

**AKADEMIA GÓRNICZO – HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE**

**WYDZIAŁ GÓRNICCTWA I GEOINŻYNIERII
KATEDRA PRZERÓBKI KOPALIN I OCHRONY ŚRODOWISKA**



ROZPRAWA DOKTORSKA

***„ROZPOZNAWANIE OBRAZÓW W IDENTYFIKACJI
TYPÓW RUD I ICH WŁAŚCIWOŚCI W PRODUKTACH
PRZERÓBKI RUD MIEDZI”***

Mgr inż. Aldona Krawczykowska

PROMOTOR

Dr hab. inż. Kazimierz Trybalski, prof. nadzw.

- KRAKÓW 2007 -

*Serdecznie dziękuję
Panu Profesorowi **Kazimierzowi Trybalskiemu**
za pomoc i opiekę naukową
w trakcie powstawania niniejszej pracy*

*Pani Barbarze Trybalskiej
za pomoc w realizacji badań*

Damianowi za wsparcie i cierpliwość

Spis treści

1. Wstęp.....	4
2. Charakterystyka rud miedzi	6
2.1. Światowe złoża rud miedzi	6
2.2. Krajowe złoża rud miedzi	8
2.2.1. Charakterystyka typów litologicznych lubińsko-głogowskich rud miedzi	8
2.2.2. Okruszczowanie	10
2.2.3. Charakterystyka najważniejszych minerałów miedzi	11
3. Wzbogacanie polskich rud miedzi	14
3.1. Opis stosowanych technologii.....	14
3.2. Schematy wzbogacania rud miedzi	17
3.3. Uzyskiwane wskaźniki wzbogacania	19
4. Cel, teza i zakres pracy.....	20
5. Mikroskopia elektronowa.....	23
5.1. Skaningowy mikroskop elektronowy	25
5.1.1. Budowa i zasada działania	25
5.1.2. Zdolność rozdzielcza.....	27
5.1.3. Sygnały emitowane przez próbkę	29
5.1.4. Preparatyka mikroskopowa	35
6. Przetwarzanie i analiza obrazów	37
6.1. Obraz i jego akwizycja.....	38
6.2. Wstępne przetwarzanie obrazów	40
6.3. Binaryzacja.....	43
6.4. Przekształcenia morfologiczne.....	47
6.5 Analiza obrazu.....	53
7. Właściwości geometryczne ziarna	57
8. Przegląd literatury	67
9. Ilościowa analiza próbek.....	74
9.1. Przygotowanie i charakterystyka materiałów	74
9.2. Ilościowa analiza mineralogiczno – litologiczna	75
9.3. Analizy z udziałem mikroskopii skaningowej	82
10. Analiza obrazu w rozpoznawaniu właściwości rud	89
11. Modele klasyfikujące typy rud	101
11.1. Poszukiwanie modeli sieci neuronowych	101
11.2. Rozpoznawanie mieszanek typów litologicznych rud	136
11.3. Przewidywanie udziałów typów rud w produktach przeróbki rud miedzi.....	140
12. Podsumowanie i wnioski końcowe	147
Literatura	150
Spis rysunków	155
Spis tabel	157

1. Wstęp

Rudy miedzi Legnicko Głogowskiego Okręgu Miedziowego to jedno z głównych bogactw naturalnych Polski. Rudy te mają niezwykle istotne znaczenie dla gospodarki kraju, ale także gospodarki regionu oraz dla zatrudnionych w nim ludzi.

Duże znaczenie rud dla gospodarki, wysoka cena miedzi i duży popyt na ten metal w świecie a także prognozy jego zużycia powodują, że zagadnienia związane z wydobywaniem i przeróbką tych rud są niezwykle istotne i ważne.

Pełne wykorzystanie surowca i zmniejszenie ilości składników użytecznych traconych w odpadach jest więc w tej sytuacji szczególnie ważne.

Krajowe rudy miedzi charakteryzujące się dużą zmiennością, zróżnicowanym składem mineralnym, zmiennym udziałem występujących w nich typów litologicznych, różną i w większości małą wielkością ziaren minerałów kruszczowych zalicza się do rud trudno wzbogacalnych.

Zastosowane w poszczególnych rejonach Oddziału Zakłady Wzbogacania Rud technologie i schematy technologiczne uwzględniają te cechy polskich rud miedzi. Schematy technologiczne oraz ich ciągi dostosowane są w poszczególnych rejonach do zmiennego składu rudy (nadawy), zwłaszcza jej składu litologicznego, który jest głównym wyróżnikiem decydującym o strukturze schematu technologicznego i zastosowanej technologii przeróbki.

Warunkiem skutecznej optymalizacji całego procesu wzbogacania rud miedzi, obok zastosowanych technologii oraz maszyn i urządzeń, jest możliwie pełna identyfikacja nadawy (rudy) kierowanej do tych procesów a także powstających produktów pośrednich i końcowych procesu wzbogacania. Skład litologiczny rudy jest jedną z istotniejszych właściwości określanych w procedurach identyfikacyjnych.

Dotychczas stosowane metody oceny składu litologicznego rudy miedzi oparte są głównie na wykorzystaniu mikroskopu optycznego. Metody te są metodami standardowymi i skutecznymi, lecz mimo ich zautomatyzowania, są metodami żmudnymi i wymagającymi specjalnego przygotowania próbki do badań, nie dają one jednak pełnych informacji o rudzie, np. o zawartości pierwiastków, są także metodami długotrwałymi, a tym samym wprowadzającymi opóźnienia czasu pozyskania ostatecznych wyników badań.

Uzasadnione jest więc poszukiwanie metod badawczych nowych, szybszych, często metod skojarzonych, opartych na łącznym wykorzystaniu badań różnego typu, co daje

możliwość wydobycia informacji nieosiągalnych przy zastosowaniu pojedynczych, nawet doskonałych metod i urządzeń pomiarowych.

Postęp techniczny ostatnich dziesięcioleci oraz związany z nim rozwój informatyki pozwolił na wprowadzenie szeregu nowych urządzeń pomiarowych oraz zaawansowanych procedur obliczeniowych i algorytmów przetwarzania danych pomiarowych. Przykłady takich rozwiązań można znaleźć w wielu dziedzinach techniki i badań, a zwłaszcza w: nanotechnologiach, medycynie, biologii, krystalografii, archeologii, jak również w zastosowaniach przemysłowych.

Częstym elementem tych badań są: przetwarzanie obrazów, techniki pozyskiwania ich cyfrowych postaci (kamery cyfrowe), mikroskopia skaningowa dająca nie tylko dogodną postać obrazu ale także możliwość niemal nieograniczonych powiększeń oraz umożliwiającą wykonanie składu i analizy ilościowej w wybranym mikroobszarze.

Nieodłącznym elementem badań są procedury i techniki przetwarzania uzyskanych w trakcie badań wyników, pozwalające na wydobycie z nich informacji niedostępnych przy obróbce tradycyjnej. Wśród tych procedur najczęściej wykorzystywane są tzw. procedury inteligentne, do których zaliczane są m.in.: algorytmy genetyczne, sieci neuronowe.

W niniejszej pracy do badań właściwości rud miedzi zastosowano kilka nowoczesnych metod i technik badawczych takich jak: analiza obrazów, mikroskopia skaningowa, mikroskopia optyczna, sieci neuronowe.

W pracy opracowano metodykę badań łączącą wyżej wymienione metody i techniki badawcze, pozwalającą na pełniejsze niż w dotychczasowych rozwiązaniach, oraz szybsze badanie właściwości rud miedzi oraz produktów ich przeróbki.

Metodyka badawcza oraz uzyskane wyniki mogą posłużyć do ustalenia lepszych warunków wzbogacania rudy, pozwala na to znaczna mobilność procesów przeróbczych w zakresie możliwości zmian ich parametrów pracy.

Praca została zrealizowana w ramach projektu badawczego promotorskiego nr 4 T12A 008 29 finansowanego przez Ministerstwo Edukacji i Nauki

2. Charakterystyka rud miedzi

2.1. Światowe złoża rud miedzi

Pierwiastek miedzi występuje w przyrodzie w stanie rodzimym, pospolitsze są jednak jego siarczki, arsenki, antymonki, bizmutki, tlenki, węglany, siarczany, krzemiany i inne związki. Miedź tworzy wiele minerałów, niektóre z nich zawierają domieszki złota, srebra, niklu, molibdenu, renu, platynowców i innych pierwiastków lub ich minerałów (Bolewski, 1977).

Na świecie znanych jest ponad 1000 złóż rud miedzi, w około 300 prowadzi się wydobycie lub prace udostępniające. Na podstawie geologicznych warunków występowania i składu mineralicznego rud wyróżnia się kilkanaście typów złóż. Wśród nich największe znaczenie mają (Paulo, Strzelska-Smakowska, 2000):

- porfirowe (hydrotermalne),
- stratoidalne w seriach osadowych (osadowe),
- pirytowe (ekshalacyjno-osadowe),
- rudy Cu-Ni (likwacyjne).

Porfirowe złoża rud miedzi są związane z intruzjami magmowymi we współczesnych lub dawnych strefach subdukcji. Najważniejsze tego typu złoża rozciągają się wzdłuż Andów i Gór Skalistych. Złoża mają formę rozległych sztokwerków, zajmujących obszar $0,5\div 4\text{ km}^2$ i sięgających w głąb kilkaset metrów. Większość złóż wykazuje silne zmiany wietrzeniowe do głębokości $50\div 200\text{ m}$, wskutek utlenienia i przemieszczenia miedzi.

W strefie utlenienia zawartość Cu jest stosunkowo niska a w skład rudy wchodzi goethyt, jarosyt, malachit, kupryt, brochantyt, chryzokola i inne. Głębiej następuje gwałtowny wzrost zawartości Cu do $1\div 5\%$ w poziomo ułożonej strefie cementacji. Na tej głębokości rudę stanowią: drobnoziarnisty chalkozyn i kowelin oraz duże domieszki Ag i niekiedy Au. Poniżej występują żyłki i rozproszone ziarna pirytu, bornitu i innych siarczków. Ruda w najgłębszej strefie zawiera $0,3\div 1\%$ Cu.

Znane są dziesiątki złóż porfirowych skupiających $0,1\div 30\text{ mln Mg Cu}$ każde. Na ogół znaczenie przemysłowe mają tylko te, których eksploatacja możliwa jest metodą odkrywkową.

Przykłady największych złóż: Chuquicamata, El Teniente, Escondida (Chile), Cuajone, Toquepala (Peru), Cerro Colorado (Panama), La Caridad, Cananea (Meksyk) i inne.

Złoża stratoidalne występują na platformach, wśród piaskowców i łupków dolomitycznych (czasem bitumicznych) lub ich zmetamorfizowanych odpowiedników.

