresowanie maszynami synchronicznymi z magnesami trwałymi o wysokiej sprawności rośnie. Jest to spowodowane także tym, że poza dużą sprawnością, można w nich uzyskać współczynnik mocy bliski jedności [9] oraz

mają one stosunkowo prostą konstrukcję (nie posiadają szczotek ani pierścieni ślizgowych, które stwarzają pewne problemy eksploatacyjne). Maszyna LSPMSM poza wymienionymi zaletami nie wymusza na użytkowniku stosowania dodatkowych układów rozruchowych, jako że posiada ona klatkę rozruchową, umożliwiającą rozruch przez bezpośrednie podłączenie do sieci elektrycznej. Przeszkodą w rozpowszechnieniu konstrukcji silnika LSPMSM jest jego stosunkowo duży koszt, wynikający ze stosowania drogich materiałów magnetycznych. Dążenie do zwiększania sprawności maszyn powoduje jednak, że zainteresowanie LSPMSM rośnie.

### 1.2. **Struktury silników**

W czasie rozruchu maszyna LSPMSM jest napędzana w sposób analogiczny do silnika indukcyjnego, tj. pole magnetyczne wytwarzane przez prądy indukowane w prętach klatki wirnika współdziała z polem magnetycznym pochodzącym od okładu prądowego stojana, wytwarzając moment elektromagnetyczny. Moment ten jest wystarczający, aby maszyna zbliżyła się do prędkości synchronicznej, jednak podobnie jak w silniku indukcyjnym, nie prowadzi do jej osiągnięcia. Własność pracy synchronicznej zapewnia w LSPMSM moment pochodzący od strumienia wytwarzanego przez magnesy trwałe w wirniku. Po osiągnięciu prędkości okołosynchronicznej, dzięki magnesom, pole wirujące "wciąga" wirnik w synchronizm i utrzymuje go w tym stanie. W związku z powyższym, uzwojenie stojana LSPMSM nie różni się od trójfazowego uzwojenia silnika indukcyjnego.

Przyjęcie kształtu i wymiarów stojana LSPMSM odpowiadających stojanowi silnika indukcyjnego ułatwia porównanie tych dwóch typów maszyn elektrycznych i umożliwia ewentualną modernizację napędu przez wymianę tylko wirnika maszyny. Jest to tym bardziej zasadne, że ze względu na swoje własności, maszyna LSPMSM stanowi korzystną alternatywę dla silnika indukcyjnego, co wykazano w dalszej części niniejszej pracy.

Wirnik LSPMSM przypomina wirnik silnika indukcyjnego, w którym dodatkowo zostały zlokalizowane magnesy trwałe (Rys. 1.2-1).



Potrzeba zapewnienia wysokiego stopnia wykorzystania materiału magnetycznie trwałego i obniżenia tym samym kosztu maszyny sprawia, że konieczne jest ograniczenie strumienia



rozproszenia od magnesów trwałych. Może to być osiągnięte poprzez zmianę kształtu klatki z symetrycznego (Rys. 1.2-1) na bardziej złożony (Rys. 1.2-2).

W przypadku rozmieszczenia, ilości oraz kształtu magnesów trwałych istnieje duża dowolność. Wielkość powierzchni, jaką stanowi wirnik może zostać wykorzystana do zlokalizowania bardzo różnorodnych topologii magnesów i barier dla strumienia magnetycznego. Konieczność tworzenia takich barier wynika z faktu, że strumień od magnesów trwałych dąży do znalezienia drogi o najmniejszej reluktancji i w związku z tym zamyka się przez elementy z żelaza, które otaczają magnesy. W ten sposób efektywny strumień przechodzący przez szczelinę powietrzną jest zmniejszany, a materiał magnetyczny nie jest w pełni wykorzystany. Próba ograniczenia strumienia zwierającego magnesy sprowadza się do zastosowania wąskich mostków konstrukcyjnych z żelaza, które są konieczne dla zachowania stabilności i sztywności struktury oraz umożliwienia przeniesienia momentu elektromagnetycznego na wał maszyny, a jednocześnie ich szerokość zapewnia szybkie nasycenie się i ograniczenie strumienia rozproszenia.

W ogólności istnieją 3 różne techniki umieszczania magnesów w obrębie wirnika maszyn z magnesami trwałymi PMSM: magnesy mogą być naklejane na wirnik (z ang. "*surface-mounted*", wklejane do wnęk w części powierzchniowej wirnika (z ang. "inset") lub włożone do wewnątrz wirnika (z ang. "*interior*" lub "*burried*"). W pierwszych dwóch przypadkach wykonanie klatki rozruchowej jest utrudnione, z uwagi na niewielką ilość miejsca blisko szczeliny powietrznej, w związku z czym charakteryzuje się ona dużym stopniem niesymetrii. Z tego powodu praktycznie nie spotyka się wykonania silników LSPMSM z magnesami naklejanymi na wirnik lub wklejonymi w wirnik i przylegającymi do szczeliny. Najczęściej występuje trzeci typ "burried", tj. z magnesami wewnątrz wirnika.



W przypadku topologii z magnesami trwałymi wkładanymi do wewnątrz wirnika istnieje możliwość zwiększenia efektywnej powierzchni magnesów, poprzez wykonanie dwóch lub więcej warstw magnesów trwałych.



W rozprawie skupiono się głównie na topologii z magnesami wewnątrz wirnika, w której istnieje największa dowolność wyboru kształtu magnesów i ich rozmieszczenia. W obrębie tej grupy można rozróżnić wiele układów, które dla usystematyzowania zostały w niniejszej pracy nazwane od kształtu litery bądź figury, jaką tworzy dana topologia.





Powyższe zestawienie typów nie wyczerpuje oczywiście wszystkich możliwych konfiguracji, jednak z wykorzystaniem przyjętego nazewnictwa jest możliwe określenie kształtu dla większości struktur LSPMSM z magnesami typu "burried" spotykanych w literaturze.

## 1.3. **MODELE ANALITYCZNE**

#### **1.3.1. PROJEKTOWANIE I MODEL LSPMSM**

W większości pozycji literatury, zależności analityczne opisujące model są wspomagane przez obliczenia polowe. Nawet w przypadku, gdy parametry maszyny wyznaczane są w modelu analitycznym nie wykorzystującym obliczeń FEM, to w praktyce zachodzi konieczność weryfikacji modelu za pomocą bardziej wiarygodnej metody obliczeń, głównie ze względu na trudności w określeniu rozpływu pola i indukcji w poszczególnych częściach maszyny oraz parametrów takich jak reaktancje synchroniczne lub strumień generowany przez magnesy [11]. W większości pozycji literatury, np. w [12, 13, 11, 14], taką metodą weryfikacji jest FEM.

Autorzy pracy [15] wyprowadzili i dokładnie objaśnili model analityczny silnika LSMPSM. Magnes trwały został tu potraktowany jako uzwojenie zasilane prądem stałym, podobne do klasycznej maszyny synchronicznej. Parametry modelu zostały określone analitycznie, w sposób analogiczny jak w [16], z uwzględnieniem nasycenia żelaza w mostkach konstrukcyjnych zwierających część użytecznego strumienia od magnesów trwałych. Obliczenia zweryfikowano z dobrą zgodnością na dwóch prototypach, z różnym zastosowanym materiałem na magnesy trwałe.

W literaturze istnieje kilka modeli analitycznych silnika LSPMSM. Ze względu na fakt istnienia w wirniku stałego strumienia magnetycznego pochodzącego od magnesów, podobnie jak w maszynie synchronicznej z uzwojeniem wzbudzenia, wygodnie jest posługiwać się transformacją Parka. Znaczna większość modeli analitycznych silników synchronicznych z magnesami trwałymi PMSM oraz LSPMSM jest w literaturze opisana właśnie we współrzędnych dq, np. w [17, 18]. W modelu takim strumień generowany przez magnesy jest reprezentowany tylko w osi podłużnej d [18].

Większość modeli analitycznych podanych w literaturze fachowej posługuje się stałymi parametrami maszyny. W części prac zakładana jest stała wartość wszystkich trzech najważniejszych parametrów, tj. reaktancji synchronicznych i strumienia pochodzenia od magnesów trwałych  $\mathcal{D}_{PM}$  [18], w innych uwzględnia się wpływ zmiany obwodu magnetycznego maszyny na reaktancje, jednak zakłada się stałość parametru  $\mathcal{D}_{PM}$ . Drugi przypadek wynika częściowo z faktu, że weryfikacja pomiarowa strumienia  $\mathcal{D}_{PM}$  jest możliwa praktycznie tylko przy braku strumienia od okładu prądowego, a więc przy braku nasycenia. Wynika to z faktu, że trudno jest z odpowiednią dokładnością określić pomiarowo stopień i zróżnicowanie nasycenia żelaza w poszczególnych częściach maszyny, które wpływa na wartość zmierzonego strumienia i zależy od punktu pracy maszyny.

Jak zauważono w publikacji [19], pomimo faktu, że różni autorzy podjęli próby analizy wpływu nasycenia na wartość strumienia  $\Phi_{PM}$  i strat w żelazie, wyniki tej analizy nie zostały zaadoptowane w odpowiedni sposób do modelu analitycznego.

Autorzy [13] przedstawili procedurę projektowania silnika PMSM z magnesami "surface-mounted" z użyciem zależności analitycznych, wykorzystujących wymiary geometryczne i własności materiałowe, niewymagającą obliczeń FEM. Metoda uwzględnia istnienie użłobkowania i wahań momentu. W modelu założona została liniowa charakterystyka *B*(*H*) w żelazie, w związku z czym nie uwzględnia on nasycenia. Podano przepis na określenie indukcji w szczelinie *B* dla analizowanego silnika, dla wariantu z gładką szczeliną (bez użłobkowania stojana), na podstawie której jest następnie wyznaczana docelowa indukcja w szczelinie, przez uwzględnienie wpływu zmian w przewodności magnetycznej szczeliny powietrznej. Podane zostały także zależności na moment elektromagnetyczny i jego wahania oraz na siłę magnetomotoryczną w szczelinie. Porównanie wyników uzyskanych w modelu dla trzech zestawów wymiarów magnesów z obliczeniami FEM dało świetną zgodność.

Artykuł [11] zawiera kompletną procedurę projektowania silnika LSPMSM, dla uzyskania dobrych własności zarówno w stanie ustalonym synchronicznym, jak też rozruchowych. Podano algorytm, w którym zmiennymi są topologia i wymiary magnesów trwałych w wirniku oraz ilość prętów klatki, przy założonej wartości dopuszczalnego nasycenia w zębie wirnika na poziomie 1.6÷1.7 [T], którego celem jest zminimalizowanie oscylacji przy rozruchu. Na końcu procedury jest także sprawdzany warunek udanej synchronizacji, jeśli nie, to jest ona uruchamiana od nowa z nieco zmodyfikowanymi parametrami początkowymi. Autorzy posłużyli się programem Flux 2D opartym o obliczenia FEM do wyznaczania reaktancji synchronicznych  $X_d$  i  $X_q$  na podstawie wyznaczonych strumieni skojarzonych oraz do weryfikacji poprawności oszacowania siły elektromotorycznej indukowanej w otwartym uzwojeniu stojana  $E_0$ . W artykule podane zostały kompletne równania analitycznego modelu dynamicznego.

W [20] podano procedurę projektowania silnika LSPMSM krok po kroku, której celem jest uzyskanie wysokiej sprawności oraz zdolności do rozruchu bezpośredniego i synchronizacji. Dla pewnych zadanych parametrów geometrii procedura pomaga określić wymiary geometryczne wirnika i magnesów, dla uzyskania zadanej wartości podstawowej harmonicznej indukcji w szczelinie. Zaprezentowana metoda nie uwzględnia zjawiska nasycenia. Obliczenia zostały zweryfikowane za pomocą FEM z bardzo dobrą zgodnością - dla 2 przypadków z różną zadaną dopuszczalną indukcją w zębie uzyskano 0.6% i 1.3% rozbieżności dla wartości podstawowej harmonicznej indukcji w szczelinie.

Autorzy [21] przedstawili dwie metody modelowania stanu ustalonego silników PMSM, nie wymagające pomiaru kąta położenia wirnika. Metody wykorzystują równania opisane na podstawie wykresów wskazowych silnika, z czego jedna opiera się na bezpośrednich obliczeniach, a druga wymaga obliczeń iteracyjnych. Pierwsza metoda "bezpośrednia" służy wyznaczeniu momentu, sprawności i kąta obciążenia przy zadanym napięciu, natężeniu prądu fazy i kącie mocy. Druga metoda "praktyczna" służy do wyznaczenia natężenia prądu, sprawności, kąta mocy i kąta obciążenia przy zadanym napięciu i momencie elektromagnetycznym. Wyniki analizy zostały zweryfikowane przez pomiar na prototypie o mocy 3.5 [kW]. Analiza wpływu uwzględnienia w schemacie zastępczym rezystancji reprezentującej straty w żelazie oraz bez niej wykazała znacznie lepszą zbieżność przy uwzględnieniu strat w żelazie. W artykule przedstawiono także analizę wrażliwości momentu na częstotliwość i amplitudę napięcia zasilania, a także wartości współczynnika mocy, kąta obciążenia i sprawności od amplitudy napięcia zasilania. Przedstawiono wpływ zmian różnych parametrów na wartość momentu elektromagnetycznego, takich jak reaktancja rozproszenia i rezystancja fazy stojana, reaktancja  $X_d$  (dla tych trzech parametrów wpływ na moment jest niewielki), reaktancja  $X_a$  (tu widać większy wpływ na moment), oraz napięcie indukowane przez magnesy w uzwojeniu stojana  $E_o$  (w tym przypadku niewielka zmiana wiąże się z dużymi różnicami w wartości wyznaczonego momentu).

Autor [22] przedstawił dwie metody analizy maszyn prądu zmiennego z magnesami trwałymi: za pomocą zależności wyprowadzonych na podstawie wykresów wskazowych oraz przez analizę admitancji. Obydwie metody zostały rozszerzone o uwzględnienie strat w żelazie.

W pracy [23] autorzy zaproponowali nowe podejście do modelowania LSPMSM, w którym transformacji dq są poddane jedynie uzwojenie wirnika oraz układ magnesów trwałych, natomiast uzwojenia twornika są przedstawione w układzie symetrycznych napięć trójfazowych. Porównanie ch-k uzyskanych w modelu z pomiarami dało dobrą zgodność.

Porównanie różnych konstrukcji PMSM można znaleźć [12]. Autorzy analizowali 5 konstrukcji: "interior", "surface-mounted", "inset", "burried" oraz "surface mounted" z zewnętrznym wirnikiem, w celu znalezienia najlepszej konstrukcji do zastosowania w napędzie o niskiej prędkości obrotowej. Projekt został opracowany w oparciu o algorytm wykorzystujący procedurę optymalizacyjną, w celu uzyskania właściwości zgodnych z wymaganiami stawianym przed napędem. Podane zostały zależności analityczne na indukcję *B* w szczelinie powietrznej dla wszystkich analizowanych typów w zależności od wymiarów magnesów trwałych. Model zweryfikowany został obliczeniami FEM w programie Flux 2D, w zakresie podstawowej harmonicznej indukcji oraz momentu średniego rozwijanego przez maszynę, z dobrą zgodnością (różnice na poziomie poniżej 4%).

Analityczne zależności na indukcję w szczelinie powietrznej zawarto także w [24]. Podany został sposób określenia kształtu indukcji dla typów "surface-mounted", "inset" oraz "interior". Autorzy

zauważyli, że metoda analityczna jest w przypadku PMSM trudna do zastosowania ze względu na złożony kształt indukcji *B* w szczelinie, wynikający ze znacznej niesymetrii wirnika i znacznego zróżnicowania przewodności szczeliny powietrznej na obwodzie wirnika.

W pracy [9] podano zależności analityczne i algorytm postępowania służący do wyznaczenia własności LSPMSM w stanie ustalonym, którego implementacja jest możliwa w dowolnym środowisku obliczeniowym. Obliczenia FEM użyte zostały do rozwiązania równania opisującego moment elektromagnetyczny. Autorzy poddali także analizie udział rezystancji pierścieni zwierających klatki silnika LSPMSM w całkowitej rezystancji fazy, za pomocą obliczeń FEM. Problem 3D został ograniczony do 2D przez założenie, że prądy wirowe płyną tylko w kierunku zgodnym z osią maszyny. Z uwagi na fakt, że w obliczeniach polowych pierścień nie byłby uwzględniony, wprowadzony został współczynnik  $k_c$ , stanowiący iloraz rezystancji samych prętów do sumy prętów i wycinka pierścienia zwierającego. Współczynnik ten uwzględniał tylko podstawową harmoniczną, ale okazało się, że w analizowanym przypadku jest to wystarczające. Wartość  $k_c$  określono w wyniku analizy na 0.55, co oznacza, że prawie połowa rezystancji fazy przypadała na pierścień zwierający.

#### **1.3.2. Synchronizacja**

Wraz ze zbliżaniem się prędkości obrotowej wirnika do prędkości odpowiadającej częstotliwości wirowania pola pochodzącego od okładu prądowego stojana, moment asynchroniczny wytwarzany przez maszynę ulega stopniowemu zmniejszaniu. W przypadku zbliżenia się dostatecznie blisko punktu pracy synchronicznej, moment synchronizujący powoduje "wciągnięcie" wirnika w stan pracy synchronicznej. Może się jednak okazać, że w wyniku zbyt małego momentu, silnik nie będzie w stanie dojść do stanu ustalonego.

Taką sytuację przeanalizowali autorzy [25], gdzie do wyznaczenia własności rozruchowych i określenia zdolności do synchronizacji jednofazowej maszyny LSPMSM, posłużyli się modelem we współrzędnych dq. W publikacji zamieszczono m.in. charakterystyki momentu elektromagnetycznego oraz prędkości przy dochodzeniu do punktu pracy synchronicznej, a także opisano warunki, przy jakich synchronizacja jest możliwa. Obliczenia analityczne zostały potwierdzone eksperymentalnie na rzeczywistym silniku.

Moment elektromagnetyczny wytwarzany przez maszynę w stanie ustalonym synchronicznym jest zgodnie z [26] określony zależnością:

$$T_{els} = \frac{E_0 \cdot U_f}{\omega_0 / p \cdot X_d} \cdot \sin \delta - \frac{U_f^2}{\omega_0 / p \cdot 2} \cdot \left[ \frac{1}{X_d} - \frac{1}{X_q} \right] \cdot \sin(2 \cdot \delta)$$
(1.3.2-1)

Pierwszy człon równania odpowiada za moment wytwarzany przez magnesy zależny od ich wielkości, położenia oraz materiału, natomiast drugi to moment reluktancyjny, mający źródło w niesymetrii magnetycznej wirnika, a więc zróżnicowania reaktancji  $X_d$  i  $X_q$ . Wartość maksymalna momentu  $T_{els}$  decyduje o przeciążalności maszyny.

Lepsza synchronizacja ma miejsce przy udziale magnesu z materiału o większej energii magnetycznej, a więc takiego, który w czasie obrotu indukuje większe napięcie w otwartym obwodzie twornika. Duży wpływ ma również rezystancja klatki, która powinna być w miarę możliwości minimalizowana.

Warunki synchronizacji zostały również przeanalizowane w [11]. Problemy z osiągnięciem prędkości synchronicznej mogą być wynikiem zbyt dużej wartości momentu hamującego pochodzącego od magnesów, jak również zbyt dużej bezwładności wirnika (mogącej wystąpić np. w przypadku pompy, gdzie na początku rozruchu otoczenie wodą powoduje zwiększony moment bezwładności układu), czy też zbyt dużej rezystancji klatki w połączeniu ze zbyt małymi magnesami trwałymi. Teza ta została potwierdzona przez charakterystyki rozruchowe otrzymane na podstawie modelu analitycznego, którego parametry zostały wyliczone przez oprogramowanie posługujące się metodą FEM. Autorzy zauważyli, że możliwość osiągnięcia prędkości synchronicznej to ważna własność, która musi być na drodze kompromisu zapewniona wraz z dobrymi własnościami rozruchowymi i w stanie synchronicznym.

Problem synchronizacji poruszono także w pracy [9], gdzie wykonano analizę wpływu głębokości żłobków wirnika na maksymalną dopuszczalną wartość momentu bezwładności układu maszyny i obciążenia, przy której dojdzie do synchronizacji. Z analizy wyniknął wniosek, że głębsze żłobki wirnika pozwalają na zastosowanie obciążenia o większej dopuszczalnej bezwładności *J*, przy czym zależność głębokości żłobka od *J* jest bliska liniowej.

Szerszą analizę procesu synchronizacji zawarto w dalszej części niniejszej rozprawy, w rozdziale dotyczącym rozruchu i samo-synchronizacji.

#### **1.3.3.** WERYFIKACJA MODELU

Pierwszą nasuwającą się metodą weryfikacji modelu jest pomiar na rzeczywistej maszynie. Jest to wybór oczywisty, ponieważ model analityczny tworzy się, aby odwzorować własności właśnie rzeczywistej maszyny. Należy jednak zwrócić uwagę, że przy takim sposobie weryfikacji bardzo ważna jest pewność, że prototyp odpowiada we wszystkich aspektach założeniom projektowym, zaaplikowanym do modelu analitycznego.

Inną bardzo często wykorzystywaną w literaturze profesjonalnej metodą weryfikacji modelu analitycznego są obliczenia przy pomocy programów posługujących się metodą elementów skończonych (FEM). Próba postawienia tej metody ponad pomiarami na rzeczywistym obiekcie byłaby nadużyciem, jednak jest wiele czynników, które stawiają ją w lepszym świetle niż metodę eksperymentalną. Podstawową zaletą tej metody jest brak błędu pomiarowego oraz pewność wymiarów geometrycznych i własności materiałowych zastosowanych w modelu referencyjnym FEM, a także ich zgodność z modelem analitycznym.

W literaturze można znaleźć kilka przykładów potwierdzających, że niepewność wykonania prototypu może prowadzić do utrudnionej weryfikacji modelu.

W pracy [27] autorzy napotkali na rozbieżności pomiędzy zaproponowanym modelem, a prototypem. Źródła różnic doszukiwali się w niedokładności wykonania dotyczącej szerokości szczeliny powietrznej lub zmiany właściwości blach na skutek wycinania laserowego.

Dodatkowym utrudnieniem przy weryfikacji pewnych parametrów za pomocą pomiarów jest fakt ich zmienności w zależności od panujących warunków w czasie pomiaru, takich jak temperatura. Wraz ze zmianą temperatury zmienia się m.in. rezystancja uzwojeń oraz indukcja remanentu magnesów trwałych, co jest utrudnieniem np. w przypadku próby wyznaczenia reaktancji synchronicznych oraz strumienia wytwarzanego przez magnesy [29, 23], dla celów weryfikacji modelu analitycznego.

Potwierdzenie tego faktu można odszukać także w [30], gdzie autorzy zaobserwowali, że przy zmianie temperatury z 20°C do 150°C indukcja remanentu magnesów *B*<sub>r</sub> zmniejszyła się o 17%, co doprowadziło do zmniejszenia mocy maszyny nawet więcej niż o 17%, ze względu na to, że dla uzyskania dużego nasycenia mostków konstrukcyjnych wymagana była większa część strumienia wytwarzanego przez magnesy.

Ponadto w pracy [30] autorzy zauważyli dość znaczne odchyłki wyników obliczeń modelu analitycznego z pomiarami na prototypie, których źródła upatrywali w rozbieżnościach wykonania maszyny względem projektu. Różnice mogły wg autorów wynikać z zaniżonej względem wartości deklarowanej indukcji remanentu *B<sub>r</sub>* magnesów (na próbce materiału użytego w maszynie zmierzono 4.7% mniejsze *B<sub>r</sub>* niż powinno być wg specyfikacji producenta), wykonania zbyt szerokich mostków zwierających, innej od deklarowanej ch-ki magnesowania blach lub innej szerokości szczeliny powietrznej (ostatnie najmniej prawdopodobne). Wszystkie 3 ewentualne odchyłki zdaniem autorów są nie do zmierzenia, w celu sprawdzenia, czy prototyp został wykonany zgodnie z projektem. Bardzo dobrą zgodność obliczeń FEM z prototypem uzyskano dopiero przy znacznym zaniżeniu *B<sub>r</sub>* magnesów, aż o 11.9% względem deklarowanej przez producenta.

### 1.4. WYZNACZANIE PARAMETRÓW LSPMSM

Wartości reaktancji synchronicznych w osiach d i q oraz ich iloraz ma wpływ na własności maszyny. Wpływ ten ujawnia się między innymi w wartości momentu reluktancyjnego, będącego składnikiem momentu elektromagnetycznego wytwarzanego przez silnik w stanie ustalonym synchronicznym. Moment reluktancyjny wpływa na parametry maszyny, np. na przeciążalność. Iloraz  $L_d/L_q$  ma natomiast wpływ np. na współczynnik mocy maszyny [17].

Modelowanie silników LSPMSM wymaga stosunkowo precyzyjnego wyznaczenia reaktancji synchronicznych. Jak wykazano w dalszej części rozprawy, aby to osiągnąć konieczne jest przynajmniej w sposób przybliżony uwzględnienie wpływu nasycenia żelaza.

W dużej części prac poświęconych modelowaniu silników z magnesami trwałymi zakładana jest stała wartość siły elektromotorycznej indukowanej przez magnesy w uzwojeniu stojana, co jest trudne do weryfikacji przy pomocy pomiarów, ze względu na trudność w wyodrębnieniu strumienia od magnesów dla różnych obciążeń [31].

W niektórych pracach strumień od magnesów trwałych jest traktowany jako zależny od nasycenia [19, 32], jednak uwzględnienie takiej zależności w modelu analitycznym jest trudne. Z tego powodu w większości modeli spotykanych w literaturze zależność taka nie została uwzględniona, np. w [19].

Pewne wskazówki odnośnie sposobu oszacowania strumienia  $\mathcal{D}_{PM}$  w szczelinie powietrznej, pochodzącego od magnesów trwałych w wirniku, za pomocą zależności analitycznych można znaleźć w rozprawie doktorskiej [14]. Zostały tam wykonane pewne założenia upraszczające, które dla badanej konstrukcji zostały zweryfikowane przy pomocy metody FEM.

Parametry  $X_d$  i  $X_q$  zależą od nasycenia, które zmienia się w zależności od kąta obciążenia i nasycenia żelaza w maszynie [31, 19, 33, 29, 32, 21, 11]. Wpływ nasycenia jest różny dla osi poprzecznej i podłużnej;  $L_q$  zależy w znacznym stopniu od nasycenia,  $L_d$  w znacznie mniejszym [30, 34, 21, 11].

W wielu publikacjach brak jest informacji na temat metody wyznaczania reaktancji synchronicznych [35, 34, 30].

Dodatkowym utrudnieniem w modelowaniu silników z magnesami trwałymi takich jak LSPMSM jest fakt wzajemnego oddziaływania w osiach synchronicznych dq [19, 32], przez co trudno jest wyodrębnić np. wpływ tylko prądu w osi podłużnej lub poprzecznej na własności maszyny. Wynika to z zależności (analogiczne równania zostały opisane i omówione w dalszej części rozprawy):

$$u_{d} = R_{s} \cdot i_{d} + \frac{d\Psi_{d}(i_{d}, i_{q})}{dt} - \omega \cdot \Psi_{q}(i_{d}, i_{q}) = R_{s} \cdot i_{d} + \frac{d\Psi_{d}}{di_{d}} \cdot \frac{di_{d}}{dt} + \frac{d\Psi_{d}}{di_{q}} \cdot \frac{di_{q}}{dt} - \omega \cdot \Psi_{q}$$
(1.4-1)  
$$u_{q} = R_{s} \cdot i_{q} + \frac{d\Psi_{q}(i_{d}, i_{q})}{dt} + \omega \cdot \Psi_{d}(i_{d}, i_{q}) = R_{s} \cdot i_{q} + \frac{d\Psi_{q}}{di_{d}} \cdot \frac{di_{d}}{dt} + \frac{d\Psi_{q}}{di_{q}} \cdot \frac{di_{q}}{dt} + \omega \cdot \Psi_{d}$$
(1.4-2)

gdzie:

Strumienie skojarzone w osiach d i q zależą od natężeń prądów w obydwu osiach synchronicznych, w związku z czym utworzenie dokładnego modelu wymaga uwzględnienia wpływu zjawiska nasycenia na parametry maszyny oraz wzajemnego oddziaływania pomiędzy osiami d i q [32].

#### **1.4.1. Z**ALEŻNOŚCI ANALITYCZNE

Jedną z nielicznych prac, w których zastosowano metodę analitycznego wyznaczania parametrów silnika PMSM jest [36]. Autorzy wyznaczyli reaktancje synchroniczne  $X_d$  i  $X_q$  za pomocą schematu obwodu magnetycznego reprezentującego reluktancje poszczególnych elementów maszyny, przy założeniu nieskończonej przewodności magnetycznej we wszystkich częściach z żelaza poza mostkami konstrukcyjnymi. Wyniki analizy zostały zweryfikowane przez FEM w programie Flux 2D oraz przez pomiary na rzeczywistym silniku z bardzo dobrą zgodnością (w granicach kilku procent).

Autorzy [24] zaprezentowali metodę wyznaczania parametrów  $X_d$  i  $X_q$  z wykorzystaniem wartości amplitud podstawowych harmonicznych przebiegu indukcji w szczelinie dla osi d i q. Podane zostały zależności na współczynniki pozwalające na wyznaczenie reaktancji na postawie nienasyconej reaktancji magnesującej silnika z jednolitym wirnikiem, dla kilku rodzajów maszyn z magnesami trwałymi. Metoda zweryfikowano przez obliczenia FEM oraz pomiary, uzyskując większą rozbieżność z rzeczywistą maszyną przy użyciu zaproponowanej metody niż przy wykorzystaniu FEM.

#### **1.4.2. Metody FEM**

Istnieje kilka metod oszacowania reaktancji w osiach synchronicznych, jakie można znaleźć w literaturze. Niektóre metody opierają się na analizie przy zablokowanym wirniku (np. metoda częstotliwościowa zastosowana w rozprawie), inne przy stałym napięciu i częstotliwości dla wirującej maszyny [17].

Do najważniejszych metod wyznaczania reaktancji w osiach synchronicznych, wykorzystujących obliczenia w oprogramowaniu opartym na FEM należą [32]:

- A) Metoda wyznaczania reaktancji na podstawie energii zgromadzonej w polu magnetycznym [21] (z ang. "stored magnetic energy method"), zaproponowaną po raz pierwszy w [37]. Dla dwóch położeń wirnika, odpowiadających osiom d i q, przy założonym zerowym remanencie magnesów trwałych, wykonywane są po dwie symulacje FEM dla danego stanu obciążenia. Na podstawie tych obliczeń wyznaczana jest siła magnetomotoryczna MMF, a następnie indukcyjności, będące wynikiem całkowania energii zgromadzonej w polu magnetycznym. Metoda uwzględnia wpływ nasycenia tylko dla jednego z prądów i<sub>d</sub> lub i<sub>q</sub> jednocześnie, bez uwzględnienia interakcji tych dwóch prądów, w związku z czym wyznaczone indukcyjności obarczone są błędem. Dodatkowo, założenie braku strumienia od magnesów trwałych powoduje, że nie jest uwzględniona zmiana nasycenia w jego wyniku, co jak wykazano w dalszej części rozprawy może powodować znaczne błędy estymacji parametrów.
- B) Wyznaczanie indukcyjności dynamicznych na podstawie zmian energii (z ang. "energy perturbation method") [38]. Metoda ta polega na zmianie prądów fazowych w funkcji obrotu wirnika, przy zasilanych wszystkich trzech fazach uzwojenia stojana. Na tej podstawie mogą zostać wyznaczone zależności pomiędzy strumieniami i prądami, a następnie określone indukcyjności dynamiczne, wynikające ze zmiany prądu oraz jednoczesnej zmiany całkowitej energii magnetycznej zgromadzonej w polu

magnetycznym  $L_{d DYN}=d\Psi/di$ . Metoda wymaga obliczeń FEM dla każdej zmiany prądu we wszystkich uzwojeniach, co wiąże się z koniecznością wykonania kilku obliczeń nieliniowych FEM dla każdego stanu obciążenia i znacznym czasem obliczeń.

- C) Metoda wyznaczania strumienia skojarzonego w osiach dq na podstawie wektorowego potencjału magnetycznego. Polega ona na scałkowaniu potencjału magnetycznego A, podobnie jak w przypadku wyznaczania momentu elektromagnetycznego. Na jego podstawie określane są strumienie skojarzone w osiach d i q, z użyciem których otrzymuje się ostatecznie wartości indukcyjności dynamicznych. Dla danego położenia wirnika wymagane są dwa obliczenia nieliniowe FEM.
- D) Metoda wyznaczania strumieni skojarzonych w osiach d i q na podstawie przebiegu indukcji magnetycznej B w szczelinie. Polega ona na wyznaczeniu amplitud podstawowej harmonicznej w osiach d i q z pomocą analizy Fourier'a, która z pomocą prostej zależności matematycznej pozwala na określenie strumienia skojarzonego dla obydwu osi synchronicznych, a następnie odpowiadających im indukcyjności.

Porównanie wyników oszacowania parametrów wyznaczonych na podstawie metod C) i D) można znaleźć w [32], gdzie autorzy uzyskali dobrą zgodność tych dwóch metod oraz trzeciej, zaproponowanej przez siebie, z pomiarami.

Metoda oparta na FEM zaproponowana przez autorów [32] pozwala na określenie parametrów  $L_d$ ,  $L_q$  oraz  $\mathcal{O}_{PM}$  z uwzględnieniem nasycenia i wzajemnego oddziaływania pomiędzy osiami d i q, dla różnych obciążeń. Dla oszacowania momentu maszyny dla danych wartości prądu w każdym punkcie pracy wymaga trzech obliczeń FEM, w tym tylko jednego nieliniowego. Obliczony strumień jest dekomponowany na składowe od prądu i od magnesów, aby w końcu wyznaczyć indukcyjności dynamiczne przy pomocy dwóch symulacji liniowych FEM, po jednej dla każdej z osi dq. W obliczeniach założona jest linearyzacja, przy zamrożeniu wartości przenikalności magnetycznej w poszczególnych elementach maszyny, wynikającej z przeprowadzonej wcześniej analizy nieliniowej FEM. Rozdzielenie strumienia magnesów od strumienia okładu prądowego stojana i wyznaczenie indukcyjności wymaga trzech obliczeń FEM dla każdego przypadku.

W pracach [39] i [40] zastosowano metodę wyznaczania parametrów, opartą na dwóch obliczeniach FEM dla danego punktu pracy. W metodzie tej z wyznaczonych strumieni dla obydwu osi dq oraz strumienia od magnesów  $\mathcal{D}_{PM}$  wyznaczana jest indukcyjność dynamiczna, jako pochodna strumienia skojarzonego z uzwojeniem stojana po natężeniu prądu stojana. W procedurze tej pominięty jest wpływ wzajemnego oddziaływania osi d i q, w wyniku czego dla niskich wartości prądu  $i_d$  występują duże odchyłki strumienia od magnesów  $\mathcal{D}_{PM}$  i indukcyjności  $L_d$ .

W [27] autorzy przedstawiają metodę wyznaczania  $X_d$  i  $X_q$  za pomocą FEM, odpowiednią dla dowolnego punktu pracy PMSM. Bazuje ona na zamrożeniu przenikalności magnetycznej w elementach maszyny, dzięki czemu można uzyskać poszczególne parametry nie tracąc wpływu nasycenia, pomimo założenia zerowego remanentu magnesów trwałych. Metoda wymaga trzech obliczeń FEM w module do analizy pól magnetostatycznych, dla wyznaczenia reaktancji  $X_d$ ,  $X_q$  oraz strumienia magnesów  $\Phi_{PM}$ . Weryfikacja metody przy pomocy pomiarów dała różnice na poziomie 10% dla  $X_d$  oraz 10-20% dla  $X_q$ . W artykule przedstawiony został ponadto sposób analitycznego wyznaczania indukcyjności rozproszenia połączeń czołowych, który można zaadoptować do dowolnej geometrii kształtów połączeń. Metoda została oparta na podziale krzywizny połączenia czołowego na proste odcinki, na podstawie których indukcyjność rozproszenia wyznaczana jest dla pojedynczego zwoju, a następnie uogólnione na wiele zwojów.

Połączenie w analizie metody analitycznej i FEM można znaleźć w artykule [41]. Została w nim zastosowana analiza momentu elektromagnetycznego LSPMSM, oparta na wykresach wskazowych, skonstruowanych z wykorzystaniem obliczeń za pomocą metody elementów skończonych. Jak zauważyli autorzy, metoda ta umożliwia również wyznaczenie podstawowych parametrów modelu analitycznego LSPMSM, czyli reaktancji synchronicznych i siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniach stojana przez wirujące magnesy. Wyniki porównane zostały z własnościami zmierzonymi na rzeczywistym silniku.

Autorzy [33] zaprezentowali algorytm postępowania przy analizie stanu ustalonego, uwzględniający zmianę kąta obciążenia, w którym parametry  $X_d$ ,  $X_q$  oraz straty w żelazie są wyznaczane przy pomocy FEM, a następnie użyte w modelu analitycznym. Otrzymane wyniki obliczeń zostały potwierdzone z dobrą zgodnością eksperymentalnie na prototypie.

Praca [35] stanowi porównanie 2 metod wyznaczania reaktancji w osiach synchronicznych dq dla silnika PMSM przy użyciu analizy FEM dwuwymiarowej. Pierwsza metoda polega na wyznaczeniu strumienia skojarzonego z uzwojeniem stojana dla różnych położeń wirnika przy stałym obciążeniu. Na tej podstawie wyznacza się siłę elektromotoryczną indukowaną w uzwojeniu stojana oraz kąt obciążenia. Wadą metody jest czasochłonność i obarczenie błędem wynikającym z konieczności wyznaczenia  $E_o$  ze stanu jałowego, przez co traci się wpływ nasycenia. Uwzględnienie tego zjawiska jest możliwe dzięki modyfikacji, w której w pobliżu punktu pracy przeprowadzona jest linearyzacja i wykorzystanie zamrożonych wartości przenikalności magnetycznych, wynikających z obliczeń nieliniowych FEM. Druga metoda polega na wyznaczeniu potencjału magnetycznego w szczelinie powietrznej i wykorzystaniu analizy Fouriera do określenia strumienia skojarzonego, który może następnie zostać zaimplementowany w modelu analitycznym. Procedura ta wymaga tylko dwóch obliczeń FEM dla wyznaczenia większości parametrów i również zakłada linearyzację w pobliżu punktu pracy. Obydwie metody zostały zweryfikowane przez pomiary prądu i napięcia oraz analizy odpowiedzi na skok napięcia na dwóch rzeczywistych silnikach PMSM bez klatki rozruchowej. Dla stanu obciążenia wyniki dla X<sub>d</sub> różnią się z powodu braku możliwości wyznaczenia wartości  $E_0$  w stanie nasycenia nawet o ponad 10%, natomiast dla biegu jałowego różnice wahają się w granicach ok. 4-8%.

Autorzy [35] zauważyli także, że do wyznaczania reaktancji rozproszenia połączeń czołowych wskazane są obliczenia FEM w modelu trójwymiarowym 3D, wymagają bowiem tylko pojedynczych obliczeń magnetostatyki. W literaturze istnieją różne podejścia do wyznaczenia tej reaktancji przez zależności analityczne, jednak większość stosuje liczne uproszczenia oraz zawiera współczynniki korekcyjne lub parametry wyznaczone eksperymentalnie . W wyniku tego rezultaty z użyciem tych metod mogą różnić się dość znacznie.

#### **1.4.3. METODY EKSPERYMENTALNE**

W [29] autorzy zwrócili uwagę na fakt, że w przypadku LSPMSM potrzeba specjalnych metod pomiaru, nieco innych niż dla pozostałych odmian PMSM, ze względu na ekranujący wpływ klatki rozruchowej. W tym przypadku wysoka częstotliwość spowodowałaby, że strumień nie wniknąłby do wirnika, a zmierzone zostałyby tylko reaktancje rozproszenia.

W [17] omówiono prostą metodę wyznaczania parametrów  $X_d$ ,  $X_q$  i strumienia od magnesów w silniku PMSM. Do analizy wykorzystano pomiar napięciem zmiennym przy zablokowanym wirniku, z pominięciem zjawiska nasycenia, a wyniki zweryfikowano przez symulację w układzie z estymatorem prędkości. Zdaniem autorów, indukcyjności  $L_d$  i  $L_q$  nie zależą od strumienia generowanego przez magnesy, w związku z czym mogą być wyznaczone przy obecności magnesów lub przed ich włożeniem. Jak wykazano w dalszej części rozprawy, w ten sposób nie uwzględnia się zjawiska nasycenia, które może wprowadzać znaczne zmiany w wartościach mierzonych parametrów.

Artykuł [19] stanowi analizę charakteru zmienności parametrów  $X_d$ ,  $X_q$  i  $\mathcal{D}_{PM}$  wraz ze wzrostem stopnia nasycenia obwodu magnetycznego maszyny oraz ich wpływu na rozwijany moment i sprawność LSPMSM. Wpływ ten okazał się być pozytywny. Zaproponowany model dq uwzględniał straty w żelazie, zmianę strumienia  $\mathcal{D}_{PM}$  od magnesów wskutek oddziaływania twornika, a także zmianę  $X_d$  i  $X_q$  wskutek nasycenia. Pomiaru parametrów dokonano przy pomocy regulatora prądów, i pomiaru napięć i prądów, mocy wejściowej oraz momentu elektromagnetycznego. Porównanie pomiarów z FEM wykazało pewne różnice, przy zgodności charakteru zmian parametrów.

W artykule [29] opisana została metoda wyznaczania reaktancji  $X_d$  oraz siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniu stojana przez obracające się magnesy  $E_0$  ze stanu jałowego oraz reaktancji  $X_q$  ze stanu obciążenia, bez konieczności wyznaczania kąta obciążenia (jest on wyznaczany analitycznie). Dla biegu jałowego zmieniana jest wartość napięcia, dla uzyskania różnych wartości natężenia prądu stojana, aby następnie określić  $E_0$  odpowiadające minimum natężenia prądu. Otrzymana funkcja  $X_d$  od kąta obciążenia pozwala na dokładniejsze odwzorowanie rzeczywistej maszyny za pomocą modelu analitycznego.dla danego stanu pracy maszyny. Proponowana metoda jest prosta, ale może generować błędy przy znacznych nasyceniach, nie uwzględnia także strat w żelazie. Zaproponowana metoda została zweryfikowana na trzech prototypach LSPMSM oraz przez FEM z dobrą zgodnością (błąd mniejszy niż 10%).