Głównymi minerałami użytecznymi są chalkozyn, bornit i chalkopiryt. Towarzyszą im na ogół małe ilości pirytu, sfalerytu i galeny, a w niektórych złożach minerały Co, Ni, Ge, Ag, U. Przy powierzchni zdarzają się głębokie strefy utlenienia z tlenowymi minerałami Cu i Co lub Mn. Kruszcze tworzą spoiwo piaskowców, mikroskopijne ziarna rozproszone w skałach ilasto-węglanowych oraz żyłki, których wzbogacanie jest dość trudne. Średnia zawartość Cu w złożach stratoidalnych waha się od 1 do 5 %. Złoża te są istotnym źródłem Ag i Co.

Przykłady złóż: Kamoto, Mufulira, Nchanga w „Pasie miedziowym” (Kongo-Zambia), Lubin, Niecka Grodziecka (Polska), Viscaria (Szwecja), Dżekazgan (Kazachstan), Nacimient (USA), Redstone (Kanada).

Złoża **pirytowe** występują wśród skał wulkanicznych i wulkaniczno-osadowych, powstałych w środowisku podmorskim, często sfałdowanych i regionalnie zmetamorfizowanych. Skład rud jest zmienny, zwykle polimetaliczny (Zn-Cu-Pb-Ag-Au), z dużą przewagą pirytu lub pirotynu (50÷95 %), niekiedy z barytem. Typowe zasoby zawierają około 5 mln Mg rudy o zawartości około 1,5 % Cu.

Przykłady złóż: Rio Tinto, Tharsis (Hiszpania), Neves Corvo (Portugalia), Skouriotissa (Cypr), a także Niemcy, Szwecja, Finlandia, liczne złoża Uralu (Rosja), Japonia, Kanada.

Złoża **siarczków Cu i Ni** są nieliczne, lecz intensywnie eksploatowane z powodu kompleksowego składu pierwiastkowego rud Ni-Cu (-Pd, Pt, Au, Co). Najważniejszymi okręgami przemysłowymi eksploatującymi tego typu złoża są: okręg Norylsk w północno-zachodniej części Syberii (rudy o zawartości 4÷25 % Cu) i Sudbury w Kanadzie.

Światowe zasoby geologiczne miedzi ocenia się na 650 mln Mg Cu, z czego około 340 mln Mg ma wartość gospodarczą, podczas gdy zasoby perspektywiczne szacuje się na 1,6 mld. Spośród około 50 krajów wykazujących wydobyć największą bazą zasobową rud miedzi dysponują: Chile (28 %), USA (13 %), a także Rosja, Polska, Chiny (po 6÷7 %) (Galos i in., 2003).

2.2. Krajowe złoża rud miedzi

Źródłem miedzi w Polsce są rudy siarczkowe, które występują w osadach dolnego cechu sztynu, w dwóch jednostkach geologicznych Dolnego Śląska: w Niece Północnosudeckiej i na Monoklinie Przedsudeckiej. Większość zasobów przemysłowych skupia złóż lubińsko-głogowskie na Monoklinie Przedsudeckiej. Złóż, w obrębie jakościowych kryteriów bilansowości, ciągnie się nieprzerwanie na obszarze około 760 km², z czego udostępniona jest część płytsza o powierzchni 316 km². Jest to jedno z największych złóż rud miedzi i największe złóż srebra na świecie. Mniej atrakcyjne zasoby znajdują się w Niece Północnosudeckiej; należą one po części do kopalń już zamkniętych i jednego złoża głębokiego, dotąd nie udostępnionego (Paulo, Strzelska-Smakowska, 2000).

Złoża rud miedzi obszaru lubińsko-głogowskiego zaliczane są do typu stratoidalnego określanego jako model złóż w skałach osadowych. Złóż tworzą nagromadzenia siarczków występujące w piaskowcach czerwonego spągowca i piaskowcach białego spągowca, łupkach miedzionośnych i skałach węglanowych, wśród których dominują dolomity.

Podstawowe parametry złóż takie jak: miąższość, zawartość miedzi i srebra oraz zasobność są zróżnicowane w poszczególnych rejonach i odznaczają się często znaczną lokalną zmiennością (Nieć, Piestrzyński, 1996).

Rudy miedzi eksploatowane są w kopalniach Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego przez jedyne w Polsce producenta miedzi z surowców pierwotnych – KGHM „Polska Miedź” S.A. Spółka jest największym producentem miedzi w Europie korzystającym z własnych zasobów górniczych, siódmym co do wielkości producentem miedzi na świecie oraz drugim światowym producentem srebra. KGHM „Polska Miedź” SA produkuje miedź, srebro oraz w mniejszych ilościach złoto i inne metale w ciągu technologicznym, w skład którego wchodzi: trzy zakłady górnicze (Lubin, Polkowice-Sieroszowice, Rudna), zakłady wzbogacania rud i trzy huty.

2.2.1. Charakterystyka typów litologicznych lubińsko-głogowskich rud miedzi

Rudy miedzi z poszczególnych kopalń Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego, stanowiące nadawę dla zakładów wzbogacania rud, różnią się składem litologicznym, mineralizacją i podatnością na wzbogacanie. Występują one w trzech

odmiennych typach litologicznych o zróżnicowanych właściwościach fizycznych i chemicznych: w węglanach, łupkach i piaskowcach (Kijewski, Jarosz, 1996).

Ruda węglanowa, reprezentowana przez drobnoziarniste dolomity wapniste i rzadziej wapienie dolomityczne, zawiera szereg minerałów, takich jak dolomit, kalcyty, gips, anhydryt, domieszki minerałów ilastych (illit, kaolinit). Minerały miedzionośne występują w niej w drobnych wprysnięciach, przeważnie w ziarnach o wielkości od 30 do 200 μm .

Utwory łupkowe zbudowane są z czterech głównych składników petrograficznych o zróżnicowanym udziale:

- minerałów ilastych (około 45 %),
- węglanów, głównie dolomitu (około 40 %),
- substancji organicznej (około 6,9 %),
- kwarcu (3,5 %).

Występują w nich minerały miedzionośne o uziarnieniu średnio od 5 do 40 μm .

Ruda piaskowcowa wykształcona jest w postaci piaskowców jasnoszarych, drobnoziarnistych, zbitych, o spoiwie węglanowym i ilastym. Zawiera głównie ziarna kwarcu, nieznaczne ilości skaleni. Minerały kruszczowe występują przede wszystkim w lepiszczu spajającym ziarna kwarcu, którym jest kalcyt i minerały ilaste. Ich ziarna mają wielkości rzędu od 50 do 200 μm .

Poszczególne odmiany rud tworzą te same podstawowe minerały skałotwórcze, ale w różnych proporcjach ilościowych. W tabeli 2.1 przedstawiony został skład mineralogiczny poszczególnych typów rud.

Tabela 2.1 Średni skład mineralogiczny rud miedzi [% wag]

Minerały	Ruda		
	piaskowcowa	łupkowa	węglanowa
Kwarc	72,0	5,0	3,0
Minerały ilaste	15,0	39,0	16,5
Węglany (dolomit, kalcyt)	8,0	42,0	72,0
Siarczany (gips, anhydryt)	2,0	-	5,0
Substancja organiczna	ilości śladowe	6,0	0,5
Siarczki miedzi	3,0	8,0	3,0

Rudy miedzi, eksploatowane w kopalniach Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego, wykazują duże zróżnicowanie pod względem ilościowego udziału odmian rudy, ich charakterystyki petrograficznej i struktury, mineralizacji kruszczowej, zawartości miedzi i pierwiastków współwystępujących oraz parametrów technicznych skał budujących

złoże. Znajomość tych właściwości ma podstawowe znaczenie dla procesów urabiania i przeróbki mechanicznej.

Udział poszczególnych odmian rud w profilu złoża wykazuje pewne prawidłowości i został zaprezentowany w tabeli 2.2.

Tabela 2.2 Skład litologiczny [%] rudy miedzi przerabianej w poszczególnych rejonach

Typ litologiczny	Rejon Rudna	Rejon Polkowice	Rejon Lubin
Ruda piaskowcowa	60	15	70
Ruda węglanowa	32	70	20
Ruda łupkowa	8	15	10

2.2.2. Okruszczowanie

W złożach polimetalicznych monokliny przedsudeckiej stwierdzono ponad 110 minerałów kruszczowych. Oprócz minerałów miedzionośnych ruda zawiera wiele pierwiastków towarzyszących takich jak: srebro, złoto, arsen, ołów, cynk, kobalt, nikiel, wanad, molibden, selen, ren i platynowce (Galos i in., 2003).

Rozmieszczenie okruszczowania w obszarze złożowym jest bardzo nieregularne. Wyróżnia się sześć podstawowych typów okruszczowania:

- rozproszone (najczęściej spotykane; minerały kruszczowe wypełniają wolne przestrzenie we wszystkich typach skał, często zastępują węglanowo-ilaste spoiwo piaskowca),
- gniazdowe (spotykane głównie w dolomitach, rzadziej w piaskowcu),
- żyłkowe oraz soczewkowe (szczególnie charakterystyczne dla łupków miedzionośnych, rzadziej dolomitów i piaskowców),
- lamin kruszczowych (typ okruszczowania spotykany wyłącznie w piaskowcu),
- masywne (bardzo rzadko spotykane; występuje wyłącznie w stropie piaskowca, sporadycznie obserwowane jest w dolomicie granicznym).

2.2.3. Charakterystyka najważniejszych minerałów miedzi

Głównymi nośnikami miedzi w strefie złożowej obszaru lubińsko-głogowskiego są chalkozyn (oraz zbliżone do niego siarczki: digenit, djurleit i anilit), bornit i chalkopiryt. Lokalnie występują również siarkosole z grupy tetraedryt-tennantyt i inne (Paulo, Strzelska-Smakowska, 2000).

Chalkozyn Cu_2S jest najważniejszym minerałem miedzi, który dominuje we wszystkich trzech typach rudy na całym obszarze złoża. Maksymalne koncentracje chalkozynu (do 90 % objętościowo) występują w pobliżu gniazdowych struktur piaskowca o spoiwie anhydrytowym.

W całym obszarze złożowym wyraźne wzbogacenie w chalkozyn obserwowane jest w stropie piaskowca. Jego średni udział względny może wynosić nawet 94 % sumy wszystkich siarczków. Ogólnie jednak w piaskowcu ilość chalkozynu nie przekracza kilku procent objętościowych.

W łupkach widoczne jest wyraźne zróżnicowanie zawartości chalkozynu, a najbogatszy w chalkozyn jest łupek smolisty. Maksymalne zawartości chalkozynu wynoszą 40÷50 % objętościowo, a średnio 8÷10 %. Typowymi jego strukturami we wszystkich odmianach łupku są: rozproszone, żyłkowe, soczewkowe i rzadziej gniazdowe. W łupkach obserwuje się duże zróżnicowanie wielkości agregatów i skupień mineralnych.

W węglanach zawartość chalkozynu jest na ogół niska. Podwyższone zawartości, 2÷3 % obj. obserwuje się w dolomicie ilastym. W kierunku stropu złoża zawartość chalkozynu gwałtownie maleje. Równocześnie zaczynają się pojawiać w większej ilości bornit i chalkopiryt. W węglanach chalkozyn tworzy głównie struktury rozproszone i gniazdowe, rzadziej żyłkowe i soczewkowe.

Makroskopowo minerał ten charakteryzuje się srebrzystobiałą barwą, metalicznym połyskiem oraz czarną rysą. Jego barwa w świetle odbitym jest biała z lekkim niebieskawym odcieniem. Teoretycznie chalkozyn zawiera 79,8 % Cu.

Bornit Cu_5FeS_4 pod względem ilościowym jest drugim minerałem kruszcowym w złożu po chalkozynie. Występuje we wszystkich litologicznych odmianach rudy. W piaskowcu średnia zawartość tego minerału waha się w granicach 0,2÷0,67 % obj., w łupku 0,4÷1,63 % obj., natomiast w węglanach obserwuje się zróżnicowanie od 0,1÷1,0 % obj. Najmniejsza ilość bornitu występuje w tych łupkach miedzionośnych, w których minerałem dominującym jest chalkozyn.

Bornit tworzy głównie struktury rozproszone, gniazdowe i żyłkowe we wszystkich skałach złożowych. Struktury żyłkowe spotykane są w łupkach, gniazdowe przeważają w węglanach. Siarczek ten występuje na ogół w postaci niewielkich, ksenomorficznych kryształów lub agregatów w spoiwie piaskowca i w łupku. W łupkach miedzionośnych częstą formą występowania bornitu są żyłki zgodne i niezgodne z laminacją skały. Bornit występuje samodzielnie lub w zrostach z chalkozynem, digenitem, chalkopirytem, galeną, pirytem, markasytem, srebrem rodzimym i sfalerytem.

Stechiometrycznie zawiera 63,33 % Cu i 11,12 % Fe, jednak w rzeczywistości cechuje się bardzo zróżnicowanym składem chemicznym. Dotychczas rozpoznano sześć odmian tego minerału. Bornity z obszarów złoża Lubin i Polkowice wykazują na ogół wyższą zawartość srebra, sięgającą 15,5 % wagowo, jest to tzw. bornit różowowrzosowy. Zawartość Ag w bornitach z obszaru złoża Rudna jest znacznie niższa, zwykle nie przekracza 1 % wag.

Makroskopowo bornit jest minerałem nieprzezroczystym o barwie różowożółtej, różowobrazowej, często pokrywa się granatowoczerwonym nalotem. Ma metaliczny połysk i czarną rysę. Bornit wykazuje duże zróżnicowanie barwy w świetle odbitym w zależności od składu chemicznego. Odmiany różniące się zawartością Ag charakteryzują się barwą różowopomarańczową, różowowrzosową, różowoszarą i różowokremową, natomiast fazy różniące się zawartością Fe posiadają niebieskoszary odcień barwy.

Digenit Cu_9S_5 podobnie jak chalkozyn, występuje we wszystkich litologicznych typach rudy. Pod względem ilościowym zajmuje trzecią pozycję wśród siarczków. Zawartości tego minerału oscylują w przedziale 0,1÷0,75 % obj. Digenit występuje w postaci samodzielnych, najczęściej ksenomorficznych kryształów lub w zrostach z chalkozynem, bornitem, djurleitem, anilem, tennantytem, galeną, idaitem, srebrem rodzimym, kobaltynem. Występuje przeważnie w dużym rozproszeniu, rzadziej w kolonijnych skupieniach.

Digenit teoretycznie zawiera 78,1 % Cu i 21,9 % S, często jednak wykazuje stałą domieszkę Fe oraz niewielkie ilości Ag. Cechy fizyczne digenitu podobne są do cech chalkozynu, ich makroskopowe rozróżnienie jest niemożliwe. Odznacza się niebieską i niebieskoszarą barwą w świetle odbitym.

Kowelin CuS również występuje we wszystkich odmianach litologicznych rudy. Pod względem ilościowym zajmuje czwarte miejsce wśród siarczków. Największe jego koncentracje występują w piaskowcu, gdzie tworzy struktury masywne, będące wynikiem wtórnych wzbogaceń. W złożu kowelin występuje najczęściej w dużym rozproszeniu. Średnie

zawartości tego minerału wynoszą: w piaskowcu $0,2 \div 0,4$ % obj., w łupku $0,25 \div 0,7$ % obj. (w zależności od rodzaju łupku), w dolomitach $0,1 \div 0,2$ % obj.

Kowelin występuje przeważnie w zrostach z innymi siarczkami, głównie z prostymi siarczkami miedzi chalkozynem, bornitem, digenitem i chalkopirytem. Samodzielnie występuje tylko lokalnie.

Skład chemiczny kowelinu zbliżony jest do stechiometrycznego: 66,46 % Cu i 33,54 % S.

Makroskopowo kowelin charakteryzuje się barwą niebieską przechodzącą w granatową, metalicznym połyskiem i czarną rysą z granatowym odcieniem, natomiast w świetle odbitym jego barwa jest intensywnie niebieska.

Chalkopiryt **CuFeS₂** jest minerałem pospolicie występującym w obszarze Lubin-Sieroszowice. Jest obecny we wszystkich trzech typach litologicznych rudy.

Chalkopiryt występuje samodzielnie, w postaci ksenomorficznych kryształów lub w zrostach i agregatach wielomineralnych z bornitem, galeną, pirytem, tennantytem, kowelinem, idaitem i digenitem. Występuje w postaci struktur: rozproszonych, gniazdowych, żyłkowych oraz w postaci wypełnień pustych przestrzeni. Rzadko spotykane są masywne skupienia tego minerału.

Stechiometrycznie zawiera 34,64% Cu, 30,42% Fe i 32,94% S. Możliwe są domieszki Ag, Au, Pb, Co, Ni, Sn i Zn, które zastępują Cu lub Fe oraz As i Se w miejsce S.

Makroskopowo minerał jest nieprzezroczysty, o barwie żółtej, mosiężnożółtej lub brunatnoczerwonej, metalicznym połysku i czarnej rysie. Wyróżnia się żółtą barwą w świetle odbitym.

Djurleit **C_{1,97}S** jest minerałem występującym w złożu podrzędnie. Optycznie jest bardzo podobny do chalkozynu, od którego różni się tylko odcieniem barwnym. Jego identyfikacja jest możliwa gdy występuje w zrostach z chalkozynem. Spotykany jest we wszystkich typach litologicznych rudy w paragenzie z chalkozynem.

Anilit **C_{1,75}S** występuje w śladowych ilościach we wszystkich odmianach litologicznych rudy. Większe jego koncentracje spotykane są w dolomicie granicznym oraz w strefach piaskowca ze spoiwem anhydrytowym. Jest trudny do identyfikacji ze względu na duże podobieństwo do digenitu. Anilit występuje w ścisłej paragenzie z djurleitem, tworzy z nim również zrosty (Piestrzyński, 1992).

3. Wzbogacanie polskich rud miedzi

Rudy miedzi z LGOM charakteryzują się znacznym zróżnicowaniem wzbogacalności zależnej od składu litologicznego, mineralnego i chemicznego oraz od wielkości uziarnienia i rodzaju występujących w niej siarczków miedzi. Zmienne parametry jakościowo-ilościowe rudy surowej wymagają ciągłego doskonalenia procesu technologicznego, a okruszczowanie rudy drobno zmineralizowanymi siarczkami miedzi determinuje sposób jej wzbogacania.

Rozkład uziarnienia minerałów kruszczowych w odmianach litologicznych rudy wykazuje jak odmienne są wymogi rozdrabniania (mielenia) w procesie technologicznym. Ruda łupkowa powinna być domielana do klasy ziarnowej poniżej 35 μm , węglanowa do 45 μm , a piaskowcowa do 100 μm .

Poszczególne typy litologiczne rud miedzi różnią się charakterem wzbogacalności. Różnice we flotowalności poszczególnych odmian litologicznych wynikają ze struktury ich okruszczowania oraz rodzaju minerałów miedzionośnych i składników płonnych.

Najgorszą wzbogacalność wykazują łupki, w których zawartość składników organicznych i drobno wprysniętych minerałów miedzi jest największa. Piaskowce natomiast wzbogacają się najłatwiej, wykazują największą podatność na rozdrabnianie i pozbawione są niemal zupełnie substancji organicznej i drobnych wprysnięć. W związku z tym technologie dla obu typów rud muszą być indywidualnie dostosowane do ich charakterystyk wzbogacalności.

3.1. Opis stosowanych technologii

Ze względu na opisane powyżej zróżnicowanie litologiczne polskich rud miedzi, technologie wzbogacania poszczególnych typów rud dostosowane są do ich odmiennych charakterystyk wzbogacalności i polegają na selektywnej przeróbce mieszaniny rudy piaskowcowo-węglanowo-łupkowej (Spalińska, Stec, Sztaba, 1996; Grotowski, Banach, Pluskota, 1996).

Proces przeróbki polskich rud miedzi składa się z następujących operacji technologicznych:

1. Przygotowawczych – kruszenie, mielenie, klasyfikacja (sitowa i przepływowa).

Cechą decydującą o zachowaniu się rudy w procesach rozdrabniania jest jej charakterystyka petrograficzna i mineralna oraz wilgotność. Typowa wilgotność rudy dostarczanej do zakładów przerobczych waha się w granicach 6÷7 %. Taka charakterystyka

surowca zmusza do prowadzenia operacji kruszenia na sucho, a mielenia na mokro. Również podatność na rozdrabnianie trzech różnych typów litologicznych rud jest różna. Materiały twarde rozdrabnia się przez uderzenie, mniej twarde przez zgniatanie, miękkie przez zgniatanie, łamanie lub ścieranie natomiast ilaste i plastyczne przez ścieranie.

Kruszenie jest pierwszym etapem przygotowującym rudę do właściwej przeróbki. Wydobywana ruda, ze względu na stosowany system eksploatacji, charakteryzuje się stosunkowo grubym uziarnieniem rzędu 0,3 m, dlatego też pierwotnie, jej kruszenie odbywa się w kruszarkach szczękowych zlokalizowanych pod ziemią. Pokruszona ruda transportowana jest na powierzchnię, gdzie trafia na przesiewacze klasyfikujące rudę surową o wymiarach oczka sita $d_T=16-40$ mm (w zależności od zakładu).