Zdaniem autorów [29] dla maszyn LSPMSM, ze względu na ekranujące działanie klatki rozruchowej, jest tylko kilka odpowiednich metod wyznaczania  $X_d$  i  $X_q$  czysto eksperymentalnych, w tym:

- A) Metoda stanu ustalonego, przy stałym strumieniu w wirniku, charakteryzująca się prostą procedurą, znaną z silników indukcyjnych.
- B) Metoda ze zmiennym strumieniem w wirniku o niewielkiej częstotliwości, wykonywana w stanie zablokowanego wirnika. Procedura polega na zasilaniu jednej fazy stojana

napięciem zmiennym o niskiej częstotliwości i pomiarze natężenia prądów i napięć, na podstawie których można wyznaczyć  $X_d$  i  $X_q$ . Wadą metody jest konieczność użycia źródła o bardzo niskiej częstotliwości. Metoda pozwala na uwzględnienie nasycenia, poprzez dodanie napięcia stałego.

C) Metoda stanów przejściowych strumienia w wirniku, wykonywana dla zablokowanego wirnika. Reaktancje synchroniczne wyznaczane są na podstawie analizy przebiegu ustalania się prądu dla wielu położeń wirnika po podaniu napięcia skokowego na uzwojenia stojana. W tej metodzie również można uwzględnić nasycenie poprzez dodanie napięcia stałego.

#### **1.4.4.** WYZNACZANIE STRAT W ŻELAZIE

Uwzględnienie strat w żelazie w modelu analitycznym wymaga uzupełnienia schematu zastępczego o dodatkową rezystancję  $R_{Fe}$ . Jest to metoda dobrze znana i stosowana w wielu publikacjach, np. [33, 21, 22, 25], jednak występują różne sposoby uwzględnienia elementu  $R_{Fe}$  [42].

Na zmianę strat w żelazie ma w głównej mierze wpływ zmiana prądu dla różnego kąta obciążenia. Zmiana natężenia prądu jest wynikiem zmiany reluktancji obwodu magnetycznego, głównie w osi q. Zmiana reaktancji  $X_d$  pociąga za sobą jedynie niewielką zmianę wartości prądu oraz strat w żelazie, co potwierdzono w [19].

Analiza wpływu uwzględnienia w schemacie zastępczym rezystancji reprezentującej straty w żelazie oraz bez niej przeprowadzona w [21] wykazała znacznie lepszą zbieżność obliczeń z eksperymentem przy uwzględnieniu strat w żelazie.

Podobne porównanie przeprowadził autor [22], gdzie analizie poddane zostały różnice własności maszyny PMSM przy założeniu stałych strat w żelazie dla wszystkich wartości kąta obciążenia oraz z uwzględnieniem, że straty się zmieniają. Porównanie wykazało, że wpływ uwzględnienia strat w obydwu metodach prezentowanych w pracy jest podobny i dość znaczny, z czego wynika potrzeba uwzględnienia strat w żelazie w przypadku modelowania silnika PMSM.

### 1.5. **MODELE POLOWE**

Zaletą modeli polowych jest możliwość analizy dowolnej struktury za pomocą tych samych narzędzi. Uniwersalność obliczeń powoduje, że w literaturze bardzo często wykorzystuje się ten właśnie model, zarówno do analizy właściwości zaprojektowanej struktury, jak również do celów weryfikacji modeli analitycznych [43, 9, 20, 44, 14, 12, 13, 11, 30, 36, 24, 21, 41, 33, 35, 19, 29, 45, 46].

W zależności od rodzaju oprogramowania i posiadanych licencji, można analizować poza polami elektromagnetycznymi również zjawiska cieplne [30], właściwości mechaniczne struktury [30, 34] lub wykonać pełną symulację rozruchu maszyny i pracy przy danym obciążeniu. Dużą zaletą obliczeń FEM jest możliwość wyznaczenia nasycenia w wybranych miejscach maszyny, np. indukcji

w zębach i jarzmie stojana, dzięki czemu możliwe jest określenie strat w żelazie, co przy zastosowaniu wyłącznie metod analitycznych jest bardzo trudne i nie do zweryfikowania.

W literaturze można znaleźć wiele sposobów wykorzystania oprogramowania FEM, takich jak np. określenie zastępczej przenikalności magnetycznej w elementach maszyny, dla celów zaimplementowania ich w modelu liniowym [27], wyznaczenie własności maszyny trudnych do określenia analitycznego [47] lub wyznaczenie modów oraz odpowiadających im naturalnych częstotliwości struktury, potrzebnych do analizy odkształceń jarzma wirnika lub hałasu [34].

Przykładem wykorzystania wyłącznie analizy FEM do projektowania jest [48], w którym autorzy zaprojektowali i wykonali LSPMSM z magnesami NdFeB o mocy 1.1 [kW]. Porównanie obliczeń FEM z pomiarami na prototypie dało dobrą zgodność, co potwierdza użyteczność metody elementów skończonych do projektowania tego typu maszyn.

Podobne postępowanie można znaleźć w artykule [9], gdzie obliczenia FEM posłużyły do wykonania dwóch prototypów silnika LSPMSM o mocy około 600 [W]. Obliczenia zostały zweryfikowane pomiarami z bardzo dobrą zgodnością.

W literaturze istnieje ponadto kilka pozycji, w których zaproponowane zależności, model analityczny lub własności struktury zostały zweryfikowane wyłącznie przy pomocy FEM [20, 44].

#### **1.6. Metody tworzenia konstrukcji**

#### **1.6.1.** Wybór topologii magnesów i ich wymiarów

We wszystkich analizowanych w literaturze konstrukcjach LSPMSM można zauważyć tendencję do minimalizowania strumienia rozproszenia magnesów trwałych. Objawia się to poprzez zbliżanie magnesów maksymalnie blisko szczeliny powietrznej lub klatki o małej, bliskiej powietrzu przenikalności magnetycznej, bądź też poprzez ograniczanie magnesów obszarami o podobnych do powietrzna właściwościach magnetycznych. Dzięki tym zabiegom zwiększany jest strumień roboczy w szczelinie, oznaczający lepsze wykorzystanie stosunkowo drogiego materiału magnetycznego trwałego. Wybór topologii magnesów i ich wymiarów determinuje wartość strumienia generowanego przez magnesy. Odsunięcie magnesów od klatki lub szczeliny powietrznej prowadzi do konieczności stosowania barier dla strumienia, zapobiegających utracie części strumienia magnesów na odległości między magnesami a klatką. Brak takich barier mógłby doprowadzić do całkowitego zwarcia strumienia magnesów trwałych.

Część całkowitego strumienia od magnesów jest zwierana poprzez mostki konstrukcyjne z żelaza, zmniejszając tym samym użyteczny strumień przenikający przez szczelinę powietrzną. Z tego względu konieczne jest dążenie do struktury, w której szerokość mostków jest zmniejszona do minimum wymaganego dla stabilności i sztywności konstrukcji. Szerokość mostków powinna być odpowiednio duża, aby istniała techniczna możliwość ich wykonania, ale jednocześnie niewiele większa niż najmniejsza dopuszczalna szerokość. Podobny kompromis przyjęto w pracy [49], gdzie
zastosowano mostki z żelaza o szerokości 0.4 [mm]. Wartość ta jest podobna do przyjętej w analizowanych w niniejszej rozprawie przypadkach.

W artykule [20] przedstawiona została uproszczona procedura projektowania, polegająca na doborze krok po kroku wymiarów silnika LSPMSM z magnesami w kształcie "C". Procedura ma na celu uzyskanie konstrukcji o wysokiej sprawności, dobrych właściwości rozruchowych oraz zdolnej do przeprowadzenia synchronizacji. Rezultaty analizy za pomocą zaprezentowanych zależności analitycznych na harmoniczne indukcji magnetycznej w szczelinie zweryfikowano z dobrą zgodnością przy pomocy FEM.

Podobna tematyka została podjęta w artykule [11], gdzie zawarto algorytm projektowania LSPMSM, dla uzyskania wysokich wartości sprawności, współczynnika mocy oraz momentu elektromagnetycznego, przy zapewnienie zdolności maszyny do wykonania rozruchu bezpośredniego. Procedura wykorzystuje analizę FEM w programie Flux 2D do określenia podstawowych parametrów modelu czyli reaktancji synchronicznych i strumienia generowanego przez magnesy trwałe  $\Phi_{PM}$ .

Podobny algorytm projektowania został zamieszczony w [50]. Miał on na celu uzyskanie maszyny PMSM o możliwie najwyższej sprawności i najlepszych właściwościach w stanie pracy ustalonej, spośród kilku różnych konfiguracji maszyny. W podsumowaniu przedstawiono zalety i wady poszczególnych topologii magnesów trwałych w wirniku, mogące stanowić wskazówkę przy wyborze struktury w zależności od postawionych założeń projektowych.

Pewne wskazówki odnośnie doboru topologii magnesów można także odnaleźć w [12]. Autor zauważył, że silniki PMSM z magnesami włożonymi do wnęk wewnątrz wirnika typu "inset" mają nieco lepsze własności w stanie ustalonym synchronicznym niż "surface mounted", ponieważ wytwarzają dodatkowy moment reluktancyjny będący wynikiem zróżnicowania reaktancji w osiach d i q. Porównanie struktury z magnesami wewnątrz wirnika "interior" z innymi analizowanymi w pracy konstrukcjami wykazało, że przy dużej ilości par biegunów jej własności są mniej korzystne, ze względu na konieczność wykonania większej ilości mostków konstrukcyjnych z żelaza, co powoduje większy udział strumienia zwierającego magnesy w całkowitym strumieniu, a także konieczność zastosowania większej ilości bloków z materiału magnetycznie trwałego, co ma wpływ na zwiększenie kosztu materiału.

W przypadku dużych wartości nasycenia żelaza w pobliżu magnesów trwałych może dojść do odmagnesowania części bloku magnesu trwałego. Sytuacja taka może mieć miejsce szczególnie w okolicach ostrych brzegów, np. przy rogach magnesów. Jednym ze sposobów uniknięcia tego zjawiska jest wykonanie zaokrąglonych wnęk na magnesy trwałe. Taki sposób modyfikacji geometrii można znaleźć w [30], gdzie autorzy wykonali zaokrąglenia na końcach magnesów w pobliżu szczeliny powietrznej dla silnika PMSM o mocy 50 [kW].

Istotnym zagadnieniem projektowym jest odpowiedni dobór wymiarów i rozmieszczenia żłobków klatki rozruchowej, gwarantujący uzyskanie odpowiednio dużego momentu elektromagnetycznego w czasie rozruchu oraz przy poślizgu pozwalającym na osiągnięcie

prędkości synchronicznej. Klatka pełni również rolę tłumiącą, determinując wartość wahań momentu, generujących odkształcenia jarzma i hałas [34]. W [51] można znaleźć wskazówkę, że należy dążyć do projektowania jak najmniejszej ilości żłobków wirnika, w celu uniknięcia dużego nasycenia zębów wirnika. Efekt ten może być przyczyną zwiększenia strat w żelazie oraz generowania wyższych harmonicznych w przebiegu indukcji w szczelinie powietrznej.

Autorzy [44] zawarli wniosek o trudności w przypadku potrzeby zwiększenia współczynnika mocy LSPMSM. Cel ten można osiągnąć przez zwiększenie wartości napięcia *E*<sub>0</sub> indukowanego w uzwojeniu stojana przez magnesy, co wiąże się z koniecznością zwiększenia strumienia od magnesów lub zwiększeniem liczby zwojów w żłobku stojana. Pierwsza modyfikacja oznacza zwiększenie objętości magnesów i ich kosztu, natomiast druga wiąże się ze zmniejszeniem przekroju zwoju, a więc zwiększeniem rezystancji uzwojeń i wzrostem strat w miedzi. Wnioski te świadczą o konieczności uzyskania kompromisu pomiędzy kosztem, sprawnością a określonymi wymaganymi własnościami maszyny.

Informacja o konieczności wyważenia żądanych własności maszyny i aspektów ekonomicznych znalazła się również w [11]. Zwrócono uwagę, że zwiększenie momentu maksymalnego i przeciążalności maszyny z magnesami trwałymi jest możliwe poprzez redukcję reaktancji  $X_d$  i  $X_q$ , np. w wyniku zwiększenia szczeliny powietrznej. Zabieg ten sprawa jednak, że konieczne jest zastosowanie większej ilości materiału magnetycznego, co jest kosztowne i powoduje zwiększenie nasycenia zębów wirnika, które powinno zostać utrzymywane w określonych granicach.

### **1.6.2.** Wybór materiału na magnesy trwałe

Rodzaj użytego materiału magnetycznego twardego decyduje o rozmiarze i ilości magnesów. Konieczne jest, przynajmniej z pewnym przybliżeniem, oszacowanie warunków pracy magnesu, może bowiem dojść do jego rozmagnesowania w wyniku wysokiej temperatury bądź zbyt dużego natężenia pola odmagnesowującego.

W literaturze można znaleźć wiele różnych materiałów magnetycznych przyjętych w konstrukcji LSPMSM. Cechą wspólną materiałów jest odporność na wysoką temperaturę. Jest to konieczne, ze względu na możliwość bezpowrotnej utraty własności magnesów trwałych przy przekroczeniu pewnego pułapu temperatury, szczególnie w przypadku stanów awaryjnych przy zablokowanym wirniku, kiedy nie występuje przepływ powietrza i chłodzenie.

Porównanie własności maszyny przy zastosowaniu dwóch różnych materiałów na magnesy trwałe przedstawiono w [52]. Analizowane były magnesy samarowo-kobaltowe SmCo oraz ferrytowe, z których wyniknęły lepsze właściwości maszyny z magnesami SmCo. Obliczenia analityczne zweryfikowano na prototypie. Ze względu na niewielką gęstość energii magnesów ferrytowych, ilość tego materiału, konieczna do uzyskania żądanego strumienia przenikającego do szczeliny powietrznej, była stosunkowo duża. Obecnie stosowane materiały takie jak SmCo lub magnesy ziem rzadkich NdFeB charakteryzują się większą gęstością energii i większą wartością indukcji remanentu *B*<sub>r</sub>, dzięki czemu ilość miejsca w wirniku, które muszą zająć magnesy znacznie się

zmniejszyła od czasu magnesów ferrytowych. To sprawia, że obecnie projektowanie cechuje większa swoboda w wyborze ilości magnesów trwałych i ich topologii w wirniku.

W publikacji [15] został wykonany prototyp silnika LSPMSM z dwoma wirnikami o magnesach trwałych wykonanych z dwóch różnych materiałów. Zastosowano magnesy samarowo-kobaltowe SmCo oraz neodymowe NdFeB. Analitycznie wyznaczono, a następnie potwierdzono eksperymentalnie charakterystyki momentu, współczynnika mocy i iloczynu współczynnika mocy do sprawności dla stanu pracy synchronicznej. Na podstawie modelu analitycznego został zasymulowany rozruch maszyn, z którego wyniknęło znacznie korzystniejsze zastosowanie materiału NdFeB – również ze względu na moment hamujący od magnesów.

# 1.7. **Optymalizacja**

W literaturze fachowej można znaleźć zaledwie kilka przykładów użycia procedury optymalizacyjnej dla silników z magnesami trwałymi. Do procedury optymalizacyjnej dobrze nadają się modele analityczne, np. oparte o analizę obwodu magnetycznego maszyny [36], jednak przykładów takich zastosowań modeli analitycznych znajduje się bardzo niewiele. W większości przypadków jest ona wykorzystywana tylko częściowo, np. do określenia wymiarów magnesów bądź uzyskania poprawy jednej tylko własności.

Z uwagi na różnorodność konstrukcji PMSM stworzenie uniwersalnego modelu analitycznego do optymalizacji jest trudne [35]. Metodą, która pozwala na stosunkowo łatwą analizę dowolnej konstrukcji jest FEM, której wadą jest jednak czasochłonność, co jest przeszkodą w optymalizacji [35]. W związku z tym w literaturze można znaleźć procedurę postępowania optymalizacyjnego, która polega na wykonaniu ograniczonej ilości obliczeń FEM i próbie określenia wpływu zmian poszczególnych parametrów na funkcję celu. Metodą wykorzystującą taką procedurę jest np. metoda Tauguchi, zastosowana w [47, 49, 51].

W [49] celem optymalizacji silnika PMSM bez klatki rozruchowej było zmniejszenie wahań momentu elektromagnetycznego do jego średniej wartości. W procedurze wykorzystana została metoda Tauguchi, oparta o FEM, gdzie zaimplementowano 4 zmienne optymalizacji dotyczące wymiarów magnesów, przy czym jedna została ustawiona na stałą wartość. Autorzy twierdzą, że większość metod optymalizacji wykorzystujących FEM (poza wybraną w artykule metodą Tauguchi) wymaga długiego czasu obliczeń oraz poza samymi obliczeniami FEM dodatkowo złożonych algorytmów i dodatkowego programowania wspomagającego. Metoda Tauguchi pozwala na znaczne ograniczenie ilości przypadków, które muszą zostać przeliczone - dla analizowanego przez autorów przypadku odpowiednio 9 razy i 3 razy mniej w porównaniu z dwoma innymi wymienionymi metodami. Wadą metody Tauguchi jest fakt, że nie uwzględnia interakcji pomiędzy zmiennymi optymalizacji, należy się w niej raczej skupić na optymalizacji zmiennych które mają największe oddziaływanie na cel optymalizacji, a pozostałe zmienne dostosować, niż próbować znaleźć ekstremum wynikające z interakcji wszystkich zmiennych. Poza tym, jak dla większości metod FEM, poszukiwania optymalnej konstrukcji są prowadzone w ograniczonym zbiorze, przy narzuconym niewielkim dopuszczalnym rozrzucie wartości

poszczególnych zmiennych, a wybór konstrukcji optymalnej ogranicza się do wyboru najlepszego zestawu zmiennych optymalizacji spośród zadanych.

W [47] poszukiwano optymalnej konstrukcji PMSM z pomocą obliczeń analitycznych, FEM i metody Tauguchi, przy zadanych kilku kryteriach optymalizacji: maksymalizacja siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniu stojana i momentu maksymalnego rozwijanego przez maszynę oraz minimalizacja wahań momentu i ograniczenie zawartości harmonicznych w sile magnetomotorycznej SEM pochodzenia od magnesów trwałych. Na początku przedstawionego sposobu postępowania optymalizacyjnego, za pomocą analizy schematu obwodu magnetycznego, przy założeniu nieskończonej przenikalności magnetycznej żelaza, określone zostały uzwojenie stojana i wielkość magnesów, pozwalające uzyskać żądany kształt SEM i wartości strumienia od magnesów trwałych na biegun. Następnym krokiem było przeprowadzenie optymalizacji wielokryterialnej za pomocą obliczeń FEM i metody Tauguchi, przy zachowaniu ograniczenia na stałą objętość magnesów. Rezultaty analizy zostały zweryfikowane przez pomiary na prototypie z dobrą zgodnością.

Próbę znalezienia konstrukcji optymalnej silnika LSPMSM jednofazowego o mocy 66 [W] podjęto w [51]. Celem optymalizacji było uzyskanie najlepszych własności w czasie rozruchu oraz maksymalnej sprawności, zgodnie z przedstawionym algorytmem. W optymalizacji wykorzystywane obliczenia analityczne do określenia wymiary prętów klatki i magnesów oraz FEM do oszacowania wymaganej szerokości mostków z żelaza. Wykorzystana została metoda Tauguchi z wagami odpowiednio 0.3 dla sprawności i 0.7 dla momentu rozruchowego, w której wzięto pod uwagę niepewność wykonania wymiarów wynoszącą 0.1 [mm]. Obliczenia zostały zweryfikowane na prototypie z dobrą zgodnością.

Optymalizacja zawarta w tytule [53] ograniczyła się do zaproponowania kilku modyfikacji silnika LSPMSM o mocy 60 [W] i weryfikacji ich przy pomocy obliczeń FEM 2D. Autorzy opisali prostą metodę projektowania z użyciem 2D FEM, w celu optymalnego wykorzystania magnesów trwałych (zmniejszenia strumienia rozproszenia w mostkach konstrukcyjnych). Poprzez wydłużenie mostków z żelaza uzyskano zwiększenie strumienia w szczelinie, natomiast zmniejszenie długości magnesów trwałych doprowadziło do uzyskania mniejszego momentu hamującego od magnesów. Symulacje zweryfikowane zostały na trzech prototypach, odpowiadających projektowi pierwotnemu oraz dwóm zmodyfikowanym, uzyskując dobrą zgodność (błąd granicach 7-12%).

W [48] autorzy zaprojektowali i wykonali z użyciem FEM silnik LSPMSM z magnesami NdFeB o mocy 1.1 [kW]. Optymalizacja w tytule artykułu ograniczyła się do próby poprawy własności prototypowej maszyny przy pomocy opisywanych w literaturze zabiegów, bez stosowania automatycznych procedur optymalizacyjnych i kryteriów. Obliczenia FEM potwierdziły, że zmiana projektu doprowadziła do uzyskania większej wartości siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniach stojana i co za tym idzie większą sprawność, mniejsze natężenie prądu i większy współczynnik mocy względem projektu prototypu.

W [43] przeprowadzona została optymalizacja wielokryterialna dotyczącą tylko wymiarów i położenia magnesów w wirniku silnika PMSM. Podane zostało kryterium dotyczące zwiększenia

ilorazu momentu rozwijanego przez maszynę, do objętości materiału magnetycznie trwałego. W procedurze zawarto ograniczenia na wielkości magnesów i bariery dla strumienia rozproszenia przy mostkach konstrukcyjnych. W artykule wykorzystano model analityczny nie uwzględniający strat w żelazie i nasycenia, z założonym sinusoidalnym charakterem zmian strumienia w szczelinie, który zweryfikowano z dobrą zgodnością (błąd wyznaczonych własności na poziomie kilku procent) z użyciem obliczeń FEM 2D.

W pracy [34] procedura optymalizacyjna polegała na poprawie własności silnika PMSM o mocy 4 [kW], oparta na analizie wrażliwości z wykorzystaniem obliczeń FEM. Zmiennymi optymalizacji były lokalizacja oraz promień otworów w jarzmie wirnika w pobliżu szczeliny powietrznej, natomiast celem działań było zmniejszenie ilorazu wahań momentu elektromagnetycznego do momentu średniego. Zoptymalizowana konstrukcja charakteryzowała się zróżnicowaną średnicą otworów i zmianą ich lokalizacji, dzięki czemu udało się tylko w niewielkim stopniu poprawić moment średni i zmniejszyć jego pulsacje. Z rozważań autorów [34] wynika wniosek, że wykonanie otworów powoduje znaczne ograniczenia wahań momentu elektromagnetycznego rozwijanego przez maszynę i zwiększenie momentu średniego, co jest bardzo ciekawym wnioskiem z punktu widzenia silników LSPMSM. Autorzy potwierdzili również możliwość zalania otworów np. aluminium i wykorzystanie ich jako klatki rozruchowej. W związku z powyższym można wysnuć tezę, że w zakresie wahań momentu i jego średniej wartości LSPMSM jest wyborem lepszym niż PMSM, którym nie posiada dodatkowych otworów w jarzmie wirnika.

W [30] został zaprojektowany i wykonany silnik PMSM 50kW z dwoma warstwami magnesów, przeznaczony do pracy przy kilku prędkościach obrotowych, chłodzony olejem przez pusty w środku wał. Projekt był oparty o nieliniowy model obwodu magnetycznego uwzględniający nasycenie. Model został wykorzystany do optymalizacji numerycznej, w oparciu o algorytm ewolucyjny (z ang. "*differential evolution*"), z użyciem 16 parametrów optymalizacji. Wynik postępowania optymalizacyjnego został poprawiony z użyciem obliczeń FEM w zakresie elektromagnetycznym, strukturalnym oraz termicznym. Weryfikacja na prototypie dała w miarę dobrą zgodność, którą poprawiono przez założenie w FEM zmodyfikowanej wartości indukcji remanentu magnesów względem deklarowanej. W artykule wykorzystano FEM także do wyznaczanie przebiegów indukcji magnetycznej *B* w zębie i jarzmie stojana oraz zawartości w nich wyższych harmonicznych, które następnie posłużyły do wyznaczenia strat w żelazie i sprawności.

Powyższy przykład pokazuje, że istnieje możliwość wykorzystania wyłącznie obliczeń FEM do projektowania maszyn z zastosowaniem procedury optymalizacyjnej, co podważa pogląd zaprezentowany w [13], że czasochłonność obliczeń FEM [11, 54, 44] uniemożliwia zaimplementowanie ich do automatycznej procedury projektowania.

Wykorzystanie metody optymalizacji silnika PMSM opartej na FEM i algorytmach ewolucyjnych można znaleźć w [27]. Analizowany silnik został zaprojektowany przez procedurę optymalizacyjną, w której każdy przypadek był przeliczany w FEM. Funkcją celu w optymalizacji wielokryterialnej analogicznej do zastosowanej w rozprawie doktorskiej autora artykułu były maksymalizacja momentu elektromagnetycznego. W pracy znalazł się ponadto wniosek, że metoda wyznaczania indukcyjności rozproszenia połączeń czołowych przy pomocy obliczeń FEM 3D jest zdecydowanie zbyt czasochłonna i nie nadaje się do optymalizacji.

Metodą heurystyczną posłużyli się również autorzy prac [55, 56], gdzie wykorzystano algorytm genetycznego bazujący na symulacjach w programie do obliczeń FEM. Zastosowana dla silnika PMSM z magnesami na wirniku procedura optymalizacji wykorzystywała 3 zmienne decyzyjne (szerokość szczeliny powietrznej stojan-wirnik i wymiary magnesów trwałych) oraz funkcję celu złożoną z trzech kryteriów cząstkowych: iloczynu sprawności i współczynnika mocy, objętości magnesów oraz amplitudy momentu zaczepowego. Autorzy zwracają uwagę na bardzo długi czas obliczeń polowych opartych o metode FEM, wykorzystywaną do symulacji - 4 godziny na jedno pokolenie. Zastosowali oni dekompozycję procedury, gdzie w pierwszym etapie addytywna funkcja celu dotyczyła maksymalizacji momentu użytecznego i minimalizacji odkształcenia siły elektromotorycznej, natomiast w drugim - przy ustalonej wartości dwóch z trzech zmiennych decyzyjnych wynikających z pierwszego etapu optymalizacji poszukiwano szerokości magnesu odpowiadającego najmniejszemu momentowi zaczepowemu (z wykorzystaniem multiplikatywnej kompromisowej funkcji celu). Rozwiązanie optymalne osiągnięto po wygenerowaniu ponad 22 pokoleń (ponad 10 w pierwszym etapie procedury i 12 w drugim), co daje ponad 88 godzin samych obliczeń FEM. Ponadto, dla poprawnego określenia funkcji kryterialnych konieczne było wykonanie przez autorów obszernej analizy wrażliwości w modelu FEM, co dodatkowo zwiększa czasochłonność procedury i zmniejsza możliwość jej uniwersalnego wykorzystania do konstrukcji o innej topologii wirnika. Na trudności związane z optymalizacją opartą o obliczenia polowe i metody heurystyczne zwraca uwagę fakt, że w zakończeniu artykułu [55] można odnaleźć wniosek autorów, że źle sformułowali zadanie optymalizacji, przyjęli bowiem funkcję celu złożoną z kryteriów dających przeciwstawne tendencje, na co zastosowana procedura była zbyt czuła.

Do ciekawych wniosków ze względu na optymalizację doszli autorzy [19]. Artykuł stanowi analizę silnika LSPMSM, w którym opisany jest charakter zmian parametrów  $X_d$ ,  $X_q$  i  $\Phi_{PM}$  z nasyceniem oraz jego wpływ na moment i sprawność. Wpływ ten okazał się być pozytywny, co oznacza, że przyjęcie stałych parametrów w modelu analitycznym jest obarczone błędem, ale może jedynie doprowadzić do zaniżenia sprawności, czyli znajduje się po tzw. bezpiecznej stronie obliczeń. Próba minimalizacji strat w miedzi i w żelazie doprowadziła do uzyskania w artykule sprawności na poziomie ok. 90 [%] dla silnika o mocy ok. 1.5 [kW].

# 1.8. ZASTOSOWANIA

Ze względu na problem efektu cieplarnianego i wciąż rosnące zużycie energii elektrycznej, której wytworzenie oznacza kosztowną rozbudowę sieci przesyłowych, silniki o wysokiej sprawności cieszą się coraz większym zainteresowaniem. W Europie przez długi czas brak było przepisów wymagających produkowania silników wysokiej sprawności, jednak obecnie wprowadzony jest w Unii Europejskiej system certyfikacji, który dzieli maszyny na klasy, w których sprawność zależy od mocy silnika i liczby biegunów. Wcześniej podobne ograniczenia na sprawność zostały wprowadzone w USA, w postaci aktu Energy Policy Act z 1992 roku (w skrócie EPACT92), który obowiązywał od 1997 roku oraz w Kanadzie, gdzie przepisy wprowadzone w roku 1995 zostały znacznie zaostrzone w 1997 roku do poziomów podobnych do tych zawartych w EPACT92. Wymagania przyjęte przez Unię Europejską dla najwyższej z obecnie określonych trzech klas odpowiadają tym z EPACT92 [44]. Jak wykazano w pracach [57, 58], z wykorzystaniem konstrukcji LSPMSM możliwe jest uzyskanie sprawności odpowiadającej najwyższej klasie IE4 zdefiniowanej w

międzynarodowej normie [59]. Umożliwia ona także spełnienie wymagań bardziej rygorystycznych, nieformalnych standardów wprowadzanych przez niektórych producentów (SuPremE, ECOiPM) [58].

Głównym obszarem zastosowań dla silników LSPMSM są obszary, w których wykorzystywane są klasyczne silniki indukcyjne. Maszyny asynchroniczne stanowią największą część wszystkich maszyn elektrycznych, a energia zużywana na ich zasilanie stanowi dużą część całkowitej zużywanej energii odbiorników energii elektrycznej. W Wielkiej Brytanii oszacowano, że wytworzenie energii dla silników indukcyjnych trójfazowych niesie za sobą wytworzenie 17% całkowitej emisji dwutlenku węgla CO<sub>2</sub> [44]. W związku z tym zastąpienie tych silników wysokosprawnymi konstrukcjami LSPMSM spowodowałoby znaczne oszczędności. Wyższy koszt LSPMSM nie stanowi dużego problemu, jeśli weźmie się pod uwagę, że koszt energii elektrycznej zużytej w ciągu życia silnika indukcyjnego jest 100 razy wyższy od kosztu jego zakupu [44]. Niestety pewną barierę dla szerokiego zastosowania silników wysokiej sprawności jest fakt, że głównymi nabywcami silników są producenci urządzeń, dla których najważniejsza jest cena zakupu, a nie koszt eksploatacji.

Konstrukcja LPSMSM z magnesami trwałymi umieszczonymi wewnątrz wirnika charakteryzuje się możliwością uzyskania przy ograniczonych wymiarach i wadze maszyny stosunkowo wysokich wartości momentu, mocy i sprawności. Zachowuje przy tym zdolność do pracy ze stałą mocą w dużym zakresie prędkości obrotowych oraz zapewnia niskie koszty obsługi ze względu na jednolitą konstrukcję [30, 32, 18].

Jedno z ważniejszych zastosowań silników PMSM to napęd elektryczny w samochodach elektrycznych i hybrydowych, czego przykład można znaleźć w pracy [47], gdzie autorzy zastosowali silnik o prędkości 6000 [obr/min] do samochodu osobowego o prędkości max 80 [km/h]. Ze względu na fakt, że w przypadku samochodów elektrycznych wykorzystuje się zasilanie przekształtnikowe, nie jest wykorzystywana możliwość rozruchu bezpośredniego, jaką posiadają silniki LSPMSM.

Podobne wykorzystanie silników PMSM można odszukać w [30], gdzie autorzy wymieniają samochody, w których silniki z magnesami trwałymi znalazły się w produkcji, tj. Toyota Prius, Ford Escape oraz Honda Accord.

Silniki LSPMSM mogą znaleźć zastosowanie w pompach, klimatyzatorach i wentylatorach, turbinach wiatrowych, napędach łodzi, a także jako alternatywa dla napędów do pracy przy niskiej prędkości, złożonych z silnika indukcyjnego i przekładni [11, 9, 12].

W [34] zawarto informacje pozwalające na wyciągnięcie wniosku, że silnik LSPMSM z uwagi na fakt posiadania klatki rozruchowej, charakteryzuje się mniejszymi wahaniami momentu oraz większym momentem średnim względem silnika PMSM bez klatki, co w połączeniu z możliwością rozruchu bezpośredniego sprawia, że LSPMSM wydaje się ciekawą, choć bardziej kosztowną alternatywą.

### **1.8.1.** PORÓWNANIE SILNIKA LSPMSM Z INDUKCYJNYM

Maszyna synchroniczna z magnesami trwałymi o rozruchu bezpośrednim stanowi poważną konkurencję dla stosowanych powszechnie silników indukcyjnych w zastosowaniach takich jak pompy, wentylatory. We wszystkich opracowaniach dotyczących porównania tych dwóch konstrukcji można znaleźć informację o znacznie lepszych właściwościach LSPMSM oraz wyższej sprawności, co jest równoznaczne z niższymi kosztami eksploatacji maszyny. Główną przeszkodą w zastosowaniu tych maszyn na szeroką skalę wydaje się być zwiększony koszt względem silnika indukcyjnego oraz brak stabilności cen na rynku materiałów magnetycznie trwałych.

Autorzy [48] zaprojektowali i wykonali LSPMSM z magnesami NdFeB o mocy 1.1 [kW] i porównali go z silnikiem indukcyjnym, o podobnej mocy i wymiarach. Uzyskany wzrost sprawności zaprojektowanego silnika, poddanego procesowi optymalizacji wymiarów magnesów, wyniósł w przybliżeniu 7% dla obciążeń powyżej połowy obciążenia znamionowego. Oszacowano, że około 20% większy koszt zaproponowanej maszyny względem porównywanego silnika indukcyjnego, zwróci się po 550 godzinach pracy przy pełnym obciążeniu. W analizowany przypadku uzasadnia to w zupełności cel zastąpienia silnika asynchronicznego przez LSPMSM.

W [51] przedstawiono porównanie LSPMSM jednofazowego z silnikiem indukcyjnym, który stanowił konstrukcję wyjściową. Poprzez umieszczenie magnesów trwałych w wirniku autorzy otrzymali wzrost sprawności LSPMSM o 7% względem silnika indukcyjnego, przy zachowaniu podobnych własności w czasie rozruchu.

Polepszenie własności maszyny w stosunku do silnika indukcyjnego o podobnych wymiarach uzyskali również autorzy [11]. Silnik LSPMSM o mocy 75 [kW] charakteryzował się wyższą o 3% sprawnością i współczynnikiem mocy 0.95 (o 0.11 więcej niż w przypadku analizowanej maszyny indukcyjnej), przy jednoczesnym zmniejszeniu natężenia prądu fazy o 15%.

W [60] autorzy zaprezentowali porównanie silnika LSPMSM z silnikiem indukcyjnym o mocy 1.5 [kW]. Zaprojektowany LSPMSM charakteryzował się znacznie wyższym współczynnikiem mocy, bliskim jedności oraz o 8% wyższą sprawnością, przy danej wartości natężenia prądu fazy stojana. Dodatkowo, dla tej wartości natężenia uzyskano moc na wale 2 [kW], czyli aż o 25% więcej, niż w przypadku porównywanej maszyny asynchronicznej. W analizowanym przez autorów przypadku silnik indukcyjny charakteryzował się natomiast lepszymi właściwościami rozruchowymi, rozwijając większy moment w czasie dochodzenia do prędkości bliskiej synchronicznej.

Autorzy [9] zaprojektowali silnik LSPMSM wysokiej sprawności o mocy około 600 [W], w oparciu o obliczenia FEM. Obliczenia zostały zweryfikowane na dwóch prototypach silnika z bardzo dobrą zgodnością. Porównanie wykonanego prototypu maszyny z silnikiem indukcyjnym podobnych gabarytów wykazało lepsze własności LSPMSM. Dla nominalnych warunków zasilania LSPMSM posiadał względem silnika indukcyjnego większą sprawność, współczynnik mocy bliski 1 oraz mniejszy prąd pobierany z sieci, przy podobnej wartości rozwijanego momentu elektromagnetycznego. Również w stanie asynchronicznym LSPMSM posiadał zaletę w postaci mniejszego prądu rozruchowego. Autorzy zauważyli, że w porównaniu do maszyn

asynchronicznych, przy danych zadanych właściwościach, konstrukcje LSPMSM charakteryzują się mniejszymi wymiarami i mają wyższą sprawność.

Informację o lepszych własnościach LSPMSM od silników indukcyjnych zawarł autor artykułu [61]. Twierdził on, że w przypadku LSPMSM można uzyskać większą sprawność i zmniejszenie strat nawet o 30% względem silników indukcyjnych o najwyższej dostępnej sprawności. Autor zwraca również uwagę, że konstrukcja z magnesami trwałymi wymaga uważnej analizy ze względu na utrudnione warunki rozruchu oraz konieczność osiągnięcia prędkości synchronicznej.

Autorzy [44] zaprojektowali i wykonali silnik LSPMSM o mocy 1.5 [kW], którego bazę stanowił silnik indukcyjny podobnej mocy. Autorzy w pierwszej kolejności zoptymalizowali kształt żłobków wirnika silnika indukcyjnego, uzyskując wzrost sprawności o 1.7% bez zwiększania kosztu oraz 4% wzrost przy zwiększeniu kosztu. Następnym krokiem było wykorzystanie zoptymalizowanej konstrukcji o najwyższej sprawności do utworzenia silnika LSPMSM. Analiza silnika z magnesami trwałymi została oparta o FEM, w której analizowano stan pracy ustalonej synchronicznej oraz zdolność do rozruchu z obciążeniem. W analizowanym przypadku uzyskano zmniejszenie strat i znaczną poprawę sprawności oraz współczynnika mocy LSPMSM względem silnika indukcyjnego, wzrost wyniósł odpowiednio 89 [%] z 81 [%] dla sprawności i 0.85 z 0.77 dla współczynnika mocy.

# 1.9. SILNIK LSPMSM JEDNOFAZOWY [62]

W erze rozwoju zastosowań urządzeń elektrycznych w przemyśle i gospodarstwach domowych coraz większą wagę przywiązuje się do zagadnienia sprawności tych urządzeń i mniejszego zużycia energii elektrycznej. Zaspokojenie tych potrzeb zapewnia jednofazowa odmiana LSPMSM. Dzięki takiemu zasilaniu jest możliwe użycie maszyny nawet w małych urządzeniach gospodarstwa domowego. Silniki LSPMSM jednofazowe znajdują zastosowanie w urządzeniach gospodarstwa domowego m.in. jako kompresory w lodówkach i urządzeniach chłodniczych.

Zaletą LSPMSM jednofazowego jest fakt, że można w nim uzyskać nawet 40% mniejsze straty, niż w przypadku silnika indukcyjnego o podobnych gabarytach [63]. Ze względu na obszar zastosowań, moce maszyn analizowanych w literaturze są niewielkie, rzędu kilkuset watów [64, 65].

### **1.9.1.** Geometria oraz układ zasilania

Uzwojenie stojana jest rozłożone w żłobkach w taki sposób, aby uzyskać pole w szczelinie jak najbliższe sinusoidalnemu. Dzięki temu ograniczona zostaje ilość wyższych harmonicznych indukcji pola magnetycznego w szczelinie, a co za tym idzie poprawa osiągów maszyny. Sinusoidalny rozkład pola jest możliwy przez nierównomierne rozmieszczenie uzwojenia głównego oraz dodatkowego, podobnie jak na rysunku poniżej:



Magnesy trwałe mogą w wirniku mogą być rozmieszczone praktycznie dowolnie. Decyzja o ich kształcie i położeniu zależy od projektanta maszyny. Powyższy rysunek przedstawia przykładowe rozmieszczenie magnesów w wirniku, które jest w literaturze spotykane najczęściej [66, 67, 25, 68, 69, 33, 70]. Żłobki klatki rozruchowej są rozmieszczone w wirniku symetrycznie, możliwe jest jednak ich rozmieszczenie nierównomierne na obwodzie wirnika. Przy projektowaniu magnesów oraz żłobków klatki należy pamiętać o takim ich wzajemnym ułożeniu, aby ograniczyć strumień rozproszenia magnesów i dzięki temu dobrze wykorzystać materiał magnetyczny twardy.

Przesunięcie fazowe pomiędzy prądem uzwojenia głównego  $i_m$  oraz bocznego  $i_a$  umożliwiające uzyskanie pola wirującego jest realizowane poprzez użycie kondensatora pracy  $C_r$  w obwodzie bocznym. Jego prawidłowy dobór jest gwarancją uzyskania sinusoidalnego pola stojana i zrównoważenia źródła zasilania. Oznacza to minimalizację składowej przeciwnej prądu stojana, która jest odpowiedzialna za powstawanie w maszynie dodatkowego, szkodliwego momentu oscylacyjnego. W [71] zostały zawarte wyniki analizy wpływu rozmieszczenia uzwojeń głównego i bocznego w stojanie. Autorzy zastosowali 4 różne stojany dla tego samego wirnika, co umożliwiło określenie wpływu parametrów uzwojenia na własności maszyny.

Wartość kondensatora  $C_r$  powinna być dobrana do stanu pracy ustalonej, przy której maszyna wiruje z prędkością synchroniczną. T.J.E. Miller zawarł w [72] sposób analizy silników jednofazowych przy użyciu transformacji do składowych symetrycznych, a następnie do współrzędnych dq. Szczegółowy algorytm postępowania, umożliwia zrównoważenie układu zasilania przy pomocy kondensatora  $C_r$ , a w efekcie zminimalizowanie momentu oscylacyjnego od składowej przeciwnej pola stojana. Wzory analityczne zawarte w artykule pozwalają na dobór kąta  $\zeta$  między uzwojeniem głównym i pomocniczym oraz kondensatora  $C_r$  w sposób dający sinusoidalne pole stojana. Analiza jest słuszna dla wszystkich maszyn zasilanych jednofazowo. Autor zauważył również możliwość użycia drugiego kondensatora, w celu poprawy własności silnika przy dochodzeniu do prędkości synchronicznej.