Operacje przesiewania rudy surowej prowadzone są w celu wydzielenia drobnopięknej frakcji piaskowcowej powstającej w wyniku selektywnego kruszenia skał w trakcie urabiania oraz poprawy warunków dalszego rozdrabniania produktu górnego, o podwyższonym udziale frakcji węglanowej, w kruszarkach młotkowych i stożkowych. Skuteczność wydzielenia frakcji piaskowcowej jest uzależniona od wielkości założonego ziarna podziałowego oraz od dokładności odsiania wymaganej klasy, co zależy od wilgotności nadawy i jej składu ziarnowego.

W procesie przesiewania i kruszenia rudy surowej, zostaje ona przygotowana do ostatniego stadium procesu rozdrabniania jakim jest mielenie.

Proces mielenia ma na celu uwolnienie drobnych wprysnięć minerałów użytecznych ze skały płonnej i przygotowanie rudy do dalszej klasyfikacji. Z uwagi na złożony charakter rudy, kruchość minerałów miedzi i drobną mineralizację, mielenie odbywa się trójstopniowo. Pierwszy stopień mielenia realizowany jest najczęściej w młynach prętowych wraz z klasyfikacją w klasyfikatorze spiralnym. Pozostałe etapy mielenia realizowane są w młynach kulowych i cylpebsowych z klasyfikacją w hydrocyklonach. Stopień uwolnienia minerałów decyduje o skuteczności głównego procesu wzbogacania – flotacji. W związku z tym stosowana technologia wymusza: prowadzenie procesów mielenia w cyklach zamkniętych z procesami klasyfikacji, dokładną kontrolę uziarnienia oraz automatyzację układów mielenia i klasyfikacji.

2. Głównych – flotacja.

Proces flotacji jest jedyną, stosowaną w polskich zakładach, metodą wzbogacania rud miedzi. Jest to metoda stosowana w świecie do wzbogacania około 85 % eksploatowanych rud, zawierających ziarna siarczków miedzi o wielkości poniżej 0,3 mm. Stosowana

technologia wzbogacania flotacyjnego jest dostosowana do składu mineralnego i właściwości fizykochemicznych rud.

Mechanizm flotacji polega na wykorzystaniu różnic fizykochemicznych właściwości powierzchni ziaren minerałów, dodatkowo selektywnie zwiększanych poprzez zastosowanie odpowiednich odczynników flotacyjnych. Do flotacji stosuje się zasadniczo dwa typy odczynników flotacyjnych:

- jako odczynnik zbierający: mieszanina ksantogenianów etylosodowego i izobutyłowego oraz Flotan,
- jako odczynnik pianotwórczy – Nasfroth,

Proces flotacji prowadzony jest w kilku etapach: we flotacji szybkiej, wstępnej, piasków i głównej. Otrzymane w tych operacjach produkty pianowe (z wyjątkiem flotacji szybkiej, z której uzyskuje się produkt końcowy) poddaje się rozwiniętej flotacji czyszczącej w celu otrzymania koncentratu o możliwie najwyższej zawartości miedzi.

3. Uzupełniających – odwadnianie koncentratu.

Proces odwadniania koncentratu obejmuje procesy jego zagęszczania, filtracji oraz suszenia.

Zagęszczanie jest pierwszym etapem odwadniania, do którego nadawę stanowi koncentrat z ostatniego stadium flotacji czyszczącej. Zagęszczanie polega na zwiększeniu zawartości części stałych w zawiesinie koncentratu w wyniku sedymentacji, wywołanej siłami grawitacji. Operacja ta realizowana jest w zagęszczaczach promieniowych Dorra o średnicy 25 m. Zagęszczony koncentrat kierowany jest do filtracji ciśnieniowej.

Filtracja jest procesem polegającym na rozdzieleniu fazy stałej od ciekłej w urządzeniach filtracyjnych z odpowiednio dobraną przegrodą filtracyjną – przepuszczalną dla cieczy i nie przepuszczalną dla ziarn fazy stałej. W procesie filtracji powstają dwa produkty:

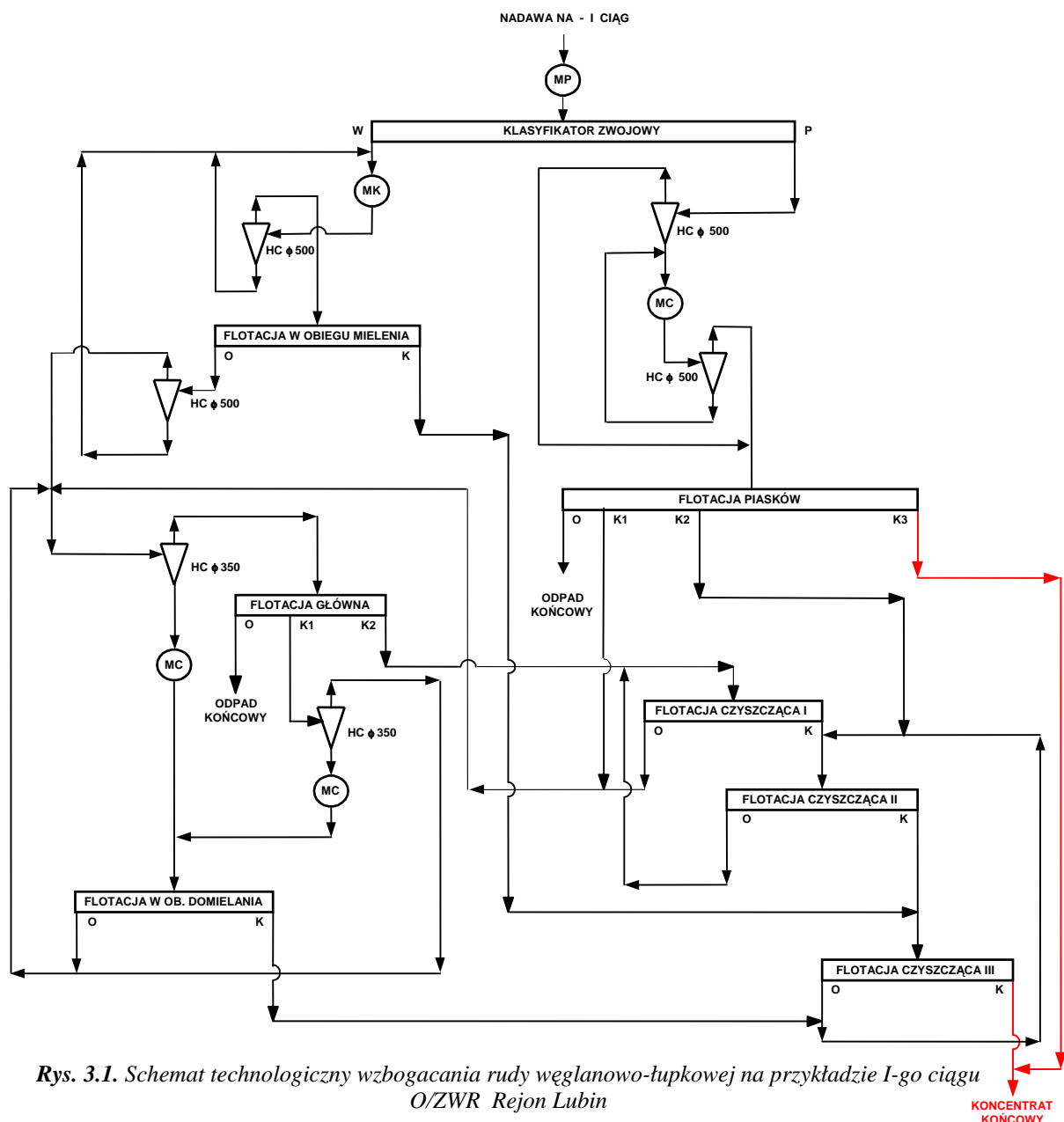
- filtrat – zawierający niewielką ilość części stałych w postaci bardzo drobnych ziaren, zawracanych do zagęszczaczy Dorra,
- placek filtracyjny o wilgotności od 12 do 13 %.

Ostatnim etapem odwadniania koncentratów jest suszenie termiczne. Placek filtracyjny transportowany systemem przenośników taśmowych trafia do suszarek obrotowych opalanych gazem ziemnym. Po wysuszeniu koncentrat osiąga wymaganą wilgotność wynoszącą około 8,5 %.

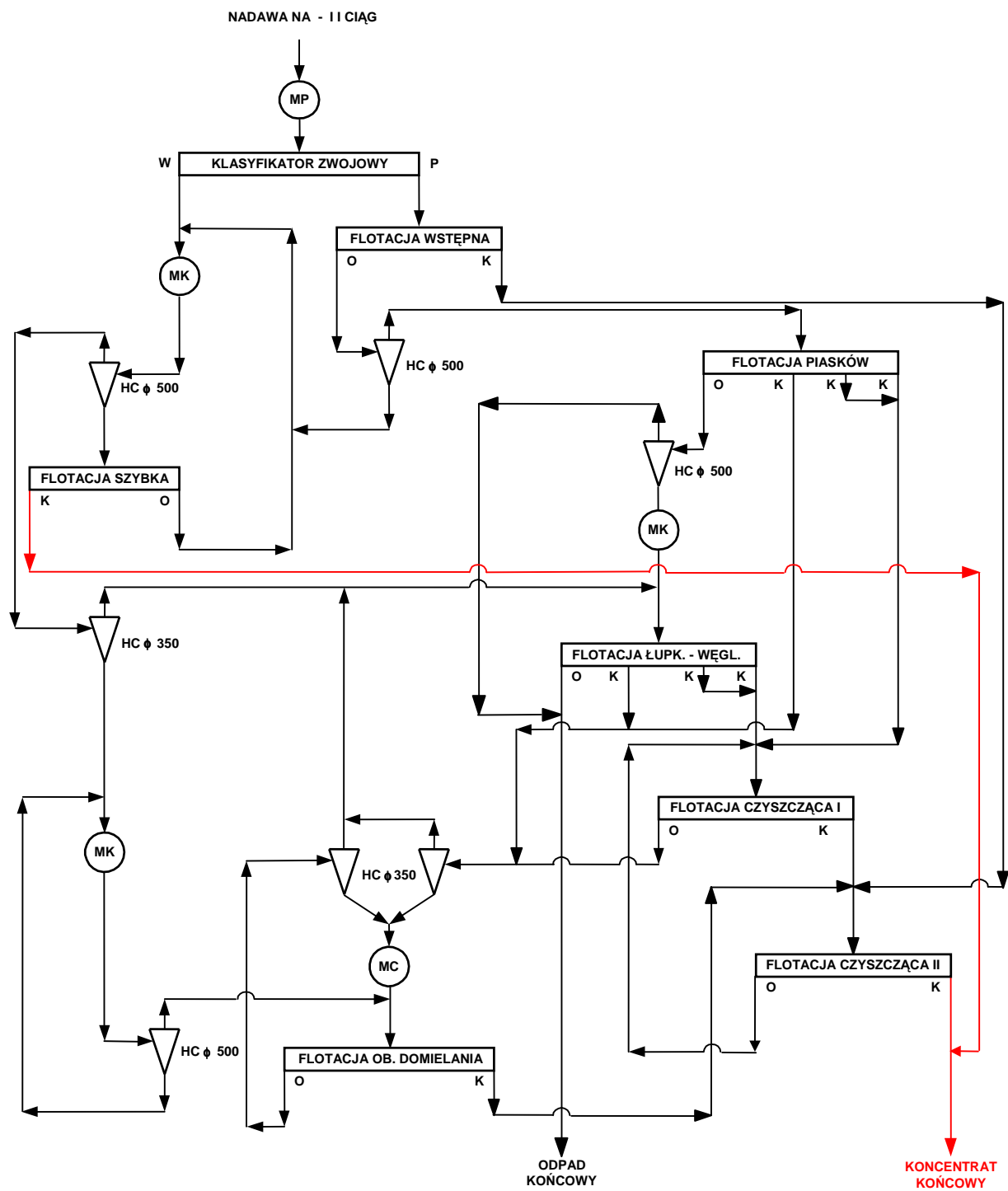
3.2. Schematy wzbogacania rud miedzi

Na rysunkach 3.1 i 3.2 przedstawiono przykładowe schematy technologiczne wzbogacania rud miedzi w jednym z Rejonów O/ZWR KGHM „Polska Miedź” S.A. Każdy z ciągów technologicznych przerabia rudę o odmiennym składzie litologicznym. W pierwszym ciągu przerabiana jest frakcja węglanowo-łupkowa, w drugim natomiast frakcja piaskowcowa.

Różnice pomiędzy ciągami wynikają z odmienności litologicznej przerabianych rud i polegają głównie na zastosowaniu bardziej intensywnego mielenia w cyklach zamkniętych z procesami kilkustopniowej klasyfikacji w przypadku rudy węglanowo-łupkowej.



Rys. 3.1. Schemat technologiczny wzbogacania rudy węglanowo-łupkowej na przykładzie I-go ciągu O/ZWR Rejon Lubin



Rys. 3.2. Schemat technologiczny wzbogacania rudy piaskowcowej na przykładzie II-go ciągu O/ZWR Rejon Lubin

3.3. Uzyskiwane wskaźniki wzbogacania

Podstawą oceny przebiegu i wyników procesu przeróbki rudy jest bilans materiałowy polegający na zrównoważeniu masy nadawy i powstałych produktów w wartościach bezwzględnych (Mg) i względnych (w % w stosunku do masy nadawy procesu lub operacji) oraz bilans składników użytecznych, polegający na zrównoważeniu masy metalu zawartego w nadawie i w powstałych produktach również w wartościach bezwzględnych i względnych (Sztaba, 2003).

W tabeli 3.1 podano podstawowe technologiczne parametry jakościowo-ilościowe osiągane w poszczególnych rejonach O/ZWR.

Tabela 3.1 Zestawienie podstawowych wskaźników wzbogacania oraz bilansu technologicznego dla poszczególnych rejonów O/ZWR

Rejon O/ZWR	NADAWA				ODPADY	KONCENTRAT				UZYSK
	Q_{ww} [mln Mg]	H ₂ O [%]	α_{Cu} [%]	α_{Cu} [Mg]	ν_{Cu} [%]	γ_k [%]	γ_k [Mg]	β_{Cu} [%]	β_{Cu} [Mg]	ε [%]
Lubin	7,262	6,25	1,14	77612	0,16	5,8	394871	17,13	67641	86,70
Polkowice	8,936	4,25	1,98	169413	0,27	6,4	547598	27,24	149165	87,40
Rudna	14,079	6,25	2,14	282460	0,23	6,7	884337	28,88	255397	90,12

4. Cel, teza i zakres pracy

W rudzie miedzi przerabianej w zakładach wzbogacania Oddziału ZWR KGHM Polska Miedź S.A. można wyróżnić trzy typy litologiczne: rudę węglanową, łupkową i piaskowcową. Typy te różnią się właściwościami między innymi takimi jak: rodzaj i zawartość minerałów miedzi, rodzaj minerałów nieużytecznych, zawartość miedzi, twardość i podatność na rozdrabnianie, ale także wielkością i kształtem ziaren minerałów miedzionośnych oraz rodzajem ich skupień i wprysnięć.

Różne właściwości poszczególnych typów rud miedzi są przyczyną zróżnicowanej ich wzbogacalności. Dlatego też, schematy technologiczne przeróbki rud miedzi muszą uwzględniać rodzaj wzbogacanej rudy, a w przypadkach występujących w praktyce poszczególnych rejonów Oddziału ZWR, mieszanek o różnym udziale typów rud, zawierać elementy (procesy i węzły technologiczne) umożliwiające skuteczne wzbogacanie tych mieszanek bądź wydzielonych ich składników.

Technologie wzbogacania poszczególnych typów litologicznych rudy, głównie z uwagi na wielkość i rodzaj wprysnięć minerałów w rudzie, różnią się głównie głębokością rozdrobnienia nadawy oraz usytuowaniem i parametrami operacji flotacji.

W praktyce, w poszczególnych zakładach wzbogacania Oddziału ZWR, w zależności od składu litologicznego otrzymywanej z kopalni rudy, jest ona rozdzielana na strumienie rudy danego typu a w zasadzie na strumienie o przewodzie rudy danego typu, już w procesach kruszenia i przesiewania, bądź później w procesach mielenia i klasyfikacji a następnie wzbogacana w odrębnych ciągach lub ich elementach różniących się strukturą schematu technologicznego a także występujących w nim operacji technologicznych. Przy czym, z uwagi na podobne właściwości oraz wzbogacalność rudy węglanowej i łupkowej oraz zdecydowanie inne rudy piaskowcowej, rozdział rudy na frakcje jest rozdziałem na dwa strumienie: rudy węglanowo-łupkowej i rudy piaskowcowej.

Niezwykle istotne jest więc właściwe rozpoznanie rudy pod względem petrograficzno-mineralogicznym. Informacje takie są niezbędne na etapie projektowania zakładu wzbogacania i jego schematu technologicznego, ale nie mniej istotne są w trakcie prowadzenia procesu technologicznego. Znajomość właściwości przerabianej rudy pozwala na pełniejsze jej wykorzystanie poprzez właściwe prowadzenie i sterowanie procesami, dobór ich parametrów takich m.in. jak: czas mielenia, parametry klasyfikacji, rodzaj odczynników flotacyjnych, czas flotacji.

Dotychczasowa praktyka badań właściwości mineralogicznych i petrograficznych rudy oparta jest głównie na wykorzystaniu mikroskopu optycznego, przy czym mimo znacznego postępu automatyzacji techniki badań mikroskopowych wykorzystujących specjalistyczne oprogramowania i techniki komputerowe, udział człowieka w badaniach jest bardzo istotny a sprowadza się on do dość uciążliwych czynności manualnych i decyzyjnych.

Rozwijająca się mikroskopia skaningowa umożliwia przeprowadzenie badań w podobnym zakresie, dając dodatkowo istotne informacje o zawartościach i skupieniach w próbce poszczególnych pierwiastków poprzez mikroanalizę w wybranym obszarze próbki, ale przede wszystkim umożliwia badanie materiałów o bardzo drobnych ziarnach a takie występują w produktach przeróbki rud miedzi charakteryzujących się niewielkimi wielkościami minerałów miedzionośnych.

Biorąc pod uwagę powyższe stwierdzenia można sformułować następującą tezę pracy **„wykorzystując teorię i oprogramowanie rozpoznawania i analizy obrazów a także techniki modelowania przy pomocy sieci neuronowych można na podstawie zdjęć rud miedzi uzyskanych z mikroskopu skaningowego skutecznie identyfikować ich właściwości i typy oraz udziały w mieszkankach tych typów; mikroskopowa analiza skaningowa dostarcza ponadto informacji, które mogą posłużyć do określenia składu i właściwości rud i występujących w nich minerałów, a informacje te uzupełnione wynikami badań przy pomocy mikroskopu optycznego pozwalają na wszechstronną identyfikację badanych rud”**.

Celem pracy jest opracowanie i zbudowanie procedur i algorytmów badań obejmujących: przygotowanie próbek, wykonanie zdjęć mikroskopowych (mikroskop optyczny i skaningowy), analizę zdjęć z mikroskopu optycznego, analizę informacji dodatkowych dostarczanych przez mikroskop skaningowy, analizę obrazów (zdjęć), określenie cech analizowanych obrazów, wybór i dostosowanie sieci neuronowych do rozpoznawania obiektów (składów). Przeprowadzone badania i analizy pozwolą na udowodnienie zasadniczej tezy pracy.

Praca składa się z 11 rozdziałów.

W rozdziałach 2 i 3 scharakteryzowano złoża miedzi występujące w Polsce i na świecie oraz ogólnie omówiono technologię wzbogacania krajowych rud miedzi, stosowaną w KGHM Polska Miedź S.A.

W rozdziale 5 omówiono możliwości, jakie daje nowoczesna metoda badawcza – mikroskopia elektronowa. Opisano budowę i zasadę działania skaningowego mikroskopu elektronowego oraz informacje uzyskiwane dzięki jego wykorzystaniu.

W rozdziale 6 przedstawiono szczegółowo zagadnienie analizy obrazu, opisano kolejne etapy przetwarzania obrazów oraz formy uzyskiwanych wyników.

W rozdziale 7 scharakteryzowano właściwości geometryczne ziaren: wielkość i kształt, jako cechy najczęściej stosowane do opisu geometrii ziaren. Przedstawiono wybrane współczynniki kształtu wykorzystujące wyniki pomiarów różnych wymiarów ziaren, ich powierzchni, a także objętości.

Rozdział 8 został poświęcony przeglądowi literatury związanej z wykorzystaniem nowoczesnych metod badawczych, takich jak mikroskopia elektronowa oraz analiza obrazu m.in. w przeróbce surowców mineralnych. Przedstawiono także rozwiązania przemysłowe wykorzystujące te metody.