### **1.9.2. Metody rozruchu**

W trakcie rozruchu korzystne jest użycie kondensatora rozruchowego  $C_s$  o większej pojemności. Gwarantuje on zwiększenie momentu rozruchowego i dzięki temu szybszy rozruch lub start przy większym obciążeniu. Celowość użycia dodatkowego kondensatora przy dochodzeniu do prędkości synchronicznej zauważył już w 1985 roku autor [61]. Im większa wartość pojemności  $C_s$ , tym większy moment rozruchowy, jednak wzrasta również natężenie prądu. W związku z tym należy pamiętać o takim wyborze  $C_s$ , aby nie uszkodzić cieplnie maszyny. Istnienie w obwodzie stosunkowo dużej pojemności  $C_s$  w trakcie pracy znamionowej jest niekorzystne ze względu na powstawanie składowej przeciwnej, powodującej zmniejszanie sprawności maszyny. Z tego powodu wykorzystuje się często w obwodzie pomocniczym rezystancję PTC zależną od temperatury, która "wyłącza" kondensator  $C_s$  przy około 80-90% prędkości synchronicznej. Analizę wpływu doboru  $C_s$  na charakterystyki silnika przedstawili autorzy [69]. Porównane zostały własności rozruchowe rzeczywistej maszyny przy użyciu 3 wartości kondensatora rozruchowego oraz przy innym możliwym sposobie rozruchu – przy zastosowaniu przekształtnika PWM.

Sposób podłączenia uzwojeń głównego oraz pomocniczego w przypadku zasilania falownikowego jest przedstawiony na rysunku poniżej:



Użycie falownika PWM oznacza działanie silnika przy stale zrównoważonym źródle zasilania. Dzięki temu nie jest konieczne stosowanie kondensatorów  $C_s$  i  $C_r$ . Rozruch przebiega znacznie łagodniej, przy mniejszym prądzie i momencie elektromagnetycznym niż w przypadku zastosowania wariantu zasilania z kondensatorami. Oznacza to gorszą zdolność do rozruchu przy znacznym obciążeniu. Niewątpliwą zaletą stosowania przekształtnika PWM jest uzyskanie wyższej sprawności maszyny niż przy rozruchu kondensatorowym [69]. Do wad należy zaliczyć większy stopień skomplikowania oraz większy koszt ze względu na istnienie falownika w obwodzie zasilania.

#### **1.9.3.** METODA ANALIZY WŁASNOŚCI LSPMSM JEDNOFAZOWEGO

Silnik jednofazowy LSPMSM charakteryzuje się asymetrią zarówno w obwodzie magnetycznym wirnika, jak również w układzie zasilania stojana. Niesymetria źródła zasilania powoduje, że w

prądzie stojana pojawia się składowa przeciwna, nie występująca przy zasilaniu symetrycznym trójfazowym. Z tych względów do analizy silnika wskazane jest użycie kombinacji transformacji do składowych symetrycznych (z powodu asymetrii zasilania) oraz transformacji Parka (ze względu na stałe pole wytwarzane przez magnesy trwałe w wirniku). Schemat przejścia ze współrzędnych rzeczywistych do współrzędnych dq przedstawia poniższy rysunek:



Do transformacji z wielkości rzeczywistych do współrzędnych Parka służą przekształcenia:

$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_a \\ \mathbf{v}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cos\zeta \\ 0 & \sin\zeta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_a \\ \mathbf{v}_m \end{bmatrix}$	
$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{a} \\ \mathbf{v}_{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/\mathbf{\beta}_{z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{a} \\ \mathbf{v}_{b} \end{bmatrix}$	(1 0 2
$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{+} \\ \mathbf{v}_{-} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{a}' \\ \mathbf{v}_{b}' \end{bmatrix}$	(1.9.3-
$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{d} \\ \mathbf{v}_{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Theta & \sin\Theta \\ -\sin\Theta & \cos\Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{a}^{'} \\ \mathbf{v}_{b}^{'} \end{bmatrix}$	

·1)

gdzie:

- ζ kąt pomiędzy napięciami w uzwojeniach głównym i pomocniczym [°]
- Θ kąt pomiędzy napięciami  $V'_a$  w uzwojeniu głównym i  $V_a$  we współrzędnych Parka [°]
- в, stosunek liczby zwojów uzwojenia głównego do pomocniczego [-]
- jednostka urojona [-] İ
- napięcia w uzwojeniu głównym i pomocniczym [V]  $v_{a}, v_{m}$
- napiecia uzwojenia głównego i pomocniczego po transformacji do  $v_a, v_h$ prostopadłego układu zasilania 2-fazowego [V]

<b>v'</b> <sub>a</sub> , <b>v'</b> <sub>b</sub>	-	napięcia w uzwojeniu głównym i pomocniczym dla idealnego zasilania 2-
		fazowego [V]
$V_+, V$	_	napięcia po transformacji do składowych symetrycznych [V]

 $v_d$ ,  $v_q$  — napięcia po transformacji do skladov venovjenovjenov venovjenov venovjenov venovjenov venovjenov venovjenov venov ve

Powyższa metoda analizy została zaproponowana w pracy [61]. Zamieszczono w niej algorytm, pozwalający na określenie własności maszyny dla stanu ustalonego, jak również zależności służące do analizy stanu asynchronicznego. W efekcie użycia opisanych wyżej transformacji otrzymuje się 2 modele dq (po jednym dla składowej zgodnej i przeciwnej), które mogą być rozpatrywane z osobna.



Model taki pozwala na dokładną analizę momentu asynchronicznego silnika 1-fazowego LSPMSM. Na jego kształt mają wpływ zarówno moment od klatki rozruchowej  $T_{cage}$ , moment hamujący od magnesów  $T_m$ , moment reluktancyjny  $T_{rel}$ , jak również składowa oscylacyjna momentu [66].

$$T_{el} = T_{cage} + T_{rel} + T_m$$
 (1.9.3-2)

$$T_{cage} = m_1 \cdot p \cdot \left( L_{md} \cdot i_{dr} \cdot i_q - L_{mq} \cdot i_{qr} \cdot i_d \right)$$
(1.9.3-3)

$$T_{rel} = m_1 \cdot p \cdot (L_{md} - L_{mq}) \cdot i_d \cdot i_q = m_1 \cdot p \cdot (L_d - L_q) \cdot i_d \cdot i_q$$
(1.9.3-4)

$$T_m = m_1 \cdot p \cdot L_{md} \cdot I_e \cdot i_q = m_1 \cdot p \cdot E_0 \cdot i_q$$
(1.9.3-5)

gdzie:

m1 – liczba faz źródła napięcia zasilającego uzwojenie stojana [-]
 p – liczba par biegunów [-]
 Lmd, Lmq – indukcyjności wzajemne w osiach d i q [H]
 E0 – siła elektromotoryczna indukowana na otwartych zaciskach stojana [V]
 id, iq, iq, idr – natężenie prądu stojana i wirnika w osiach d i q [A]
 Ie – natężenie prądu odpowiadające strumieniowi od magnesów trwałych [A]

Moment hamujący  $T_m$  jest wynikiem indukowania przez wirujące magnesy trwałe siły elektromotorycznej  $E_0$  w uzwojeniu twornika. W wyniku tej siły powstaje prąd, powodujący wydzielanie się energii na rezystancji stojana. Moment reluktancyjny  $T_{rel}$  jest wynikiem niesymetrii wirnika, czyli zróżnicowania indukcyjności  $L_d$  oraz  $L_q$  w modelu dq maszyny. Moment  $T_{cage}$  jest

wynikiem współdziałania strumienia uzwojenia stojana ze strumieniem wytwarzanym przez prąd indukowany w klatce, podobnie jak w silniku indukcyjnym.

Na kształt momentu elektromagnetycznego silnika jednofazowego LSPMSM stosunkowo duży wpływ mają składowe oscylacyjne. Były one przedmiotem analizy w artykule [66], gdzie autorzy mieli do dyspozycji 4 różne silniki, na których potwierdzili stosunkowo dobrą zgodność obliczeń analitycznych z pomiarami. Doszli oni do wniosku, że zbyt duże oscylacje mogą spowodować trudności przy synchronizacji, jak również wpływają na zachowanie maszyny przy rozruchu. Oscylacje momentu w LSPMSM jednofazowym są nie tylko wyższe, ale trwają dłużej niż w silniku indukcyjnym ze względu na istnienie pola magnesów, które generuje niezanikającą składową stałą [66].

Model dq maszyny w połączeniu z transformacją na składowe symetryczne pozwala na dobre analityczne odwzorowanie własności maszyny. Istnieją jednak parametry, których wyznaczenie analityczne jest skomplikowane, ze względu na zależność od stanu pracy maszyny. Do takich parametrów należą reaktancje synchroniczne  $X_d$  oraz  $X_q$ . Zależność tych wielkości od prądu twornika najłatwiej jest uzyskać drogą obliczeń polowych, np. za pomocą metody elementów skończonych [33]. Model obwodowo-polowy pozwala na analizę wpływu poszczególnych parametrów maszyny na jej własności, jak również optymalizację konstrukcji i układu zasilania.

### 1.9.4. METODY POPRAWY WŁASNOŚCI LSPMSM 1-FAZOWEGO

Optymalizacja silnika 1-fazowego LSPMSM powinna zacząć się od zrównoważenia źródła zasilania, w celu eliminacji szkodliwej składowej przeciwnej pola stojana. Gwarantowane jest to przez odpowiedni dobór kąta  $\zeta$  między uzwojeniem głównym i pomocniczym, oraz kondensatora  $C_r$ . Zależności umożliwiające oszacowanie pojemności kondensatora  $C_r$  można znaleźć w [61].

Wyznaczenie optymalnych (ze względu na eliminację składowej przeciwnej pola stojana) parametrów obwodu zasilania jest także możliwe przy wykorzystaniu metody wykresów fazowych. Dowiedli tego autorzy [73], gdzie wyniki obliczeń potwierdzili eksperymentalnie na prototypowym silniku.

Podstawowym sposobem na zwiększenie momentu rozruchowego jest, podobnie jak w maszynie indukcyjnej, zwiększenie rezystancji klatki. Można to osiągnąć poprzez zastosowanie materiału o większej rezystywności, bądź zwiększenie liczby prętów. W pracy [74] zostały wyprowadzone zależności na obliczenie rezystancji pierścieni zwierających oraz prętów przy ich nierównomiernym rozłożeniu. Przy pomocy metody elementów skończonych oraz przez pomiary na rzeczywistym silniku potwierdzono, że przy rozmieszczeniu nierównomiernym silnik charakteryzuje się szybszym rozruchem ze względu na większy moment rozruchowy. Mniejsza rezystancja klatki oznacza lepszą synchronizację [26]. Głębsze żłobki, dla których rezystancja jest mniejsza, mogą zostać użyte jako bariera dla strumienia rozproszenia magnesów. Prawidłowy wybór kształtu oraz rozmieszczenia prętów powinien być wynikiem analizy zarówno własności rozruchowych, jak i zdolności do synchronizacji. Na zdolność silnika 1-fazowego LSPMSM do synchronizacji mają również wpływ wartość napięcia zasilania i pojemności kondensatora. Wykazali to autorzy [65], gdzie przeprowadzili eksperyment na rzeczywistym silniku o mocy 275 [W]. Z badań wyniknął wniosek, że dla silnika jednofazowego projektowany stosunek siły magnetomotorycznej, pochodzenia od magnesów trwałych, do napięcia zasilania powinien być większy niż dla trójfazowego odpowiednika, ze względu na dodatkową niesymetrię układu zasilania.

Moment asynchroniczny można zwiększyć poprzez zmianę stosunku ilości zwojów głównych do bocznych  $\beta$  - jego zmniejszenie powoduje wzrost momentu asynchronicznego, lecz także hamującego pochodzącego od magnesów [75].

Straty w żelazie można uwzględnić w modelu elektrycznym maszyny jako dodatkową rezystancję  $R_c$  włączoną w gałęzi równoległej do źródła napięcia [25, 33]. Minimalizację strat w obwodzie stojana, stanowiących największą część strat w małych silnikach, można osiągnąć przez zwiększenie liczby zwojów. Straty w wirniku można zmniejszyć poprzez obniżenie rezystancji klatki (większe żłobki, mniejsza ilość prętów, materiał o mniejszej rezystywności), ma to jednak wpływ na rozruch i synchronizację [25].

Kształt i położenie magnesów trwałych w wirniku decyduje o własnościach maszyny w stanie pracy z prędkością synchroniczną. W artykule [67] została przedstawiona procedura projektowania rozmiaru i położenia magnesów w wirniku silnika LSPM. Jest ona oparta o model elektryczny drogi strumienia magnetycznego, w którym zadana jest żądana indukcja w szczelinie powietrznej. Przy pomocy metody elementów skończonych autorzy wyznaczyli dla różnych wymiarów magnesów trwałych wartości siły elektromotorycznej i indukcyjności  $L_d$  i  $L_q$ , na podstawie których zostały dobrane najlepsze wymiary oraz położenie magnesów trwałych w wirniku. Przy projektowaniu kształtu i położenia magnesów trwałych należy pamiętać o momencie hamującym  $T_m$ , którego wartość jest ujemna w całym zakresie prędkości obrotowej, jak również o możliwości rozmagnesowania magnesów na skutek zbyt wysokiej temperatury [25].

Zmniejszenie wahań momentu elektromagnetycznego można uzyskać poprzez zastosowanie maszyny o żłobkach skośnych. Porównania własności silnika ze żłobkami prostymi i skośnymi dokonano w [76]. Potwierdzenie poprawności wyników obliczeń modelu analitycznego uzyskano za pomocą metody elementów skończonych. Ten sam autor dokonał w [64] porównania silnika ze żłobkami prostymi i ze skosem jednożłobkowym, wykorzystując metodę elementów skończonych, a następnie potwierdził wyniki obliczeń na rzeczywistym silniku 150 [W]. Zauważył również, że własności tak małej maszyny zależą silnie od nawet niewielkiej zmiany jej parametrów, m.in. indukcji remanentu magnesów lub momentu bezwładności wirnika.

# 1.10. **Moment zaczepowy**

Moment elektromagnetyczny silnika LSPMSM w stanie pracy z prędkością ustaloną synchroniczną ma charakter pulsujący. Można go opisać za pomocą trzech składników [77]:

- a) moment wzajemny (z ang. *mutual* lub *alignment torque*) będący wynikiem interakcji okładu prądowego stojana z polem magnetycznym od magnesów trwałych w wirniku
- b) moment reluktancyjny (z ang. *reluctance torque*) pochodzący od interakcji okładu prądowego stojana ze zmienną reluktancją obwodu magnetycznego wirnika
- c) moment zaczepowy (z ang. *cogging torque*) będący wynikiem interakcji pola magnetycznego od magnesów trwałych w wirniku ze zmienną (zależną od położenia kątowego) reluktancją obwodu magnetycznego stojana, głównie w wyniku użłobkowania w obszarze szczeliny powietrznej stojan-wirnik.

Zmniejszenie oscylacji momentu i poprawa warunków pracy maszyny jest możliwa głównie poprzez ograniczenie trzeciego składnika, czyli momentu zaczepowego. Wpływ momentu zaczepowego na pracę maszyny objawia się przede wszystkim w zwiększeniu strat mocy oraz generowaniu drgań i hałasu [78, 79].

Metody redukcji momentu zaczepowego można podzielić na trzy regiony, w których przeprowadzana jest odpowiednio: zmiana kształtu indukcji magnetycznej w szczelinie poprzez ingerencję w układ magnesów trwałych, zmiana (symetryzacja) przewodności magnetycznej szczeliny powietrznej lub ingerencja w uzwojenie stojana. Wśród powyższych metod można wyszczególnić:

- a) zmianę ilości, ułożenia i kierunku namagnesowania magnesów trwałych w wirniku
- b) wprowadzenie skosu magnesów trwałych w wirniku
- c) ułożenie magnesów segmentowo wzdłuż osi wału z przesunięciem kątowym poszczególnych segmentów (ułożenie pseudoskośne) - w szczególności w przypadku maszyn z magnesami naklejanymi na wirnik
- d) wprowadzenie skosu żłobków stojana
- e) zastosowanie uzwojenia ułamkowego w stojanie
- f) wykonanie klinów w żłobkach stojana z materiału magnetycznego
- g) zastosowanie konstrukcji maszyny w oparciu o stojan mostowy
- h) zmianę szerokości szczeliny powietrznej
- i) wykonanie wcięć w zębach stojana
- j) zastosowanie klatki wirnika o niecałkowitej liczbie żłobków na biegun.

Szczegółowy opis oraz porównanie metod a)÷i) redukcji momentu zaczepowego można odnaleźć w pracy [77]. Autor wykonał analizę w oparciu o bezszczotkową maszynę prądu stałego z magnesami trwałymi (BLDC), z którego wyniknęło, że każda z metod przynosi spodziewany rezultat w postaci zmniejszenia momentu zaczepowego. Wykonano także trzy prototypy, które potwierdziły skuteczność wyszczególnionych metod. Ponadto, dla metody a) wykonano dokładniejszą analizę, zakończoną obliczeniami optymalizacyjnymi z wykorzystaniem metody algorytmów genetycznych. Działania optymalizacyjne oparte o obliczenia polowe wykorzystujące FEM pozwoliły na znaczące obniżenie zawartości momentu pulsującego, do poziomu zaledwie 1% wartości momentu maksymalnego.

Wśród wyszczególnionych metod redukcji pulsacji momentu elektromagnetycznego bardzo dużą skutecznością w porównaniu z innymi cechuje się metoda g), polegająca na zastosowaniu stojana

mostowego. Podejście takie praktycznie całkowicie eliminuje zmienność kątową reluktancji szczeliny powietrznej [79], która w silnikach z otwartymi żłobkami stojana jest główną przyczyną momentu zaczepowego. Wadą tego rozwiązania jest jednak znaczny stopień komplikacji konstrukcji, co sprawia, że w praktyce jest ono rzadko stosowane.

Znaczną poprawę kształtu momentu elektromagnetycznego i redukcję momentu zaczepowego można uzyskać wg autorów [79] stosując metodę b) lub c), czyli skos lub pseudoskos magnesów trwałych. Wniosku takiego dokonano w wyniku analizy mającej na celu zmniejszenie momentu zaczepowego, jakim charakteryzował się opisany w artykule prototyp silnika BLDC. Obliczenia polowe z wykorzystaniem FEM wykazały możliwość zmniejszenia wahań momentu o połowę w przypadku skosu magnesów o kącie 10 [°], względem przypadku bez skosu magnesów. Autorzy zauważyli również, że w przypadku pseudoskosu ilość segmentów magnesów większa lub równa 3 daje podobne rezultaty, jak przy skosie magnesów na całej długości silnika.

Autorom [78] udało się przy pomocy skosu żłobków stojana o kącie 10 [°] uzyskać redukcję tętnień momentu elektromagnetycznego w silniku BLDC o około 20%, przy jednoczesnym zachowaniu praktycznie nie zmienionej wartości momentu średniego. Wskazana jest uniwersalność tej metody redukcji momentu zaczepowego, której jedyną wadą wydaje się być skomplikowanie procesu pakietowania blach i uzwajania silnika, przy skuteczności porównywalnej z metodą polegającą na wprowadzeniu skosu magnesów trwałych. Obliczenia polowe przeprowadzone w programie Flux wykorzystującym metodę FEM zostały zweryfikowane na dwóch prototypach maszyny z dobrym rezultatem.

Wykorzystanie metody j) zostało opisane w pracy [80], gdzie autorzy wykorzystali model polowoobwodowy oparty na FEM do analizy silnika LSPMSM o mocy 20.5 [kW]. Przeprowadzona modyfikacja polegająca na zmniejszeniu liczby żłobków klatki wirnika o 2 spowodowała istotne zmniejszenie wartości harmonicznych żłobkowych indukcji magnetycznej, a w rezultacie ograniczenie momentu zaczepowego.

# 2. WYBÓR TOPOLOGII TRÓJFAZOWEGO LSPMSM ORAZ WŁASNOŚCI MATERIAŁOWYCH

# 2.1. MAGNESY TRWAŁE, WŁASNOŚCI I ICH EWOLUCJA

Magnesy trwałe to materiał znany już od prawie 300 lat. Pierwszy magnes Lodestone powstał w roku 1724 [81], jednak szybki rozwój i wykorzystanie magnesów w maszynach elektrycznych zapewniło pojawienie się materiałów takich jak AlNiCo pod koniec lat 30-tych oraz ferrytów w latach 50-tych XX-ego wieku. Ewolucję przyniosło odkrycie magnesów ziem rzadkich o znacznie większej gęstości energii od magnesów ferrytowych, tj. SmCo5 w latach 60-tych, Sm2Co17 w latach 70-tych oraz wprowadzenie do produkcji magnesów NdFeB pod koniec lat 80-tych XX-ego wieku. Obecnie stosowane magnesy ziem rzadkich NdFeB lub SmCo posiadają zdecydowanie



lepsze właściwości, dzięki czemu konstrukcje silników z magnesami trwałymi mogą być znacznie mniejsze i rozwijać większy moment elektromagnetyczny.

Dla powszechnych obecnie materiałów magnetycznie trwałych, takich jak magnesy ziem rzadkich, charakterystyczna jest prawie liniowa zależność B(H) w przedziale, w którym H<0, B>0, czyli w ćwiartce, w której znajduje się punkt pracy magnesu trwałego. Materiały te charakteryzują się wysoką gęstością energii magnetycznej, dużą wartością indukcji remanentu  $B_r$ , dużym natężeniem koercji  $H_c$  oraz przenikalnością magnetyczną  $\mu_r$  bliską jedności.

Duża wartość indukcji remanentu *B*, przy określonych wymiarach magnesów trwałych w wirniku LSPMSM decyduje o całkowitym strumieniu generowany przez magnesy. Znaczna część tego strumienia przenika przez szczelinę powietrzną stanowiąc strumień użyteczny i determinując własności maszyny w stanie ustalonym synchronicznym, takie jak przeciążalność i współczynnik mocy.

Przy wyborze magnesu do konstrukcji LSPMSM należy zwrócić uwagę nie tylko na dużą wartość indukcji remanentu  $B_r$ , ale także, a może przede wszystkim na wysoką dopuszczalną temperaturę pracy magnesu, która zapewnia, że własności materiału nie ulegną pogorszeniu w przypadku nagrzania się jarzma wirnika do zbyt wysokiej temperatury. W takim przypadku utrata własności jest nieodwracalna.

### 2.2. POZOSTAŁE MATERIAŁY PRZYJĘTE W ANALIZIE

Dla celów uzyskania wiarygodnego modelu nieliniowego FEM, konieczne jest zadanie charakterystyki magnesowania żelaza, odpowiadającej rzeczywistym własnościom blach dostępnych na rynku. Użyty w obliczeniach program Flux 2D umożliwia zadanie takiej charakterystyki, poprzez wprowadzenie tabeli z wartościami indukcji magnetycznej dla danych wartości natężenia pola magnetycznego.

Poniższy rysunek przedstawia wprowadzoną do programu Flux 2D charakterystykę magnesowania *B*(*H*) blachy elektrotechnicznej dla jarzma wirnika i stojana oraz podobną charakterystykę dla stali, z której wykonany jest wał.



Punkty ch-ki zostały przyjęte na podstawie danych producenta blach elektrycznych oraz zmodyfikowane przy pomocy pomiarów na rzeczywistym silniku indukcyjnym [82]. W programie do obliczeń polowych Flux 2D wykorzystanym w rozprawie wartości pomiędzy danymi punktami były aproksymowane przy pomocy funkcji sklejanych. Wybrano do tego celu spliny sześcienne.

Trudność w przyjęciu odpowiedniej ch-ki magnesowania polega na tym, że wyniki obliczeń zależą dość silnie od jej kształtu. Szczególnie ważne jest dobre odwzorowanie własności materiału w dwóch punktach: przy punkcie przegięcia oraz przy kolanie magnesowania. Pierwszy punkt ma wiodącą rolę w przypadku niewielkich nasyceń, przy małych natężeniach prądu lub w miejscach, gdzie natężenia pól od magnesów i okładu prądowego redukują się wzajemnie. Drugi punkt ma szczególne znaczenie w miejscach silnie nasycających się, np. w mostkach żelaza nad magnesami, lub w zębach wirnika oraz stojana. Nieprawidłowo zadana ch-ka może doprowadzić do sytuacji, w której obliczenia analityczne dadzą błędne oszacowanie przenikalności magnetycznej w takich

obszarach (w skrajnym przypadku, przy zbyt silnie narastającym zboczu ch-ki dla maksymalnych natężeń pola *H*, można uzyskać błędnie aproksymowaną wartość przenikalności względnej poniżej przenikalności próżni).

Stojan analizowanej maszyny składał się z 36 półzamkniętych żłobków, w których znajduje się miedziany drut nawojowy uzwojenia jednowarstwowego, jak na poniższym rysunku.





Oznaczenia na rozwinięciu dotyczą początków (np. B1) i końców (np. B2) uzwojeń danej fazy.

Ze względu na fakt, że od analizowanej konstrukcji wymaga się wysokiej sprawności, założono wykonanie prętów klatki w wirniku oraz pierścieni zwierających z miedzi.

Zbiorcze zestawienie materiałów zaimplementowanych w programie Flux 2D przedstawia poniższy rysunek:



# 2.3. WYBÓR TOPOLOGII MAGNESÓW TRWAŁYCH Z WYKORZYSTANIEM OBLICZEŃ POLOWYCH

Dzięki rozwojowi materiałów magnetycznie twardych i zwiększeniu energii magnesów trwałych, ilość możliwych topologii wirnika maszyny LSPMSM jest bardzo duża. Możliwymi do zmiany parametrami jest nie tylko ilość i kształt magnesów w wirniku, ale także ich położenie względem siebie i klatki rozruchowej, kształt i ilość prętów klatki, równomierność rozmieszczenia prętów, bądź zlokalizowanie w jarzmie otworów wentylacyjnych.

Poszukiwanie topologii wirnika, która posiada najlepsze właściwości, było tematem prac autora od dłuższego czasu, czego efektem są między innymi publikacje [83, 84, 85]. Narzędziem wykorzystywanym do poszukiwań był program do obliczeń polowych Flux 2D, w którym założona została nieliniowa charakterystyka żelaza. Typy analizowanych konstrukcji pokazano na rysunku poniżej:



Jak widać na powyższej ilustracji, porównanie dotyczyło zarówno konstrukcji z magnesami naklejonymi na wirnik (typ S), z magnesami wewnątrz wirnika z topologią tworzącą kształty liter U, W, C (nazewnictwo autora), jak również różnorodną ilość prętów klatki (np. U6 i U7), w tym nierównomierne ich rozmieszczenie na obwodzie (np. U5 i S) oraz zróżnicowanie ich średnicy (U8). Porównywane modele cechuje identyczny stojan, wzorowany na stojanie rzeczywistego silnika indukcyjnego oraz zachowana w przybliżeniu stała objętość materiału magnetycznie trwałego.

Szerszą analizę porównawczą dla różnych topologii magnesów trwałych w wirniku można znaleźć w [84, 85, 90]. Porównanie wykazało, że poprawę własności można uzyskać przez zachowanie symetrycznej klatki rozruchowej, poprzeczne namagnesowanie magnesów trwałych oraz dążenie do zmniejszenia ilości i szerokości mostków konstrukcyjnych z żelaza.

Przeprowadzone obliczenia pozwoliły wytypować konstrukcję z magnesami w kształcie U, jako posiadającą najlepsze własności w stanie ustalonym, przy zachowaniu zadowalających własności rozruchowych. Wiarogodne porównanie wszystkich wyszczególnionych przypadków wymagałoby przeprowadzenia optymalizacji wielokryterialnej i porównania konstrukcji optymalnych, co jednak jest bardzo trudne do zrealizowania przy pomocy obliczeń polowych, ze względu na czasochłonność obliczeń i brak zautomatyzowanej procedury optymalizacji w programie Flux 2D.

# 2.4. **PORÓWNANIE Z SILNIKIEM INDUKCYJNYM**

Konstrukcja analizowanego 3-fazowego silnika LSPMSM została oparta o modyfikację dostępnego na rynku silnika indukcyjnego trójfazowego typu Sg90L-4, charakteryzującego się następującymi danymi:

moc znamionowa	-	<i>P<sub>N</sub></i> =1.5 [kW]
liczba par biegunów	-	<i>p</i> =2
prąd znamionowy	-	I <sub>N</sub> =3.7 [A]
napięcie znamionowe	-	<i>U<sub>N</sub></i> =3x380 [V]
częstotliwość znamionowa	-	<i>f<sub>N</sub></i> =50 [Hz]
prędkość znamionowa	-	<i>n<sub>N</sub></i> =1420 [obr/min]
współczynnik mocy znamionowy	-	$cos \varphi_N$ =0.797
sprawność znamionowa	-	η <sub>N</sub> =78.5 [%]
prąd rozruchowy / znamionowy	-	$I_{rozr} / I_{N} = 5.3$
moment rozruchowy / znamionowy	-	$T_{rozr} / T_N = 2.4$
moment max / znamionowy	-	$T_{MAX} / T_N = 2.7$

Modyfikacja silnika indukcyjnego polegała na zastąpieniu żłobków podłużnych z klatką aluminiową przez klatkę zbudowaną z prętów miedzianych o mniejszym przekroju. Tak powstały silnik indukcyjny posłużył do utworzenia konstrukcji LSPMSM, poprzez rozmieszczenie w wirniku magnesów głównych i bocznych o namagnesowaniu poprzecznym i tworzących 2 pary biegunów magnetycznych. We wszystkich opisywanych przypadkach przyjęto ten sam stojan, pochodzący od wyjściowego silnika indukcyjnego. Zakres modyfikacji przedstawiono na poniższej ilustracji.



#### Rys. 2.4-1 Modyfikacja silnika indukcyjnego prowadząca do uzyskania konstrukcji LSPMSM.

Z uwagi na fakt, że maszyna LSPMSM pracuje w stanie znamionowym z prędkością synchroniczną, istotnie ograniczone są straty wynikające z przepływu prądu indukowanego w klatce wirnika, wywołanego istnieniem poślizgu. Na straty te nie wpływa również zmiana obciążenia, co ma miejsce w przypadku silnika asynchronicznego.



Zmniejszenie wartości strat w uzwojeniach jest także uzyskiwane dzięki poprawie współczynnika mocy w LSPMSM, który może nawet osiągać wartości zbliżone do jedności [57, 9]. Przy zachowaniu relatywnie niskich wartości strat w żelazie, sumaryczna moc strat wynikająca ze strat w żelazie  $P_{Fe}$ , uzwojeniach  $P_{Cu}$  oraz strat mechanicznych  $P_{mech}$  jest w sposób znaczący zmniejszona względem silnika indukcyjnego. W literaturze [63] można znaleźć informację na temat możliwości obniżenia całkowitych strat nawet o 40% względem silnika indukcyjnego o podobnych gabarytach. Prowadzi to do zwiększenia sprawności maszyny.

Powyższe porównanie dotyczy jedynie pierwszej analizowanej, wyjściowej konstrukcji LSPMSM, której geometria została wybrana arbitralnie. Jak wykazano w [88, 57], konstrukcja LSPMSM poddana procedurze optymalizacyjnej pozwala na uzyskanie klas sprawności nieosiągalnych na dzień dzisiejszy dla silnika indukcyjnego, łącznie z najwyższą klasą IE4. W przypadku postępowania optymalizacyjnego bikryterialnego przeprowadzonego w [57], którego kryteriami były sprawność i koszt maszyny, przyjęto rozwiązanie projektowe LSPMSM o sprawności ponad 87 [%] jako najlepiej spełniające kompromis między sprawnością i kosztem.

Analiza wpływu modyfikacji na inne własności LSPMSM wykazuje, że w porównaniu do silnika asynchronicznego nieco pogorszone są warunki rozruchu i dochodzenia do prędkości synchronicznej [87, 90], jednak nie wpływa to na zdolność maszyny do rozruchu bezpośredniego.

Przeszkodą w szerszym stosowaniu silników LSPMSM jako alternatywy dla maszyn asynchronicznych jest wciąż wysoki koszt, wynikający głównie z ceny materiałów magnetycznie

trwałych. Możliwość zwrócenia się różnicy w cenie pomiędzy tymi dwoma typami maszyn w wyniku zwiększonej sprawności nawet w stosunkowo krótkim czasie eksploatacji nie jest wystarczającym argumentem, ze względu na fakt, że głównymi nabywcami silników indukcyjnych są producenci urządzeń, dla których liczy się przede wszystkim cena początkowa. Zwiększenie zainteresowania maszynami LSPMSM może przynieść systematyczne dążenie ustawodawców do zwiększania sprawności urządzeń elektrycznych (czego przejawem jest wymóg stosowania przez producentów urządzeń maszyn w coraz wyższej klasie sprawności) oraz ograniczenie monopolu Chin (wg różnych źródeł nawet ponad 90% metali ziem rzadkich pochodzi z Chin) na rynku magnesów trwałych (istnieją informacje o otwarciu przez USA w niedalekiej przyszłości kopalni ziem rzadkich).

# 3. KONSTRUKCJA MODELU ANALITYCZNEGO LSPMSM DLA WYBRANEJ TOPOLOGII

### 3.1. MONOHARMONICZNY MODEL DYNAMICZNY I STATYCZNY

Określenie modelu analitycznego maszyny LSPMSM wymaga uwzględnienia jednocześnie pól stałych i zmiennych, jak również określenia wpływu rozmieszczenia i właściwości magnesów trwałych na własności maszyny. Przyjęcie pewnych uproszczeń pozwala jednak na odwzorowanie własności maszyny w modelu analitycznym z zadowalającą dokładnością.

W niniejszej pracy przyjęto do analizy model monoharmoniczny, uwzględniający wyłącznie podstawowe harmoniczne przebiegów napięć i prądów. W przypadku przebiegu prądu jest to znaczne uproszczenie, gdyż w rzeczywistości jest on złożeniem szeregu wyższych harmonicznych, będących wynikiem odkształcenia indukcji w szczelinie od sinusoidy. Jak wykazano w dalszej części rozprawy, z perspektywy wyznaczania podstawowych własności mechanicznych maszyny określanych w przyjętej procedurze optymalizacji, analiza wyłącznie podstawowych harmonicznych tych wielkości jest wystarczająca.

Wpływ wyższych harmonicznych uwidacznia się głównie w zwiększonej wartości strat mocy i obniżeniu sprawności. W przyjętym modelu maszyny wpływ ten został poddany analizie, poprzez uwzględnienie odkształcenia przebiegów indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej, zarówno od okładu prądowego jak i od magnesów trwałych. Umożliwiło to uwzględnienie odkształcenia indukcji w elementach z żelaza takich jak zęby i jarzmo stojana w obliczeniach strat w żelazie.

Konsekwencją założenia modelu monoharmonicznego jest także brak uwzględnienia w analizie składnika momentu elektromagnetycznego odpowiadającego momentowi zaczepowemu, mającego w maszynie wpływ głównie na drgania i hałas.

Konstrukcja silnika LSPMSM może być traktowana jako modyfikacja maszyny indukcyjnej, polegająca na umiejscowieniu w wirniku specjalnie ukształtowanych magnesów trwałych. Punktem wspólnym z klasycznym silnikiem indukcyjnym jest stojan, który nie wymaga specjalnych

modyfikacji w LSPMSM, jak również klatka rozruchowa. Kształt klatki może zostać zmodyfikowany dla uzyskania danego rozkładu pola w wirniku i konkretnych własności silnika, tym nie mniej jej funkcja pozostaje niezmienna - ma za zadanie umożliwić rozruch bezpośredni. Z kolei ze względu na podobieństwa funkcjonalne do maszyny synchronicznej, za punkt wyjścia do analizy LSPMSM można przyjąć klasyczne równania maszyny synchronicznej z uzwojeniem wzbudzenia w wirniku zaproponowane w [91].

Równania te można zapisać w postaci:

$$U_{dS} = R_{S} \cdot i_{dS} + (L_{lS} + L_{md}) \cdot \frac{di_{dS}}{dt} + L_{md} \cdot \left(\frac{di_{dR}}{dt} + \frac{di_{fd}}{dt}\right) - \omega_{0} \cdot (1-s) \cdot \Psi_{qS}$$
(3.1-1)

$$U_{qS} = R_{S} \cdot i_{qS} + \left(L_{lS} + L_{mq}\right) \cdot \frac{di_{qS}}{dt} + L_{mq} \cdot \left(\frac{di_{qR1}}{dt} + \frac{di_{qR2}}{dt}\right) + \omega_{0} \cdot (1-s) \cdot \Psi_{dS}$$
(3.1-2)

$$0 = R_{dR}^{'} \cdot i_{dR}^{'} + (L_{ldR}^{'} + L_{md}^{'}) \cdot \frac{di_{dR}^{'}}{dt} + L_{md}^{'} \cdot \left(\frac{di_{dS}}{dt} + \frac{di_{fd}^{'}}{dt}\right)$$
(3.1-3)

$$U'_{fd} = R'_{fd} \cdot i'_{fd} + (L'_{fd} + L_{md}) \cdot \frac{di'_{fd}}{dt} + L_{md} \cdot \left(\frac{di_{dS}}{dt} + \frac{di'_{dR}}{dt}\right)$$
(3.1-4)

$$0 = R_{qR1}^{'} \cdot i_{qR1}^{'} + (L_{lqR1}^{'} + L_{mq}) \cdot \frac{di_{qR1}^{'}}{dt} + L_{mq} \cdot \left(\frac{di_{qS}}{dt} + \frac{di_{qR2}^{'}}{dt}\right)$$
(3.1-5)

$$0 = R_{qR2}^{'} \cdot i_{qR2}^{'} + \left(L_{lqR2}^{'} + L_{mq}\right) \cdot \frac{di_{qR2}^{'}}{dt} + L_{mq} \cdot \left(\frac{di_{qS}}{dt} + \frac{di_{qR1}^{'}}{dt}\right)$$
(3.1-6)

gdzie:

$\begin{array}{rcl} U'_{fd} & - & \text{napięcie zasilania obwodu wzbudzenia [V]} \\ i_{ds}, i_{qs} & - & \text{natężenie prądu w uzwojeniach stojana we współrzędnych dq [A]} \\ i'_{dk}, i'_{qR\nu}, i'_{qR2} & - & \text{natężenie prądu w gałęzi wirnika we współrzędnych dq [A]} \\ i'_{fd} & - & \text{natężenie prądu w obwodzie wzbudzenia [A]} \\ L'_{fd}, R'_{fd} & - & \text{indukcyjność i rezystancja obwodu wzbudzenia [A]} \\ \Psi_{ds}, \Psi_{qs} & - & \text{strumienie magnetyczne skojarzone we współrzędnych dq [Wb]} \\ L_{md}, L_{mq} & - & \text{indukcyjności magnesujące w osiach dq [H]} \\ L_{ls}, L'_{ldk}, L'_{lqR} & - & \text{indukcyjności rozproszenia w obwodzie stojana oraz wirnika} \\ & \text{sprowadzone do stojana [H]} \\ R_{s}, R'_{dk}, R'_{qR} & - & \text{rezystancja fazy stojana i wirnika [\Omega]} \\ & \omega_{0} & - & \text{pulsacja synchroniczna sieci [rad/s]} \end{array}$	$U_{dS}$ , $U_{qS}$	-	napięcia zasilania uzwojeń stojana we współrzędnych dq [V]
$\begin{array}{rcl} i_{ds} i_{qs} & - & \operatorname{natężenie prądu w uzwojeniach stojana we współrzędnych dq [A] \\ i'_{dk'} i'_{qR\nu} i'_{qR2} & - & \operatorname{natężenie prądu w gałęzi wirnika we współrzędnych dq [A] \\ i'_{fd} & - & \operatorname{natężenie prądu w obwodzie wzbudzenia [A] \\ L'_{fd'} R'_{fd} & - & \operatorname{indukcyjność i rezystancja obwodu wzbudzenia [A] \\ \Psi_{ds'} \Psi_{qs} & - & \operatorname{strumienie magnetyczne skojarzone we współrzędnych dq [Wb] \\ L_{md'} L_{mq} & - & \operatorname{indukcyjności rozproszenia w obwodzie stojana oraz wirnika \\ sprowadzone do stojana [H] \\ R_{s'} R'_{dk'} R'_{qR} & - & \operatorname{rezystancja fazy stojana i wirnika [\Omega] \\ \omega_0 & - & \operatorname{pulsacja synchroniczna sieci [rad/s]} \end{array}$	$U'_{fd}$	-	napięcie zasilania obwodu wzbudzenia [V]
$ \begin{array}{lll} i'_{dR'} \ i'_{qR1'} \ i'_{qR2} & - & \operatorname{natężenie} prądu w gałęzi wirnika we współrzędnych dq [A] \\ & i'_{fd} & - & \operatorname{natężenie} prądu w obwodzie wzbudzenia [A] \\ & L'_{fd'} \ R'_{fd} & - & \operatorname{indukcyjność i rezystancja obwodu wzbudzenia [A] \\ & \Psi_{dS'} \ \Psi_{qS} & - & \operatorname{strumienie} \ \text{magnetyczne skojarzone we współrzędnych dq [Wb]} \\ & L_{md'} \ L_{mq} & - & \operatorname{indukcyjności rozproszenia w obwodzie stojana oraz wirnika \\ & & \operatorname{sprowadzone} \ do \ stojana [H] \\ & R_{S'} \ R'_{dR'} \ R'_{qR} & - & \operatorname{rezystancja fazy stojana i wirnika [\Omega] \\ & & \omega_{0} & - & \operatorname{pulsacja synchroniczna sieci [rad/s] \end{array} $	i <sub>dS</sub> , i <sub>qS</sub>	-	natężenie prądu w uzwojeniach stojana we współrzędnych dq [A]
$i'_{fd}$ – natężenie prądu w obwodzie wzbudzenia [A] $L'_{fd}$ , $R'_{fd}$ – indukcyjność i rezystancja obwodu wzbudzenia [A] $\Psi_{ds}$ , $\Psi_{qs}$ – strumienie magnetyczne skojarzone we współrzędnych dq [Wb] $L_{md}$ , $L_{mq}$ – indukcyjności magnesujące w osiach dq [H] $L_{ls}$ , $L'_{ldR}$ , $L'_{lqR}$ – indukcyjności rozproszenia w obwodzie stojana oraz wirnika sprowadzone do stojana [H] $R_{s}$ , $R'_{dR}$ , $R'_{qR}$ – rezystancja fazy stojana i wirnika [ $\Omega$ ] $\omega_0$ – pulsacja synchroniczna sieci [rad/s]	i' <sub>dR</sub> , i' <sub>qR1</sub> , i' <sub>qR2</sub>	-	natężenie prądu w gałęzi wirnika we współrzędnych dq [A]
$\begin{array}{rcl} L'_{fd}, R'_{fd} & - & \mbox{indukcyjność i rezystancja obwodu wzbudzenia [A]} \\ \Psi_{ds}, \Psi_{qs} & - & \mbox{strumienie magnetyczne skojarzone we współrzędnych dq [Wb]} \\ L_{md}, L_{mq} & - & \mbox{indukcyjności magnesujące w osiach dq [H]} \\ L_{ls}, L'_{ldR}, L'_{lqR} & - & \mbox{indukcyjności rozproszenia w obwodzie stojana oraz wirnika} \\ & \mbox{sprowadzone do stojana [H]} \\ R_{s}, R'_{dR}, R'_{qR} & - & \mbox{rezystancja fazy stojana i wirnika [\Omega]} \\ & \omega_{0} & - & \mbox{pulsacja synchroniczna sieci [rad/s]} \end{array}$	i' <sub>fd</sub>	-	natężenie prądu w obwodzie wzbudzenia [A]
$ \begin{aligned} \Psi_{dS'} \ \Psi_{qS} & - & \text{strumienie magnetyczne skojarzone we współrzędnych dq [Wb]} \\ L_{md'} \ L_{mq} & - & \text{indukcyjności magnesujące w osiach dq [H]} \\ L_{lS'} \ L'_{ldR'} \ L'_{lqR} & - & \text{indukcyjności rozproszenia w obwodzie stojana oraz wirnika} \\ & \text{sprowadzone do stojana [H]} \\ R_{S'} \ R'_{dR'} \ R'_{qR} & - & \text{rezystancja fazy stojana i wirnika [\Omega]} \\ & \omega_0 & - & \text{pulsacja synchroniczna sieci [rad/s]} \end{aligned} $	$L'_{fd}$ , $R'_{fd}$	-	indukcyjność i rezystancja obwodu wzbudzenia [A]
<ul> <li>L<sub>md</sub>, L<sub>mq</sub> – indukcyjności magnesujące w osiach dq [H]</li> <li>L<sub>IS</sub>, L'<sub>IdR</sub>, L'<sub>IqR</sub> – indukcyjności rozproszenia w obwodzie stojana oraz wirnika sprowadzone do stojana [H]</li> <li>R<sub>S</sub>, R'<sub>dR</sub>, R'<sub>qR</sub> – rezystancja fazy stojana i wirnika [Ω]</li> <li>ω<sub>0</sub> – pulsacja synchroniczna sieci [rad/s]</li> </ul>	$\Psi_{dS}, \Psi_{qS}$	-	strumienie magnetyczne skojarzone we współrzędnych dq [Wb]
$\begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$	L <sub>md</sub> , L <sub>mq</sub>	-	indukcyjności magnesujące w osiach dq [H]
sprowadzone do stojana [H] $R_{sr} R'_{qR} -$ rezystancja fazy stojana i wirnika [ $\Omega$ ] $\omega_0$ - pulsacja synchroniczna sieci [rad/s]	L <sub>IS</sub> , L' <sub>IdR</sub> , L' <sub>IqR</sub>	-	indukcyjności rozproszenia w obwodzie stojana oraz wirnika
$R_{s}$ , $R'_{dR}$ , $R'_{qR}$ – rezystancja fazy stojana i wirnika [ $\Omega$ ] $\omega_0$ – pulsacja synchroniczna sieci [rad/s]			sprowadzone do stojana [H]
$\omega_0$ – pulsacja synchroniczna sieci [rad/s]	R <sub>S</sub> , R' <sub>dR</sub> , R' <sub>qR</sub>	-	rezystancja fazy stojana i wirnika [Ω]
	$\omega_{o}$	-	pulsacja synchroniczna sieci [rad/s]
s – poślizg [-]	S	-	poślizg [-]

Schemat zastępczy maszyny synchronicznej w dziedzinie zmiennych dq transformacji Parka odpowiadający powyższym równaniom został przedstawiony na rys. 3.1-1.



dziedzinie zmiennych dq transformacji Parka (równania 3.1-1 do 3.1-6).