W rozdziale 9 opisano poszczególne etapy badań laboratoryjnych: przygotowanie próbek, analizy próbek przy użyciu mikroskopu optycznego i mikroskopu skaningowego, które pozwoliły na dokładną charakterystykę badanych rud oraz były źródłem obrazów do dalszej ich analizy.

W rozdziale 10 przedstawiono algorytm postępowania w procesie analizy obrazu zdjęć próbek badanych materiałów uzyskanych z mikroskopu skaningowego, opisano wykorzystane do tej analizy procedury, zaprezentowano wyniki tych analiz.

Rozdział 11 pracy dotyczy modelowania zagadnień klasyfikacji typów rud miedzi oraz przewidywania ich udziałów w mieszkankach odpowiadających rzeczywistym produktom przeróbki tychże rud. W rozdziale opisano procedury projektowania i weryfikacji modeli sieci neuronowych skutecznie identyfikujących analizowane odmiany litologiczne rud.

W rozdziale 12 pracy przedstawiono wnioski wynikające z przeprowadzonych badań, analiz i obliczeń.

5. Mikroskopia elektronowa

Mikroskopia elektronowa jest techniką badawczą wykorzystującą urządzenia elektronooptyczne, w których powiększony obraz przedmiotu otrzymuje się za pomocą wiązki elektronowej, odchylonej i skupionej przez soczewki elektronowe.

Budowa mikroskopu elektronowego zasadniczo podobna jest do budowy mikroskopu świetlnego. Źródło światła w mikroskopie elektronowym zastąpione jest wyrzutnią elektronową a szklane soczewki elektronowymi soczewkami magnetycznymi lub elektrycznymi. Mikroskop elektronowy wymaga jednak zastosowania wysokiej próżni, niezbędnej do wytworzenia i prowadzenia wiązki elektronowej (Szymański, Friedel, Słótko, 1990).

Rozwój mikroskopii elektronowej zdeterminowany został potrzebą uzyskiwania dużych powiększeń obiektów, niemożliwych do osiągnięcia w mikroskopach optycznych, których zdolności rozdzielcze, określone w końcu XIX przez Ernsta Abbe, były ograniczone.

Pierwszą prymitywną konstrukcją elektronooptyczną, powstałą w latach 30-tych XX wieku, był mikroskop elektronowy prześwietleniowy. W kolejnych dziesięcioleciach rozwijano możliwości rozdzielcze i badawcze mikroskopów elektronowych oraz opracowywano, oparte na teorii kontrastu, odpowiednie metody interpretacji obrazów uzyskiwanych tą techniką.

Obecnie, powszechne stosowanie mikroskopii elektronowej w wielu dziedzinach nauki, techniki i przemysłu spowodowało gwałtowny ich rozwój. Pojawiły się przyrządy zwane nanoskopami – odwzorowujące szczegóły o rozmiarach rzędu nanometra, a nawet dziesięciokrotnie mniejszych, takich jak pojedyncze atomy (Kozubowski, 1998). Przyrządy te zapoczątkowały rozwój nanotechnologii – „technologii przyszłości”.

Dzięki różnorodnym technikom preparowania próbek wykorzystanie mikroskopii elektronowej do badań minerałów i skał stało się coraz bardziej powszechne i wszechstronne. Mikroskopia elektronowa umożliwia równoczesne wykonywanie obserwacji morfologicznych i przeprowadzanie analizy dyfrakcyjnej, np. w preparatach polikrystalicznych można dokonywać obserwacji morfologicznych i strukturalnych poszczególnych składników, z replik uzyskuje się informacje o szczegółach topografii powierzchni, badania powierzchni trawionych pozwalają natomiast wykryć elementy mikrostruktury będące poza zdolnością rozdzielczą mikroskopów optycznych.

Mikroskopy elektronowe z punktu widzenia ich przydatności do badań mineralogicznych dzielą się na:

- konwencjonalne transmisyjne mikroskopy elektronowe,
- konwencjonalne skaningowe mikroskopy elektronowe,
- analityczne mikroskopy elektronowe, stanowiące połączenie mikroskopu transmisyjnego ze spektrometrem rentgenowskim,
- skaningowe transmisyjne mikroskopy elektronowe,
- transmisyjne mikroskopy elektronowe pracujące w połączeniu ze spektroskopem elektronowym,
- skaningowe transmisyjne mikroskopy elektronowe działające w połączeniu ze spektrometrem elektronowym,
- skaningowe transmisyjne mikroskopy elektronowe działające w połączeniu ze spektrometrem rentgenowskim,
- skaningowe mikroskopy emisyjne,
- skaningowe mikroskopy tunelowe.

Najbardziej rozpowszechnionym typem jest skaningowy mikroskop elektronowy.

W tabeli 5.1 porównano podstawowe parametry techniczne mikroskopów optycznego i elektronowych.

Tabela 5.1 Podstawowe parametry mikroskopów

TYP MIKROSKOPU	OPTYCZNY	ELEKTRONOWY SKANINGOWY	ELEKTRONOWY TRANSMISYJNY
Emisja	światło	wiązka elektronowa	wiązka elektronowa
Ośrodek	atmosfera	próżnia (pon. 10^{-4} Pa)	próżnia (pon. 10^{-5} Pa)
Rozdzielczość	1 μ m	~4 nm	~0,2 nm
Kontrast	pochłanianie/odbicie	efekt elektronów wtórnych	rozpraszanie dyfrakcja
Obiektyw	obiektyw optyczny szklany	obiektyw elektromagnetyczny	obiektyw elektromagnetyczny
Głębia ostrości	płytko	bardzo głęboka	głęboka
Metoda zmiany powiększenia	wymiana obiektywu	szerokość skanowania	wzbudzenie powiększenia układu obiektywu
Grubość próbki	0,5 μ m	max 30 mm	max 1 μ m
Przygotowanie próbki	łatwe	względnie łatwe	trudne

5.1. Skaningowy mikroskop elektronowy

Istotnymi cechami wyróżniającymi mikroskop skaningowy jest bardzo duża głębia ostrości umożliwiająca szczegółową obserwację topografii badanej powierzchni oraz duża dokładność jej odwzorowania. Względnie łatwa jest również procedura przygotowania próbki badawczej. Zdolność rozdzielcza mikroskopów skaningowych osiąga wartości poniżej 10 nm a zakres powiększeń od 50 do 500 000 razy.

Pierwszy seryjnie wytwarzany model mikroskopu skaningowego wyprodukowano w 1965 roku przez firmę Cambridge Scientific Instrument, Co. Poniżej na rysunku 5.1 przedstawiono jeden z nowocześniejszych typów mikroskopu skaningowego.



Rys. 5.1. Współczesny elektronowy mikroskop skaningowy

5.1.1. Budowa i zasada działania

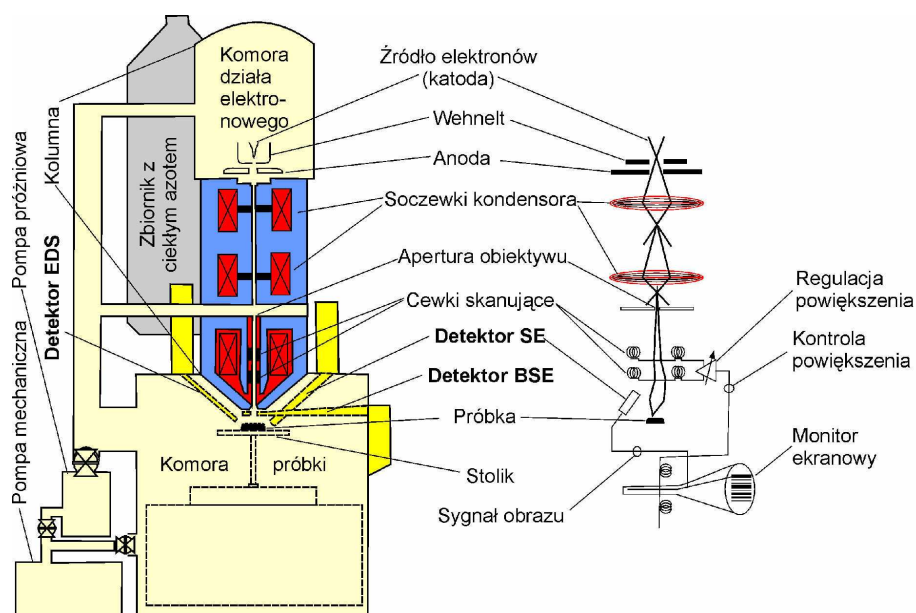
Nazwa „mikroskop skaningowy” pochodzi od angielskiego słowa „scan”, które oznacza omiatanie (analizowanie, skanowanie) próbki punkt po punkcie za pomocą silnie zogniskowanej wiązki elektronów.

Pod wpływem wiązki elektronów próbka emituje różnego rodzaju sygnały (m. in. elektrony wtórne, elektrony wstecznie rozproszone, charakterystyczne promieniowanie rentgenowskie),

które są rejestrowane za pomocą detektorów, a następnie przetwarzane na obraz próbki lub widmo promieniowania rentgenowskiego.

Elektronowy mikroskop skaningowy zbudowany jest z następujących elementów (rys. 5.2):

- komory działa elektronowego, gdzie wytwarzana jest wiązka elektronów,
- kolumny, w której następuje przyspieszanie i ogniskowanie wiązki elektronów,
- komory próbki wraz ze stolikiem próbek,
- zestawu detektorów odbierających sygnały emitowane przez próbkę,
- systemu przetwarzania sygnałów na obraz.



Rys. 5.2. Schemat budowy elektronowego mikroskopu skaningowego (SEM)

Źródło: Internet 1

Wiązka elektronów jest wytwarzana przez działko elektronowe umieszczone na szczycie kolumny elektronooptycznej mikroskopu. Wiązkę elektronów charakteryzują następujące parametry:

- napięcie przyspieszające (od kilku do 50 kV),
- natężenie prądu wiązki (od 10^{-11} do 10^{-6} A),
- średnica wiązki elektronowej (kilka nm).

Źródłem elektronów jest katoda (włókno wolframowe) otoczona tzw. cylindrem Wehnelta, który posiada niewielki potencjał ujemny względem katody. Dzięki temu, elektrony emitowane z włókna i przyspieszane do kilkudziesięciu tysięcy elektronowoltów przez

wysoki potencjał dodatni anody, są wstępnie ogniskowane przed wejściem w obszar oddziaływania soczewek elektromagnetycznych. Soczewki te wykorzystując oddziaływanie pola magnetycznego na trajektorię ruchu elektronów, formują wiązkę elektronową w taki sposób, aby w miejscu jej oddziaływania z badanym materiałem posiadała jak najmniejszą średnicę. Od średnicy wiązki zależy przede wszystkim zdolność rozdzielcza mikroskopu: im mniejsza wiązka, tym większą uzyskuje się rozdzielczość obrazu.

W kolumnie elektronooptycznej oprócz układu ogniskującego składającego się z cewek kondensorowej i obiektywowej, zainstalowane są cewki skanujące, które oddziaływując na wiązkę elektronową niewielkimi polami magnetycznymi, przesuwają ją punkt po punkcie po powierzchni badanego materiału. Detektory odbierające sygnały generowane przez próbkę pod wpływem wiązki są połączone przez wzmacniacze z siatką sterującą natężeniem prądu wiązki w lampie kineskopowej. Wiązka elektronowa w kineskopie porusza się synchronicznie z wiązką w kolumnie elektronooptycznej i na ekranie kineskopu otrzymuje się obraz, którego jasność w poszczególnych punktach zależy od intensywności sygnału generowanego przez wiązkę w odpowiadających im punktach badanej powierzchni.

Komora próbki jest wyposażona w ruchomy stolik umożliwiający przesuwanie próbki w trzech prostopadłych kierunkach oraz jej obrót wokół osi pionowej i odchylanie od pionu.

Działo elektronowe, soczewki elektromagnetyczne i urządzenia odchylające rozmieszczone w kolumnie elektronooptycznej mikroskopu muszą pracować w warunkach wysokiej próżni, aby nie zakłócać biegu wiązki elektronów. Próżnia we wnętrzu kolumny jest wytwarzana na drodze wielostopniowego pompowania za pomocą systemu pomp i zaworów kierujących kolejnymi etapami pompowania.

5.1.2. Zdolność rozdzielcza

Podstawowym parametrem charakteryzującym właściwości elektronowego mikroskopu skaningowego jest zdolność rozdzielcza. Zależy ona nie tylko od konstrukcji mikroskopu, lecz także od rodzaju sygnału wykorzystywanego do wytworzenia obrazu (Kwiecińska, Gorczyca, 1988).

Zdolność rozdzielcza dla układów optycznych zależy od długości fali światła λ , a także od sprawności $n \cdot \sin\Theta$ układu optycznego warunkowanego aperturą i jest określona równaniem Abbego:

$$\beta = \frac{1,22\lambda}{n \cdot \sin \Theta} \quad (1)$$

Zastosowanie w mikroskopie elektronowym strumienia elektronów pracujących w próżni zapewnia otrzymanie stałej wartości n ($n = \text{const}$).

Błędy odwzorowania soczewek elektronowych układu ogniskującego powodują, że średnica i prąd wiązki są wzajemnie zależne. Średnica wiązki w mikroskopie skaningowym powinna być jak najmniejsza, a prąd wiązki możliwie duży. Uzyskanie minimalnej średnicy wiązki przy określonym jej prądzie wymaga dobrania optymalnego kąta rozbieżności (kąta aperturowego) wiązki ogniskowanej na przedmiocie.

Ponieważ warunki konstrukcyjne soczewek elektronowych ograniczają aperturę soczewki obiektywowej do małych kątów, to wzór Abbe'go zastępuje się wzorem (2) określającym graniczną zdolność rozdzielczą mikroskopu skaningowego:

$$d_e = A^4 \sqrt{C_{as}} \lambda^3 \quad (2)$$

gdzie:

$A = 0,43$ – współczynnik wg Hainego,

$C_{as} = 0,05 \text{ cm}$ – współczynnik aberracji sferycznej soczewki obiektywowej.

Teoretyczna zdolność rozdzielcza mikroskopu elektronowego zależy od napięcia przyspieszającego elektrony.

Wiązka elektronów podlega prawom optyki wykazując nie tylko cechy korpuskularne, lecz również naturę falową. Długość fali związanej z poruszającą się cząstką materii zgodnie z równaniem de Broglie'a wynosi:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \quad (3)$$

gdzie:

λ - długość fali elektronu, m,

m – masa elektronu, kg,

v – prędkość elektronu, m/s,

h – stała Plancka, $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$, J·s.

Długość fali elektronu (\AA) w zależności od napięcia przyspieszającego U (V) podaje wzór:

$$\lambda = \frac{12,26}{\sqrt{U(1 + 97,88 \cdot 10^{-8} U)}}, \text{\AA} \quad (4)$$

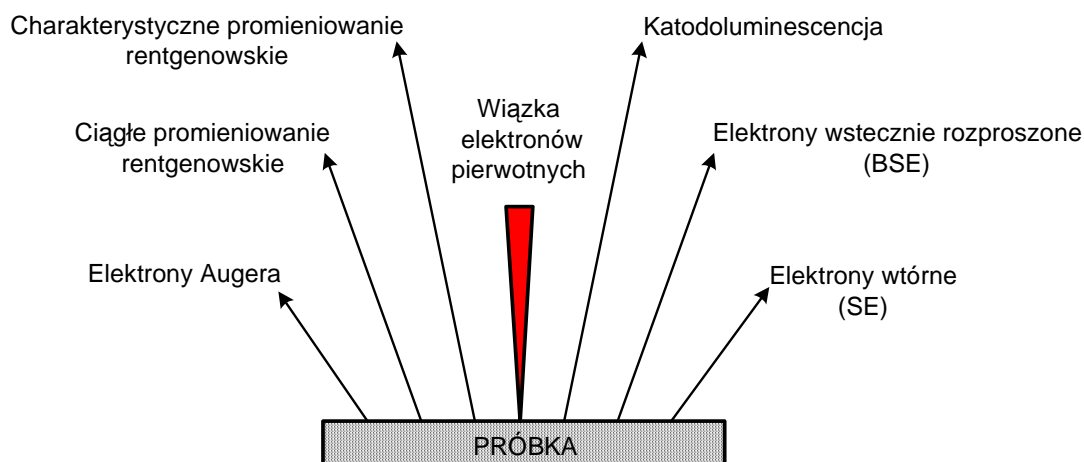
W praktyce stosuje się uproszczoną wersję wzoru:

$$\lambda \cong \sqrt{\frac{150}{U}}, \text{\AA} \quad (5)$$

W mikroskopie skaningowym z termoemisyjną katodą wolframową graniczna średnica wiązki elektronowej wynosi ok. $2 \div 5$ nm, a graniczna zdolność rozdzielcza $4 \div 10$ nm (przy sygnale elektronów wtórnych). Znacznie lepsze wyniki uzyskuje się przy zastosowaniu wyrzutni autoemisyjnej, wtedy bowiem zdolność rozdzielcza mikroskopu skaningowego przy sygnale transmitowanym może osiągnąć wartości rzędu 0,1 nm. Mikroskopy tego typu są jednak konstrukcjami bardzo kosztownymi, ze względu na wysokie wymagania próżniowe wyrzutni autoemisyjnej ($p < 10^{-7}$ Pa).

5.1.3. Sygnały emitowane przez próbkę

Rozpraszanie wiązki elektronowej w ciele stałym jest zagadnieniem bardzo złożonym, obejmującym wiele procesów uzależnionych od energii elektronów pierwotnych E_0 , liczby atomowej Z pierwiastka, gęstości ρ materiału, rozległości materiału np. grubości warstwy d oraz kąta padania φ elektronów pierwotnych. Wiązka elektronowa padająca na badaną powierzchnię wnika w głąb próbki ulegając w niej rozpraszaniu elastycznemu i nieelastycznemu. Na rysunku 5.3 pokazano podstawowe rodzaje sygnałów emitowanych przez próbkę (Szymański, Friedel, Słótko, 1990).



Rys. 5.3. Sygnały emitowane przez próbkę

Poszczególne sygnały generują informacje o różnym charakterze, m.in.:

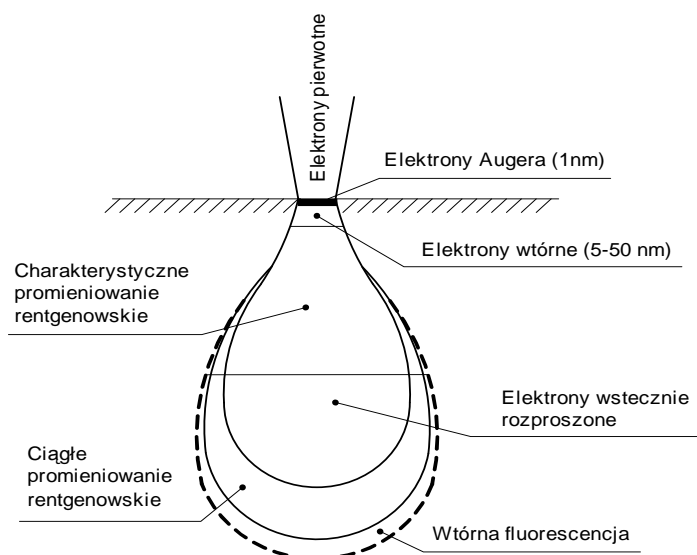
- elektrony wtórne – charakteryzują topografię (rzeźbę powierzchni) i morfologię obiektu, informują o rozkładzie potencjału i natężenia pola elektrycznego i magnetycznego oraz o strukturze krystalicznej,
- elektrony wstecznie rozproszone – charakteryzują topografię i morfologię obiektu, rozkład domen magnetycznych,
- katodoluminescencja – dotyczy procesów rekombinacji w materiale, pozwala na identyfikację zanieczyszczeń, domieszek, niejednorodności struktury,
- charakterystyczne promieniowanie rentgenowskie – wykorzystywane jest w chemicznej analizie jakościowej i ilościowej próbki,
- elektrony Augera – wykorzystywane są w analizie chemicznej warstw powierzchniowych próbki, do pomiarów potencjałów lokalnych.

Niemal wszystkie powyższe zjawiska są wykorzystywane w elektronowym mikroskopie skaningowym jako sygnały dostarczające specyficznych informacji o próbce. Natężenie tych sygnałów zależy od takich cech badanej powierzchni, jak: topografia, skład chemiczny, orientacja krystaliczna.

Najczęściej wykorzystywanymi sygnałami w elektronowym mikroskopie skaningowym są elektrony wtórne i elektrony wstecznie rozproszone.

Każdy z wymienionych powyżej sygnałów jest generowany w innej strefie obszaru rozpraszania wiązki elektronowej w związku z tym sygnały te przekazują informacje z różnych głębokości przedmiotu i z różną zdolnością rozdzielczą.

Na rysunku 5.4 pokazano głębokość emisji elektronów w badanej próbce.