Strumienie magnetyczne maszyny synchronicznej mają postać:

$$\Psi_{dS} = (L_{IS} + L_{md}) \cdot \dot{i}_{dS} + L_{md} \cdot (\dot{i}_{dR}' + \dot{i}_{fd}') = L_d \cdot \dot{i}_{dS} + L_{md} \cdot (\dot{i}_{dR}' + \dot{i}_{fd}')$$
(3.1-7)

$$\Psi_{qS} = \left(L_{IS} + L_{mq}\right) \cdot i_{qS} + L_{mq} \cdot \left(i_{qR1} + i_{qR2}\right) = L_q \cdot i_{qS} + L_{mq} \cdot \left(i_{qR1} + i_{qR2}\right)$$
(3.1-8)

$$\Psi'_{dR} = \left(\dot{L}_{IdR} + L_{md}\right) \cdot \dot{I}_{dR} + L_{md} \cdot \left(\dot{I}_{dS} + \dot{I}_{fd}\right)$$
(3.1-9)

$$\Psi'_{fd} = \left(L'_{fd} + L_{md}\right) \cdot i'_{fd} + L_{md} \cdot \left(i'_{dS} + i'_{dR}\right)$$
(3.1-10)

$$\Psi'_{qR1} = \left(L'_{lqR1} + L_{mq}\right) \cdot i'_{qR1} + L_{mq} \cdot \left(i'_{qS} + i'_{qR2}\right)$$
(3.1-11)

$$\Psi'_{qR2} = \left(\dot{L}_{1qR2} + L_{mq}\right) \cdot \dot{i}_{qR2} + L_{mq} \cdot \left(\dot{i}_{qS} + \dot{i}_{qR1}\right)$$
(3.1-12)

Równania można w związku z powyższym zapisać w następującej formie:

$$U_{ds} = R_s \cdot i_{ds} + \frac{d\Psi_{ds}}{dt} - \omega_0 \cdot (1 - s) \cdot \Psi_{qs}$$
(3.1-13)

$$U_{qs} = R_s \cdot i_{qs} + \frac{d\Psi_{qs}}{dt} + \omega_0 \cdot (1-s) \cdot \Psi_{ds}$$
(3.1-14)

$$U_{fd} = R_{fd} \cdot i_{fd} + \frac{d\Psi_{fd}}{dt}$$
(3.1-15)

$$0 = R'_{dR} \cdot i'_{dR} + \frac{d\Psi'_{dR}}{dt}$$
(3.1-16)

$$0 = R'_{qR1} \cdot i'_{qR1} + \frac{d\Psi'_{qR1}}{dt}$$
(3.1-17)

$$0 = R'_{qR2} \cdot i'_{qR2} + \frac{d\Psi'_{qR2}}{dt}$$
(3.1-18)

Wyrażenie na moment elektromagnetyczny ma postać [91]:

$$T_{el} = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \left( \Psi_{ds} \cdot i_{qs} - \Psi_{qs} \cdot i_{ds} \right)$$
(3.1-19)

gdzie:

p – liczba par biegunów [-]

Układ równań 3.1-1 do 3.1-6 należy uzupełnić o równanie mechaniczne:

$$T_{el} = J \cdot \frac{d\omega_{mech}}{dt} + T_{load}$$
(3.1-20)

gdzie:

J - moment bezwładności wirnika [kg·m<sup>2</sup>] $\omega_{mech} - prędkość obrotowa wirnika mechaniczna [rad/s]$ T<sub>load</sub> - moment obciążenia [N·m]

Dla uzyskania modelu silnika LSPMSM, należy dokonać modyfikacji opisanych wyżej równań silnika synchronicznego, polegającej na uwzględnieniu w osi d strumienia  $\Psi_{PM}$  wytwarzanego przez magnesy trwałe w miejsce wielkości z indeksem *fd* opisujących wzbudzenie:

$$\Psi_{dS} = L_d \cdot i_{dS} + L_{md} \cdot i_{dR}' + \Psi_{PM}$$
(3.1-21)

$$\Psi_{dR}^{'} = (L_{ldR}^{'} + L_{md}) \cdot \dot{i}_{dR}^{'} + L_{md} \cdot \dot{i}_{dS} + \Psi_{PM}$$
(3.1-22)

Strumień  $\Psi_{PM}$  należy interpretować jako wartość max podstawowej harmonicznej strumienia w szczelinie od magnesów (najczęściej przebiegu trapezowego).

W modelu użytym w rozprawie przyjęto dodatkowe założenie [92], że w osi *q* wirnika jest tylko jeden obwód zwarty. Założenie to prowadzi do eliminacji równań 3.1.4, 3.1.6, 3.1.10, 3.1.12, 3.1.15, 3.1.18 i odpowiedniej modyfikacji pozostałych podanych wyżej równań i zależności.

Równania opisujące silnik LSPMSM w stanie ustalonym synchronicznym (dla poślizgu *s*=0) można określić podstawiając:

$$\frac{d\Psi_{dS}}{dt} = \frac{d\Psi_{qS}}{dt} = \frac{d\Psi'_{dR}}{dt} = \frac{d\Psi'_{qR1}}{dt} = \frac{d\Psi'_{qR2}}{dt} = 0$$
(3.1-23)

Otrzymane w ten sposób równania dla stanu ustalonego synchronicznego będą miały postać (indeksy *qS*, *dS* zostały dla uproszczenia zastąpione przez *q*, *d*) [93]:

$$U_d = R_s \cdot i_d - \omega_0 \cdot \Psi_q \tag{3.1-24}$$

$$U_q = R_s \cdot i_q + \omega_0 \cdot \Psi_d \tag{3.1-25}$$

$$X_{d} = X_{ls} + X_{md} = \omega_{0} \cdot (L_{ls} + L_{md})$$
(3.1-26)

$$X_{q} = X_{ls} + X_{mq} = \omega_{0} \cdot (L_{ls} + L_{mq})$$
(3.1-27)

$$\Psi_q = i_q \cdot X_q / \omega_0 \tag{3.1-28}$$

$$\Psi_{d} = \left(i_{d} \cdot X_{d} + E_{MAX}\right) / \omega_{0} \tag{3.1-29}$$

$$T_e = 3/2 \cdot p \cdot \left( \Psi_d \cdot i_q - \Psi_q \cdot i_d \right)$$
(3.1-30)

gdzie:

E <sub>MAX</sub>	-	wartość maksymalna siły elektromotorycznej indukowanej w rozwartych
		uzwojeniach stojana przez strumień od magnesów $arPsi_{\scriptscriptstyle PM}\left[{\sf V} ight]$
$X_{d}$ , $X_{q}$	-	reaktancje synchroniczne w osiach dq [ $\Omega$ ]
X <sub>md</sub> , X <sub>mq</sub>	-	reaktancje magnesujące w osiach dq [Ω]
$X_{lS}$	-	reaktancja rozproszenia stojana [Ω]

Na bazie powyższych równań został stworzony model analityczny obwodowy wykorzystany do optymalizacji geometrii struktury LSPMSM.

Otrzymane równania są stosunkowo proste, jednak wyznaczenie ich parametrów w zależności od danych konstrukcyjnych nie jest trywialne. Silnik LSPMSM charakteryzuje się złożoną strukturą, ze względu na konieczność jednoczesnego uwzględnienia strumienia od okładu prądowego stojana oraz od magnesów trwałych w wirniku. Dodatkowo analizę utrudnia złożona geometria wirnika, w którym magnesy dzielą blachy stojana na obszary o bardzo nieregularnych kształtach. Dla celów wykonania modelu analitycznego konieczne jest wprowadzenie pewnych założeń upraszczających, w tym linearyzacji charakterystyki magnesowania żelaza.

W niniejszej rozprawie do analizy własności maszyny LSPMSM w stanie dynamicznym i ustalonym wykorzystany został model, w którym przyjęto następujące założenia:

- Parametry elementów schematu zastępczego wyznaczane są z wymiarów geometrycznych i własności fizycznych materiałów
- Przenikalność żelaza jest stała liniowa zależność *B*(*H*) w elementach ferromagnetycznych, nie uwzględnione zjawisko nasycenia żelaza
- o Uwzględnione zostały tylko podstawowe harmoniczne przebiegów
- Uwzględnione zostały spadki napięć magnetycznych w poszczególnych elementach ferromagnetycznych, przy zamrożonych wartościach przewodności magnetycznej w tych elementach, będących wynikiem przyjęcia liniowej zależności B(H)

Utworzony model maszyny zakładał możliwość zmiany parametrów geometrii, m.in. wymiarów magnesów bocznych i głównych, średnice wirnika i stojana, wymiary żłobków stojana i wirnika. Parametryzacja wymiarów maszyny została zaimplementowana zarówno w modelu analitycznym, jak też w programie polowym do obliczeń z użyciem FEM. W aplikacji Flux 2D pozwala to na szybką zmianę geometrii, bez konieczności ingerencji we współrzędne punktów struktury, natomiast w modelu analitycznym umożliwia działania optymalizacyjne.



W początkowej fazie projektowania przyjęto wymiary zbliżone do rzeczywistego silnika indukcyjnego o mocy znamionowej  $P_N$ =1.5 [kW], którego modyfikacja polegała na zmianie kształtu żłobków wirnika, doborze uzwojenia stojana oraz lokalizacji w wirniku układu magnesów ziem rzadkich o własnościach charakterystycznych dla obecnych na rynku materiałów.

Model analityczny zbudowany w oparciu o powyższe równania oraz założenia został rozszerzony o procedury wyznaczania indukcji magnetycznej w wybranych lokalizacjach oraz strat w żelazie. Tak skonstruowany model pozwala na określenie własności maszyny i jej sprawności, ale także na analizę wrażliwości jej własności na zmianę wybranych parametrów geometrii lub zastosowanych materiałów, a w dalszym etapie na optymalizację konstrukcji.

Próba stworzenia modelu analitycznego nieliniowego sprowadziłaby się do problemu, w którym przenikalność magnetyczna elementów z żelaza, w których uwzględnione są spadki napięć magnetycznych, przyjmuje różne wartości, zależnie od stopnia nasycenia i natężenia pola w danej części maszyny. W analizowanym przypadku przyjęto podział żelaza na 7 elementów, zgodnie z opisem w paragrafie nr 3.4, dotyczącym rozszerzenia modelu o spadki napięć magnetycznych w żelazie. Przeprowadzenie postępowania w oparciu o model magnetycznie nieliniowy wiązałoby się z koniecznością iteracyjnego rozwiązania układu równań, w którym parametr przenikalności w każdym elemencie z żelaza wynika z nieliniowej charakterystyki magnesowania *B*(*H*) zastosowanej

blachy. Dana konfiguracja przenikalności magnetycznych w poszczególnych elementach powoduje zmianę reluktancji obwodu magnetycznego maszyny, co pociąga za sobą z kolei zmianę m.in. reaktancji synchronicznych, indukcji magnetycznej w szczelinie od magnesów i okładu prądowego oraz wartość natężenia prądu stojana. Ze względu na trudności w określeniu analitycznej postaci funkcji odwzorowującej odpowiednio wiernie zależność *B*(*H*) dla danego typu wykorzystanej blachy, konieczne może się okazać aproksymowanie tej charakterystyki za pomocą funkcji sklejanych. Sprawia to problemy z uzyskaniem odpowiedniej stabilności obliczeń. Iteracyjne rozwiązanie takiego problemu, choć czasochłonne, jest możliwe dla pojedynczego punktu pracy (dla danych wartości natężeń prądów i przenikalności magnetycznych w elementach z żelaza, wynikających z pracy przy konkretnym kącie obciążenia), jednak z uwagi na znaczne skomplikowanie modelu, jego zastosowanie w procedurze optymalizacyjnej wydaje się być trudne, a nawet mało realne. Z tego względu w niniejszej rozprawie ograniczono się do modelu analitycznego zakładającego liniową charakterystykę magnesowania.

# 3.2. ELEMENTY CHARAKTERYSTYCZNE POLA E-M NA PODSTAWIE OBLICZEŃ POLOWYCH

Z analizy literatury fachowej wynika, że najczęstszym sposobem weryfikacji modeli opartych o zależności analityczne (nazywane dalej modelami analitycznymi) są obliczenia numeryczne w oparciu o metodę elementów skończonych FEM (z ang. *Finite Element Method*). Obecnie trudno znaleźć pracę, z której wynika, że wykonano prototyp w oparciu o metodę projektowania nie zweryfikowaną przez FEM. W związku z powyższym, do analizy własności maszyny i weryfikacji modelu maszyny wykorzystano również ten typ obliczeń.

Do weryfikacji modelu analitycznego posłużyły modele polowe zaimplementowane w programie Flux 2D firmy Cedrat, wykorzystującym obliczenia z użyciem FEM. W pierwszym etapie tworzenia modelu analitycznego konieczne jest wykorzystanie modelu FEM liniowego, dla sprawdzenia poprawności modelu fizycznego oraz zweryfikowania trafności założeń. W modelu liniowym założona została stała zastępcza wartość przenikalności magnetycznej żelaza, której wartość wynika z analizy własności modelu FEM nieliniowego. W ten sposób możliwe jest pośrednio uzyskanie modelu analitycznego liniowego, którego wyniki dla wybranego stanu pracy odpowiadają modelowi nieliniowemu FEM.

Ze względu na dużą koncentrację pola w częściach żelaza nad prętami klatki w modelu liniowym FEM, w miejscach tych zostały utworzone regiony o przenikalności magnetycznej powietrza. W efekcie w modelu liniowym zamiast zamkniętych żłobków wirnika zostały zastosowane żłobki półotwarte. Zabieg ten posłużył uzyskaniu bardziej równomiernego rozkładu linii sił pola, przy niewielkiej zmianie geometrii maszyny. Zamieszczony poniżej rysunek przedstawia sytuację wspomnianej koncentracji pola w pewnych częściach maszyny.



Modyfikacja otwarcia żłobków wirnika pociąga za sobą zmianę zastępczej szerokości szczeliny powietrznej, co zostało uwzględnione w modelu analitycznym poprzez współczynnik Cartera.

W zależności od ustawienia wirnika względem pola od okładu prądowego stojana, zmienia się rozpływ pola i tym samym reluktancja obwodu magnetycznego, zdefiniowana jako:

$$R = \frac{L_{om}}{\mu_{rel} \cdot \mu_0 \cdot S_{om}}$$
(3.2-1)

gdzie:

 $\begin{array}{lll} L_{om} & - & \text{długość drogi strumienia magnetycznego [m]} \\ S_{om} & - & \text{pole przekroju obwodu magnetycznego, prostopadłego do kierunku strumienia [m<sup>2</sup>]} \\ \mu_{rel} & - & zastępcza wartość względnej przenikalności magnetycznej ośrodka [-] \\ \mu_{0} & - & \text{przenikalność magnetyczna próżni, równa 4·<math>\pi$ ·10<sup>-7</sup> [H/m]} \end{array}

W przypadku maszyn z magnesami trwałymi najmniejsza reluktancja magnetyczna występuje, gdy na drodze strumienia znajdują się magnesy trwałe o przenikalności magnetycznej zbliżonej do powietrza, natomiast największa gdy na drodze strumienia znajduje się wyłącznie jarzmo wirnika z żelaza. Zmiana reluktancji na drodze strumienia magnetycznego niesie za sobą również zmianę wartości reaktancji w zastępczym obwodzie elektrycznym maszyny. Dwa skrajne położenia wirnika względem pola stojana, przesunięte względem siebie o kąt elektryczny 90 [°], odpowiadają lokalizacji osi synchronicznych d oraz q.



Aby zmierzyć reaktancję synchroniczną w osi d, należy tak ustawić wirnik, aby uzyskać zgodność kierunku strumienia wytwarzanego przez magnesy trwałe  $\mathcal{P}_{PM}$  w wirniku ze strumieniem od okładu prądowego stojana  $\mathcal{P}_A$ . Dla osi q strumienie od okładu prądowego i od magnesów powinny być względem siebie elektrycznie prostopadłe (kąt elektryczny 90 [°] odpowiada kątowi mechanicznemu 45 [°], jak na rysunku powyżej).

Poniżej zamieszczona została ilustracja linii sił pola magnetycznego dla tych dwóch wariantów, opracowana z użyciem modelu FEM nieliniowego, przy zasilaniu dwóch faz stojana. Położenie wirnika odpowiada kątom, w których znajdują się osie d i q.



FEM nieliniowym, przy zerowym remanencie magnesów.

Powyższy kształt linii sił pola magnetycznego został uzyskany przy założeniu, że magnesy trwałe mają zerową wartość remanentu, czyli  $B_r=0$  [T]. W takim przypadku dla osi d regiony magnesów stanowią barierę dla strumienia, o przenikalności magnetycznej zbliżonej do powietrza (dla założonego materiału magnetycznego względna przewodność wynosi  $\mu_r=1.07$ ). Z tego powodu strumień zamyka się w znacznej części przez mostki zwierające ponad magnesem głównym oraz na połączeniu magnesów głównych i bocznych. Brak magnesów powoduje w tym przypadku zmianę nasycenia mostków z żelaza, które występuje głównie na skutek istnienia strumienia od magnesów trwałych. Dla osi q praktycznie cały strumień zamyka się przez żelazo wirnika. Przypadek ten, przy założonym braku strumienia magnesów, może służyć jedynie ocenie lokalizacji osi d i q. Wyznaczanie wartości indukcyjności synchronicznych dla potrzeb opracowania schematu zastępczego wiązałoby się ze znacznym błędem, wynikającym z brakiem uwzględnienia nasycenia żelaza.

Kształt linii sił pola bliższy rzeczywistej maszynie, z uwzględnieniem strumienia od magnesów trwałych przedstawiono na rysunku poniżej.



W porównaniu do wariantu bez magnesów, widoczne są różnice w kształcie pola dla obydwu osi synchronicznych. W osi d strumień od magnesów powoduje, że mostki konstrukcyjne z żelaza są nasycone i nie powodują dalszego zwierania strumienia magnetycznego. Rozkład pola jest w tym przypadku (dla zgodnych pól przepływu stojana i magnesów) znacznie bardziej równomierny. Strumień w osi q nie zwiera się już tylko i wyłącznie przez żelazo, ale przechodzi przez regiony z magnesami trwałymi. W zależności od natężenia prądu płynącego w uzwojeniach twornika rozkład strumienia zmienia się w sposób dość znaczny. Ten fakt sprawia, że wyznaczanie reaktancji  $X_q$  musi uwzględniać nasycenie żelaza, które w znacznym stopniu zależy od strumienia generowanego przez magnesy trwałe. W związku z tym wykonywanie analizy przy braku magnesów obarczone jest błędem mogącym doprowadzić do niewłaściwych wyników obliczeń.



Nasycenie mostków konstrukcyjnych zobrazowane zostało w programie Flux 2D.

Jaśniejszy kolor na rysunku oznacza wyższą indukcję magnetyczną. Maksymalna wartość indukcji magnetycznej odczytana w dwóch mostkach widocznych na rysunku w najjaśniejszych miejscach wyniosła 2.5 [T], natomiast w pozostałej części mostków indukcja to około 2.1 [T], podczas gdy w obszarach wokół magnesów miała wartość około 1÷1.4 [T]. Znaczna koncentracja strumienia w mostkach konstrukcyjnych z żelaza powoduje, że przenikalność magnetyczna w tych rejonach przyjmuje wartości zbliżone do przenikalności powietrza. Duże nasycenie mostka powoduje w dalszej kolejności, że strumień nie próbuje się już zwierać ponad magnesem głównym lub w szczelinach pomiędzy magnesami bocznymi i kieruje się w stronę szczeliny powietrznej stojanwirnik, stanowiąc użyteczną część strumienia. Część zwierająca się w mostkach konstrukcyjnych z żelaza nie bierze udziału w wytwarzaniu momentu elektromagnetycznego. Z punktu widzenia wykorzystania materiału magnetycznego trwałego korzystne jest zminimalizowanie szerokości mostków z żelaza, jednak ich geometria musi zapewniać stabilność konstrukcji, zwłaszcza przy procesie pakietowania blach.

### 3.3. **OPIS MODELU WYJŚCIOWEGO**

W modelu wyjściowym silnika LSPMSM przyjęto uproszczenie, polegające na założeniu nieskończonej przenikalności magnetycznej żelaza. W ten sposób model uwzględnia jedynie spadki napięć magnetycznych w szczelinie powietrznej i magnesach oraz w mostkach konstrukcyjnych, w których przenikalność magnetyczną odpowiada stanowi nasycenia. Model można skonstruować w oparciu o proste zależności, podobnie jak w pracy V. B. Honsingera [16].

Autor [16] wyprowadził szereg zależności, pomocnych przy analizie dowolnej maszyny z magnesami trwałymi, a także zdefiniował współczynniki opisujące własności struktury. Współczynnik te to:  $\beta$  opisujący geometrię maszyny i zależny od reluktancji szczeliny i układu magnesów trwałych oraz  $k_{L}$  reprezentujący zwieranie strumienia magnesów w mostkach i zależący od reluktancji układu magnesów (główny biegnący wzdłuż promienia i boczny prostopadły do promienia) oraz mostków konstrukcyjnych, przez które zwiera się strumień od magnesów. Wyznaczane one są na podstawie reluktancji poszczególnych części maszyny, zgodnie z poniższymi zależnościami:

$$R_{1} = d_{1} / (\mu_{PM} \cdot \mu_{0} \cdot L_{s} \cdot h_{1})$$
(3.3-1)

$$R_{2} = d_{2} / (\mu_{PM} \cdot \mu_{0} \cdot L_{s} \cdot h_{2})$$
(3.3-2)

$$R_{md} = 1/(2/R_1 + 1/R_2)$$
(3.3-3)

$$R_{zw} = d_{zw} / (\mu_0 \cdot L_s \cdot h_{zw})$$
(3.3-4)

$$R_g = g_e / (\mu_0 \cdot S_g) \tag{3.3-5}$$

$$k_{\beta} = 2 \cdot R_g / R_{md} \tag{3.3-6}$$

$$k_{L} = 1 + R_{md} / R_{zw}$$
(3.3-7)

gdzie:
<i>d</i> <sub>1</sub> , <i>d</i> <sub>2</sub>	-	szerokość magnesu głównego i bocznego [m]
h1, h2	-	wysokość magnesu głównego i bocznego [m]
Ls	_	długość jarzma stojana i wirnika [m]
$\mu_0$	_	przenikalność magnetyczna próżni [H/m]
$\mu_{\scriptscriptstyle PM}$	-	względna przenikalność magnetyczna materiału na magnesy trwałe [-]
R <sub>md</sub>	_	reluktancja zastępcza układu magnesów [1/H]
d <sub>zw</sub> , h <sub>zw</sub>	_	szerokość i wysokość mostka konstrukcyjnego [m]
R <sub>zw</sub>	_	reluktancja mostków zwierających strumień od magnesów [1/H]
$g_e$	-	zastępcza szerokość szczeliny powietrznej, z uwzględnieniem
		współczynnika Cartera [m]
$S_g$	-	powierzchnia szczeliny powietrznej [m <sup>2</sup> ]
$R_{g}$	_	reluktancja szczeliny powietrznej [1/H]
k <sub>β</sub>	-	współczynnik opisujący geometrię maszyny [-]
K.	_	współczypnik reprezentujący zwieranie strumienia magnesów w

*k*<sub>L</sub> – współczynnik reprezentujący zwieranie strumienia magnesów w mostkach [-]

Analogiczne współczynniki można również znaleźć w późniejszych publikacjach innych autorów, między innymi w pracy [52].

Na bazie powyższych współczynników możliwe jest określenie podstawowych parametrów maszyny [16], takich jak reaktancje synchroniczne lub efektywny strumień od magnesów trwałych przechodzący przez szczelinę powietrzną:

$$\mathcal{D}_{PM} = 2 \cdot L_{s} \cdot \left(h_{1} \cdot B_{r} + h_{2} \cdot B_{r}\right) \tag{3.3-8}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{f} = \boldsymbol{\Phi}_{PM} / \left( 1 + k_{\theta} \cdot k_{L} \right) \tag{3.3-9}$$

$$E_0 = 16 / \left(\sqrt{2} \cdot \pi\right) \cdot k_{f1} \cdot f_s \cdot N_e \cdot \Phi_f$$
(3.3-10)

$$C_{d} = 1 - \left( \frac{8}{\pi^{2}} \right) / \left( 1 + k_{\theta} \cdot k_{L} \right)$$
(3.3-11)

$$X_{m0} = \omega_0 \cdot 4 \cdot \mu_0 / \pi \cdot m_1 \cdot D_s \cdot L_s / g_e \cdot (N_e / (2 \cdot p))^2$$
(3.3-12)

$$X_{d} = X_{ls} + X_{md} = X_{ls} + X_{m0} \cdot k_{d}$$
(3.3-13)

$$X_{q} = X_{ls} + X_{mq} = X_{ls} + X_{m0}$$
(3.3-14)

gdzie:

B <sub>r</sub>	-	stała wartość indukcji remanentu magnesów trwałych, charakteryzująca materiał magnetycznie trwały [T]
$\Phi_{PM}$	-	całkowity stały strumień generowany przez układ magnesów trwałych na jeden biegun [Wb]
$\Phi_{f}$	-	efektywny stały strumień od magnesów przechodzący przez szczelinę powietrzną na jeden biegun [Wb]
E <sub>0</sub>	-	siła elektromotoryczna indukowana przez magnesy w uzwojeniu stojana, wartość skuteczna [V]
$m_1$	-	liczba faz źródła napięcia zasilającego uzwojenie stojana [-]
$f_s$	-	częstotliwość napięcia zasilającego uzwojenie stojana [-]
$D_{S}$	-	średnica wewnętrzna stojana [m]
N <sub>e</sub>	-	efektywna liczba zwojów fazy stojana [-]
р	_	liczba par biegunów [-]

k <sub>d</sub>	-	współczynnik geometryczny uwzględniający niesymetrię wirnika [-]
<i>X</i> <sub>m0</sub>	-	nienasycona reaktancja magnesująca silnika indukcyjnego [Ω]
$X_{ls}$	-	reaktancja rozproszenia fazy stojana [Ω]
$X_{md}, X_{mq}$	-	reaktancje magnesujące w osiach synchronicznych [Ω]
$X_d, X_q$	_	reaktancje synchroniczne w osiach d i q $[\Omega]$
<i>k</i> <sub>f1</sub>	-	współczynnik wynikający z rozkładu funkcji indukcji w szczelinie od magnesów trwałych w szereg Fourier'a, wartość dla podstawowej harmonicznej [-]

Założenie braku wpływu geometrii magnesów i mostków konstrukcyjnych z żelaza jest słuszne w przypadku braku uwzględnienia nasycenia żelaza w pozostałych częściach maszyny. Przy założeniu, że przenikalność magnetyczna żelaza jest różna od nieskończoności i jest funkcją strumienia od okładu prądowego i od magnesów sprawia, że wartość  $X_q$  zmienia się dość znacząco w zależności od stopnia obciążenia. Z tego powodu w dalszej części pracy zaproponowano metodę uwzględnienia spadków napięć magnetycznych w żelazie, stanowiącą rozszerzenie modelu opisanego w [16].

Powyższe zależności można następnie wykorzystać do określenia wypadkowej indukcji w szczelinie. Model przedstawiony przez V.B. Honsinger'a zakłada dekompozycję indukcji w szczelinie na dwie składowe, od okładu prądowego stojana oraz od strumienia generowanego przez magnesy trwałe. Jest to słuszne dla obwodów magnetycznie liniowych, co zachodzi w omawianym podejściu.



Poszczególne składowe indukcji są wyznaczane na podstawie zależności:

$$F_{dm} = 4/\pi \cdot m_1 / 2 \cdot I_d \cdot N_e / (2 \cdot p)$$
(3.3-15)

$$F_{qm} = 4/\pi \cdot m_1 / 2 \cdot I_q \cdot N_e / (2 \cdot p)$$
(3.3-16)

$$F_{am} = \sqrt{F_{dm}^{2} + F_{qm}^{2}}$$
(3.3-17)

$$B_{ad} = \mu_0 \cdot F_{dm} / g_e \cdot \left[ \sin(\alpha \cdot p) - (2/\pi) / (1 + k_\beta \cdot k_\perp) \right]$$
(3.3-18)

$$B_{aq} = \mu_0 \cdot F_{qm} / g_e \cdot \cos(\alpha \cdot p) \tag{3.3-19}$$

$$B_a = B_{ad} + B_{aq} \tag{3.3-20}$$

$$B_{fMAX} = \Phi_f / S_g \tag{3.3-21}$$

$$B_g = B_f + B_a \tag{3.3-22}$$

gdzie:

I <sub>d</sub> , I <sub>q</sub>	-	natężenie prądu stojana w osiach d i q [A]
F <sub>dm</sub> , F <sub>qm</sub>	_	wartość maksymalna siły magnetomotorycznej na powierzchni stojana
		od okładu prądowego dla osi dq [A]
F <sub>am</sub>	-	wartość maksymalna wypadkowej siły magnetomotorycznej na
		powierzchni stojana od okładu prądowego [A]
α	-	kąt mechaniczny obrotu wirnika [rad]
р	-	liczba par biegunów [-]
B <sub>ad</sub> , B <sub>aq</sub>	-	funkcje składowych indukcji od okładu prądowego w osiach dq [T]
Ba	-	funkcja wypadkowej indukcji od okładu prądowego w szczelinie [T]
B <sub>f</sub>	-	funkcja indukcji w szczelinie wywołana przez magnesy - przebieg
		trapezowy [T]
B <sub>f MAX</sub>	-	maximum funkcji B <sub>f</sub>
$B_g$	-	funkcja wypadkowej indukcji w szczelinie od pola magnesów i okładu pradowego [T]

Superpozycja indukcji od okładu prądowego stojana oraz od magnesów trwałych jest możliwa, dzięki założeniu nieskończonej przenikalności we wszystkich elementach z żelaza poza mostkami konstrukcyjnymi. Honsinger zaproponował metodę wyznaczania reluktancji mostka w zależności od indukcji remanentu magnesów trwałych i strumienia okładu prądowego stojana, co pozwala na stosunkowo dokładne określenie strumienia rozproszenia magnesów i reaktancji *X*<sub>d</sub>. Przy odpowiednio dużej indukcji remanentu magnesów i małej szerokości mostka założenie przenikalności powietrza w mostkach jest wystarczające. Autor zwrócił także uwagę na trudności przy próbie analizy z uwzględnieniem nieliniowej zależności przenikalności magnetycznej w mostku od warunków pracy. Wykonane na potrzeby niniejszej rozprawy próby uwzględnienia nieliniowości we wszystkich obszarach z żelaza potwierdziły, że stopień skomplikowania obliczeń wzrasta bardzo znacznie, co przy ograniczonej wiarogodności wyników uzasadnia rezygnację z takiego rozszerzenia modelu opracowanego na potrzeby przeprowadzenia postępowania optymalizacyjnego.

Założenie nieskończonej przenikalności żelaza i brak uwzględnienia spadków napięć magnetycznych prowadzi do znacznych rozbieżności względem rzeczywistej maszyny. W LSPMSM wpływ magnesów trwałych powoduje, że praktycznie nie istnieje stan, w którym można mówić o maszynie nienasyconej. Jak wykazano w dalszej części pracy, nasycenie odwzorowane w spadkach napięć magnetycznych w żelazie ma ogromny wpływ na wartości podstawowych parametrów maszyny, takich jak reaktancje synchroniczne i siła elektromotoryczna indukowana w uzwojeniach

stojana, których dokładne oszacowanie jest podstawą dla stworzenia wiarogodnego modelu analitycznego.

# 3.4. Rozszerzenie modelu o spadki napięć magnetycznych w Elementach ferromagnetycznych

Dla uzyskania możliwości oszacowania zastępczej przenikalności magnetycznej modelu liniowego, która daje zbieżność z modelem nieliniowym, model analityczny wyjściowy został rozszerzony o elementy ferromagnetyczne.

Struktura silnika została podzielona na regiony, odpowiadające częściom wykonanym z żelaza, w których założono stałą wartość strumienia magnetycznego. Na przekroju poprzecznym maszyny na rys. 3.4-1 zaznaczono obszary takie jak jarzmo stojana i wirnika, zęby stojana i wirnika, mostki zwierające magnes główny i magnesy boczne, a także fragment z żelaza przy wale maszyny. Wybranym regionom przyporządkowano elementy obwodu magnetycznego, który dla analizowanego silnika został przedstawiony na rys. 3.4-3.



Nieregularne obszary w jarzmie wirnika oraz zębach wirnika i stojana, służące definicji odpowiadających ich reluktancji, zostały zobrazowane na przekroju poniżej.



Jak widać na powyższym przekroju, obszar służący definicji elementu na schemacie zastępczym jest niejednorodny i nie jest łatwo określić jego reluktancję. Pomocy w uzyskaniu wiarogodnego odwzorowania regionów z żelaza można szukać w symulacjach z użyciem oprogramowania FEM, poprzez określenie w danym obszarze całkowitego strumienia magnetycznego oraz natężenia pola magnetycznego.

Na podstawie siatki elementów utworzonej na przekroju można wykonać rozwinięcie, które dalej zostanie uproszczone. Na rozwinięciu zaznaczone są kierunki przepływu strumienia magnetycznego w poszczególnych gałęziach, jak również sposób zamykania się strumienia w jednym biegunie magnetycznym.



Siatkę elementów obwodu zastępczego można zredukować, dla uzyskania schematu zastępczego dla jednej pary biegunów. Wykorzystana w takim przypadku jest równość potencjałów magnetycznych w poszczególnych węzłach (oznaczonych tą samą literą), przy zachowaniu bilansu strumieni magnetycznych w węzłach. Efekt takiego postępowania przedstawia rysunek poniżej:



Ostatecznie otrzymuje się schemat zastępczy obwodu magnetycznego dla jednego bieguna, na którym odpowiednio reluktancje  $R_{zw1}$  i  $R_{zw2}$  reprezentują mostki konstrukcyjne zwierające strumień magnesów głównych oraz bocznych  $R_{Feyr}$  odpowiadają reluktancji żelaza w jarzmie wirnika,  $R_{Feys}$  - w jarzmie stojana,  $R_{Fetr}$  - w zębie wirnika,  $R_{Fets}$  - w zębie stojana,  $R_{Fes}$  - w części żelaza w pobliżu wału maszyny,  $R_{g0}$  stanowi reluktancję szczeliny powietrznej, a  $R_1$  i  $R_2$  to reluktancje magnesów głównego i bocznych [1/H].



Na podstawie powyższego schematu możliwe jest określenie zastępczej reluktancji magnetycznej szczeliny powietrznej stojan-wirnik, dla uwzględnienia spadków napięcia magnetycznego w częściach ferromagnetycznych. Wyrazi się ona zależnością:

$$R_{g} = R_{g0} + R_{Fe} \tag{3.4-1}$$

gdzie  $R_{g0}$  to reluktancja szczeliny powietrznej przy pominięciu spadków w elementach ferromagnetycznych, oraz  $R_{Fe}$  to zastępcza reluktancja wszystkich elementów ferromagnetycznych, zdefiniowana jako:

$$R_{Fe} = R_{Feys} / 4 + R_{Feyr} + R_{Fetr} + R_{Fets}$$
(3.4-2)

Ilość elementów, których reluktancję należy uwzględnić w zastępczej reluktancji żelaza *R*<sub>Fe</sub> wynika z topologii magnesów trwałych i mostków konstrukcyjnych oraz ich ułożenia względem barier strumienia takich jak aluminiowa klatka, czy też szczelina powietrzna. Uwzględnienie spadków napięć magnetycznych w reluktancji szczeliny powietrznej stanowi pewnego rodzaju uproszczenie, jednak jak wykazano w dalszej części pracy, prowadzi do uzyskania modelu, w którym można analizować wpływ nasycenia żelaza na własności maszyn LSPMSM.

Trudność modelowania LSPMSM polega na tym, że niewłaściwe oszacowanie reluktancji jednego z elementów ferromagnetycznych, w których uwzględnia się spadki napięć magnetycznych, może skutkować dość znaczną zmianą takich parametrów jak  $X_d$ ,  $X_q$  czy  $E_0$  i w konsekwencji brak zgodności modelu z wynikami obliczeń FEM. Im większa liczba elementów ferromagnetycznych, tym trudniej znaleźć przyczynę takiej rozbieżności. Niepewność wyznaczenia zastępczej długości i szerokości drogi przepływu strumienia sprawia, że w czasie modelowania dobrą drogą do uzyskania zadowalającej dokładności takiej zastępczej reluktancji jest eksperyment FEM.

# 3.5. INDUKCJA W WYBRANYCH MIEJSCACH MASZYNY I OBLICZANIE STRAT

W modelu analitycznym oraz FEM nieliniowym wyznaczona została indukcja magnetyczna w szczelinie powietrznej stojan-wirnik. Jest ona złożeniem indukcji pochodzenia od okładu prądowego stojana oraz od strumienia wytwarzanego przez magnesy trwałe.

Kształt indukcji od samych magnesów, przy rozwartym uzwojeniu stojana, zależy od topologii oraz ilości magnesów trwałych w wirniku. Dla analizowanego przypadku z magnesami w kształcie "U" można ja aproksymować funkcją o kształcie trapezu.



W porównaniu do silnika indukcyjnego, przebieg indukcji magnetycznej w szczelinie pochodzącej od okładu prądowego stojana jest w LSPMSM bardziej skomplikowany. Jest to wynik istnienia w wirniku niesymetrii, spowodowanej magnesami trwałymi o przenikalności magnetycznej bliskiej przenikalności powietrza.



W wyniku złożenia indukcji od magnesów oraz okładu prądowego otrzymuje się funkcję indukcji w szczelinie, której kształt zależy zarówno od kąta obciążenia maszyny, jak również od topologii magnesów trwałych w wirniku.



Jak widać z powyższych przebiegów indukcji na zaznaczonych fragmentach, dla pewnych wartości kąta obciążenia występuje lokalne zwieranie się strumienia. Tego rodzaju wiry strumienia (z ang. "*flux whorls*") są wynikiem niesymetrii wirnika spowodowanej magnesami trwałymi i zmniejszają użyteczny strumień biorący udział w wytwarzaniu momentu elektromagnetycznego. Z tego powodu określenie prawidłowego kształtu indukcji w szczelinie nie jest problemem trywialnym i ma duże znaczenie w określeniu właściwości maszyny.

Na podstawie kształtu indukcji w szczelinie możliwe jest określenie indukcji w pozostałych elementach maszyny, istotnych ze względu na konieczność oszacowania strat w żelazie. Z uwagi na fakt, że w stanie ustalonym synchronicznym w klatce silnika LSPMSM praktycznie nie indukują się prądy, problem obliczania strat sprowadza się do określenia kształtu indukcji magnetycznej w zębach stojana oraz jarzmie stojana. Obydwie z wymienionych wielkości można wyznaczyć mając na uwadze fakt, że strumień magnetyczny w tych elementach odpowiada części strumienia w szczelinie powietrznej, po scałkowaniu wzdłuż odpowiedniej długości szczeliny - odpowiednio za

podziałkę żłobkową stojana dla indukcji w zębie oraz za podziałkę biegunową dla indukcji w jarzmie stojana. W związku z tym można zapisać zależności:

$$B_{t}(\vartheta) = \left(\frac{r}{w_{t}}\right) \cdot \int_{\vartheta}^{\vartheta + \tau_{s}} \left[B_{f}(\alpha) + B_{a}(\alpha)\right] \cdot d\alpha = \left(\frac{r}{w_{t}}\right) \cdot \int_{\vartheta}^{\vartheta + \tau_{s}} B_{g}(\alpha) \cdot d\alpha$$
(3.5-1)

$$B_{\gamma}(\vartheta) = \left(\frac{r}{2 \cdot h_{\gamma S}}\right) \cdot \int_{\vartheta}^{\vartheta + \tau_{\rho}} \left[B_{f}(\alpha) + B_{a}(\alpha)\right] \cdot d\alpha = \left(\frac{r}{2 \cdot h_{\gamma S}}\right) \cdot \int_{\vartheta}^{\vartheta + \tau_{\rho}} B_{g}(\alpha) \cdot d\alpha$$
(3.5-2)

gdzie:

$B_t, B_y$	-	funkcja indukcji magnetycznej odpowiednio w zębie i jarzmie stojana [T]
$B_{f}, B_{a}, B_{g}$	-	funkcja indukcji magnetycznej w szczelinie odpowiednio od magnesów
		trwałych, okładu prądowego stojana oraz wypadkowa [T]
α	-	kąt przestrzenny obrotu w szczelinie [rad]
r	-	promień do środka szczeliny powietrznej [m]
<b>w</b> <sub>t</sub>	-	szerokość zęba stojana [m]
h <sub>ys</sub>	-	wysokość jarzma stojana [m]
$\tau_p, \tau_s$	-	podziałka biegunowa oraz żłobkowa stojana [m]

Podobny sposób określania indukcji w zębach i jarzmie maszyny można znaleźć w pracy [94].

Zależności te wymagają jednak korekty, dla zachowania własności fizycznych odpowiadających rzeczywistej maszynie. Zjawiskiem narzucającym najbardziej znaczące ograniczenie dla wartości osiąganych przez indukcję magnetyczną w żelazie jest nasycenie żelaza. Uwzględnienie zjawiska w sposób dokładny wiąże się z czasochłonnymi obliczeniami iteracyjnymi, które dla przyjętego celu stworzenia modelu do optymalizacji stanowiłyby przeszkodę. W niniejszej pracy przyjęto założenie upraszczające, polegające na ograniczeniu wartości funkcji indukcji do poziomu odpowiadającego nasyceniu na przyjętej do analizy charakterystyce magnesowania żelaza.

Porównanie na rys. 3.5-4 określonych w ten sposób funkcji indukcji z przebiegami wyznaczonymi w modelu nieliniowym FEM dało dobrą zbieżność.



Straty w żelazie zostały wyznaczone w oparciu o model Bertotti'ego dla przebiegów odkształconych od sinusoidy [95]. W modelu zostały pominięte straty dodatkowe "excess losses", ze względu na dużą niepewność, jaka towarzyszyłaby przyjęciu współczynnika strat dodatkowych  $k_{exc}$  nie podawanego przez producentów blach, ani nie opisanego zależnością wiążącą go z daną

strukturą. Straty dodatkowe są częściowo uwzględnione w pozostałych składnikach strat. Uproszczony wzór Bertotti'ego przyjmuje w związku z powyższym postać:

$$\Delta P_{Fe} = \iiint_{V} \left( \Delta P_{h} + \Delta P_{ec} \right) = \iiint_{V} \left( k_{f} \cdot k_{h} \cdot f \cdot B_{m}^{2} + k_{f} \cdot \frac{\sigma \cdot d_{b}^{2}}{12} \cdot \frac{1}{\tau} \int_{0}^{\tau} \left( \frac{dB}{dt}(t) \right) dt \right)^{2} dV$$
(3.5-3)

gdzie:

 $\begin{array}{rcl} \Delta P_{h}, \ \Delta P_{ec} & - & \text{składowe strat od histerezy oraz od prądów wirowych [W]} \\ k_{h} & - & \text{współczynnik strat histerezowych } [W \cdot \text{s/}(\text{T}^{2} \cdot \text{m}^{3})] \\ \sigma & - & \text{przewodność materiału przewodzącego } [1/(\Omega \cdot \text{m})] \\ d_{b} & - & \text{grubość blach } [m] \\ B_{m} & - & \text{maksymalna wartość indukcji magnetycznej } [T] \\ k_{f} & - & \text{współczynnik wypełnienia rdzeni stalą } [-] \end{array}$ 

Trudność w określeniu indukcji w szczelinie oraz elementach ferromagnetycznych, jak również w założeniu wartości współczynnika strat histerezowych zbliżonej do odpowiadającej rzeczywistemu materiałowi, z którego mają być wykonane blachy stojana sprawia, że wyznaczenie strat w żelazie nie jest problemem trywialnym. Dodatkowo trudność tą zwiększa fakt, że nawet niewielka zmiana jednego ze składników indukcji używanych w przytoczonym postępowaniu, może doprowadzić do zmiany kształtu funkcji indukcji w szczelinie w całym zakresie kątów obciążenia w różnym nasileniu. Nieprawidłowe określenie np. indukcji od okładu prądowego stojana objawi się tym, że w innym miejscu pojawią się wiry strumienia, zmieni się kształt indukcji wypadkowej, a w związku z tym również indukcje w jarzmie, zębach i ich pochodne używane do wyznaczenia strat.

Dla analizowanego przypadku LSPMSM o strukturze typu "U" wyznaczone składniki strat w żelazie od prądów wirowych i histerezy, których porównanie z wielkościami otrzymanymi w obliczeniach FEM wykazały zgodność, którą uznano za wystarczająco dobrą do celów optymalizacji.





# 3.6. WERYFIKACJA WYJŚCIOWEGO MODELU ANALITYCZNEGO ZA POMOCĄ MODELU LINIOWEGO FEM

Do obliczeń polowych i weryfikacji modelu analitycznego wykorzystano program Flux 2D firmy Cedrat. Zastosowane oprogramowanie pozwala na analizę pól stałych w module Magnetostatic, pól sinusoidalnych w module Magnetodynamic, a także połączenia pola stałego ze zmiennym w module do analizy stanów przejściowych Transient. Fakt, że konstrukcja LSPMSM charakteryzuje się równoczesnym istnieniem pola stałego od magnesów trwałych i pola zmiennego od okładu prądowego, a także z powodu potrzeby wyznaczenia strat w żelazie maszyny sprawia, że do obliczeń konieczne jest wykorzystanie modułu Transient. To oznacza, że obliczenie każdego punktu pracy jest efektem uzyskania stanu ustalonego na podstawie stanów przejściowych, co jest procesem bardzo czasochłonnym i wymagającym dodatkowej obróbki wyników. Niedogodności towarzyszące obliczeniom polowym w zastosowaniu do analizy LSPMSM omówione zostały bardziej szczegółowo w pracach [89, 88].

Model FEM został wykonany w sposób zapewniający możliwość swobodnej modyfikacji jego struktury, w celu zwiększenia jego przydatności do procesu optymalizacji geometrii maszyny. Model ten umożliwiał również zadanie różnych własności materiału magnetycznie twardego (indukcja remanentu, kierunek namagnesowania), celem określenia najbardziej korzystnego materiału pod względem własności i ekonomiczności maszyny.

Geometria LSPMSM oparta została o szereg parametrów, umożliwiających zmianę kształtu oraz wymiarów poszczególnych części maszyny. Wykorzystane parametry geometrii zostały zobrazowane na przekroju poniżej.



Parametr	Opis	Wartość
Ls	długość jarzma stojana i wirnika	100 [mm]
D <sub>S out</sub>	średnica zewnętrzna stojana	133 [mm]
Ds	średnica wewnętrzna stojana	82.7 [mm]
D <sub>shaft</sub>	średnica wału	30 [mm]
$g_o$	szerokość szczeliny powietrznej	0.3 [mm]
$h_t$	wysokość zęba stojana	12.8 [mm]
$w_t$	szerokość zęba stojana	3.8 [mm]
$W_{cg}$	szerokość otwarcia żłobka wirnika	2 [mm]
$h_{kS}$	wysokość klina w żłobku stojana	0.6 [mm]
<b>W</b> <sub>bs1</sub>	szerokość otwarcia żłobka stojana	2.5 [mm]
$r_q$	promień klatki	2 [mm]
$d_1$	szerokość magnesu głównego ("promieniowego")	4.72 [mm]
$d_2$	szerokość magnesu bocznego ("stycznego")	2 [mm]
$h_1$	wysokość magnesu głównego	13.1 [mm]
h <sub>2</sub>	połowa długości magnesu bocznego	15 [mm]

Tab. 3.6-1 Zestawienie parametrów geometrii konstrukcji wyjściowej LSPMSM zastosowanych w modelu FEM.

Poprawność fizykalną wyjściowego modelu analitycznego zweryfikowano w programie Flux 2D przy pomocy modelu o względnej przenikalności magnetycznej żelaza równej  $\mu_{Fe,rel}$ =10000. W ten sposób praktycznie wyeliminowany został wpływ spadków napięć magnetycznych w żelazie na wyniki obliczeń, w rezultacie czego model analityczny mógł zostać ograniczony do układu równań opisujących fizykę klasycznego modelu (w którym  $\mu_{Fe,rel}=\infty$ ). Porównanie wyników obliczeń analitycznych (oznaczenie AN na rys. 3.6-2) i FEM (oznaczenie FEM na rys. 3.6-2) dało dobrą zgodność przy porównaniu ważniejszych własności maszyny.



Bardzo dobra zgodność charakterystyk natężenia prądu i momentu elektromagnetycznego (po niewielkim względnym przesunięciu kątowym charakterystyk) jest wynikiem dobrego oszacowania najważniejszych parametrów maszyny, czyli reaktancji synchronicznych  $X_d$  i  $X_q$  oraz napięcia  $E_0$  indukowanego w otwartym uzwojeniu stojana przez strumień od wirujących magnesów trwałych w wirniku. Porównanie parametrów wyznaczonych w modelu analitycznym na podstawie

wymiarów geometrycznych i własności materiałowych wykazało bardzo niewielki błąd względem odpowiednich wielkości wyznaczonych w modelu FEM liniowym.



Uzyskana zgodność wskazuje także na użyteczność modelu monoharmonicznego do analizy tak skomplikowanej struktury, jaką jest LSPMSM. Na ilustracji powyżej przedstawiono kształt siły elektromotorycznej *E* indukowanej w otwartych uzwojeniach stojana oraz jej podstawową harmoniczną, otrzymaną w wyniku analizy Fouriera, której wartość skuteczna  $E_0$  (oraz maksymalna  $E_{MAX}$ ) została użyta w modelu analitycznym liniowym. Porównanie wszystkich trzech najważniejszych parametrów modelu LSPMSM zestawiono w formie tabeli.

Parametr	Wartość z modelu FEM	Wartość w modelu analitycznym
<i>X</i> <sub>d</sub> [Ω]	46.97	45.64
$X_q$ [ $\Omega$ ]	124.72	125.18
$E_0$ [V]	231.70	232.82

Wartości parametrów dla modelu FEM zawarte w tabeli zostały wyznaczone przy pomocy metody częstotliwościowej, opisanej w dalszej części rozprawy w rozdziale 3.7.1.

Porównanie parametrów oraz własności maszyny wskazuje na bardzo dobrą zgodność wyników. Potwierdza to poprawność zależności opisujących model LSPMSM. Tak przygotowany model może stanowić podstawę dla rozszerzenia o wyznaczanie indukcji kształtu indukcji w szczelinie, strat w żelazie i sprawności oraz uwzględnienie zjawiska nasycenia. Uzyskanie takich informacji z modelu warunkuje możliwość użycia go w procedurze optymalizacyjnej, co jest celem dalszego postępowania.

# 3.7. WYKORZYSTANIE NIELINIOWEGO MODELU POLOWEGO LSPSM

#### 3.7.1. WYZNACZANIE PARAMETRÓW LSPMSM

Przy modelowaniu silników z magnesami trwałymi największą trudność stanowi określenie trzech parametrów: reaktancji synchronicznych  $X_d$  i  $X_q$  oraz siły elektromotorycznej  $E_0$  indukowanej przez magnesy trwałe w uzwojeniu stojana (lub inaczej użytecznego strumienia od magnesów  $\mathcal{P}_{PM}$ , przechodzącego przez szczelinę powietrzną). Wielkości te zmieniają się w zależności od stopnia nasycenia żelaza, będącego wynikiem pracy maszyny przy danym kącie obciążenia.

Ze względu na fakt, że silniki synchroniczne z magnesami trwałym nie posiadają uzwojenia wzbudzenia, ich eksploatacja jest mniej skomplikowana, niż w przypadku klasycznych silników synchronicznych wyposażonych w uzwojenie w wirniku. Fakt ten jednak sprawia, że utrudnione jest wykorzystanie metody wyznaczania parametrów silnika stosowane z powodzeniem od wielu lat dla klasycznych silników. W literaturze jest opisanych wiele metod, które mają zastosowanie do silników z magnesami trwałymi, ale nie wszystkie z nich biorą pod uwagę zjawisko nasycenia żelaza i w związku z tym mogą być używane tylko przy pewnych założeniach i ograniczeniach odnośnie warunków pracy silnika.

W niniejszej rozprawie do wyznaczenia parametrów LSPMSM posłużono się metodą częstotliwościową, przy użyciu modelu FEM o nieliniowej charakterystyce magnesowania żelaza. Pomiary przeprowadza się w stanie zablokowanego wirnika, przy obecnych w wirniku magnesach trwałych. Metoda polega na zasileniu dwóch faz stojana napięciem sinusoidalnie zmiennym o niskiej częstotliwości. Następnie analizuje się wartość napięcia, jakie odkłada się na w uzwojeniu stojana oraz prąd przez nie płynący, aby wreszcie określić wartość impedancji fazy na podstawie ilorazu zmierzonych wartości międzyszczytowej napięcia do wartości międzyszczytowej natężenia prądu.

W przypadku pomiarów na rzeczywistej maszynie, reaktancje synchroniczne zostają wyznaczone w oparciu o wcześniejszy pomiar rezystancji fazy stojana. Bardzo ważne jest jednak, aby pomiar rezystancji stojana i reaktancji synchronicznych został przeprowadzony w tych samych warunkach, szczególnie ze względu na fakt zwiększania się wartości rezystancji wraz ze wzrostem temperatury. Błąd pomiaru przy niewłaściwym oszacowaniu rezystancji zwiększa się dla małych częstotliwości, przy których udział reaktancji w całkowitej impedancji fazy się zmniejsza.

W przypadku zastosowania metody częstotliwościowej w modelu FEM, błąd pomiarowy zostaje wyeliminowany, ponadto możliwe jest zwiększenie dokładności obliczeń przez przesunięcie rezystancji fazy do elementu znajdującego się poza fragmentem obwodu, na którym jest mierzone napięcie.



Na powyższym schemacie takim elementem jest rezystancja  $R_s$ , która nie jest uwzględniana przy pomiarze napięcia fazy przy pomocy rezystancji  $R_{VA}$ . W ten sposób można uzyskać sytuację, w której impedancje  $Z_A$  i  $Z_B$  wraz z indukcyjnościami połączeń czołowych  $L_{CA}$  i  $L_{CB}$  (rezystancje połączeń czołowych  $R_{CA}$  i  $R_{CB}$  są również przeniesione do  $R_s$ ) określają wyłącznie reaktancję fazy.

Wyznaczenie reaktancji synchronicznych  $X_d$  i  $X_q$  wymaga obliczeń dla dwóch położeń wirnika, odpowiadających położeniu strumienia od magnesów w osi d i q oraz zasilenia uzwojeń źródłem napięcia o niskiej częstotliwości.





Regulacja napięcia powoduje, że zmienia się wartość natężenia prądu, przy którym wykonywany jest pomiar, co pozwala na symulację wpływu zmiany nasycenia żelaza z obciążeniem na wyznaczane parametry.

Dla zobrazowania wpływu nasycenia na wartość reaktancji synchronicznych wykonano eksperyment, polegający na wyznaczeniu zmian reaktancji synchronicznych w zależności od natężenia prądu fazy. Wyniki są przedstawione w formie charakterystyk  $X_d(I_d)$  oraz  $X_q(I_q)$  dla dwóch wariantów: z magnesami znajdującymi się wewnątrz wirnika oraz bez nich. Drugi wariant polegał na zadaniu zerowej indukcji remanentu materiału magnetycznego, przy zachowaniu jego

względnej przenikalności magnetycznej, aby zachować nie zmieniać zastępczej reluktancji obwodu magnetycznego.



Z powyższego porównania wynika, że wpływ strumienia magnesów na nasycenie i wartość reaktancji synchronicznych jest znaczny. Obecność magnesów trwałych wpływa również na kształt przebiegów z narastaniem obciążenia. Z analizy charakteru zmian parametrów przy obecnych magnesach wynika, że parametr  $X_d$  zależy od nasycenia w niewielkim stopniu, natomiast wpływ nasycenia na  $X_q$  jest znaczny. Potwierdzenie tego wniosku można znaleźć w literaturze [30, 34, 21, 11], gdzie uzyskano podobne zależności reaktancji synchronicznych od natężenia prądu.

Wyniki powyższej analizy sprawiają, że zastosowanie metod pomiaru przy braku uwzględnienia strumienia od magnesów i nasycenia wydają się być mało wiarogodne.

#### **3.7.2.** WERYFIKACJA POPRAWNOŚCI OSZACOWANIA ZASTĘPCZEJ PRZENIKALNOŚCI MAGNETYCZNEJ W MONOHARMONICZNYM MODELU ANALITYCZNYM LINIOWYM

Założenie stałej zastępczej przenikalności magnetycznej w modelu analitycznym liniowym pozwala na oszacowanie własności maszyny dla danego stanu nasycenia żelaza. Przyjęcie odpowiedniej wartości tej przenikalności umożliwia analizę maszyny z nieliniową charakterystyką magnesowania blach *B*(*H*), przynajmniej w pewnym zakresie obciążenia.

Główną przyczyną różnic w wynikach analizy przy założeniu różnych wartości zastępczej przenikalności jest fakt zmienności podstawowych parametrów LSPMSM wraz ze zmianą nasycenia. Dla zobrazowania wpływu przyjęcia różnych wartości zastępczej przenikalności w modelu analitycznym o liniowej charakterystyce *B*(*H*), wykreślono zależność reaktancji synchronicznych od tego parametru. Wyniki obliczeń potwierdzono za pomocą obliczeń polowych, z wykorzystaniem modeli o zadanej stałej przenikalności magnetycznej żelaza. Parametry na charakterystyce zostały wyznaczone z wykorzystaniem metody częstotliwościowej, opisanej w rozdziale 3.7.1.



Wartość parametrów dla przenikalności wynoszącej 10000 odpowiada wyjściowemu modelowi analitycznemu, opisanemu w rozdziale 3.6.

Tab. 3.7.2-1 Różnice wyznaczania reaktancji synchronicznych w modelu analitycznym w odniesieniu do FEM.

$\mu_{{\scriptscriptstyle Fe},rel}$	$X_{d  FEM} [\Omega]$	$X_{dAN}[\Omega]$	błąd X <sub>d</sub>	$X_{d  FEM} [\Omega]$	$X_{qAN}\left[\Omega ight]$	błąd X <sub>q</sub>
10000	46.97	45.64	2.83%	124.72	125.18	-0.37%
2000	45.08	42.92	4.79%	113.76	113.51	0.22%
500	39.47	35.78	9.35%	85.91	84.29	1.89%
200	31.93	28.02	12.25%	57.93	56.03	3.28%

Dla wszystkich podanych wartości zastępczej przenikalności magnetycznej żelaza uzyskano niski błąd w odniesieniu do wyników obliczeń FEM. Różnice rosną wraz ze zmniejszaniem  $\mu_{Fe,rel}$ , co jest najprawdopodobniej efektem przyjęcia nieprecyzyjnego odwzorowania w modelu analitycznym wielkości elementów ferromagnetycznych przy konstrukcji schematu obwodu magnetycznego oraz założenia w nich jednorodnego pola magnetycznego. Zbieżność wartości reaktancji synchronicznych uzyskanych w modelu analitycznym i FEM potwierdza celowość i potrzebę uzupełnienia wyjściowego modelu analitycznego o uwzględnienie spadków napięć magnetycznych w elementach ferromagnetycznych.

Do oszacowania własności maszyny o nieliniowej charakterystyce magnesowania przyjęto wartość przenikalności  $\mu_{Fe,rel}$ =500. Poniżej zamieszczono porównanie zależności wartości skutecznej natężenia prądu i średniej wartości momentu elektromagnetycznego od kąta obciążenia pomiędzy tak określonym modelem analitycznym liniowym, a nieliniowym modelem polowym.



Zamieszczone porównanie wskazuje na dobrą zgodność w zakresie znamionowego punktu pracy, w okolicach momentu ok. 10 [N·m] przy kącie obciążenia ok. -40 [<sup>0</sup>]. Niezgodność charakterystyk w zakresie dużych natężeń prądu jest związana z nasyceniem. Dla tych wartości zastępcza przenikalność magnetyczna zmniejsza się, w związku z czym do analizy własności maszyny w tych obszarach konieczne byłoby przyjęcie innej wartości  $\mu_{Fe,rel}$  w modelu liniowym. Dla celów procedury optymalizacyjnej, na potrzeby której model analityczny został skonstruowany (w której celem jest znalezienie konstrukcji z maksymalną wartością sprawności znamionowej), zakres powinien jednak odpowiadać punktowi pracy znamionowej silnika.

# 3.8. HAŁAS, CIŚNIENIE AKUSTYCZNE I ICH OSZACOWANIE

Maszyna synchroniczna z magnesami trwałymi o rozruchu bezpośrednim charakteryzuje się złożonym kształtem indukcji pola magnetycznego w szczelinie powietrznej. Powoduje to, że istnieje wiele wyższych harmonicznych pola wymuszających drgania maszyny, w związku z czym istotne staje się zagadnienie analizy hałasu generowanego przez maszynę.

Procedura wyznaczania hałasu magnetycznego zastosowana w niniejszej pracy składa się z kilku kroków:

- A) Określenie wymuszeń drgań: wyznaczenie indukcji pola magnetycznego w szczelinie powietrznej i określenie jej widma harmonicznych, określenie fal ciśnienia magnetycznego wymuszającego drgania
- B) Stworzenie uproszczone modelu mechanicznego drgań maszyny: określenie częstości własnej drgań i charakterystycznych dla danej struktury modów drgań,
- C) Wyznaczenie odpowiedzi układu mechanicznego na wymuszenia: dla każdego z wymuszeń określenie amplitudy wychylenia cząstki drgającej,

D) Wyznaczenie hałasu: obliczenie energii drgań dla poszczególnych fal wymuszenia oraz oszacowanie hałasu elektromagnetycznego dla poszczególnych wymuszeń i całkowitego hałasu generowanego przez maszynę.



Analogiczny sposób wyznaczania hałasu został przedstawiony w [97].

#### **3.8.1.** Określanie wymuszeń drgań

W maszynie LSPMSM występują 2 źródła pola magnetycznego: od magnesów trwałych w wirniku oraz od okładu prądowego stojana. Kształt indukcji magnetycznej w szczelinie jest wynikiem interakcji obydwu tych źródeł, w związku z czym przy analizie wymuszeń hałasu należy rozpatrywać wpływ obydwu składowych. W celu określenia hałasu pochodzącego od konkretnej częstotliwości fali wymuszającej drgania, konieczne jest wstępne wykonanie analizy Fouriera i rozłożenie funkcji indukcji magnetycznej na wyższe harmoniczne.

W ogólnej postaci, indukcja magnetyczna w szczelinie pochodząca od okładu prądowego stojana  $(B_1)$  i od magnesów trwałych  $(B_2)$  mają postać:

$$B_1(\alpha,t) = F_1(\alpha,t) \cdot \Lambda_g(\alpha,t) = \sum_{\nu=1}^{\infty} B_{m\nu} \cdot \cos(\nu \cdot p \cdot \alpha \mp \omega_0 \cdot t)$$
(3.8.1-1)

$$B_{2}(\alpha,t) = F_{2}(\alpha,t) \cdot \Lambda_{g}(\alpha,t) = \sum_{\mu=1}^{\infty} B_{m\mu} \cdot \cos(\mu \cdot p \cdot \alpha \mp \omega_{\mu} \cdot t + \beta_{\mu})$$
(3.8.1-2)

gdzie:

B <sub>mμ</sub>	-	amplituda harmonicznej indukcji magnetycznej od magnesów trwałych,
		o numerze μ [T]
$B_{mv}$	-	amplituda harmonicznej indukcji magnetycznej od okładu prądowego, o
		numerze v [T]
F <sub>1</sub> , F <sub>2</sub>	-	wartość maksymalna siły magnetomotorycznej pochodzenia
		odpowiednio od okładu prądowego i magnesów trwałych [A]
$\Lambda_{g}$	-	przewodność magnetyczna szczeliny powietrznej [H]
$\mu_0$	-	przenikalność magnetyczna próżni, $\mu_{0}$ =4· $\pi$ ·1e-7 [H/m]
v	-	numer wyższej harmonicznej indukcji magnetycznej pochodzenia od
		okładu prądowego stojana [-]
μ	-	numer wyższej harmonicznej indukcji magnetycznej pochodzenia od
		magnesów trwałych wirnika [-]
р	-	liczba par biegunów [-]
α	_	kąt przestrzenny obrotu w szczelinie [rad]
$oldsymbol{eta}_{\mu}$	-	kąt pomiędzy wektorami harmonicznych stojana i wirnika tego samego

rzędu [rad]  $\omega_{0r} \omega_{\mu}$  – pulsacja napięcia zasilania i harmonicznej  $\mu$  wirnika [rad/s].

Siła  $p_r(\alpha,t)$  oddziałująca na jednostkę powierzchni wewnętrznej części stojana (ciśnienie magnetyczne) w dowolnym punkcie w szczelinie, jako wynik indukcji magnetycznej w szczelinie określona jest zależnością:

$$p_r(\alpha,t) = \frac{1}{2 \cdot \mu_0} \cdot \left[ B_n^2(\alpha,t) + B_{tan}^2(\alpha,t) \right]$$
(3.8.1-3)

Ze względu na niewielki udział indukcji  $B_{tan}$  pochodzenia od drgań stycznych do powierzchni stojana w całkowitym hałasie wytwarzanym przez maszynę, analizę można ograniczyć do składowej normalnej indukcji  $B_n$  w szczelinie powietrznej stojan-wirnik [97]. Składową tą można przedstawić jako sumę funkcji składowych normalnych indukcji pochodzenia od stojana  $B_1(\alpha, t)$ oraz wirnika  $B_2(\alpha, t)$ .

W związku z powyższym, po pominięciu składowej stycznej indukcji B<sub>tan</sub> otrzymuje się:

$$p_{r}(\alpha,t) = \frac{[B_{1}(\alpha,t)]^{2} + 2 \cdot B_{1}(\alpha,t) \cdot B_{2}(\alpha,t) + [B_{2}(\alpha,t)]^{2}}{2 \cdot \mu_{0}}$$
(3.8.1-4)

Przy wykorzystaniu znanych tożsamości trygonometrycznych, powyższą zależność można rozbić na trzy składowe ciśnienia magnetycznego, biorące udział w wytwarzaniu hałasu:

1) Składowa od harmonicznych stojana o numerze  $\nu$ , pochodzenia od składnika  $\frac{[B_1(\alpha,t)]^2}{2 \cdot \mu_0}$  ma

postać:

$$p_{rv}(\alpha,t) = \frac{B_{mv}^2}{4 \cdot \mu_0} \cdot \left[1 + \cos(2 \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{p} \cdot \alpha \mp 2 \cdot \omega_0 \cdot t)\right]$$
(3.8.1-5)

2) Składowa od harmonicznych wirnika o numerze  $\mu$ , pochodzenia od składnika  $\frac{[B_2(\alpha,t)]^2}{2 \cdot \mu_0}$  ma

postać:

$$p_{r\mu}(\alpha,t) = \frac{B_{m\mu}^2}{4 \cdot \mu_0} \cdot \left[1 + \cos\left(2 \cdot \mu \cdot p \cdot \alpha \mp 2 \cdot \omega_\mu \cdot t + \Phi_\mu\right)\right]$$
(3.8.1-6)

3) Składowa od interakcji harmonicznych *v*,  $\mu$  stojana i wirnika, pochodzenia od składnika  $\frac{2 \cdot B_1(\alpha, t) \cdot B_2(\alpha, t)}{2 \cdot \mu_0}$ ma postać:

$$p_{r\nu\mu}(\alpha,t) = \frac{B_{m\nu} \cdot B_{m\mu}}{2 \cdot \mu_0} \cdot \left\{ \cos\left[p \cdot \alpha \cdot (\nu - \mu) \mp (\omega_0 - \omega_\mu) \cdot t - \beta_\mu\right] + \cos\left[p \cdot \alpha \cdot (\nu + \mu) \mp (\omega_0 + \omega_\mu) \cdot t + \beta_\mu\right] \right\}$$
(3.8.1-7)

W ogólnej postaci można oznaczyć ciśnienie magnetyczne promieniowe jako:

$$p_r(\alpha, t) = P_{mr} \cdot \cos(r \cdot \alpha - \omega_r \cdot t)$$
(3.8.1-8)

gdzie:

P <sub>mr</sub>	-	amplituda zależna od rodzaju harmonicznych biorących udział w jego
		wytwarzaniu (tylko harmoniczne $\mu$ , tylko v lub $\mu$ + v) [N/m <sup>2</sup> ]
r	-	rząd siły magnetycznej działającej promieniowo [-]
α	-	kąt przestrzenny obrotu w szczelinie [rad]
ω <sub>r</sub>	-	pulsacja fali wymuszającej (=2 $\cdot \pi \cdot f_r$ ) [rad/s]

W związku z powyższym, w zależności od źródła danej fali ciśnienia magnetycznego otrzymuje się zależność na jej amplitudę:

$$P_{mr} = \frac{B_{m\mu}^2}{4 \cdot \mu_0} \quad lub \quad P_{mr} = \frac{B_{m\nu}^2}{4 \cdot \mu_0} \quad lub \quad P_{mr} = \frac{B_{m\mu} \cdot B_{m\nu}}{2 \cdot \mu_0}$$
(3.8.1-9)

Amplituda ta jest w następnym kroku analizy wykorzystywana do określenia wychylenia wibracyjnego cząstki drgającej w układzie mechanicznym stojana.

W praktyce największy udział w wytwarzaniu hałasu elektromagnetycznego w maszynie mają składowe ciśnienia magnetycznego, będące wynikiem interakcji pól stojana i wirnika [97].

#### **3.8.2.** MODEL MECHANICZNY DRGAŃ

W wyniku działania na wewnętrzną powierzchnię stojana fal ciśnienia magnetycznego, powstają siły promieniowe i stojan ulega odkształceniu. Dla danej maszyny odkształcenie to przyjmuje różną postać, tworząc na obwodzie stojana sinusoidy o różnej ilości węzłów drgań. Odkształceniom tym przypisuje się tzw. mody drgań układu mechanicznego. Sposób odkształcenia dla poszczególnych numerów modów przedstawiono na rysunku poniżej.



W zależności od rodzaju odkształcenia, czyli od numeru modu, dla którego przeprowadzana jest analiza, otrzymuje się różne częstotliwości drgań własnych (naturalnych). Najbardziej znaczące odkształcenia, a co za tym idzie generowany hałas, występują w sytuacji, gdy częstotliwość fali wymuszającej jest bliska częstotliwości naturalnej układu mechanicznego, w wyniku czego powstaje rezonans.

Ogólna postać zależności na częstotliwość naturalną drgań stojana dla modu m ma postać:

$$f_m = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{K_m}{M_m}}$$
(3.8.2-1)

gdzie:

K<sub>m</sub> – zastępcza sztywność układu mechanicznego stojana [N/m]

 $M_m$  – zastępcza masa układu mechanicznego stojana [kg]

Zastępczy współczynnik sprężystości oraz zastępcza masa układu mechanicznego mogą być oszacowane przy pomocy zależności analitycznych, stosując pewne uproszczenia.

W zastosowanym modelu przyjęto, że układ mechaniczny stojana jest ograniczony do samego jarzma [98]. Wpływ zębów stojana i uzwojenia, dla których założono brak sztywności na zginanie i rozciąganie, został uwzględniony w zastępczej masie układu. W wyniku tego układ ten można przedstawić jako cylinder o skończonej długości, dla którego określana jest zastępcza masa i sprężystość. Istnienie w strukturze stojana zębów, uzwojeń oraz izolacji został uwzględniony w modelu poprzez użycie współczynnika dodatku masy dla przemieszczenia  $k_{md}$ , natomiast wpływ obrotu na zastępczą masę poprzez współczynnik  $k_{mrat}$ . Są one określone zależnościami [97]:

$$k_{md} = 1 + \frac{M_t + M_w + M_i}{M_c}$$
(3.8.2-2)

$$k_{mrot} = 1 + \frac{N_s \cdot W_t \cdot L_c \cdot h_t^2}{\pi \cdot D_c \cdot I_c} \cdot \left(1 + \frac{M_w + M_i}{M_t}\right) \cdot \left(4 \cdot h_t^2 + 6 \cdot h_c \cdot h_t + 3 \cdot h_c^2\right)$$
(3.8.2-3)

$$I_c = h_c^3 \cdot L_c / 12 \tag{3.8.2-4}$$

gdzie:

*M<sub>t</sub>* – masa wszystkich zębów stojana [kg]
 *M<sub>w</sub>* – masa uzwojeń stojana [kg]

- *M<sub>i</sub>* masa izolacji w stojanie [kg]
- *M<sub>c</sub>* masa cylindra odwzorowującego jarzmo stojana [kg]
- N<sub>s</sub> liczba żłobków stojana [-]
- *w*<sub>t</sub> szerokość zęba stojana [m]
- *L*<sub>c</sub> efektywna długość cylindra odwzorowującego jarzmo stojana [m]
- *h*<sub>t</sub> wysokość zęba stojana [m]
- D<sub>c</sub> zastępcza średnica cylindra odwzorowującego jarzmo stojana [m]
- *I<sub>c</sub>* moment bezwładności przekroju poprzecznego cylindra jarzma stojana względem osi neutralnej równoległej do osi cylindra [m<sup>4</sup>]
- *h*<sub>c</sub> grubość cylindra odwzorowującego jarzmo stojana [m]

Wykorzystując powyższe współczynniki, zastępcza masa i sprężystość układu mechanicznego stojana oraz jego częstotliwość naturalna dla kolejnych numerów modów może zostać opisana zależnościami:

A) Mod *m*=0:

$$K_0 = 4 \cdot \pi \cdot \frac{E_c \cdot h_c \cdot L_c}{D_c}$$
(3.8.2-5)

$$M_0 = M_c \cdot k_{md} = \pi \cdot D_c \cdot h_c \cdot L_c \cdot \rho_c \cdot k_i \cdot k_{md}$$
(3.8.2-6)

$$f_0 = \frac{1}{\pi \cdot D_c} \cdot \sqrt{\frac{E_c}{\rho_c \cdot k_i \cdot k_{md}}}$$
(3.8.2-7)

B) Mod *m*=1:

$$K_1 = 4 \cdot \pi \cdot \frac{E_c \cdot h_c \cdot L_i}{D_c}$$
(3.8.2-8)

$$M_{1} = \frac{M_{c} \cdot k_{md}}{F_{1}^{2}} = \frac{M_{0}}{F_{1}^{2}}$$
(3.8.2-9)

$$F_{1} = \sqrt{\frac{2}{1 + \kappa^{2} \cdot k_{mrot} / k_{md}}}$$
(3.8.2-10)

$$\kappa = \frac{h_c}{\sqrt{3} \cdot D_c} \tag{3.8.2-11}$$

$$f_1 = \frac{1}{\pi \cdot D_c} \cdot \sqrt{\frac{E_c}{\rho_c \cdot k_i \cdot k_{md}}} \cdot \sqrt{\frac{2}{1 + \kappa^2 \cdot k_{mrot} / k_{md}}} = f_0 \cdot F_1$$
(3.8.2-12)

C) Mod *m*≥2:

$$K_{m} = 16 \cdot \pi \cdot \frac{E_{c} \cdot I_{c}}{D_{c}^{3}} \cdot (m^{2} - 1)^{2} \cdot k_{a}^{2}$$
(3.8.2-13)

$$M_{m} = M_{c} \cdot \frac{k_{md}}{F_{m}^{2}} \cdot \frac{m^{2} + 1}{m^{2}} = \pi \cdot D_{c} \cdot h_{c} \cdot L_{c} \cdot \rho_{c} \cdot k_{i} \cdot \frac{k_{md}}{F_{m}^{2}} \cdot \frac{m^{2} + 1}{m^{2}}$$
(3.8.2-14)

$$F_{m} = \left\{ 1 + \frac{\kappa^{2} \cdot (m^{2} - 1) \cdot [m^{2} \cdot (4 + k_{mrot} / k_{md}) + 3]}{m^{2} + 1} \right\}^{-1/2}$$
(3.8.2-15)

$$f_m = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{D_c^2} \cdot \sqrt{\frac{E_c}{\rho_c \cdot k_i \cdot k_{md}}} \cdot \sqrt{\frac{I_c}{h_c \cdot L_c}} \cdot \frac{m \cdot (m^2 - 1)}{\sqrt{m^2 + 1}} \cdot k_a \cdot F_m = f_0 \cdot \kappa \cdot \frac{m \cdot (m^2 - 1)}{\sqrt{m^2 + 1}} \cdot k_a \cdot F_m$$

$$(3.8.2-16)$$

gdzie:

- *E<sub>c</sub>* moduł elastyczności Young'a [Pa]
- $\rho_c$  gęstość żelaza [kg/m<sup>3</sup>]
- *k*<sub>i</sub> współczynnik wypełnienia blach [-]
- k<sub>a</sub> współczynnik uwzględniający wpływ obudowy maszyny, wyznaczany empirycznie [99] [-].

#### **3.8.3.** WYZNACZANIE ODPOWIEDZI UKŁADU MECHANICZNEGO NA WYMUSZENIA

Dla poszczególnych typów odkształcenia stojana (numerów modów), można określić odpowiedź układu mechanicznego na falę wymuszenia o konkretnej częstotliwości i amplitudzie, wynikającej z analizy indukcji magnetycznej w szczelinie. Odpowiedź ta ma charakter odkształcenia jarzma stojana, co jest reprezentowane w postaci wychylenia cząstki drgającej na powierzchni stojana.

Amplituda wychylenia wibracyjnego cząstki dla modu m może zostać określona jako funkcja amplitudy ciśnienia magnetycznego  $P_{mr}$  na podstawie zależności:

$$A_{m} = \frac{\pi \cdot D_{s} \cdot L_{f} \cdot P_{mr} / M_{c}}{\sqrt{\left(\omega_{m}^{2} - \omega_{r}^{2}\right)^{2} + 4 \cdot \xi_{m}^{2} \cdot \omega_{r}^{2} \cdot \omega_{m}^{2}}}$$
(3.8.3-1)

gdzie:

P <sub>mr</sub>	-	amplituda fali ciśnienia magnetycznego wymuszającej drgania [N/m <sup>2</sup> ]
т	-	nr modu układu mechanicznego stojana [-]
M <sub>c</sub>	-	masa cylindra, odwzorowującego układ mechaniczny stojana [kg]
$\omega_m$	-	prędkość kątowa (pulsacja) naturalna dla modu m (=2 $\cdot \pi \cdot f_m$ ) [rad/s]
ω <sub>r</sub>	-	prędkość kątowa fali wymuszającej o częstotliwości $f_r$ (=2 $\cdot \pi \cdot f_r$ ) [rad/s]
$\xi_m$	-	współczynnik tłumienia modalny dla modu m [-]
Ds	-	średnica wewnętrzna jarzma stojana [m]
$L_f$	-	efektywna długość jarzma stojana [m]

Współczynnik tłumienia dla danej częstotliwości naturalnej  $f_m$  określa się empirycznie [97] jako:

$$\xi_m = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left( 2.76 \cdot 10^{-5} \cdot f_m + 0.062 \right)$$
(3.8.3-2)

Energia drgań układu mechanicznego zależy od liczby węzłów drgań (modu) oraz częstotliwości fali wymuszającej drgania. Zależność ta jest określona za pomocą współczynnika zwanego

modalną sprawnością promieniowania  $\sigma_m$ . Może on zostać wyznaczony z wykorzystaniem funkcji Bessela pierwszego i drugiego rodzaju J i Y dla rzędów m i (m+1) [97]:

$$\sigma_{m} = x_{1}^{2} \cdot [Y(m, x_{1}) \cdot J(m + 1, x_{1}) - J(m, x_{1}) \cdot Y(m + 1, x_{1})]/...$$
  
.../{  $[m \cdot J(m, x_{1}) - x_{1} \cdot J(m + 1, x_{1})]^{2} + [m \cdot Y(m, x_{1}) - x_{1} \cdot Y(m + 1, x_{1})]^{2}$ } (3.8.3-3)  
 $x_{1} = 2 \cdot \pi \cdot f_{r} \cdot r_{sout} / c_{0}$  (3.8.3-4)

gdzie:

c<sub>0</sub> – prędkość rozchodzenia się fali dźwiękowej w powietrzu [m/s]

*r*<sub>s out</sub> – promień zewnętrzny stojana [m]

*f*<sub>r</sub> – częstotliwość fali ciśnienia magnetycznego wymuszającej drgania [Hz]

#### **3.8.4.** WYZNACZANIE HAŁASU

Moc akustyczna  $P_{sound}$  [W] wypromieniowana z zewnętrznej powierzchni stojana dla danego modu m i fali wymuszającej o częstotliwości  $f_r$  określona jest zależnością [97]:

$$P_{sound} = \rho_0 \cdot c_0 \cdot \left(\frac{\omega_r \cdot A_m}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot \sigma_m \cdot S_{out}$$
(3.8.4-1)

gdzie:

 $\begin{array}{lll} A_m & - & \mbox{amplituda wychylenia wibracyjnego cząstki [m]} \\ S_{out} & - & \mbox{zewnętrzna powierzchnia stojana [m^2]} \\ \rho_0 & - & \mbox{gęstość powietrza [kg/m^3]} \\ c_0 & - & \mbox{prędkość rozchodzenia się fali dźwiękowej w powietrzu [m/s]} \\ \omega_r & - & \mbox{prędkość kątowa (pulsacja) fali wymuszającej o częstotliwości <math>f_r$  (=2· $\pi$ · $f_r$ ) [rad/s]  $\sigma_m & - & \mbox{modalna sprawność promieniowania [-]} \end{array}$ 

Wypadkowy poziom mocy akustycznej  $L_w$  (ang. Sound Power Level, SWL) [dB] jest determinowany przez całkowitą moc wypromieniowaną przez zewnętrzną powierzchnię stojana  $P_{total}$  odniesioną do wartości mocy odniesienia  $P_{ref}$ .

$$L_{w} = 10 \cdot \log_{10} (P_{total} / P_{ref})$$
(3.8.4-2)

gdzie:

<b>P</b> <sub>total</sub>	-	całkowita moc akustyczna, wypromieniowana przez zewnętrzną
		powierzchnię stojana [W]
P <sub>ref</sub>	-	wartość mocy akustycznej odniesienia wypromieniowanej z powierzchni
		jednostkowej (=10 <sup>-12</sup> [W])

Całkowity hałas generowany przez maszynę LSPMSM należy traktować jako wypadkowy hałas, pochodzący od konkretnej częstotliwości fali wymuszającej i odpowiedzi układu mechanicznego dla poszczególnych modów. Ze względu na dużą ilość fal wymuszających (wynikających ze znacznego odkształcenia indukcji magnetycznej i dużej zawartości harmonicznych zarówno pola od magnesów trwałych, jak i od okładu prądowego) oraz liczbę modów drgań, jakie można określić dla danego układu mechanicznego, zagadnienie wyznaczenia poszczególnych składowych hałasu staje się dość obszerne. W praktyce analizę można ograniczyć do niskich modów

(częstotliwości drgań własnych układu) i niskich częstotliwości fal wymuszających drgania [34], ponieważ hałas generowany w takim przypadku jest najbardziej znaczący i dominujący.

Poniżej przedstawiony został wpływ całego spektrum fal wymuszeń ciśnienia magnetycznego o różnych częstotliwościach na generowanie hałasu w konstrukcji wyjściowej maszyny LSPMSM. Wyniki przedstawiono dla zakresu częstotliwości 0÷2000 [Hz], w którym dla analizowanego przypadku wystąpiły najbardziej znaczące wielkości, determinujące wypadkowy, całkowity hałas generowany przez maszynę.



Na rys. 3.8.4-1a czerwone punkty dla wybranej częstotliwości odpowiadają poszczególnych falom wymuszającym drgania, będącym wynikiem indukcji od okładu prądowego stojana, indukcji wywołanej przez magnesy w wirniku bądź interakcji pól wirnika i stojana, zgodnie z zależnościami 3.8.1-5 do 3.8.1-7.

Na zależności mocy dźwięku  $P_{sound}$  z rys. 3.8.4-1b nie jest wykazany wynik dla modów m=0, 1 oraz 3 – dla tych węzłów drgań wynikowa moc jest pomijalna, nie ma wpływu na całkowitą, wypadkową wypromieniowaną moc drgań. Potwierdzenie tego wniosku można odnaleźć w literaturze [100].

Na rys. 3.8.4-1c został uwzględniony hałas od wszystkich wymuszeń w przedstawionym zakresie częstotliwości, co na danym słupku zostało uwidocznione w formie poziomych kresek, odpowiadających wysokości słupków dla danych wymuszeń. Z uwagi na logarytmiczną skalę wartości hałasu, sumaryczny hałas jest praktycznie wynikiem tylko kilku najwyższych słupków.

Wartość i częstotliwość sił wymuszających drgania są wynikiem kształtu indukcji w szczelinie, zależą w związku z tym od punktu pracy i kąta obciążenia maszyny.

Moc dźwięku wypromieniowanego przez dane fale wymuszeń jest rezultatem wyznaczenia odpowiedzi układu mechanicznego na wymuszenia: dla każdego z wymuszeń określana jest amplituda wychylenia cząstki drgającej i odpowiadająca tej amplitudzie moc drgań.

Utworzony model analityczny i podprogram do obliczeń hałasu pozwolił na wyznaczenie hałasu generowanego przez maszynę dla poszczególnych modów drgań. Wynik końcowy został przedstawiony w poniższej tabeli.

Tab. 3.8.4-1 Wartości hałasu wyznaczone w modelu analitycznym dla konstrukcji wyjściowej LSPMSM.

	<i>m</i> =0	<i>m</i> =1	<i>m</i> =2	<i>m</i> =3
wyznaczony hałas [dB]	65.5	57.3	84.2	50.9

Wyznaczanie hałasu w maszynach elektrycznych to zagadnienie dość obszerne, tematowi temu zostało poświęconych wiele książek i artykułów. W niniejszej rozprawie celem jest wykazanie przydatności zaproponowanego modelu analitycznego do określenia hałasu na podstawie wyłącznie wymiarów geometrycznych i danych materiałowych. Przedstawiony model analityczny pozwala na przeprowadzenie dokładniejszej analizy hałasu generowanego przez maszynę, jednak nie jest to celem niniejszej rozprawy. Zwiększenie dokładności wyznaczania hałasu i uwzględnienie go jako kryterium w procedurze optymalizacyjnej może stanowić cel dalszych badań nad silnikiem LSPMSM. Z uwagi na uproszczony charakter modelu (m.in. brak uwzględnienia momentu zaczepowego) i poziom niepewności danych materiałowych oraz ze względu na przyjęty w optymalizacji cel maksymalizacji sprawności znamionowej, uzyskane wyniki dotyczące hałasu mają charakter pomocniczy.

# 3.9. ZJAWISKA CIEPLNE I ICH WPŁYW NA MODEL

Podstawowym aspektem powodującym zmianę własności maszyny wywołanej zjawiskami cieplnymi jest nagrzewanie się w trakcie pracy uzwojeń stojana. W LSPMSM efekt ten powoduje analogicznie do maszyny indukcyjnej zmianę charakterystyki mechanicznej silnika, w wyniku wzrostu rezystancji stojana ze wzrostem temperatury. Dokładna analiza zmiany tego parametru wymagałaby stworzenia modelu cieplnego, z wykorzystaniem oprogramowania FEM do obliczeń cieplnych. Dla uproszczenia w opracowanym modelu analitycznym efekt nagrzewania został uwzględniony poprzez przyjęcie rezystancji uzwojeń przeliczonej dla temperatury 75 [°C]. W rzeczywistym silniku wysokosprawnym przyrost temperatury jest wyraźnie niższy, więc założenie jest po bezpiecznej stronie obliczeń. Wpływ zmiany temperatury np. w czasie rozruchu ma niewielkie znaczenie z punktu widzenia celu procedury optymalizacyjnej, jaką jest uzyskanie maszyny wysoko-sprawnej.

W czasie obliczeń optymalizacyjnych dotyczących projektu prototypu LSPMSM opisanego w rozdziale 6-tym, wykorzystany został model cieplny, który z powodzeniem stosowano w optymalizacji konstrukcji silników indukcyjnych [92, 82].

Z uwagi na potrzebę zapewnienia stabilności konstrukcji, a jednocześnie ograniczenia strumienia rozproszenia od magnesów trwałych i jak najbardziej efektywnego wykorzystania drogiego materiału magnetycznie trwałego, w konstrukcji LSPMSM konieczne jest wykonanie możliwie wąskich mostków konstrukcyjnych z żelaza. Szerokość tych fragmentów powinna być odpowiednio mała, aby szybko uzyskać w nich stan nasycenia żelaza i tym samym stworzyć barierę dla zwierania się strumienia od magnesów. Powoduje to jednak, że w mostkach oraz w ich pobliżu występuje duża indukcja magnetyczna (patrz rys. 3.2-5). Taka wartość indukcji generuje zgodnie z zależnościami opisanymi w rozdziale 3.5 powstawanie obszarów, w których zwiększone są straty mocy w żelazie, powodujące nagrzewanie się blach. Jest to szczególnie istotne ze względu na ograniczenia materiału magnetycznie trwałego, dla którego określona jest maksymalna dopuszczalna temperatura pracy. Lokalne zwiększenie ciepła może doprowadzić do trwałego odmagnesowania części magnesu i obniżenia użytecznego strumienia wzbudzenia w szczelnie powietrznej, i pogorszenie własności maszyny w stanie pracy synchronicznej.

Poza obszarami takimi jak opisane mostki konstrukcyjne, temperatura blach może również wzrosnąć do poziomu niebezpiecznego z punktu widzenia ograniczeń materiału magnetycznie trwałego, jednak łatwiej jest takiej jest w projekcie LSPMSM takiej sytuacji uniknąć, poprzez zapewnienie odpowiednich poziomów indukcji w poszczególnych częściach maszyny. Zabieg taki jest również konsekwencją procedury optymalizacyjnej, w której zapewnienie wysokiej sprawności wymusza ograniczenie wartości indukcji i ujednolicenie jej rozkładu w poszczególnych częściach maszyny.

# 4. ANALIZA WŁASNOŚCI LSPMSM Z WYKORZYSTANIEM MODELU ANALITYCZNEGO MONOHARMONICZNEGO DLA PRACY SILNIKOWEJ

### 4.1. **ROZRUCH I SAMO-SYNCHRONIZACJA.**

#### 4.1.1. SKŁADOWE ŚREDNIEGO MOMENTU ELEKTROMAGNETYCZNEGO I ICH OSZACOWANIE

W stanie ustalonym synchronicznym dla silnika LSPMSM można utworzyć wykres wskazowy prądów i napięć, jak na rysunku poniżej:



Oznaczenia na schemacie:

Ei	-	wektor napięcia wewnętrznego maszyny [V]
----	---	--

E <sub>0</sub>	-	wektor siły elektromotorycznej indukowanej w rozwartym uzwojeniu
		stojana przez magnesy [V]

- *I*, *I*<sub>d</sub>, *I*<sub>q</sub> wektor natężenia prądu oraz jego składowe we współrzędnych dq [A]
- U, U<sub>d</sub>, U<sub>q</sub> wektor napięcia zasilania oraz jego składowe we współrzędnych dq [V]
  - $\varphi_i k$ ąt pomiędzy wektorami natężenia prądu i siły elektromotorycznej  $E_i$  [°]
  - $\delta_i$  kąt pomiędzy wektorem siły elektromotorycznej  $E_i$  i osią q [°]
  - $R_{Sr} X_{lS}$  rezystancja i reaktancja rozproszenia stojana [ $\Omega$ ]
- $X_{md}$ ,  $X_{mq}$  reaktancja magnesująca w osiach d i q [ $\Omega$ ]
  - $X_{d\nu} X_q$  reaktancje synchroniczne w osiach d i q [ $\Omega$ ]

W oparciu o wykres wskazowy możliwe jest wyprowadzenie zależności na niektóre istotne wielkości maszyny, jak np. moment elektromagnetyczny w stanie ustalonym synchronicznym.

Zależność na moc elektryczną z wykresu wskazowego:

$$P_e = m_1 \cdot E_i \cdot I \cdot \cos \varphi_i = m_1 \cdot E_i \cdot \left( I_q \cdot \cos \delta_i - I_d \cdot \sin \delta_i \right)$$
(4.1.1-1)

gdzie:

m<sub>1</sub> – liczba faz źródła napięcia zasilającego uzwojenie stojana [-]

Po określeniu wzajemnych zależności pomiędzy wektorami natężenia prądu  $I_d$ ,  $I_q$  i siłami elektromotorycznymi  $E_0$  i  $E_i$  oraz stosując szereg przekształceń, można na podstawie powyższego wykresu wyprowadzić również następującą postać wzoru na moc w stanie ustalonym synchronicznym [22]:

$$P_{e} = m_{1} \cdot \left[ \frac{E_{0} \cdot E_{i}}{X_{md}} \cdot \sin \delta_{i} + \frac{E_{i}^{2} \cdot \left(X_{md} - X_{mq}\right)}{2 \cdot X_{md} \cdot X_{mq}} \cdot \sin(2 \cdot \delta_{i}) \right]$$
(4.1.1-2)

Z powyższego wynika zależność na moment elektromagnetyczny wytwarzany przez maszynę podczas wirowania z prędkością synchroniczną:

$$T_{els} = \frac{m_1 \cdot p}{\omega_0} \cdot \left[ \frac{E_0 \cdot E_i}{X_{md}} \cdot \sin \delta_i + \frac{E_i^2 \cdot (X_{md} - X_{mq})}{2 \cdot X_{md} \cdot X_{mq}} \cdot \sin(2 \cdot \delta_i) \right]$$
(4.1.1-3)

gdzie:

$$E_{i} = \sqrt{\left(E_{0} + X_{md} \cdot I_{d}\right)^{2} + \left(X_{mq} \cdot I_{q}\right)^{2}}$$
(4.1.1-4)

Pierwszy człon wyrażenia na  $T_{el \ s}$  jest jego wiodącym składnikiem i jest to moment wytwarzany przez strumień magnesów trwałych (ang. "magnet alignment torque"). Drugi człon to moment reluktancyjny, będący wynikiem niesymetrii wirnika powstałej z uwagi na istnienie w nim magnesów trwałych. Magnesy te mają przenikalność magnetyczną zbliżoną do przenikalności powietrza, w związku z czym stanowią dużą reluktancję na drodze strumienia w jednej z osi synchronicznych (w analizowanym przypadku LSPMSM typu "U" w osi d).

W klasycznych maszynach synchronicznych jawnobiegunowych występuje zależność  $X_{md}>X_{mq}$ , z uwagi na rozmieszczenie na rdzeniu wirnika uzwojenia wzbudzenia, którego strumień zamyka się w osi d przez żelazne nabiegunniki.



W przypadku analizowanych struktur LSPMSM z magnesami o poprzecznym kierunku namagnesowania (podobnie jak w większości maszyn analizowanych w literaturze) występuje sytuacja odwrotna, tj.  $X_{md}$ < $X_{mq}$ . W wyniku tego, w LSPMSM zwiększeniu ulega pierwszy, dominujący człon wzoru na  $T_{el \ S}$ , dzięki czemu możliwe jest uzyskanie większej wartości momentu maksymalnego. Różnica występuje także w przypadku członu reluktancyjnego - dla LSPMSM przyjmuje on wartości ujemne w przedziale kątów obciążenia 0÷90 [°], a dodatnie w przedziale 90÷180 [°], natomiast w klasycznej maszynie synchronicznej odwrotnie. W związku z tym, w LSPMSM można się spodziewać, że maksymalny moment synchroniczny  $T_{el \ S}$  wystąpi dla kąta obciążenia  $\delta$  większego od 90 [°].

Kształt momentu T<sub>el S</sub> w funkcji kąta obciążenia został zobrazowany na rysunku poniżej:



Na rysunku zaznaczone zostały punkty charakterystyczne obrotu wirnika względem pola od okładu prądowego stojana. Dla punktów tych wykreślone zostały rysunki poglądowe przedstawiające wizualizację wzajemnego ułożenia pól od okładu prądowego oraz wzbudnicy dla klasycznej maszyny synchronicznej dwubiegunowej (rysunki powyżej) oraz dla LSPMSM o dwóch parach biegunów (rysunki poniżej).

Moment synchroniczny  $T_{el\,s}$  odnosi się do pracy z ustaloną prędkością obrotową równą prędkości synchronicznej pola wirującego. W stanie asynchronicznym moment elektromagnetyczny silnika LSPMSM jest scharakteryzowany przez 3 składowe: moment asynchroniczny od klatki rozruchowej, moment hamujący od magnesów trwałych (ang. "*magnet breaking torque*") oraz moment reluktancyjny.

Zależność na moment hamujący od magnesów trwałych można uzyskać na podstawie równań modelu dynamicznego LSPMSM, przyjmując następujące założenia:

o analizujemy stan quasi-ustalony, czyli:
$$\circ \qquad \left(\frac{d\Psi_{dS}}{dt} = \frac{d\Psi_{qS}}{dt} = \frac{d\Psi_{dR}^{'}}{dt} = \frac{d\Psi_{qR}^{'}}{dt} = 0\right), \dots$$
(4.1.1-5)

• przy braku napięcia twornika: 
$$(U_{ds} = U_{qs} = 0), \dots$$
 (4.1.1-6)

• dla różnych prędkości obrotowych: (s = var). (4.1.1-7)

Równania LSPMSM (3.1-13, 3.1-14, 3.1-16, 3.1-17, 3.1-21, 3.1-8, 3.1-19) dla takich założeń mają postać:

$$0 = R_s \cdot i_{ds} + 0 - \omega_0 \cdot (1 - s) \cdot \Psi_{qs}$$
(4.1.1-8)

$$0 = R_s \cdot i_{as} + 0 + \omega_0 \cdot (1 - s) \cdot \Psi_{ds}$$
(4.1.1-9)

$$0 = R_{R} \cdot i_{dR} + 0 \tag{4.1.1-10}$$

$$0 = R_{R} \cdot i_{qR} + 0 \tag{4.1.1-11}$$

$$\Psi_{dS} = L_d \cdot i_{dS} + \Psi_{PM} \tag{4.1.1-12}$$

$$\Psi_{qS} = L_q \cdot i_{qS} \tag{4.1.1-13}$$

$$T_{PM} = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \left( \Psi_{dS} \cdot i_{qS} - \Psi_{qS} \cdot i_{dS} \right)$$
(4.1.1-14)

Rozwiązując powyższy układ równań otrzymuje się zależność na moment hamujący od wirujących magnesów trwałych w postaci [26]:

$$T_{PM} = -\frac{3 \cdot p}{2} \cdot \frac{E_0^2}{\omega_0} \cdot \frac{(1-s) \cdot R_s \cdot (R_s^2 + X_q^2 \cdot (1-s)^2)}{(R_s^2 + X_d \cdot X_q \cdot (1-s)^2)^2}$$
(4.1.1-15)

gdzie:

 $E_0$ 

 wartość skuteczna podstawowej harmonicznej przebiegu siły elektromotorycznej indukowanej w rozwartych uzwojeniach stojana przez część strumienia od magnesów \$\mathcal{V}\_{PM}\$ przechodzącą przez szczelinę powietrzną [16] [V]

Moment hamujący wytwarzany przez wirujące magnesy trwałe zależy od prędkości obrotowej wirnika (uwzględniony we wzorze w postaci poślizgu), rezystancji fazy uzwojenia stojana  $R_s$ , jak również od podstawowych parametrów modelu, tj. reaktancji w osiach synchronicznych dq i siły elektromotorycznej indukowanej w rozwartych uzwojeniach stojana przez strumień od magnesów trwałych  $E_0$ . Obecność parametru  $E_0$  w zależności na moment  $T_{PM}$  oznacza, że projektując strukturę LSPMSM należy uważnie dobrać wartość strumienia magnetycznego generowanego przez magnesy. Duża wartość  $E_0$  zapewni dobre własności w stanie ustalonym synchronicznym, może jednak spowodować, że silnik będzie niezdolny do rozruchu (jak można zauważyć na rysunku poniżej, maksymalna wartość momentu  $T_{PM}$  występuje w pobliżu poślizgu równego 1).

Dla analizowanego silnika LSPMSM moment hamujący T<sub>PM</sub> przyjmuje następujący kształt:



Moment asynchroniczny można oszacować wykorzystując następujący schemat silnika indukcyjnego [101]:



Oznaczenia na schemacie:

 $\underline{Z_s} = R_s + j \cdot X_{ls} \tag{4.1.1-16}$ 

$$Z_{R} = R_{R}^{'} / s + j \cdot X_{IR}^{'}$$
(4.1.1-17)

$$Z_{\mu} = j \cdot X_{\mu} \tag{4.1.1-18}$$

gdzie:

$$X_{ls} = \omega_0 \cdot L_{ls}$$
(4.1.1-19)

$$X'_{IR} = \omega_0 \cdot L'_{IR}$$
 (4.1.1-20)

$$X_{\mu} = \omega_0 \cdot L_{\mu} \tag{4.1.1-21}$$

Zależność na moment elektromagnetyczny wytwarzany w maszynie indukcyjnej określony na podstawie schematu ma postać [101]:

$$T_{asynch} = \frac{P_{mech}}{\omega_{mech}} = \frac{m_1 \cdot R_R' / s \cdot I_R'^2}{\omega_0 / p}$$
(4.1.1-22)

gdzie:

_		
P <sub>mech</sub>	-	czynna moć wyjściowa mechaniczna na wale maszyny [W]
$\omega_{mech}$	-	prędkość mechaniczna ruchu obrotowego wirnika [rad/s]
S	-	poślizg [-]
р	-	liczba par biegunów [-]
$m_1$	-	liczba faz źródła napięcia zasilającego uzwojenie stojana [-]
$I'_R$	_	natężenie prądu wirnika, wartość skuteczna, sprowadzona na stronę
		stojana [A]
$R'_R$	_	rezystancja wirnika sprowadzona na strone stojana [ $\Omega$ ]

Jak wynika z powyższej zależności, uzyskanie poprawy własności rozruchowych możliwe jest przez zastosowanie większego przekroju prętów klatki (ograniczeniem są wymiary magnesów oraz konieczność zapewnienia odpowiedniej szerokości elementów z żelaza, dla uzyskania odpowiedniego stanu nasycenia w tych elementach) lub wykorzystanie materiału o większej przewodności elektrycznej (co wiąże się ze zwiększeniem kosztu maszyny). Projekt LSPMSM musi stanowić w związku z tym kompromis pomiędzy wymienionymi ograniczeniami, żądanymi własnościami rozruchowymi oraz celem optymalizacji.

Średni moment elektromagnetyczny  $T_{el}$  wytwarzany przez silnik LSPMSM jest złożeniem momentu od klatki rozruchowej  $T_{asynch}$  oraz hamującego od magnesów trwałych  $T_{PM}$ . Kształt momentu rozruchowego wytwarzanego w silniku LSPMSM jest zobrazowany na rysunku poniżej.



Dominującym składnikiem momentu w czasie rozruchu jest moment asynchroniczny, jednak moment hamujący może doprowadzić w szczególnych przypadkach do nieudanego rozruchu. Sytuacja taka może mieć miejsce dla dwóch prędkości obrotowych: bliskiej zeru (punkt A), gdzie występuje maksimum momentu hamującego  $T_{PM}$ , lub przy prędkości bliskiej synchronicznej (punkt

B), gdzie ujemna wartość  $T_{PM}$  doprowadzi do przecięcia wypadkowej charakterystyki momentu przez 0 za szybko, dla zbyt dużego poślizgu i ustalenia się prędkości wirnika na poziomie nie umożliwiającym wciągnięcie w synchronizm. Przy danej wartości momentu obciążenia może również dojść do sytuacji, w której sumaryczny moment wytwarzany przez maszynę będzie zbyt mały, aby zrównoważyć moment obciążenia.

#### 4.1.2. MOMENT I PRĄD ROZRUCHOWY

Jedną z głównych zalet maszyny LSPMSM jest jej zdolność do przeprowadzenia rozruchu bezpośredniego, po podłączeniu do źródła zasilania. Dla określenia własności rozruchowych maszyny, konieczne jest wykorzystanie modelu dynamicznego, opisanego w paragrafie 3.1. Obliczenia własności rozruchowych przeprowadzono w środowisku Matlab/Simulink [103, 88, 57, 92].

Najważniejszymi parametrami opisującymi własności rozruchowe silnika są moment elektromagnetyczny rozwijany na początku rozruchu oraz wartość skuteczna prądu rozruchowego. Własności te określane są przy zadaniu zerowej prędkości obrotowej wirnika, z ustalonego przebiegu prądu i momentu elektromagnetycznego na końcu przyjętego czasu obliczeń.



Przebiegi czasowe prądu i momentu elektromagnetycznego dla maszyn LSPMSM są zbliżone do silników indukcyjnych. Różnica występuje przede wszystkim w zakresie dużych poślizgów, gdzie występuje maksimum momentu hamującego od magnesów trwałych oraz na końcu rozruchu, gdzie maszyna jest wciągana w synchronizm i pracuje przy nieosiągalnym dla maszyn indukcyjnych poślizgu równym 0. W LSPMSM występują również większe względem maszyn asynchronicznych wahania momentu, co ma przełożenie na przebieg prędkości obrotowej w funkcji czasu.



Na charakterystyce mechanicznej widoczny jest charakterystyczny dla maszyn LSPMSM trend, polegający na obniżeniu się wartości średniej momentu w zakresie niedużych wartości prędkości obrotowej, wywołany istnieniem momentu hamującego, będącego wynikiem stałego strumienia magnetycznego pochodzącego od magnesów trwałych. W związku z powyższym, przy projektowaniu LSPMSM istotne jest zapewnienie warunków potrzebnych do samorozruchu oraz sprawdzenie, czy własność ta jest zachowana.

Na podstawie powyższych charakterystyk odczytano początkową wartość momentu rozruchowego i porównano z wyjściowym silnikiem indukcyjnym. Wyniki porównania zawarto w tabeli poniżej.

Tab.	4.1.2-1	Porównanie	własności	rozruchowych	analizowanego	LSPMSM	Z	silnikiem
induk	cyjnym S	g90L-4 opisany	/m w paragr	afie 2.4 (dane ka	italogowe).			

	średni moment rozruchowy	skuteczna wartość prądu rozruchowego
Silnik LSPMSM	16.8	13.30
Silnik indukcyjny	24.0	19.61

Jak widać z powyższego porównania, własności rozruchowe pogorszyły się względem silnika indukcyjnego. Przy 32% niższej wartości skutecznej natężenia prądu przy nieruchomym wirniku, rozwijany przez maszynę moment jest o ok. 30% niższy. Takie pogorszenie własności jest jednak akceptowalne, wobec faktu uzyskania maszyny o wyższej sprawności. Warunkiem takiej akceptacji jest oczywiście zachowanie warunku zdolności do rozruchu bezpośredniego, co w analizowanym przypadku zostało spełnione.

#### 4.1.3. WPŁYW PARAMETRÓW MASZYNY NA SAMO-SYNCHRONIZACJĘ

Na właściwości rozruchowe maszyny ma wpływ wiele jej parametrów, których zmiana może powodować polepszenie lub pogorszenie własności rozruchowych. Poniżej przedstawiono trzy takie parametry, wybrane jako najbardziej znaczące w przypadku silnika LSPMSM.

Wszystkie analizowane przypadki zostały obliczone z wykorzystaniem modelu analitycznego liniowego LSPMSM o założonej zastępczej przenikalności żelaza  $\mu_{Fe,rel}$ =500 [92].



Z analizy wynika, że czterokrotne zwiększenie rezystancji klatki wirnika powoduje nieudaną synchronizację silnika LSPMSM. Dla projektanta tego typu maszyn oznacza to konieczność wyboru pomiędzy tańszymi mniejszymi żłobkami wirnika lub tańszym aluminium o większej rezystywności, a koniecznością uzyskania własności samo-synchronizacji.

Wpływ zmiany innego parametru nie występującego w maszynie asynchronicznej, prowadząca do braku synchronizacji, jest uwidoczniona na rys. 4.1.3-1 b). Parametrem tym jest strumień magnetyczny pochodzący od wirujących magnesów trwałych. Od wielkości tej zależy wartość siły elektromotorycznej oraz strumienia hamującego od magnesów. W analizowanym przypadku, dla danej objętości magnesów i ich ułożenia w wirniku, już 20-to procentowe zwiększenie strumienia (co ma przełożenie na 20% większą indukcję remanentu *B*<sub>r</sub> materiału magnetycznie trwałego) powoduje trudności z synchronizacją. W analizowanym modelu przyjęto magnesy ziem rzadkich SmCo o remanencie 1.1 [T], co oznacza że np. zastosowanie droższego magnesu NdFeB o wartości *B*<sub>r</sub> wyższej niż 1.3 [T] w tej samej objętości mogłoby doprowadzić do utraty zdolności do samo-synchronizacji i tym samym dyskwalifikacji projektu, nawet pomimo ewentualnej poprawy osiągów maszyny w stanie pracy synchronicznej.



Porównując charakterystykę mechaniczną na powyższym rysunku z odpowiednikiem z ilustracji 4.1.2-2 widać, że maszyna nie jest w stanie osiągnąć prędkości synchronicznej. Po uzyskaniu pewnej prędkości obrotowej moment asynchroniczny jest niewystarczający do jej zwiększenia, a moment synchronizujący od magnesów trwałych nie jest w stanie wciągnąć wirnika w synchronizm, w związku z czym występują niegasnące oscylacje prędkości obrotowej i momentu elektromagnetycznego. Sytuacja ta występuje w przypadku analizowanej konstrukcji dopiero przy czternastokrotnym zwiększeniu momentu bezwładności napędu *J* względem wartości początkowej  $J_0$ .

W przypadku konieczności dostosowania rozwiązania optymalnego do konkretnych wymagań aplikacyjnych, np. konieczności pracy maszyny w układzie napędowym o danym, zwiększonym momencie bezwładności, istotna staje się zaleta procedury opartej o obliczenia wykorzystujące model analityczny, w której w odróżnieniu od analizy FEM, modyfikacja projektu związana z nowymi założeniami projektowymi przysparza niewiele wysiłku.

Jak wynika z przedstawionych powyżej przykładów, zdolność maszyny LSPMSM do samosynchronizacji w procesie projektowania powinna być przedmiotem analizy, przynajmniej w postaci weryfikacji konstrukcji będącej wynikiem procedury optymalizacyjnej.

### 4.2. STAN PRACY ZNAMIONOWEJ

#### 4.2.1. PRZECIĄŻALNOŚĆ

Jednym z głównych parametrów określających własności maszyny LSPMSM w stanie pracy z prędkością synchroniczną jest przeciążalność, definiowana jako iloraz maksymalnego momentu elektromagnetycznego ustalonego rozwijanego przez maszynę, do momentu w stanie pracy znamionowej (analogicznie do klasycznej maszyny synchronicznej). Dla konkretnej wartości

momentu obciążenia, ustala się określone położenie wirnika i układu magnesów trwałych wewnątrz niego względem pola wirującego pochodzącego od zasilonych uzwojeń stojana. Kąt wynikający z tego ustawienia wirnika względem stojana, zawarty pomiędzy osią strumienia wzbudzenia od magnesów trwałych a odpowiadającą osią strumienia twornika od okładu prądowego stojana jest nazywany kątem obciążenia.



Dla analizowanej konstrukcji LSPMSM wyznaczono w liniowym modelu analitycznym następującą charakterystykę momentu elektromagnetycznego synchronicznego w funkcji kąta obciążenia:

Moment znamionowy  $T_N$  odpowiadający mocy znamionowej maszyny  $P_N$ =1500 [W] występuje dla kąta obciążenia ok. -40 [°]. Na podstawie ilorazu wartości maksymalnej momentu do wartości znamionowej określono przeciążalność silnika na poziomie  $T_{MAX}/T_N$ =2.4.

Otrzymana wartość przeciążalności jest nieco mniejsza niż w przypadku wyjściowego silnika indukcyjnego, dla którego stosunek momentu maksymalnego do znamionowego  $T_{MAX}/T_N$  wynosi 2.7. Należy jednak pamiętać, że wartość ta dotyczy poślizgu zwiększonego względem poślizgu znamionowego, co ma istotny wpływ zarówno na prędkość wirowania maszyny, jak też na wartość strat mocy i sprawność. W przypadku silnika LSPMSM, niezależnie od obciążenia prędkość jest utrzymywana na stałym poziomie, równym prędkości synchronicznej.

# 5. PROJEKTOWANIE Z WYKORZYSTANIEM OPTYMALIZACJI

W poprzednich rozdziałach opisano model analityczny, który następnie został zweryfikowany za pomocą obliczeń polowych FEM. Niniejszy rozdział jest poświecony wykorzystaniu tego modelu

do działań optymalizacyjnych, w celu znalezienia najlepszej konstrukcji trójfazowego silnika LSPMSM.

## 5.1. Uwagi ogólne

#### 5.1.1. PODZIAŁ ZADAŃ OPTYMALIZACYJNYCH I WYBÓR METODY OPTYMALIZACJI

W ogólności zadania optymalizacyjne można podzielić w zależności od ilości kryteriów, ilości zmiennych decyzyjnych, występujące ograniczenia i ich rodzaj, a także wybraną metodę/algorytm optymalizacji. Podział zadań optymalizacyjnych, wraz z wyszczególnieniem ważniejszych metod optymalizacji został przedstawiony na rysunku poniżej:



Jak widać z powyższej ilustracji, metod optymalizacyjnych jest bardzo wiele, mogą one być również używane w kombinacjach. W szczególności metody heurystyczne, np. algorytmy genetyczne lub metoda Monte-Carlo, bywają wykorzystywane do znalezienia punktu bliskiego optymalnemu, aby następnie określić go w sposób bardziej dokładny z wykorzystaniem metod deterministycznych [102]. W literaturze można także spotkać przykłady pozytywnego wykorzystania wyłącznie metod heurystycznych (w oparciu o obliczenia FEM) do optymalizacji silników z magnesami trwałymi, m.in. algorytmów genetycznych [55, 56] lub algorytmów ewolucji różnicowej [104].

Więcej informacji na temat metod optymalizacji wykorzystywanych w literaturze do analizy maszyn z magnesami trwałymi zostało zawartych w rozdziale 1.7 niniejszej rozprawy.

Rozwiązanie ciągłego problemu wielokryterialnego sprowadza się do rozwiązania teoretycznie nieskończonej liczby zastępczych problemów skalarnych, w wyniku czego powstają zbiory rozwiązań mocy kontinuum w przestrzeni celu i decyzyjnej. W oparciu o dodatkowe kryteria, często o charakterze jakościowym, wybierane jest rozwiązanie najlepsze. Metodami rozwiązania problemu wielokryterialnego, które dostarczają szczególnie dużo informacji projektantowi, są metoda mnożników i ograniczeń [105]. Przykład zastosowania metody ograniczeń do rozwiązania problemu bikryterialnego został opisany w rozprawie w rozdziale 5.7.2.

Spośród wszystkich wymienionych powyżej metod optymalizacji skalarnej, najbardziej przydatną do poszukiwania najlepszej konstrukcji maszyn elektrycznych wydaje się być metoda kolejnych przybliżeń kwadratowych (z ang. *Sequential Quadratic Approximation, SQA* lub *Sequential Quadratic Programming, SQP*). Jak opisano w [106, 107], metoda ta wykazuje bardzo dobre właściwości w zakresie szybkości zbieżności oraz skuteczności. Potwierdzenie skuteczności metody można odnaleźć w pracy [105], gdzie z powodzeniem została zastosowana do optymalizacji konstrukcji silnika indukcyjnego i identyfikacji jego modeli.

W niniejszej rozprawie do optymalizacji skalarnej konstrukcji trójfazowego silnika LSPMSM wykorzystano metodę kolejnych przybliżeń kwadratowych SQP, wraz z modelem analitycznym pozytywnie zweryfikowanym w poprzednich rozdziałach. Przykład zastosowania tej metody można znaleźć w rozdziale 5.7.2 rozprawy.

Z uwagi na potrzebę spełnienia zarówno wymagań technologicznych, jak również aspektów ekonomicznych, konieczne jest przyjęcie problemów optymalizacji w ujęciu wielokryterialnym, z uwzględnieniem ograniczeń nierównościowych. Tak zbudowany proces optymalizacji pozwolił na pełną automatyzację oraz na pokonanie niedogodności, charakterystycznych dla metod opartych np. o FEM. Czas obliczeń jaki byłby potrzebny do przeprowadzenia procedury optymalizacyjnej w przypadku FEM oraz brak możliwości pełnego zautomatyzowania procesu, praktycznie uniemożliwiłby przeprowadzenie skutecznej optymalizacji [89, 103]. Skrócenie czasu obliczeń poprzez zastosowanie uproszczeń mogłoby doprowadzić do obniżenia wiarygodności procedury, czego można się spodziewać np. na podstawie informacji zawartych w pracach [58, 55, 56].

#### 5.1.2. METODA KOLEJNYCH PRZYBLIŻEŃ KWADRATOWYCH SQP

Najprostszą ogólną definicję problemów optymalizacji skalarnej rozwiązywanych w rozprawie można przedstawić w postaci:

$$\min f(\mathbf{x}) | \mathbf{x} \in X \tag{5.1.2-1}$$

$$X = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n} : g_{i}(\mathbf{x}) \le 0, \ i = 1, ..., m \right\}$$
(5.1.2-2)

gdzie:

*f*(**x**) – funkcja celu

- **x** wektor zmiennych optymalizacji (decyzyjnych)
- *g*<sub>i</sub> *i*-te ograniczenie nierównościowe
- X obszar dopuszczalny w n-wymiarowej przestrzeni Euklidesa
- m liczba ograniczeń

W powyższej definicji przyjęto, że ograniczenia równościowe mogą być zastąpione przez układ dwóch odpowiednich ograniczeń nierównościowych.

Metoda kolejnych przybliżeń kwadratowych (z ang. *Sequential Quadratic Programming, SQP*) to jedna z najbardziej skutecznych metod programowania nieliniowego, którą można rozwiązać problem zdefiniowany powyżej. W pracy [106] można znaleźć porównanie przeprowadzone na dużej ilości problemów testowych, z którego wyniknęła znaczna przewaga metody SQP nad wszystkimi innymi analizowanymi metodami, w zakresie wydajności, dokładności i procentowej ilości pozytywnych rozwiązań.

W każdej głównej iteracji, wykonywana jest aproksymacja Hesjanu funkcji Lagrange'a, wykorzystując metodę uaktualniania quasi-Newton'a oraz rozwiązywany jest pojedynczy podproblem programowania kwadratowego (QP), otrzymywany poprzez linearyzację ograniczeń nierównościowych.

Generalną ideą jest sformułowanie podproblemu QP opartego na kwadratowej aproksymacji funkcji Lagrange'a.

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \cdot g_i(\mathbf{x})$$
(5.1.2-3)

gdzie:

x	-	wektor zmiennych decyzyjnych
<b>λ</b> , λ <sub>i</sub>	-	wektor mnożników Lagrange'a oraz i-ty element tego wektora
$L(\mathbf{x}, \mathbf{\lambda})$	-	funkcja Lagrange'a
$f(\mathbf{x})$	-	funkcja celu
$g_i(\mathbf{x})$	-	funkcje ograniczające
т	-	liczba funkcji ograniczających

Warunkiem koniecznym dla istnienia rozwiązania optymalnego **x**\* dla powyższego problemu jest spełnienie w punkcie optymalnym warunków Kuhn-Tucker'a, w postaci:

$$\nabla f(\mathbf{x}^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \cdot \nabla g_i(\mathbf{x}^*) = 0$$
(5.1.2-4)

$$\lambda_i^* \cdot g_i(\mathbf{x}^*) = 0$$
  $i = 1, ..., m$  (5.1.2-5)

$$g_i(\mathbf{x}^*) \le 0$$
  $i = 1, ..., m$  (5.1.2-6)

 $\lambda_i^* \ge 0$  i = 1, ..., m (5.1.2-7)

gdzie:

x	-	wektor zmiennych decyzyjnych dla rozwiązania optymalnego
$\lambda_i^*$	-	mnożniki Lagrange'a dla rozwiązania optymalnego
$\nabla f(\mathbf{x}^*)$	-	gradient funkcji celu w punkcie optymalnym
$\nabla g_i(\mathbf{x}^*)$	-	gradient i-tej funkcji ograniczającej w punkcie optymalnym
т	-	liczba ograniczeń równościowych i nierównościowych

W przypadku analizy wypukłego problemu programowania, gdzie  $f(\mathbf{x})$  oraz  $g_i(\mathbf{x})$ , są funkcjami wypukłymi, równania Kuhn-Tucker'a opisują zarówno warunek konieczny, jak i wystarczający dla rozwiązania globalnego.

Pierwsze z powyższych równań opisuje równowagę gradientów funkcji celu i aktywnych ograniczeń w punkcie rozwiązania, z wykorzystaniem mnożników Lagrange'a  $\lambda_i$ . Z uwagi na fakt, że w zależności tej zachodzi  $\lambda_i \neq 0$  tylko dla ograniczeń aktywnych, nieaktywne ograniczenia nie muszą być uwzględniane i w związku z tym przyporządkowane im mnożniki Lagrange'a są równe zero. Zabieg ten jest wykorzystywany do wygenerowania podproblemu QP, którego rozwiązanie jest używane do określenia kierunku poszukiwań.

Podproblem programowania kwadratowego QP określony jest jako [108]:

$$\min_{\mathbf{d}\in\Re^{n}} \frac{1}{2} \cdot \mathbf{d}^{\mathsf{T}} \cdot \mathbf{H}_{\mathsf{k}} \cdot \mathbf{d} + \nabla f(\mathbf{x}_{\mathsf{k}})^{\mathsf{T}} \cdot \mathbf{d}$$

$$\nabla g_{i}(\mathbf{x}_{\mathsf{k}})^{\mathsf{T}} \cdot \mathbf{d} + g_{i}(\mathbf{x}_{\mathsf{k}}) = 0 \qquad i = 1, ..., m_{e}$$

$$\nabla g_{i}(\mathbf{x}_{\mathsf{k}})^{\mathsf{T}} \cdot \mathbf{d} + g_{i}(\mathbf{x}_{\mathsf{k}}) \leq 0 \qquad i = m_{e} + 1, ..., m$$
(5.1.2-8)

gdzie:

Xk	-	wektor wartości zmiennych decyzyjnych w k-tej iteracji
H <sub>k</sub>	-	macierz Hessego (Hesjan) drugich pochodnych funkcji Lagrange'a <i>L</i> ( <b>x,λ</b> ),
		założona jako dodatnio określona
d	-	wektor kierunku poprawy
$\mathfrak{R}^{n}$	-	n-wymiarowa przestrzeń Euklidesa
$\nabla f(\mathbf{x_k})$	-	gradient funkcji celu
$g_i(\mathbf{x_k})$	-	i-ta funkcja ograniczająca
$\nabla g_i(\mathbf{x_k})$	-	gradient i-tej funkcji ograniczającej
m <sub>e</sub>	-	liczba ograniczeń równościowych
т	_	liczba ograniczeń równościowych i nierównościowych

Powyższy podproblem QP może zostać rozwiązany z wykorzystaniem dowolnego algorytmu QP. Po określeniu wektora kierunku poprawy  $d_k$  w k-tej iteracji, formułowana jest nowa iteracja w postaci:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \cdot \mathbf{d}_k \tag{5.1.2-9}$$

gdzie:

α<sub>k</sub> – parametr określający długość kroku w k-tej iteracji, dla zmniejszenia wartości funkcji celu

W każdej głównej iteracji pozytywnie określona aproksymacja quasi-Newton'a dla Hesjanu  $H_k$  funkcji Lagrange'a *L*, jest wyznaczana przy pomocy metody uaktualniania BFGS (od ang. *Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno*) [108]:

$$\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{H}_{k} + \frac{\mathbf{q}_{k} \cdot \mathbf{q}_{k}^{\mathsf{T}}}{\mathbf{q}_{k}^{\mathsf{T}} \cdot \mathbf{s}_{k}} - \frac{\mathbf{H}_{k}^{\mathsf{T}} \cdot \mathbf{H}_{k}}{\mathbf{s}_{k}^{\mathsf{T}} \cdot \mathbf{H}_{k} \cdot \mathbf{s}_{k}}$$
(5.1.2-10)

gdzie:

$$\mathbf{s}_{\mathbf{k}} = \mathbf{x}_{\mathbf{k}+1} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}} \tag{5.1.2-11}$$

$$\mathbf{q}_{\mathbf{k}} = \nabla f(\mathbf{x}_{\mathbf{k}+1}) + \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} \cdot \nabla g_{i}(\mathbf{x}_{\mathbf{k}+1}) - \left(\nabla f(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}) + \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} \cdot \nabla g_{i}(\mathbf{x}_{\mathbf{k}})\right)$$
(5.1.2-12)

Dzięki wykorzystaniu SQP, nieliniowy problem optymalizacji z ograniczeniami często może być rozwiązany w mniejszej ilości iteracji niż problem bez ograniczeń [107]. Jedną z przyczyn takiej sytuacji jest fakt, że przez ograniczenia narzucone na obszar dopuszczalny, algorytm realizujący proces optymalizacji może podejmować decyzje na podstawie większej ilości informacji odnośnie kierunku poszukiwań i długości kroku.

#### 5.2. **Przyjęte definicje wybranych problemów optymalizacji**

Niniejszy rozdział poświęcony jest zagadnieniu poszukiwania najlepszej (z uwagi na przyjęte kryteria) konstrukcji wysokosprawnego silnika LSPMSM z wykorzystaniem metod optymalizacji. Poszukiwania dotyczyły maszyny trójfazowej LSPMSM, dla której przyjęto następujące założenia: moc znamionowa  $P_N$ =1.5kW, napięcie znamionowe  $U_N$ =400V, znamionowa częstotliwość zasilania  $f_N$ =50Hz, liczba biegunów 2p=4, klatka wirnika wykonana z miedzi, magnesy trwałe wykonane ze stopu SmCo, w układzie typu "U7" jak na rys. 2.3-1.

#### 5.2.1. Optymalizacja skalarna

Jednym ze sposobów poszukiwania wysokosprawnego silnika LSPMSM może być zdefiniowanie problemu projektowania tego silnika w postaci następującego ogólnego problemu optymalizacji skalarnej:

$\max \eta_{N}   \mathbf{x} \in X$	(5.2.1-1)
------------------------------------	-----------

$$X = \left\{ \mathbf{x} \mid I_i \le x_i \le u_i, \mathbf{A}\mathbf{x} \le \mathbf{b}, \mathbf{g}(\mathbf{x}) \le 0 \right\}$$
(5.2.1-2)

gdzie:

х	-	wektor 15-tu zmiennych optymalizacyjnych, głównie wymiarów geometrycznych i parametrów uzwojeń
$\eta_N$	-	znamionowa sprawność silnika
Х	-	obszar dopuszczalny
l <sub>i</sub> , u <sub>i</sub>	-	dolna i górna graniczna wartość poszczególnych zmiennych optymalizacji x; (i=1:n)
g(x)	-	wektor pięciu nieliniowych funkcji ograniczających

Opisaną powyżej definicję problemu optymalizacyjnego zastosowano w [88], z wykorzystaniem wektora **x** składającego się z 15-tu zmiennych optymalizacji. Wyrażenie **Ax**≤**b** odpowiada ograniczeniom nierównościowym liniowym (nałożonym na niektóre wielkości geometryczne, m.in. ze względu na technologię wykonania tego typu konstrukcji). Funkcje ograniczające **g**(**x**) dotyczyły takich własności jak: ciężar maszyny, współczynnik wypełnienia żłobka, moment maksymalny synchroniczny i samorozruch (dwa warunki ograniczające dla tej własności).

Powyższy problem optymalizacji został rozwiązany w [88] z wykorzystaniem środowiska obliczeniowego Matlab. Minimalizacja funkcji celu  $f = 2 - \eta_N$  (zamiast max  $\eta_N$ ) została osiągnięta przy pomocy algorytmu kolejnych przybliżeń kwadratowych SQA (z ang. *Successive Quadratic Approximation*) z formułą BFGS uaktualniania Hessianu [108].

#### 5.2.2. Optymalizacja bikryterialna

Innym przykładem zadania optymalizacyjnego jest optymalizacja bikryterialna, zdefiniowana za pomocą problemu nieliniowego:

$$\max_{\mathbf{x}} \eta_{N}, \min_{\mathbf{x}} Q_{ma} \mid \mathbf{x} \in X, \ \eta_{N} \ge 77.2[\%]$$
(5.2.2-1)

gdzie:

х	-	wektor 15-tu zmiennych optymalizacyjnych, głównie wymiarów
		geometrycznych i parametrów uzwojeń
$\eta_N$	-	znamionowa sprawność silnika [%]
Х	-	obszar dopuszczalny
Q <sub>ma</sub>	-	koszt materiałów aktywnych (rdzenie wirnika i stojana, uzwojenie
		stojana i magnesy trwałe) oraz wału [zł]

W powyższej definicji X odpowiada za obszar dopuszczalny, uwzględniający ograniczenia narzucone na konstrukcję maszyny i jej właściwości. W szczególności, w pracy [57] został on zdefiniowany za pomocą 30 dolnych i górnych ograniczeń dla poszczególnych zmiennych, 5 ograniczeń nierównościowych nieliniowych i 6 liniowych ograniczeń nierównościowych. Zadaniem ograniczenia  $\eta_N \ge 77.2$  [%] jest utrzymanie sprawności znamionowej silnika, spełniającej co najmniej wymagania dla klasy IE1 wg [109].

Rozwiązanie powyżej określonego problemu rozpoczyna się od znalezienia tzw. rozwiązań idealnych i określenia granicznych wartości  $Q_{ma\ MIN}$  i  $Q_{ma\ MAX}$  dla funkcji kryterialnej  $Q_{ma}$  reprezentującej koszt maszyny. Wartości te pozwoliły ostatecznie na sprowadzenie zadania optymalizacyjnego bikryterialnego do zastępczego problemu skalarnego:

$$\max_{\mathbf{x}} \eta_{N} \left| \mathbf{x} \in X, \ Q_{ma\,MIN} \leq Q_{ma} \leq Q_{ma\,MAX} \right|$$
(5.2.2-2)

Obydwa zadania 5.2.2-1 i 5.2.2-2 mają w przestrzeni decyzyjnej i celu te same rozwiązania mocy kontinuum nazywane rozwiązaniami kompromisowymi.

Rozwiązanie zadania 5.2.2-2 dla kilku wartości  $Q_{ma}$  w zadanym przedziale pozwoliło w [57] na wyznaczenie estymaty zbioru rozwiązań kompromisowych w przestrzeni celu i decyzyjnej.

Powyższe definicje problemu bikryterialnego stanowią tylko przykładowy sposób określenia funkcji celu i zmiennych optymalizacyjnych. Zastosowany model umożliwia wybór także innych funkcji kryterialnych, jak np. hałas.

## 5.3. DEFINICJA ZBIORU ZMIENNYCH OPTYMALIZACJI

Jako zmienne optymalizacji wybrano wielkości definiujące projekt silnika w sposób umożliwiający wykonanie konstrukcji prototypowej. W szczególności przyjęto:

Lp.	zmienna	wartość początkowa	definicja
1	Ls	100 [mm]	długość jarzma stojana i wirnika
2	D <sub>S out</sub>	133 [mm]	średnica zewnętrzna stojana
3	Ds	82.7 [mm]	średnica wewnętrzna stojana
4	$oldsymbol{g}_{0}$	0.3 [mm]	szerokość szczeliny powietrznej stojan-wirnik
5	$h_t$	12.8 [mm]	wysokość zęba stojana
6	$w_t$	3.8 [mm]	szerokość zęba stojana
7	W <sub>bs1</sub>	2.5 [mm]	szerokość otwarcia żłobka stojana
8	Zs	45	liczba zwojów w żłobku stojana
9	Dz	0.75 [mm]	średnica drutu uzwojenia stojana
10	W <sub>er</sub>	4.8799 [mm]	szerokość pierścienia zwierającego klatkę
11	h <sub>er</sub>	5 [mm]	wysokość pierścienia zwierającego klatkę
12	$r_q$	2 [mm]	promień pręta klatki
13	$d_1$	4.72 [mm]	szerokość magnesu "promieniowego"
14	$d_2$	2 [mm]	szerokość magnesu "stycznego"
15	$h_1$	13.4 [mm]	wysokość magnesu "promieniowego"
16	$h_2$	15 [mm]	długość magnesu "stycznego"

Tab. 5.3-1 Wartości początkowe zmiennych przyjęte w procesie optymalizacji.

Niektóre zmienne, np. liczba zwojów *z*<sub>s</sub>, są liczbami dyskretnymi. Z formalnego punktu widzenia można je traktować jako ciągłe, a ich optymalne wartości dyskretne wyznaczyć na podstawie wyniku dodatkowych zadań optymalizacji, po rozwiązaniu wyjściowego problemu ciągłego.

Zmienne optymalizacji zestawione w powyższej tabeli zostały wykorzystane w przykładach zadań optymalizacyjnych opisanych w paragrafie 5.2.1. Dla przykładu z paragrafu 5.2.2 wykorzystano wszystkie powyższe zmienne, poza  $w_{er}$ , które w tym przypadku było wyznaczane analitycznie na podstawie wartości pozostałych zmiennych i odpowiedniego ograniczenia.

### 5.4. DEFINICJA ZBIORU FUNKCJI KRYTERIALNYCH.

W procesie optymalizacji konstrukcji LSPMSM wybór funkcji kryterialnych  $f_k(\mathbf{x})$  jest zdeterminowany głównie przez oczekiwane własności maszyny. Do takich własności w pierwszej kolejności należy zaliczyć sprawność maszyny, która stawia tę konstrukcję w szeregu maszyn

wysoko-sprawnych i sprawia, że stanowi ona poważną konkurencję dla silników indukcyjnych. Przy wyborze funkcji kryterialnych nie wolno jednak zapomnieć o zwiększonym koszcie silników LSPMSM, będącym wynikiem zastosowania w wirniku magnesów trwałych o stosunkowo dużej gęstości energii. Istotnym aspektem pracy silnika LSPMSM jest również zwiększony względem maszyn indukcyjnych hałas wytwarzany przez maszynę. Przyjęcie innych funkcji kryterialnych zależy wyłącznie od zadań stawianych konstrukcji i wymagań aplikacyjnych.

Sprawność maszyny można określić na podstawie następującej zależności:

$$\eta_{N} = \frac{T_{elN} \cdot \omega_{0m} - \Delta P_{mech}}{\Delta P_{elN} + \Delta P_{FeN} + \Delta P_{LLN} + T_{elN} \cdot \omega_{0m}} \cdot 100\%$$
(5.4-1)

gdzie:

T <sub>elN</sub>	-	znamionowy moment elektromagnetyczny [N·m]
$\omega_{\scriptscriptstyle Om}$	-	synchroniczna pulsacja mechaniczna wirnika [rad/s]
$\Delta P_{mech}$	-	straty mechaniczne [W]
$\Delta P_{elN}$	-	znamionowe straty w uzwojeniach stojana [W]
$\Delta P_{Fe N}$	-	znamionowe straty w żelazie [W]
$\Delta P_{LL N}$	-	znamionowe straty obciążeniowe dodatkowe [W]

Sumaryczny koszt materiałów określony jest jako:

$$Q_{ma} = Q_{Cu} + Q_{Fe} + Q_{PM} + Q_{shaft}$$
(5.4-2)

gdzie:

Q <sub>Cu</sub>	-	koszt miedzi w uzwojeniach stojana oraz w klatce wirnika [zł]
Q <sub>Fe</sub>	-	koszt blach elektrycznych rdzeni stojana i wirnika [zł]
$Q_{PM}$	-	koszt magnesów trwałych [zł]
<b>Q</b> <sub>shaft</sub>	-	koszt materiału na wał [zł]

Wartość hałasu wytwarzanego przez maszynę można wyznaczyć jako:

$$L_{w} = 10 \cdot \log_{10} (P_{total} / P_{ref})$$
(5.4-3)

gdzie:

P <sub>total</sub>	-	całkowita moc akustyczna dźwięku wypromieniowana z zewnętrznej powierzchni stojana, jako suma mocy fal akustycznych będących odpowiedzią układu mechanicznego stojana na wszystkie fale wymuszeń
		ciśnienia akustycznego [W]
Pref	_	wartość mocy akustycznej odniesienia wypromieniowanej z powierzchni

jednostkowej (=10<sup>-12</sup> [W])

# 5.5. DEFINICJA OBSZARU DOPUSZCZALNEGO (FUNKCJE OGRANICZAJĄCE)

Zadaniem funkcji ograniczających  $g_i(\mathbf{x})$  użytych do definicji obszaru dopuszczalnego X jest między innymi zapewnienie projektowi realizowalności fizycznej i technologicznej, a także spełnienie wymagań potencjalnego odbiorcy.

Na potrzeby optymalizacji analizowanej konstrukcji silnika LSPMSM przyjęto 6 ograniczeń liniowych oraz 8 ograniczeń nieliniowych. Funkcje ograniczające zostały przedstawione poniżej w formie tabelarycznej.

Nr ograniczenia	Definicja ograniczenia	
OL 1	$h_2 \ge D_{shaft} / 2 + 0.7 [\text{mm}]$	
OL 2	$h_1 \leq h_{10} - 0.2 [\text{mm}]$	
OL 3	$h_{er} \ge D_q + 2 [mm]$	
OL 4	$h_{er} \leq D_q + (h_{10} - h_1) + 5 [mm]$	
OL 5	$w_t + w_{bs1} \le \pi / (N_s \cdot D_s) - 1 [mm]$	
OL 6	$0.5 \cdot (D_{sout} - D_s)/2 - h_{ds} \ge 0.01  [mm]$	

Tala	<b>F F 1</b>	Ographiana mia	limianna		menanaia a	
i an	5 5-1	Tioraniczenia			nnneder	mivmaiizacii
I UD.	J.J I	USIGINUZUNG	III IIO WC			
		-0		1 1 2		

oznaczenia:

$h_2$	-	połowa długości magnesu "stycznego" [m]
D <sub>shaft</sub>	-	średnica wału [m]
$h_1$	-	długość magnesu "promieniowego" [m]
h <sub>10</sub>	-	długość otworu w rdzeniu wirnika na magnes promieniowy [m]
h <sub>er</sub>	-	wysokość pierścienia zwierającego klatkę [m]
$D_q$	-	średnica pręta klatki [m]
<b>w</b> <sub>t</sub>	-	szerokość zęba stojana [m]
W <sub>bs1</sub>	-	szerokość otwarcia żłobka stojana [m]
Ns	-	liczba żłobków stojana [-]
$D_{S}$	-	średnica wewnętrzna stojana [m]
D <sub>S out</sub>	-	średnica zewnętrzna stojana [m]
h <sub>ds</sub>	-	wysokość zęba stojana [m]

Tab. 5.5-2 Ograniczenia nieliniowe przyjęte w procesie optymalizacji.

Nr ograniczenia	Definicja ograniczenia
ON 1	<i>k<sub>zs</sub></i> ≤ 0.75
ON 2	$T_{elMAX} \ge 1.8 \cdot T_{elN}$
ON 3	$T_{elMIN} \ge 0$
ON 4	Zdolność silnika do samorozruchu.
ON 5	$Q_{ma} \leq Q_{ma MAX}$
ON 6	$B_{gN} \leq B_{gMAX}$
ON 7	$B_{tN} \leq B_{tMAX}$
ON 8	$B_{yN} \leq B_{yMAX}$

oznaczenia:

k <sub>zs</sub>	-	współczynnik zapełnienia żłobka stojana [-]
T <sub>el MAX</sub>	-	maksymalna wartość ustalona momentu elektromagnetycznego w
		funkcji kąta obciążenia [N·m]
T <sub>el N</sub>	-	wartość znamionowa momentu elektromagnetycznego [N·m]

T <sub>el MIN</sub>	-	minimalna wartość średniego momentu elektromagnetycznego w czasie
0		rozruchu (N·m)
$Q_{ma}$	-	sumaryczny koszt materiałów, z których wykonany jest silnik [zł]
<b>Q</b> <sub>ma MAX</sub>	-	graniczna wartość dopuszczalna dla sumarycznego kosztu materiałów, z
		których wykonany jest silnik [zł]
B <sub>g MAX</sub>	-	maksymalna wartość indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej
		stojan-wirnik [T]
B <sub>t MAX</sub>	-	maksymalna wartość indukcji magnetycznej w zębie stojana [T]
B <sub>y MAX</sub>	-	maksymalna wartość indukcji magnetycznej w jarzmie stojana [T]

Warunek ON4 był sprawdzany po uzyskaniu rozwiązania optymalnego, poprzez przeprowadzenie symulacji z wykorzystaniem odpowiedniego modelu dynamicznego silnika.



Rys. 5.5-1 Model dynamiczny silnika LSPMSM w środowisku Matlab/Simulink wykorzystywany do określenia warunku samorozruchu.

Zdolność do samorozruchu była analizowana dla różnych wartości momentu bezwładności, większych lub równych momentowi bezwładności wirnika przyjętemu w optymalizacji. Warunek samorozruchu był spełniony dla wszystkich analizowanych przypadków.

Wartości maksymalne indukcji w szczelinie stojan-wirnik  $B_{g MAX}$ , w zębie stojana  $B_{t MAX}$  oraz w jarzmie stojana  $B_{y MAX}$  zostały dobrane metodą prób i błędów w taki sposób, aby uzyskać dobre dopasowanie do nieliniowego modelu polowego konstrukcji wyjściowej dla stanu pracy znamionowej.

## 5.6. ANALIZA WRAŻLIWOŚCI W OKOLICACH KONSTRUKCJI WYJŚCIOWEJ

Dla celów oceny własności zaproponowanego modelu analitycznego silnika LSPMSM, wykonana została analiza wrażliwości z wykorzystaniem tego modelu, dla ważniejszych wielkości maszyny, mogących stanowić funkcje kryterialne w procesie optymalizacji.

Analiza wrażliwości dotyczyła zmiany następujących wielkości maszyny:

o sprawność znamionowa maszyny  $\eta_N$ 

o koszt materiałów aktywnych Qma

oznamionowy współczynnik mocy cosφ<sub>N</sub>

o maksymalna wartość momentu elektromagnetycznego synchronicznego Tel MAX

o wartość momentu elektromagnetycznego w stanie zablokowanego wirnika Telt

o całkowity koszt

dla zmiany wartości parametrów:

o średnica wewnętrzna stojana Ds

oliczba zwojów w żłobku stojana zs

o szerokość magnesu "promieniowego" d<sub>1</sub>

odługość magnesu "stycznego" h<sub>2</sub>

w zakresie zmienności ±20% względem początkowej (odpowiadającej modelowi wyjściowemu LSPMSM).

Poniżej przedstawiono wynik analizy, w postaci zależności względnej zmiany wielkości od względnej zmiany poszczególnych parametrów.





Jak widać z powyższego rysunku, na podstawie analizy wrażliwości można stwierdzić wpływ poszczególnych parametrów na ważniejsze własności maszyny. Przeprowadzenie takiego postępowania jest podstawą do określenia zestawu zmiennych optymalizacji, które dla wybranych funkcji kryterialnych będą najbardziej znaczące.

Wpływ zmian parametrów na wartości funkcji kryterialnych jest zróżnicowany dla danych parametrów. Analiza tego wpływu dla przedstawionych na rysunku tylko czterech z 16-tu przyjętych w procesie optymalizacji zmiennych nasuwa spostrzeżenie, że poszukiwanie optymalnej (z punktu widzenia przyjętego kryterium) konstrukcji bez użycia zautomatyzowanej procedury optymalizacyjnej jest działaniem obarczonym dużym poziomem niepewności, szczególnie przy równoczesnym uwzględnieniu więcej niż jednego kryterium.

## 5.7. PRZYKŁADY ZADAŃ OPTYMALIZACJI Z ROZWIĄZANIAMI

Zestaw kryteriów, ograniczeń i danych początkowych w optymalizacji zależy od wymagań aplikacyjnych, montażowych i ekonomicznych. Może on być przez projektanta zdefiniowany praktycznie dowolnie i tym bardziej szczegółowo, im dokładniej określone są potrzeby dla konkretnego zastosowania maszyny. W niniejszej rozprawie ograniczono się do przedstawienia dwóch przykładów, które wydają się być najbardziej celowe dla silników LSPMSM.

W pierwszym przykładzie celem optymalizacji była najbardziej istotna zaleta tej konstrukcji, tj. sprawność. W drugim przykładzie celem było ponownie osiągnięcie maszyny o jak największej sprawności, jednak z uwzględnieniem faktu, że pociąga ona za sobą również wzrost kosztów. W celu znalezienia kompromisu pomiędzy tymi dwoma wielkościami, zastosowano w drugim przypadku optymalizację bikryterialną.

Dla obydwu zaprezentowanych poniżej przykładów punktem bazowym była konstrukcja wyjściowa LSPMSM, której parametry zostały opisane w paragrafie 5.3 niniejszej rozprawy. W obliczeniach wykorzystano magnetycznie liniowy model maszyny, o założonej stałej zastępczej przenikalności magnetycznej żelaza  $\mu_{Fe,r}$ =500, zapewniającej dobre odwzorowanie maszyny o nieliniowej charakterystyce magnesowania *B*(*H*). Analiza prowadząca do wyznaczenia tej wartości została zawarta w pracy [88].

#### 5.7.1. PRZYKŁAD I, OPTYMALIZACJA SKALARNA [88]

Jednym z najszybciej nasuwających się celów optymalizacji jest znalezienie konstrukcji o maksymalnej sprawności. Związane z tym skalarne zadanie optymalizacyjne zostało rozwiązane w pracy [88], w której dodatkowym ograniczeniem było uzyskanie maszyny o ciężarze nie przekraczającym ciężaru silnika indukcyjnego Sg90L-4, stanowiącego punkt wyjściowy w procedurze projektowej.

Problem optymalizacji opisany został poprzez następujące definicje:

$$\max \eta_N | \mathbf{x} \in X \tag{5.7.1-1}$$

$$X = \left\{ \mathbf{x} \mid I_i \le x_i \le u_i, \mathbf{A}\mathbf{x} \le \mathbf{b}, \mathbf{g}(\mathbf{x}) \le 0 \right\}$$
(5.7.1-2)

Definicje te odpowiadają podanym w paragrafie 5.2.1.

Lp.	Parametr	×o	X <sub>opt</sub>
1	L <sub>s</sub> [mm]	100	94.162
2	D <sub>s out</sub> [mm]	133	133
3	<i>D</i> <sub>s</sub> [mm]	82.7	76.551
4	$g_o$ [mm]	0.3	0.5
5	<i>h</i> <sub>t</sub> [mm]	12.8	17.07
6	<i>w</i> <sub>t</sub> [mm]	3.8	3.1803
7	<i>w<sub>bs1</sub></i> [mm]	2.5	2.5
8	Z <sub>S</sub>	45	52.638
9	<i>D</i> <sub>z</sub> [mm]	0.75	0.90567
10	<i>w<sub>er</sub></i> [mm]	4.8799	3.8119
11	<i>h<sub>er</sub></i> [mm]	5	5
12	<i>r<sub>q</sub></i> [mm]	2	1.5
13	<i>d</i> <sub>1</sub> [mm]	4.72	6.608
14	<i>d</i> <sub>2</sub> [mm]	2	3.4694
15	<i>h</i> 1 [mm]	13.4	6.6947
16	<i>h</i> <sub>2</sub> [mm]	15	15.7

Tab. 5.7.1-1 Porównanie zmiennych optymalizacji dla konstrukcji wyjściowej x<sub>0</sub> i optymalnej x<sub>opt</sub>.

Znaczenie wyszczególnionych powyżej parametrów zostało opisane w tabeli 5.3-1.

Poniżej zamieszczono zestawienie ważniejszych parametrów modelu, wyznaczonych w modelu analitycznym dla konstrukcji wyjściowej i optymalnej.

	dla <b>x</b> <sub>0</sub>	dla <b>x</b> <sub>opt</sub>	_
$R_{s}[\Omega]$	5.4096	4.1772	
$R_{R}'[\Omega]$	5.303	12.06	
<i>X</i> <sub>/s</sub> [Ω]	3.2583	4.2185	
$X_{IR}'[\Omega]$	2.3015	2.4307	
$X_q \left[ \Omega \right]$	82.005	71.904	
$X_d$ [ $\Omega$ ]	35.201	31.27	
$E_{MAX}$ [V]	301.67	263.91	

Tab. 5.7.1-2 Parametry schematu zastępczego w modelu analitycznym dla konstrukcji wyjściowej  $\mathbf{x}_{0}$  i optymalnej  $\mathbf{x}_{opt}$ .

Tab. 5.7.1-3 Wybrane własności maszyny wyznaczone w modelu analitycznym dla konstrukcji wyjściowej  $\mathbf{x}_0$  i optymalnej  $\mathbf{x}_{opt}$ .

	dla $\mathbf{x}_0$	dla <b>x</b> <sub>opt</sub>
<i>I<sub>S N</sub></i> [A]	2.3002	2.4187
$\Delta P_{FeN}$ [W]	84.235	76.093
$\cos \varphi_{N}$	0.99927	0.94748
$\eta_{\scriptscriptstyle N}\cdot$ 100 [%]	89.815	90.942
<i>T<sub>el MAX</sub></i> [N⋅m]	24.597	26.009
<i>I</i> <sub>L</sub> [A]	27.615	19.38
<i>T<sub>el L</sub></i> [N⋅m]	35.548	35.934
<i>T<sub>el L MAX</sub></i> [N⋅m]	97.952	59.012
k <sub>zs</sub>	0.6996	0.75
ciężar [kg]	12.832	12.832

oznaczenia:

I <sub>SN</sub>	-	znamionowa skuteczna wartość natężenia prądu stojana [A]
$\Delta P_{Fe N}$	-	znamionowe straty mocy w żelazie [W]
$cos \varphi_N$	-	znamionowy współczynnik mocy [-]
$\eta_N$	-	wartość znamionowa sprawności [%]
T <sub>el MAX</sub>	-	wartość maksymalna momentu elektromagnetycznego w stanie pracy z
		ustaloną prędkością synchroniczną [N·m]
$I_L$	-	wartość skuteczna prądu w stanie zablokowanego wirnika [A]
T <sub>el L</sub>	-	wartość średnia momentu elektromagnetycznego w stanie
		zablokowanego wirnika [N·m]
T <sub>el L MAX</sub>	-	wartość maksymalna momentu elektromagnetycznego w stanie
		zablokowanego wirnika [N·m]
k <sub>zs</sub>	_	współczynnik zapełnienia żłobka stojana [-]

Wyznaczone w modelu analitycznym magnetycznie liniowym (opisanym w poprzednich częściach rozprawy) własności LSPMSM zostały zweryfikowane przy pomocy obliczeń polowych, z wykorzystaniem modelu nieliniowego FEM.

Weryfikacja dotyczyła takich wielkości, jak wartość skuteczna natężenia prądu fazy stojana, wartość średnia momentu elektromagnetycznego oraz sprawność. Wynik porównania wartości wyznaczonych z wykorzystaniem FEM oraz w obliczonym w modelu analitycznym zostały zestawione na rysunkach poniżej.







W przypadku porównania kształtu charakterystyki natężenia prądu fazy stojana w funkcji kąta obciążenia można zauważyć, że w pewnym zakresie kątów (poniżej -90 [°]) występuje większa rozbieżność pomiędzy modelem FEM i analitycznym. Jest to spowodowane zjawiskiem nasycenia żelaza, które ma znaczący wpływ przy większych wartości natężenia prądu fazy stojana. Z punktu

widzenia przeprowadzonego procesu optymalizacji, najbardziej istotny jest zakres kątów odpowiadający pracy maszyny z mocą zbliżoną do znamionowej, gdzie uzyskano zadowalającą zbieżność.

Zastosowany model analityczny pozwala również na analizę stanu rozruchu, co wykorzystano do wykreślenia charakterystyki mechanicznej silnika LSPMSM, zamieszczonej poniżej.



Weryfikacja modelu analitycznego przy pomocy modelu polowego FEM dla danych optymalnych potwierdziła prawidłowość przyjętego magnetycznie liniowego modelu analitycznego, z uwzględnionymi spadkami napięć magnetycznych w elementach ferromagnetycznych.

Analiza w obszarze dużych nasyceń żelaza wymaga potraktowania zjawiska nasycenia żelaza w sposób bardziej kompleksowy, uwzględniając zależność przenikalności magnetycznej od punktu pracy i natężenia prądu fazy stojana. Tym niemniej, w przypadku analizy w obszarze pracy znamionowej, zaproponowany magnetycznie liniowy model analityczny z założoną stałą wartością zastępczej przenikalności magnetycznej wykazał praktyczne zastosowanie w działaniach optymalizacyjnych.

Jak wykazano w [88], na etapie opracowywania modelu analitycznego modele polowe FEM stanowią wiarygodne źródło informacji, za pomocą którego można określić właściwości maszyny i zbudować model analityczny odwzorowujący maszynę z zadowalającą dla celów optymalizacji dokładnością.

#### 5.7.2. Przykład II, optymalizacja bikryterialna [57]

Zagadnieniem optymalizacyjnym o większym stopniu skomplikowania jest optymalizacja bikryterialna. W niniejszym przykładzie w procesie optymalizacji bikryterialnej za funkcje kryterialne przyjęto sprawność maszyny i koszt materiałów aktywnych użytych do jej konstrukcji. Ostatecznym celem zadania był wybór optymalnej konstrukcji silnika LSPMSM trójfazowego spośród rozwiązań kompromisowych, spełniającej wymagania klasy sprawności IE4 zgodnie z normą IEC/TS 60034-31 [59].

Nieliniowe zadanie optymalizacji zostało opisane za pomocą następującego problemu:

$$\max_{\mathbf{x}} \eta_{N}, \min_{\mathbf{x}} Q_{ma} \left| \mathbf{x} \in X, \eta_{N} \ge 0.772 \right|$$
(5.7.2-1)

sprowadzonego zgodnie z opisem w paragrafie 5.2.2 niniejszej rozprawy do zastępczego problemu skalarnego:

$$\max_{\mathbf{x}} \eta_{N} \left| \mathbf{x} \in X, \ Q_{ma\,MIN} \le Q_{ma} \le Q_{ma\,MAX} \right|$$
(5.7.2-2)

Wartości  $Q_{ma\ MIN}$  i  $Q_{ma\ MAX}$  stanowiące graniczne wartości funkcji kryterialnej  $Q_{ma}$ , czyli kosztu maszyny, zostały wyznaczone przy pomocy dwóch dodatkowych problemów skalarnych:

$$\max_{\mathbf{x}} \eta_{N} | \mathbf{x} \in X \qquad \Rightarrow Q_{ma MAX} \qquad (5.7.2-3)$$

$$\min_{\mathbf{x}} Q_{ma} \left| \mathbf{x} \in X, \eta_N \ge 0.772 \quad \Rightarrow \quad Q_{ma \, MIN}$$
(5.7.2-4)

Powyższe zabiegi pozwoliły na opracowanie kilku projektów silników LSPMSM o zróżnicowanym koszcie wykonania  $Q_{ma}$ , cechujących się wzrostem sprawności  $\eta$  wraz ze wzrostem kosztu. Zestawienie wartości sprawności i kosztu dla poszczególnych projektów zostało przedstawione poniżej w formie wykresu  $\eta_N(Q_{ma})$ .



Zgodnie z rys. 5.7.2-1, ze zbioru zaprojektowanych w procesie optymalizacji bikryterialnej maszyn możliwe jest wyodrębnienie takich, które spełniają klasy od IE1 do IE3 wg [109], a także IE4 wg [59], co świadczy o potencjale konstrukcji LSPMSM do wykonywania silników wysoko-sprawnych.

Weryfikacja rozwiązań opisanego zadania optymalizacyjnego została wykonana z wykorzystaniem modeli polowych FEM magnetycznie nieliniowych, reprezentujących rzeczywistą maszynę. Weryfikacja dotyczyła takich wielkości, jak wartość skuteczna natężenia prądu fazy stojana,

wartość średnia momentu elektromagnetycznego oraz reaktancje synchroniczne schematu zastępczego LSPMSM. Wynik porównania wartości wyznaczonych z wykorzystaniem FEM oraz w obliczonym w modelu analitycznym zostały zestawione na rysunkach poniżej.







Dla wszystkich porównywanych wielkości uzyskano dobrą zbieżność, co potwierdza skuteczność stosowania zaproponowanego modelu analitycznego o stałej przenikalności żelaza do odwzorowania własności maszyny o nieliniowej charakterystyce magnesowania *B*(*H*).

Dla zweryfikowania, czy zaprojektowane konstrukcje spełniają jeden z podstawowych warunków pracy stawianych silnikom LSPMSM, czyli są zdolne do rozruchu bezpośredniego, model analityczny został wykorzystany do wyznaczenia charakterystyki momentu elektromagnetycznego w funkcji prędkości obrotowej. Dla wszystkich określonych projektów wynik takiej symulacji był pozytywny.



Poniżej przedstawiono porównanie charakterystyki mechanicznej silnika uzyskanej w modelu analitycznym oraz FEM dla jednego z wyznaczonych rozwiązań optymalnych.

Porównanie wykazuje dobre odwzorowanie właściwości rozruchowej maszyny przy pomocy magnetycznie liniowego modelu analitycznego. Przebiegi wykazują podobieństwo zarówno w zakresie kształtu, jak i wartości momentu elektromagnetycznego. Różnica jest widoczna głównie w amplitudzie wahań momentu w początkowej fazie rozruchu (wpływ nasycenia w modelu FEM), co jednak nie wpływa na ogólną ocenę zdolności maszyny do wykonania samorozruchu.

Na przydatność zaproponowanego modelu analitycznego magnetycznie liniowego do symulacji maszyny LSPMSM o nieliniowej charakterystyce magnesowania wskazuje także porównanie wartości natężenia prądu i poszczególnych składowych strat w żelazie. Wyniki obliczeń dla tych parametrów, jak również dla znamionowego kąta obciążenia zestawiono w poniższej tabeli.

	Model analityczny (AN)	Model FEM	
$\delta_{\scriptscriptstyle N}[^{ m o}]$	-53	-46	
$\Delta P_h$ [W]	36.9	36.1	
$\Delta P_{ec}$ [W]	15.4	13.7	
$\Delta P_{Fe}$ [W]	52.3	49.9	
I <sub>S N</sub> [A]	2.743	2.726	

Tab. 5.7.2-1 Porównanie wyników modelu analitycznego i FEM dla ważniejszych wielkości silnika dla przypadku optymalnego.

oznaczenia:

 $\delta_{N}$  – znamionowy kąt obciążenia [°]

$\Delta P_h$	-	moc strat histerezowych w żelazie [W]
$\Delta P_{ec}$	-	moc strat od prądów wirowych w żelazie [W]
$\Delta P_{Fe}$	-	całkowita moc strat w żelazie [W]
I <sub>SN</sub>	-	znamionowa wartość natężenia prądu, wartość skuteczna [A]

Po raz kolejny, porównanie z modelem polowym FEM wykazuje dobrą lub bardzo dobrą zgodność, zarówno w zakresie poszczególnych składowych strat w żelazie, jak również w przypadku natężenia prądu. Różnica w wyznaczonych wartościach znamionowego kąta obciążenia wynika z niedokładności w odwzorowaniu charakterystyki natężenia prądu fazy stojana w zależności od kąta obciążenia (patrz rys. 5.7.2-2).

Maszyna LSPMSM okazała się być znakomitą konstrukcją, umożliwiającą uzyskanie silników wysokiej sprawności. Przy jej pomocy, poprzez działania optymalizacyjne, udało się uzyskać wszystkie klasy sprawności IE1÷IE4, zależnie od przyjętej granicznej wartości kosztu maszyny.

Model analityczny opisany w rozprawie, opracowany z myślą o wykorzystaniu w procesie optymalizacji, stanowi skuteczne narzędzie obliczeniowe, szczególnie w obszarze pracy maszyny bliskim stanowi znamionowemu. Model ten pozwala na przeprowadzenie działań optymalizacyjnych w szerokim zakresie, który w praktyce nie jest możliwy do zrealizowania z pomocą modeli polowych FEM. Po kilku niewielkich modyfikacjach i rozszerzeniach, wykorzystany w procesie syntezy model analityczny może być z powodzeniem zastosowany w praktyce, do profesjonalnego projektowania maszyn LSPMSM o sprawności spełniającej wymagania standardów IEC/TS 60034-31 oraz IEC 60034-30 [59, 109].

Dobra zgodność pomiędzy modelem FEM magnetycznie nieliniowym i modelem analitycznym o stałej przenikalności magnetycznej jest w decydującym stopniu wynikiem utrzymania stosunkowo niskiego nasycenia elementów ferromagnetycznych, co zachodzi w silnikach wysokiej sprawności.

Jednym z problemów, z jakim należy się zmierzyć w procesie projektowania silnika LSPMSM jest fakt, że z uwagi na kształt momentu elektromagnetycznego podczas rozruchu maszyna może zatrzymać się przed uzyskaniem prędkości synchronicznej. Tę niepożądaną własność można ograniczyć przy pomocy stosunkowo prostych zabiegów, jak wykazano w [57].

## 5.8. WPŁYW NIEPEWNOŚCI WŁASNOŚCI MATERIAŁOWYCH ORAZ DOKŁADNOŚCI WYKONANIA

Dokładność modeli FEM w odwzorowywaniu fizycznych własności maszyn sprawia, że często są one wykorzystywane jako odniesienie dla modeli analitycznych. W podobny sposób model FEM został wykorzystany w niniejszej pracy, dla odzwierciedlenia zachowania rzeczywistej maszyny.

W wielu pracach [47, 51, 53, 48, 110] obliczenia FEM są weryfikowane przy pomocy pomiarów na prototypie. Jest to podejście ogólnie akceptowane i szczególnie wymagane w wysokopunktowanych czasopismach naukowych, zwłaszcza w przypadku definiowania modelu analitycznego. Takie postępowanie wydaje się być uzasadnione i w pełni słuszne, model analityczny bowiem powinien odwzorowywać własności prototypu. Niemniej jednak, w niniejszym rozdziale zostanie pokazane, że takie porównanie powinno być robione z dużą starannością i ostrożnością. Omówiony zostanie problem wiarygodności weryfikacji pomiarowej na prototypie, związany z dokładnością jego wykonania i rozrzutu właściwości fizycznych materiałów. Do oszacowania wpływu takich rozbieżności prototypu względem projektu na charakterystyki maszyny wykorzystano modele polowe FEM, podobnie jak w [89].

Jako wielkość odniesienia posłużyły dane wyjściowego silnika LSPMSM, które zostały oznaczone za pomocą indeksu "0". Obliczenia zostały przeprowadzone dla następujących przypadków:

- $\circ$  Przypadek BH zmieniona charakterystyka magnesowania żelaza  $B(H)=0.9^*B_0(H)$
- $\circ$  Przypadek G1 zwiększona szerokość szczeliny powietrznej stojan-wirnik ( $g=g_0+0.1$  [mm])
- $\circ$  Przypadek G2 zmniejszona szerokość szczeliny powietrznej stojan-wirnik ( $g=g_0$ -0.1 [mm])
- $\circ$  Przypadek B1 zmniejszona wartość indukcji remanentu magnesów trwałych ( $B_r$ =0.9\* $B_{r,0}$ )
- $\circ$  Przypadek B2 zwiększona wartość indukcji remanentu magnesów trwałych ( $B_r$ =1.1\* $B_{r,0}$ )
- ∘ Przypadek Z1 liczba zwojów w jednej grupie uzwojeń stojana zmniejszona o 1
- o Przypadek Z2 liczba zwojów we wszystkich grupach uzwojeń stojana zmniejszona o 3 (zmniejszona o 1 liczba zwojów w każdym ze żłobków stojana).

Przypadki B1 i B2 odzwierciedlają rozrzut własności magnesów trwałych, a BH niepewności odwzorowania charakterystyki magnesowania w procesie wytwarzania blach elektrotechnicznych. Przypadki G1 i G2 odpowiadają tolerancji wykonania wykroju blach, charakterystycznej np. dla wykrawania przez wycinanie laserowe. Przypadki Z1 i Z2 korespondują z tzw. błędem ludzkim.

Dla wszystkich wymienionych przypadków analizą były objęte następujące wielkości, wpływające na funkcje ograniczające i kryterialne:

- $\circ$  moment elektromagnetyczny  $T_{el}$
- o wartość skuteczna natężenia prądu fazy Is
- $\circ$  straty w żelazie stojana od histerezy  $\Delta P_h$
- $\circ$  straty w żelazie stojana od prądów wirowych  $\Delta P_{ec}$
- $\circ$  całkowite straty w żelazie stojana  $\Delta P_{Fe}$ .

Wynik analizy wrażliwości został zaprezentowany na rysunku poniżej, jako procentowa różnica własności maszyny w odniesieniu do wyjściowego projektu.



Dla wszystkich analizowanych przypadków wpływ rozbieżności okazał się istotny. Dla przykładu, 20% różnica w wartości strat w żelazie dla przypadku BH prowadzi do znacznych błędów w wyznaczaniu własności ruchowych i sprawności maszyny. Błędy tego typu ograniczają użyteczność prototypu w procesie weryfikacji modelu obliczeniowego w sposób znaczący.

Należy zauważyć, że w praktyce jest bardzo trudne lub wręcz niemożliwe określenie rozbieżności, bez działań niszczących prototyp. Szczególnie ciężko jest określić niektóre własności materiałowe, w tym kształt charakterystyki *B*(*H*), które są zmieniane przez proces technologiczny. Z tego powodu nie sposób określić dokładnie, jak duże są rozbieżności poszczególnych parametrów względem określonych w fazie projektu oraz jak wiarygodne są wyniki pomiarów na prototypowej maszynie.

Jeszcze większych rozbieżności pomiędzy projektem i odpowiadającym mu prototypem można się spodziewać w przypadku nałożenia poszczególnych odchyłek [89]. W takiej sytuacji można wysnuć błędny wniosek odnośnie wiarygodności modelu analitycznego wykorzystanego w procesie projektowania i/lub samej procedury projektowania.

Powyższe rozważania znajdują odzwierciedlenie np. w [110], gdzie autorzy stwierdzili lepszą zgodność pomiarów na prototypie z modelem obliczeniowym, przy korekcie wartości indukcji remanentu magnesów o około 7% względem założonej w projekcie, co mieściło się w zakresie tolerancji producenta magnesów.

Powyższe rozważania nie mają na celu podważenia celowości podejścia weryfikacji modelu przy pomocy prototypu. Uzasadniają one jedynie tezę, że weryfikacja modelu wyłącznie przy pomocy prototypu może prowadzić do niewłaściwych wniosków odnośnie wiarygodności modelu lub procedury. Zgodność pomiarów z danymi obliczeniowymi niekoniecznie oznacza, że model jest

prawidłowy; podobnie brak zgodności nie musi oznaczać, że model jest skonstruowany nieprawidłowo. Z tego powodu celowe wydaje się być zastosowanie odpowiednio skonstruowanego modelu FEM jako odniesienie dla modelu analitycznego, co najmniej na etapie dopracowywania modelu analitycznego. Takie postępowanie zostało z dobrym efektem końcowym przeprowadzone w niniejszej rozprawie.

# 6. PRZYKŁAD APLIKACJI Z WYKORZYSTANIEM OPRACOWANEGO POSTĘPOWANIA

#### 6.1. **OPIS ZADANIA PROJEKTOWEGO**

Opisany w poprzednich rozdziałach model analityczny posłużył do zaprojektowania i wykonania prototypu silnika LSPMSM w ramach ministerialnego projektu badawczego nr wniosku N N510 108538. W projekcie wykorzystano obudowę i wał rzeczywistego silnika indukcyjnego 3SIE80-4B o danych  $P_N$ =0.75 [kW],  $U_N$ =400 [V],  $f_N$ =50 [Hz], 2p=4. Dzięki zachowaniu wymiarów zewnętrznych zbliżonych do bazowego silnika indukcyjnego, wysoko-sprawny prototyp LSPMSM może zostać wykonany tańszym kosztem i może znaleźć zastosowanie w przemyśle jako alternatywa dla tej konstrukcji.



Rys. 6.1-1 Zdjęcie wykonanego prototypu silnika LSPMSM (po lewej) oraz wirnik w trakcie montażu magnesów trwałych (po prawej).

Dane prototypu LSPMSM:

moc znamionowa	-	<i>P<sub>N</sub></i> =0.75 [kW]
liczba par biegunów	-	<i>p</i> =2
prąd znamionowy	-	<i>I<sub>N</sub></i> =1.7 [A]
napięcie znamionowe	-	<i>U<sub>N</sub></i> =3x400 [V]
częstotliwość znamionowa	-	<i>f<sub>N</sub></i> =50 [Hz]
prędkość znamionowa	-	<i>n<sub>N</sub></i> =1500 [obr/min]
ciężar	_	9.6 [kg]

Zgodnie z obliczeniami z wykorzystaniem modelu analitycznego popartego symulacjami w programie polowym Flux 2D, oczekiwana sprawność prototypu powinna wynosić 88.5 [%], dzięki czemu maszyna spełniłaby wymagania klasy IE4 sprawności wg normy IEC/TS 60034–31 [59].

Więcej informacji na temat zaprojektowanego i wykonanego silnika można znaleźć w pracy [58].

## 6.2. **OPIS STANOWISKA POMIAROWEGO**

Dla celów wykonania pomiarów na prototypie zostało przygotowane stanowisko pomiarowe jak na rysunku poniżej.



Stanowisko składało się z następujących elementów:

- $\circ$  prototyp silnika LSPMSM mocy znamionowej *P<sub>N</sub>*=0.75 [kW]
- ogenerator prądu stałego pracujący jako regulowane obciążenie
- ourządzenie do pomiaru parametrów sieci trójfazowej typu N10A marki LUMEL (stany ustalone)
- ourządzenie do pomiaru momentu elektromagnetycznego oraz prędkości obrotowej MT10Nm, o dokładności nie gorszej niż 0.25 [%] (dla momentu) oraz 0.1 [%] (dla prędkości).

Do rejestracji zmierzonych wielkości w funkcji czasu, w szczególności w stanach nieustalonych, wykorzystane zostały notebooki sprzężone z momentomierzem MT10 oraz z kartą pomiarową

Advantech typu PCI1710 (wielkości elektryczne i kąt obrotu). Wielkości te zostały przetworzone do uzyskania funkcji prędkości obrotowej, momentu na wale, skutecznych wartości napięć i prądów, mocy czynnej wejściowej oraz współczynnika mocy [111].



## 6.3. WYNIKI POMIARÓW

Przedstawione na powyższej fotografii dane pozwalają na określenie sprawności maszyny metodą bezpośrednią:

$$\eta = \frac{P_{mech}}{P_{in}} \cdot 100\% = \frac{T_{mech} \cdot \omega_{mech}}{P_{in}} \cdot 100\%$$
(6.3-1)

gdzie:

 $\begin{array}{lll} P_{in} & - & \text{czynna moc wejściowa [W]} \\ P_{mech} & - & \text{czynna moc wyjściowa mechaniczna na wale maszyny [W]} \\ T_{mech} & - & \text{moment obrotowy zmierzony na wale maszyny [N·m]} \\ \omega_{mech} & - & \text{prędkość mechaniczna ruchu obrotowego wirnika [rad/s]} \end{array}$ 

Z uwagi na odchyłkę wartości skutecznej napięcia fazowego od wartości znamionowej konieczne było wykonanie niewielkiej korekty sprawności wyznaczonej na podstawie powyższych zależności, dla uzyskania jej znamionowej wartości. Ostatecznie, sprawność znamionowa prototypu została określona na poziomie 89.1 [%], co spełnia z nadwyżką założenia projektu. Własność ta stawia

wykonaną konstrukcję LSPMSM w szeregu maszyn spełniających wymagania najwyższej klasy silników wysokiej sprawności IE4 wg normy IEC/TS 60034-31 [59], co wykazano w [57, 58].



Z rys. 6.3-2 wynika, że zaprojektowana i wykonana maszyna spełnia jedno z podstawowych wymagań dla silnika LSPMSM, czyli zdolność do rozruchu bezpośredniego (samorozruchu).

Jak widać z powyższego porównania, stworzony model analityczny oddaje stosunkowo wiernie zachowanie rzeczywistej maszyny, podobnie jak w przypadku modelu FEM. Odchyłka charakterystyk w obszarze maksimum prędkości wynika z zastosowania sprzęgła o ograniczonej sztywności, które tłumi nieco przebieg zmierzony na prototypie.



Powyższa charakterystyka potwierdza poprawność wykonania obliczeń optymalizacyjnych, w których jednym z ograniczeń była minimalna wartość współczynnika przeciążalności maszyny [57].

# 7. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

# 7.1. WNIOSKI ODNOŚNIE OPRACOWANEGO MODELU ANALITYCZNEGO LSPMSM

W niniejszej rozprawie opisano metodę projektowania maszyn synchronicznych z magnesami trwałymi o rozruchu bezpośrednim LSPMSM w oparciu o wymiary geometryczne i dane materiałów magnetycznie trwałych, polegającą na analizie modelu magnetycznie liniowego. Jak wykazano, model taki jest wystarczający do analizy stanu ustalonego co najmniej w zakresie stanu znamionowego, jak również do oszacowania własności rozruchowych.

Analiza w obszarze dużych nasyceń żelaza wymaga potraktowania zjawiska nasycenia żelaza w sposób bardziej kompleksowy i uwzględnienia wpływu punktu pracy i natężenia prądu fazy stojana na wartość przenikalności magnetycznej żelaza. Tym niemniej, w przypadku analizy w obszarze pracy znamionowej, zaproponowany magnetycznie liniowy model analityczny z założoną stałą wartością zastępczej przenikalności magnetycznej został zweryfikowany pozytywnie z pomocą obliczeń w modelu FEM i wykazał praktyczne zastosowanie w działaniach optymalizacyjnych.

Przedstawiony model analityczny, opracowany na potrzeby procesu optymalizacji, stanowi skuteczne narzędzie projektowe i pozwala na przeprowadzenie działań optymalizacyjnych w szerokim zakresie, który w praktyce nie jest możliwy do zrealizowania z pomocą modeli polowych FEM. Po kilku niewielkich modyfikacjach i rozszerzeniach może on być z powodzeniem zastosowany do profesjonalnego projektowania maszyn LSPMSM o sprawności spełniającej wymagania najwyższych klas wg najnowszych standardów IEC 60034-30 oraz IEC/TS 60034-31 [109, 59].

### 7.2. UWAGI DOTYCZĄCE OBLICZEŃ Z WYKORZYSTANIEM FEM

Jak wykazano w rozdziale 5.8, weryfikacja modelu wyłącznie przy pomocy prototypu może prowadzić do niewłaściwych wniosków odnośnie wiarygodności modelu lub procedury. Prawidłowa weryfikacja pomiarowa wymaga uprzedniego dokładnego, ostrożnego sprawdzenia zgodności prototypu z założeniami projektowymi. Pominięcie takiego postępowania może w przypadku zgodności pomiarów z danymi obliczeniowymi prowadzić do błędnych wniosków, że model jest prawidłowy; podobnie przy braku zgodności - do wniosku o nieprawidłowo skonstruowanym modelu. W takim wypadku pomocne okazują się obliczenia z wykorzystaniem FEM, które gwarantują zgodność z założeniami projektowymi, równocześnie zapewniając dobre odwzorowanie własności rzeczywistej maszyny.

Zaprezentowane wyniki weryfikacji modelu analitycznego przy pomocy pomiarów na prototypie zaprojektowanego silnika LSPMSM dowodzą, że właściwa procedura optymalizacyjna oparta o

model analityczny i weryfikację przy pomocy obliczeń FEM pozwala na uzyskanie maszyny o żądanych, bardzo dobrych własnościach, bez konieczności budowania prototypu.

Pomimo wad związanych z czasochłonnością obliczeń [89], modele FEM zapewniają dobre odwzorowanie własności LSPMSM. Obliczenia przeprowadzone z wykorzystaniem oprogramowania wykorzystującego FEM stanowią skuteczną podstawę dla tworzenia wiarygodnych modeli analitycznych silnika LSPMSM i są szczególnie przydatne na etapie dopracowywania takich modeli. Dowodem na to jest fakt uzyskania dobrego efektu końcowego w niniejszej rozprawie w postaci wiarygodnego modelu analitycznego, w którego procesie tworzenia wykorzystywano w dużej mierze wyniki obliczeń FEM.

## 7.3. WNIOSKI DOTYCZĄCE KONSTRUKCJI LSPMSM I WYKONANEGO PROTOTYPU

Zaprojektowany i wykonany prototyp silnika LSPMSM o mocy znamionowej  $P_N$ =0.75 [kW] wykazał własności (dotyczące sprawności, własności rozruchowych i przeciążalności) oczekiwane na podstawie obliczeń w opracowanym modelu analitycznym, wykorzystanym w procedurze projektowej, co po raz kolejny potwierdza użyteczność tego modelu do analizy LSPMSM.

Wykonany prototyp LSPMSM charakteryzuje się sprawnością znamionową  $\eta_N$ =89.1 [%], co jest nieosiągalne dla wysokosprawnych silników indukcyjny o podobnych wymiarach i mocy [58]. Co więcej, osiąga on wysoką sprawność  $\eta_N$ =88.3 [%] nawet przy pracy ciągłej przy przeciążeniu (dla mocy  $P_N$ =1.1 [kW]) [58]. Fakt ten potwierdza skuteczność zastosowanej procedury optymalizacji oraz wskazuje na ogromny potencjał silników LSPMSM w zastosowaniu do napędów wysokosprawnych.

Dzięki wykorzystaniu odpowiednio skonstruowanej procedury optymalizacyjnej, konstrukcja LSPMSM umożliwia uzyskanie silników wysokiej sprawności, spełniających wymagania każdej z klas sprawności IE1÷IE4, zależnie od przyjętej granicznej wartości kosztu maszyny.

## 7.4. **OSIĄGNIĘCIE CELU ROZPRAWY**

Zamieszczone w rozprawie wyniki świadczą o tym, że cel pracy został osiągnięty. Wykazana w rozdziale 6.3 sprawność znamionowa prototypu LSPMSM równa  $\eta_N$ =89.1 [%] jest zgodna, a nawet nieco wyższa niż wartość 88.5 [%] przewidywana w projekcie i opisana w rozdziale 6.1.

Uzyskana sprawność prototypu spełnia z nadwyżką wymagania klasy IE4 wg IEC/TS 60034-31 [59], dla której minimalna wartość sprawności dla silnika o liczbie biegunów 2p=4 i mocy znamionowej  $P_N=0.75$  [kW] wynosi  $\eta_N=85.6$  [%].

Dane zamieszczone w materiałach informacyjnych dotyczących najbardziej wydajnych silników dostępnych na rynku, jakie można obecnie odnaleźć w internecie (silnik ECOiPM firmy Lönne o sprawności  $\eta_N$ =89.0 [%] oraz silnik SuPremE firmy Reel -  $\eta_N$ =89.5 [%]) świadczą, że w zakresie
sprawności znamionowej zaprojektowany i wykonany prototyp LSPMSM nie odbiega od najlepszych produkowanych silników wysokosprawnych.

## 7.5. **Udowodnienie tezy rozprawy**

Zastosowane postępowanie optymalizacyjne, z wykorzystaniem algorytmów gradientowych i modelu analitycznego pozwoliły na zaprojektowanie silnika LSPMSM o mocy znamionowej 0.75 [kW] i sprawności znamionowej  $\eta_N$ =88.5 [%]. Weryfikacja na prototypie opisanym w rozdziałach 6.1 do 6.3 oraz w [58] wykazała dobrą zgodność z modelem analitycznym, dając rezultat na poziomie  $\eta_N$ =89.1 [%]. Wartość ta jest nieosiągalna dla silników indukcyjnych, o czym świadczy porównanie z optymalnymi konstrukcjami tych maszyn, zawarte w [58]. Według tego porównania, maksymalna sprawność dla odpowiadającego silnika indukcyjnego o podobnych wymiarach i mocy znamionowej nie przekracza 83.7 [%].

Czas obliczeń optymalizacyjnych z wykorzystaniem opracowanej procedury, opartej na modelu analitycznym LSPMSM na komputerze PC z procesorem Intel Core 2 Quad Q9550 2.83GHz, wyniósł dla silnika opisanego w rozdziale 6.1 i przykładu obliczeń w [58] około 148 sekund dla silnika  $P_N$ =0.75 [kW] przy 14-tu zmiennych aktywnych, oraz ok. 94 sekund dla silnika  $P_N$ =1.1 [kW]. Jest to bardzo niewiele, w porównaniu do szacowanego czasu obliczeń optymalizacyjnych opartych wyłącznie o modele polowe wynoszącego 120 dni (przypadek dokładnego powtórzenia zakresu obliczeń jak dla modelu analitycznego), zgodnie z wyliczeniami przedstawionymi w [89].

Skuteczność narzędzia, jakim jest model analityczny magnetycznie liniowy, do symulacji własności silników LSPMSM została potwierdzona poprzez weryfikację z obliczeniami polowymi w programie Flux 2D. Wyniki tej weryfikacji można znaleźć m.in. w rozdziałach: 3.5 (patrz rysunki 3.5-4 i 3.5-5), 3.6 (rys. 3.6-2 i tab. 3.6-2), 5.7.1 (rys. 5.7.1-1 do 5.7.1-3), 5.7.2 (rys. 5.7.2-2, 5.7.2-3, 5.7.2-5).

Przeprowadzona procedura optymalizacyjna, oparta na wynikach modeli analitycznych magnetycznie liniowych, weryfikowanych przez obliczenia polowe, stanowi skuteczne narzędzie projektowe dla uzyskania konstrukcji wysokosprawnych. Podczas analizy literatury fachowej nie odnaleziono pracy, gdzie byłoby przedstawione podobne postępowanie. Jedyne publikacje na temat optymalizacji LSPMSM dotyczą modeli polowych i wykorzystania algorytmów heurystycznych (np. genetycznych), które dają tylko tzw. rozwiązania suboptymalne. Zakres opisanego w rozprawie postępowania mającego na celu uzyskanie wysokosprawnych konstrukcji LSPMSM, szczegółowość analizy i zaawansowanie procesu optymalizacji (ilość zmiennych, kryteriów oraz ograniczeń) wydają się świadczyć o tym, że jest to pierwsza tego rodzaju praca w skali kraju.

## 8. LITERATURA

- [1] R.M. Saunders, R.H. Weakley "*Design of permanent-magnet alternators*", 1951, AIEE Transactions, nr 70, tom II, str. 1578÷1581
- [2] D. Ginsberg, L.J. Misenheimer "*Design calculations for permanent-magnet generators*", 1953, AIEE Transactions, nr 72, tom III, str. 96÷103
- [3] D.D. Hershberger "Design considerations of fractional horsepower size permanent-magnet motors and generators", 1953, AIEE Transactions, nr 72, tom III, str. 581÷585
- [4] F.W. Merrill "*Permanent-magnet excited synchronous motor*", 1955, AIEE Transactions, nr 74, tom III, str. 1754÷1760
- [5] D. J. Hanrahan, D. S. Toffolo "*Permanent magnet generators part I theory*", 1957, AIEE Transactions, nr 76, tom III, str. 1098÷1103
- [6] F. Strauss "Synchronous machines with rotating permanent-magnet fields", 1952, AIEE Transactions, nr 71, tom II, str. 887÷893
- K.J. Binns, W.R. Barnard, M.A. Jabbar "*Hybrid permanent-magnet synchronous motors*", 1978, IEE Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, nr 125, tom 3, str. 203÷208
- [8] K.J. Binns "Self-starting permanent-magnet A.C. motors", 1978, Electronics and Power, nr 24, tom 10, str. 745÷746
- [9] K. Kurihara, M.A. Rahman "*High-efficiency line-start interior permanent-magnet synchronous motors*", 2004, IEEE Transactions on Industry Applications, nr 40, str. 789÷796
- [10] M. Bajek "Wybrane problemy silników indukcyjnych synchronizowanych z magnesami trwałymi (LSPMSM)", 2007, Elektrotechnika i Elektronika, wyd. AGH, tom 26, zeszyt 1-2, str. 1÷6
- [11] F. Libert, J. Soulard, J. Engström "Design of a 4-pole line start permanent magnet synchronous motor", 2002, Proceedings of the International Conference on Electrical Machines, ICEM 2002, Brugge, Belgia
- [12] F. Libert, J. Soulard "Design study of different direct-driven permanent-magnet motors for a low speed application", 2004, NORpie 2004, Trondheim, Norway, Proceedings of the Nordic Workshop on Power and Industrial Electronics
- [13] A.B. Proca, A. Keyhani, A. El-Antably, W. Lu, M. Dai "Analytical model for permanent magnet motors with surface mounted magnets", 2003, IEEE Transactions on Energy Conversion, nr 18, tom 3, str. 386÷391
- [14] Tanja Heikkila "Permanent magnet synchronous motor for industrial inverter applications analysis and design", 2002, rozprawa doktorska, Lappeenranta University of Technology, Lappeenranta, Finlandia
- [15] M.A. Rahman, A.M. Osheiba "*Performance of large line-start permanent magnet synchronous motors*", 1990, IEEE Transactions on Energy Conversion, nr 5, tom 1, str. 211÷217
- [16] V.B. Honsinger "The fields and parameters of interior type AC permanent magnet machines", 1982, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, nr PAS-101, tom 4, str. 867÷876
- [17] M.E. Haque, M.F. Rahman "Dynamic model and parameter measurement of interior permanent magnet synchronous motor", 2006, AUPEC 2006, Australian Universities Power Engineering Conference, 10-13 grudzień, Melbourne, Victoria, Australia
- [18] M.H. Zadeh, A. Kiyoumarsi "Startup and steady-state performance of interior-permanent magnet induction motors", 2005, ICEMS 2005, Proceedings of the Eighth International Conference on Electrical Machines and Systems, nr 1, str. 200÷202
- [19] O. Ojo, F. Osaloni, Wu Zhiqiao, M. Omoigui "The influence of magnetic saturation and armature reaction on the performance of interior permanent magnet machines", 2003, IEEE IAS Annual Meeting, nr 3, 12-16 wrzesień, str. 1689÷1695
- [20] L. Lefevre, J. Soulard, H.-P. Nee "*Design procedure for line-start permanent magnet motors*", 2000, IEEE Nordic Workshop On Power And Industrial Electronics, Aalborg, Dania, NORpie2000
- [21] F.B. Chaaban, P.H. Mellor, K.J. Binns "Practical modelling of permanent magnet synchronous machines with rare-earth magnets", 1990, Conference Record of the 1990 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, nr 1, str. 140÷145
- [22] V.B. Honsinger "Performance of polyphase permanent magnet machines", 1980, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, nr PAS-99, tom 4, lipiec, str. 1510÷1518
- [23] K. Tsuboi, I. Hirotsuka, T. Takegami, M. Nakamura "Basic concept of an analytical calculation method and some test results for determination of constant of line start permanent magnet motor", 2008, ICEMS 2008, International Conference on Electrical Machines and Systems, str. 3108÷3111

- [24] J.F. Gieras, E. Santini, M. Wing "Calculation of synchronous reactances of small permanent-magnet alternating-current motors: comparison of analytical approach and finite element method with measurements", 1998, IEEE Transactions on Magnetics, nr 34, tom 5, str. 3712:3720
- [25] T.J.E. Miller, M. Popescu, C. Cossar, M. McGilp, G. Strappazzon, N. Trivillin, R. Santarossa "Linestart permanent-magnet motor single-phase steady-state performance analysis", 2004, IEEE Transactions on Industry Applications, nr 40, tom 2, str. 516÷525
- [26] T.J.E. Miller "Synchronization of line-start permanent magnet motors", 1984, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, nr PAS-103, str. 1822÷1828
- [27] D. Zarko, D. Ban, R. Klaric "Finite element approach to calculation of parameters of an interior permanent magnet motor", 2005, Automatika: Journal for Control, Measurement, Electronics, Computing and Communications, nr 46, tom 3-4, str. 113÷122
- [28] Y. Honda, T. Higaki, S. Morimoto, Y. Takeda "Rotor design optimisation of a multi-layer interior permanent-magnet synchronous motor", 1998, IEE Proceedings of Electric Power Applications, marzec, nr 145, tom 2, str. 119÷124
- [29] H.-P. Nee, L. Lefevre, P. Thelin, J. Soulard "Determination of d and q reactances of permanent-magnet synchronous motors without measurements of the rotor position", 2000, IEEE Transactions on Industry Applications, nr 36, tom 5, str. 1330÷1335
- [30] T.M. Jahns, S.-H. Han, A.M. El-Rafaie, J.-H. Baek "Design and experimental verification of a 50 kW interior permanent magnet synchronous machine", 2006, Conference Record of the IEEE Industry Applications Conference, 41st IAS Annual Meeting, str. 1941÷1948
- [31] T.J.E. Miller, J.A. Walker, C. Cossar "Measurement and application of flux-linkage and inductance in a permanent-magnet synchronous machine", 2004, Power Electronics, Second International Conference on Machines and Drives, PEMD 2004, nr 2, str. 674÷678
- [32] N. Bianchi, S. Bolognani "Magnetic models of saturated interior permanent magnet motors based on finite element analysis", 1998, IEEE IAS Annual Meeting, nr 1, 12-15 październik, str. 27÷34
- [33] G.H. Kang, H. Nam, J.P. Hong, J. Hur "Analysis and design methodology for single-phase line-start permanent magnet motor considering parameters variation on d-q axis vector diagram", 2003, IEEE 38th Industrial Applications Society Annual Meeting, Salt Lake City, USA, tom 3, str. 1946÷1953
- [34] M. H. Zadeh, A. Kiyoumarsi "Torque optimization of the interior-permanent magnet synchronous motors using design sensitivity analysis", 2005, 9th CHLIE, The Spanish-Portuguese Congress on Electrical Engineering
- [35] U. Pahner, S. Van Haute, R. Belmans, K. Hameyer "Comparison of two methods to determine the d/qaxis lumped parameters of permanent magnet machines with respect to numerical optimisation", 1998, ICEM 1998, Proceedings of the International conference on Electrical Machine, Istanbul, Turkey, 2-4 wrzesień, str. 352÷357
- [36] C.C. Hwang, S.M. Chang, C.T. Pan, T.Y. Chang "Estimation of parameters of interior permanent magnet synchronous motors", 2002, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, nr 239, tom 1-3, luty, str. 600÷603
- [37] D. Pavlik, V.K. Garg, J.R. Repp, J. Weiss "A finite element technique for calculating the magnet sizes and inductances of permanent magnet machines", 1988, IEEE Transactions on Energy Conversion, nr 3, tom 1, str. 116÷122
- [38] T.W. Nehl, F.A. Fouad, N.A. Demerdash "*Determination of saturated values of rotating machinery incremental and apparent inductances by an energy perturbation method*", 1982, IEEE Transactions on Power Apparatus and System, nr PAS-101, tom 12, str. 4441÷4451
- [39] L. Chang "An improved FE inductance calculation for electrical machines", 1996, IEEE Transactions on Magnetics, nr 32, tom 4, str. 3237÷3245
- [40] P. Zhou, M.A. Rahman, M.A. Jabbar "Field circuit analysis of permanent magnet synchronous motors", 1994, IEEE Transactions on Magnetics, nr 30, tom 4, str. 1350÷1359
- [41] T.J.E. Miller, M. Popescu, C. Cossar, M. McGilp, J.A. Walker "Calculating the interior permanentmagnet motor", 2003, International Electric Machines and Drives Conference IEMDC'03, tom 2, str. 1181÷1187
- [42] M.Popescu, C. Cossar, T.J.E. Miller, M. McGilp "Iron loss modelling and effects in salient pole permanent magnet synchronous motors a review", 2004, International Conference on Electrical Machines ICEM'04, Kraków, Polska
- [43] S. Vaez-Zadeh, A.R. Ghasemi "Design optimization of permanent magnet synchronous motors for high torque capability and low magnet volume", 2005, Electric Power Systems Research, nr 74, tom 2, maj, str. 307÷313
- [44] A.M. Knight, C.I. McClay "The design of high-efficiency line-start motors", 1999, IEEE IAS Annual Meeting, nr 1, 3-7 październik, str. 516÷522

- [45] T. Zawilak "Wykorzystanie efektu wypierania prądu w rozruchu bezpośrednim maszyn wzbudzanych magnesami trwałymi", 2012, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej Nr 66, tom 1, str. 105÷111
- [46] J. Zawilak, M. Gwoździewicz "Influence of the permanent magnets arrangement on the single-phase line start permanent magnet synchronous motor performances", 2012, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej Nr 66, tom 1, str. 267÷272
- [47] Ki-Chan Kim, Ju Lee, Hee Jun Kim, Dae-Hyun Koo "Multiobjective optimal design for interior permanent magnet synchronous motor", 2009, IEEE Transactions on Magnetics, nr 45, tom 3, str. 1780÷1783
- [48] G. Yang, J. Ma, J.-X. Shen, Y. Wang "Optimal design and experimental verification of a line-start permanent magnet synchronous motor", 2008, ICEMS 2008, International Conference on Electrical Machines and Systems, str. 3232÷3236
- [49] Sung-Il Kim, Ji-Young Lee, Young-Kyoun Kim, Jung-Pyo Hong, Y. Hur, Yeon-Hwan Jung "Optimization for reduction of torque ripple in interior permanent magnet motor by using the Taguchi method", 2005, IEEE Transactions on Magnetics, nr 41, tom 5, str. 1796÷1799
- [50] F. Libert, J. Soulard "Design study of different direct-driven permanent-magnet motors for a low speed application", 2003, Journal Electromotion, nr 10, tom 4, str. 252÷257
- [51] W.-H. Kim, K.-C. Kim, S.-J. Kim, D.-W. Kang, S.-C. Go, H.-W. Lee, Y.-D. Chun, J. Lee "A study on the optimal rotor design of LSPM considering the starting torque and efficiency", 2009, IEEE Transactions on Magnetics, nr 45, tom 3, str. 1808÷1811
- [52] E. Richter, T.W. Neumann *"Line start permanent magnet motors with different materials*", 1984, IEEE Transactions on Magnetics, nr 20, tom 5, str. 1762÷1764
- [53] F.J.H. Kalluf, C. Pompermaier, M.V.F. da Luz, N. Sadowski "Magnet flux optimization method for linestart permanent magnet motors", 2009, IEMDC '09, IEEE International Electric Machines and Drives Conference, str. 953÷957
- [54] L. Lefevre, J. Soulard "Finite element transient start of a line-start permanent magnet synchronous motor", 2000, ICEM 2000, Helsinki, Finland
- [55] Ł. Knypiński, L. Nowak "Algorytm optymalizacji magnetoelektrycznych silników synchronicznych z uwzględnieniem polowego modelu zjawisk elektromagnetycznych", 2012, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej Nr 66, tom 1, str. 60÷69
- [56] Ł. Knypiński, L. Nowak "Dwuetapowa optymalizacja magnetoelektrycznych silników elektrycznych z uwzględnieniem współczynnika THD", 2012, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej Nr 66, tom 1, str. 70÷77
- [57] W. Jażdżyński, M. Bajek "Modeling and bi-criterial optimization of a line start permanent magnet synchronous machine to find an IE4 class high-efficiency motor", 2010, International Conference on Electrical Machines and Systems, ICEM 2010, Rzym, Włochy, 6-8 wrzesień, artykuł RF-002232, str. 1÷6, materiały konferencyjne
- [58] W. Jażdżyński, M. Bajek "A comparison of operation properties of a high-efficiency squirrel-cage induction motor and LSPMSM", 2012, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej Nr 66, tom 1, str. 238-243
- [59] IEC/TS 60034-31 Ed.1.0 2010-04: Rotating electrical machines Part 31: Selection of energy-efficient motors including variable-speed applications Application guide, 2010
- [60] T. Zawilak, L. Antal "Porównanie silnika indukcyjnego z silnikiem synchronicznym z magnesami trwałymi i rozruchem bezpośrednim", 2005, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, Nr 58, Studia i materiały nr 25, str. 212÷221
- [61] T.J.E. Miller "Single-phase permanent-magnet motor analysis", 1985, IEEE Transactions on Industry Applications, nr IA-21, tom 4, str. 651÷658
- [62] M. Bajek "Analiza własności jednofazowego silnika z magnesami trwałymi o rozruchu bezpośrednim", 2008, Automatyka, wyd. AGH, tom 12, nr 1/2008, str. 19÷27
- [63] A.M. Knight, S. Williamson "Influence of magnet dimensions on the performance of a single-phase line-start permanent magnet motor", 1999, IEEE International Electric Machines and Drives Conference IEMDC'99, Seattle, USA, str. 710:772
- [64] A.M. Knight, J.C. Salmon "Modeling the dynamic behaviour of single-phase line-start permanent magnet motors", 1999, IEEE 34th Industrial Applications Society Annual Meeting, Phoenix, USA, tom 4, str. 2582÷2588
- [65] B.J. Chalmers, G.D. Baines, A.C. Williamson "Performance of a line-start single-phase permanentmagnet synchronous motor", 1995, 7th International Conference on Electrical Machines and Drives EMD'99, Canterbury, str. 413:417

- [66] M. Popescu, T.J.E. Miller, M. McGilp, G. Strappazzon, N. Trivillin, R. Santarossa "Asynchronous performance analysis of a single-phase capacitor-start, capacitor-run permanent magnet motor", 2005, IEEE Transactions on Energy Conversion, nr 20, tom 1, str. 142÷150
- [67] S.H. Hong, K.M. Ko, C.B. Park "Magnet design procedure of single-phase lspm synchronous motor", 2004, International Conference on Electrical Machines ICEM'04, Kraków, Polska
- [68] M. Popescu, T.J.E. Miller, C. Cossar, M. McGilp, G. Strappazzon, N. Trivillin, R. Santarossa "Comparative study of starting methods for a single-phase permanent magnet synchronous motor", 2003, The 10th European Conference on Power Electronics and Applications EPE'03, Toulouse, Francja, nr 15, tom 1, str. 48÷56
- [69] M. Popescu, T.J.E. Miller, M.I. McGilp, G. Strappazzon, N. Trivillin, R. Santarossa "Torque behaviour of 1-phase permanent magnet AC motor", 2003, IEEE International Electric Machines and Drives Conference IEMDC'03, Madison, USA, tom 2, nr 1-4, str. 820÷825
- [70] R. Carlson, N. Sadowski, S.R. Arruda, C.A. da Silva, L. Von Donkal "Single-phase line-started permanent magnet motor analysis using finite element method", 1994, IEEE 29th Industrial Applications Society Annual Conference, Denver, USA, tom 1, str. 227÷233
- [71] T.J.E. Miller, M. Popescu, M.I. McGilp, G. Strappazzon, N. Trivillin, R. Santarossa "Line-start permanent-magnet motor: single-phase starting performance analysis", 2003, IEEE Transactions on Industry Applications, nr 39, tom 4, str. 1021÷1030
- [72] M.A. Rahman, A.M. Osheiba "*Performance analysis of single-phase permanent magnet motors*", 1987, Electric Energy Conference EECON'87, Adelaide
- [73] T. Sano, E. Nakayama, K. Sawa "Circuit parameter optimization method of single-phase line-start permanent-magnet motor", 2005, International Power Electronics Conference IPEC'05, Niigata, Japonia
- [74] B.T. Kim, Y.K. Kim, D.J. Kim "Analysis of Squirrel Cage Effect in Single Phase LSPM", 2004, KIEE International Transactions on EMECS, nr 4-B, tom 4, str. 190÷195
- [75] M. Popescu, T.J.E. Miller, M. McGilp, F.J.H. Kalluf, C. da Silva, L. von Dokonal "Effect of winding harmonics on the asynchronous torque of a single-phase line-start permanent-magnet motor", 2005, IEEE 40th Industrial Applications Society Annual Meeting, Hong Kong, tom 4, str. 2820÷2827
- [76] S. Williamson, A.M. Knight "Performance of skewed single-phase line-start permanent magnet motors", 1999, IEEE Transactions on Industry Applications, tom 35, str. 577÷582
- [77] A. Młot "Konstrukcyjne metody ograniczania pulsacji momentu elektromagnetycznego w bezszczotkowym silniku prądu stałego z magnesami trwałymi", 2007, rozprawa doktorska, Politechnika Opolska, Opole, Polska
- [78] A. Młot, M. Łukaniszyn, M. Korkosz "Wpływ skosu stojana na redukcję pulsacji momentu elektromagnetycznego w bezszczotkowym silniku prądu stałego", 2010, Maszyny elektryczne. Zeszyty Problemowe Bobrme-Komel, Katowice, nr 88, str. 41÷45
- [79] M. Korkosz, A. Młot "Analiza pulsacji momentu elektromagnetycznego w bezszczotkowym silniku prądu stałego z zastosowaniem skośnych magnesów ", 2010, Maszyny elektryczne. Zeszyty Problemowe Bobrme-Komel, Katowice, nr 88, str. 47÷51
- [80] T. Zawilak, L. Antal "Pulsacje momentu elektromagnetycznego w silnikach synchronicznych z magnesami trwałymi i rozruchem bezpośrednim", 2009, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej. Studia i Materiały, tom 63, nr 29, str. 116÷130
- [81] J.M.D. Coey "Rare-earth iron permanent magnets", Oxford Science Publications, 1996
- [82] W. Jażdżyński "Modeling and optimization of an IE4-class high-efficiency induction motor prototype", 2011, Maszyny elektryczne. Zeszyty Problemowe Bobrme-Komel, Katowice, nr 93, str. 37÷42
- [83] M. Bajek, T. Bąk, W. Jażdżyński "Analiza własności silnika indukcyjnego synchronizowanego (LSPMSM) metodą obliczeń polowych", 2005, Zeszyty Studenckiego Towarzystwa Naukowego Nr 7: Referaty Laureatów XLII Sesji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego Akademii Górniczo-Hutniczej, Wydawnictwo Studenckiego Towarzystwa Naukowego, Kraków, str. 53÷57
- [84] W. Jażdżyński, M. Bajek "Wpływ struktury wirnika na niektóre własności silnika synchronicznego z magnesami trwałymi o rozruchu bezpośrednim (LSPMSM)", 2008, Przegląd Elektrotechniczny, luty, tom 84, str.117÷121
- [85] M. Bajek "Analiza silnika LSPMSM z magnesami w kształcie "C" oraz wpływu nasycenia żelaza na jego własności", 2010, Maszyny elektryczne. Zeszyty Problemowe Bobrme-Komel, Katowice 2010, nr 88, str.75÷80
- [86] W. Jażdżyński, M. Bajek, T. Bąk, M. Majchrowicz "Modelowanie i przykłady analizy własności silnika asynchronicznego synchronizowanego (LSPMSM) oraz reluktancyjnego (SRM) z wykorzystaniem programu FLUX 2D", 2005, Materiały Konferencyjne XLI Międzynarodowego Sympozjum Maszyn Elektrycznych SME '2005, 14-17 czerwiec, Opole-Jarnotłówek, str. 136÷141

- [87] W. Jażdżyński, M. Bajek "Wybrane konstrukcje silników indukcyjnych synchronizowanych (LSPMSM) analiza porównawcza", 2006, Materiały Konferencyjne XLII Międzynarodowego Sympozjum Maszyn Elektrycznych SME '2006, 3-6 lipiec, Kraków, str. 207÷210
- [88] W. Jażdżyński, M. Bajek "Optimization of construction of a line start permanent magnet synchronous motor with the use of a magnetically linear analytical model", 2010, Przegląd Elektrotechniczny, tom 86, nr 7/2010, str. 330÷337
- [89] W. Jażdżyński, M. Bajek "Comparison of FEM and lumped parameter models in application to optimization of a LSPMSM construction", 2011, Maszyny Elektryczne. Zeszyty Problemowe Bobrme-Komel, Katowice, nr 92, str. 39:44
- [90] M. Bajek "Analiza własności silnika indukcyjnego i asynchronicznego synchronizowanego metodą polową", 2006, praca magisterska, Akademia Górniczo-Hutnicza im. S. Staszica w Krakowie
- [91] P.C. Krause "Analysis of electric machinery", 1986, McGraw-Hill
- [92] W. Jażdżyński "Analiza własności oraz projektowanie maszyn elektrycznych z wykorzystaniem metod optymalizacji i obliczeń polowych", 2006, 2007, 2008, Badania Statutowe nr 11.11.120.615, AGH, Kraków (niepublikowane)
- [93] W. Jażdżyński, M. Bajek "Obliczenia analityczne silnika synchronicznego z magnesami trwałymi o rozruchu bezpośrednim (LSPMSM) z pominięciem zjawisk nieliniowych", 2009, Maszyny elektryczne. Zeszyty Problemowe Bobrme-Komel, Katowice, nr 83, str. 73÷76
- [94] J. Soulard, S. Meier, Y.K. Chin "Modeling of iron losses in PM motors with field-weakening capability", 2003, International Journal of Automotive Technology, tom 4, nr 2, str. 87÷94
- [95] Cedrat "FLUX 2D User's Guide", 2005, Podręcznik użytkownika, v 9.2.2\_1, tom 1-4
- [96] M. Bajek "Determining LSPMSM model parameters a comparison of FEM and analytical approach with respect to optimization", 2011, XV International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering, ISEF2011, Madera, Portugalia, 1-3 wrzesień
- [97] J.F. Gieras, C. Wang, J.C. Lai "Noise of polyphase electric motors", 2006, CRC/Taylor & Francis
- [98] S. Kwaśnicki "*Hałas magnetyczny silników indukcyjnych trójfazowych klatkowych*", 1998, Branżowy Ośrodek Badawczo-Rozwojowy Maszyn Elektrycznych KOMEL
- [99] J. Gieras, korespondencja prywatna, 2012
- [100] M.N. Anwar, O. Husain "Radial force calculation and acoustic noise prediction in switched reluctance machines", 2000, IEEE Transactions on Industry Applications, tom 36, nr 6, str. 1589÷1597
- [101] T.Glinka, W. Mizia, A. Żywiec, J. Hickiewicz "Zadania z maszyn elektrycznych", 1976, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa
- [102] R. Wit "Metody programowania nieliniowego", 1986, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa
- [103] W. Jażdżyński, M. Bajek "Wyznaczanie i analiza granicznych własności optymalizowanego silnika synchronicznego z magnesami trwałymi o rozruchu bezpośrednim (LSPMSM)", 2010, Maszyny elektryczne. Zeszyty Problemowe Bobrme-Komel, Katowice, nr 87, str. 91÷94
- [104] D. Zarko "A systematic approach to optimized design of permanent magnet motors with reduced torque pulsations", 2004, rozprawa doktorska, University Of Wisconsin-Madison, USA
- [105] W. Jażdżyński "Projektowanie maszyn elektrycznych i identyfikacja ich modeli z wykorzystaniem optymalizacji wielokryterialnej", 1995, Wydawnictwa AGH, Kraków
- [106] K. Schittkowski "Nonlinear programming codes", 1980, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York
- [107] Matlab "User's Guide," Podręcznik użytkownika
- [108] The Math Works "Optimization Toolbox", 2001, wydanie 2. User's Guide, for use with Matlab
- [109] IEC 60034-30. Edition 1.0 2008 10: Rotating electrical machines Part 30: Efficiency classes of single speed, three phase, cage induction motors (IE code), 2008
- [110] A.M. Knight, J.C. Salmon "A comparison between finite element techniques when modelling single phase line-start permanent magnet motors", 1999, 9th International Conference on Electrical Machines and Drives EMD'99, Canterbury
- [111] W. Jażdżyński "A Low-Budget Measurement System and its Application to Identification of Electrical Machine Models", 2003, Proceedings of the XXIX International Symposium on Electrical Machines, SME'2003, Jurata, Polska, 9-11 czerwiec, poz. 57, wydanie CD-ROM.