Rys. 5.4. Zasięg i przestrzenny rozkład emisji różnego rodzaju elektronów w próbce

Elektrony wtórne – SE

Elektrony wtórne stanowią około 90 % wszystkich emitowanych z próbki elektronów. Są generowane w warstwach przypowierzchniowych na głębokościach nie przekraczających kilku nanometrów, ich energia nie przekracza z reguły 50 eV, a otrzymane dzięki nim obrazy charakteryzują się wysoką rozdzielczością. Wielkość emisji elektronów wtórnych zależy od kąta padania wiązki elektronów pierwotnych na powierzchnię próbki, a więc od ukształtowania powierzchni próbki, partie wypukłe są jasne, natomiast partie wklęsłe są ciemne. Dzięki temu interpretacja obrazów SE jest dość łatwa. Wyglądają one podobnie jak odpowiadające im obrazy w świetle widzialnym (w skali szarości).

Elektrony wstecznie rozproszone – BSE

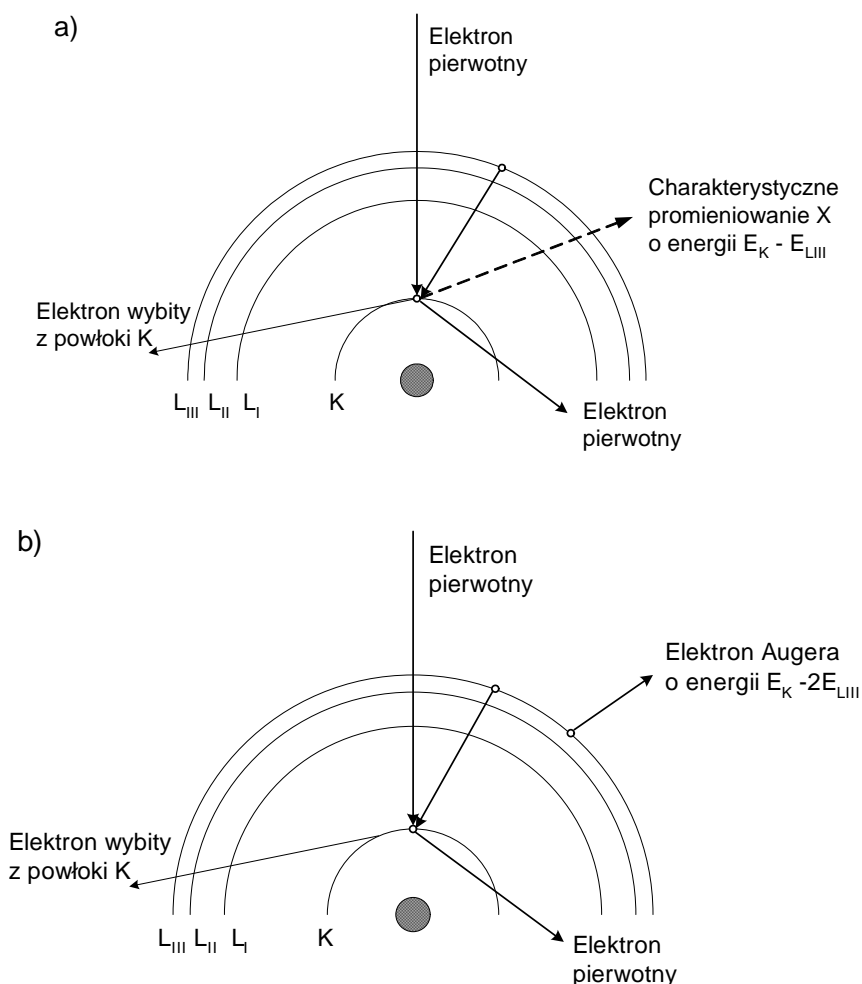
Elektrony wstecznie rozproszone są generowane na dużych głębokościach dochodzących do połowy głębokości wnikania elektronów. Z tego względu zdolność rozdzielcza obrazów uzyskiwanych za ich pomocą zwykle nie jest zbyt duża ($0,1 \div 1 \mu\text{m}$). Ta grupa elektronów charakteryzuje się dużymi energiami początkowymi w zakresie od 50 eV aż do wielkości napięcia przyspieszającego wiązki. Współczynnik rozpraszania wstecznego η silnie zależy od liczby atomowej Z ($\eta \sim Z^{2/3} \div Z^{3/4}$) badanego obiektu. Obraz skaningowy z kontrastem pochodzącym od elektronów wstecznie rozproszonych dostarcza informacji dotyczących rozkładu średniej liczby atomowej w próbce, czyli zmian składu chemicznego w mikroobszarach. Obszary próbki zawierające jądra pierwiastków o wyższej liczbie atomowej rozpraszają wstecznie więcej elektronów dzięki czemu są odwzorowywane

na obrazach BSE jako miejsca jaśniejsze. Właściwa interpretacja obrazów BSE dostarcza ważnych informacji o zróżnicowaniu składu próbki.

Promieniowanie rentgenowskie i elektrony Augera

Promieniowanie rentgenowskie wywoływane jest przez dwa typy oddziaływań elektronów wiązki z ciałem stałym: jonizacja wewnętrznych powłok elektronowych atomu prowadząca do powstawania widma charakterystycznego oraz rozpraszanie na jądrach atomowych, które prowadzi do powstania ciągłego widma promieniowania rentgenowskiego.

Wybicie elektronów z powłoki wewnętrznej atomu przez elektron z wiązki bombardującej próbkę powoduje emisję kwantu charakterystycznego promieniowania rentgenowskiego lub elektronu Augera. Na rysunku 5.5 przedstawiono schemat przebiegu tych zjawisk.



Rys. 5.5. Schemat ilustrujący emisję: a) kwantu charakterystycznego promieniowania rentgenowskiego, b) elektronu Augera

Miejsce powstałe w wyniku jonizacji powłoki (K) atomu zostaje zapełnione elektronem z powłoki bardziej oddalonej od jądra (L_{III}), a różnica energii między dwoma poziomami energetycznymi atomu zostaje wypromieniowana w postaci kwantu promieniowania charakterystycznego lub zużyta do wybicia elektronu z powłoki zewnętrznej atomu (L_{III}) i nadania mu energii kinetycznej (emisja elektronów Augera). Emisja kwantu charakterystycznego promieniowania X powoduje powstanie luki na powłoce atomu bardziej oddalonej od jądra, a emisja elektronów Augera – dwóch luk, które muszą zostać zapełnione w drodze przejścia elektronów z dalszych orbit na opróżnione miejsca. Dla niewielkich energii elektronów pierwotnych emisja elektronów Augera jest bardziej prawdopodobna niż emisja promieniowania rentgenowskiego. Prawdopodobieństwo promieniowania rentgenowskiego zwiększa się ze wzrostem energii elektronów pierwotnych.

Usunięcie elektronu z określonej powłoki (K, L lub M) wymaga pokonania energii wiązania atomowego. Energia ta jest tym większa, im bliżej jądra atomowego znajduje się orbita oraz im wyższa jest liczba atomowa pierwiastka, natomiast długość fali emitowanego kwantu charakterystycznego promieniowania X jest funkcją liczby atomowej Z pierwiastka (Szummer i in., 1994).

$$\lambda \sim \frac{1}{(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)} \quad (6)$$

gdzie:

σ – stała ekranowania,

n_1, n_2 – główne liczby kwantowe, odpowiednio dla powłoki zjonizowanej i powłoki z której nastąpił przeskok elektronu.

Powyższa zależność stanowi podstawę jakościowej mikroanalizy rentgenowskiej.

Do detekcji promieniowania rentgenowskiego stosowane są dwie metody: spektrometria z dyspersją długości fali (WDS – wavelength dispersive spectrometry) oraz spektrometria z dyspersją energii (EDS – energy dispersive spectrometry).

W pierwszej metodzie (WDS) wykorzystywany jest spektrometr krystaliczny, w którym promieniowanie rentgenowskie emitowane z próbki ulega dyspersji na kryształ analizującym zgodnie z prawem dyfrakcji Bragga:

$$n\lambda = 2d \sin \theta \quad (7)$$

gdzie:

n – rząd odbicia,

λ – długość fali promieniowania X,

d – odległość pomiędzy płaszczyznami sieciowymi kryształu analizującego,

równoległymi do płaszczyzny odbicia,

θ – kąt padania promieniowania X na kryształ analizujący.

Pod wpływem bombardowania próbki wiązką elektronów różne pierwiastki znajdujące się w próbce emitują promieniowanie X o odpowiadającej im długości fali.

Druga metoda (EDS) wykorzystuje do detekcji promieniowania rentgenowskiego spektrometry z dyspersją energii. Spektrometry składają się z detektora półprzewodnikowego umieszczonego w bezpośrednim sąsiedztwie próbki oraz elektronicznego układu analizującego. Działanie detektora oparte jest na zjawisku wytwarzania przez fotony promieniowania rentgenowskiego, w drodze jonizacji, w półprzewodniku, par elektron–dziura. Liczba tych par jest proporcjonalna do energii promieniowania X i zależy od stosunku energii fotonu X do energii potrzebnej do wytworzenia pary elektron–dziura. Pomiar zatem polega na zliczaniu impulsów prądowych odpowiadających poszczególnym fotonom oraz ich segregacji według wysokości odpowiadającej energii poszczególnych fotonów.

Wykorzystanie sygnału charakterystycznego promieniowania rentgenowskiego emitowanego przez określony pierwiastek umożliwia tworzenie obrazu w postaci „mapy” rozmieszczenia pierwiastków w analizowanym obszarze w formie jasnych punktów. Zagęszczenie tych punktów wzrasta w miejscach o większym stężeniu danego pierwiastka. Tak uzyskany obraz charakteryzuje się jednak gorszą jakością niż obraz „elektronowy”. Jedną z przyczyn jest duży obszar oddziaływania, z którego pochodzi rejestrowane promieniowanie rentgenowskie, co powoduje słabszą rozdzielczość.

Ciągłe promieniowanie rentgenowskie powstaje w wyniku hamowania padających na próbkę elektronów w polu elektrostatycznym jąder atomowych. Promieniowanie ciągłe stanowi tło linii charakterystycznego promieniowania rentgenowskiego w mikroanalizatorze rentgenowskim. Znajomość natężenia widma ciągłego jest niezbędna do korekcji efektów fluorescencji wtórnej oraz korekcji tła w układach z dyspersją energii (EDS).

Oprócz najistotniejszych opisanych powyżej sygnałów elektronowych emitowanych przez próbkę występuje także grupa elektronów o pośrednich wielkościach energii. Pochodzą one z głębszych obszarów materiału i przed opuszczeniem jego powierzchni podlegały wielokrotnym zderzeniom. Do grupy tej należy m.in. katodoluminescencja, umożliwiająca

badanie lokalnych przerw energetycznych rozkładów domieszek czy też czasów relaksacji w procesach promieniowania.

Obrazy z mikroskopu skaningowego w zależności od rodzaju zastosowanego detektora wtórnego promieniowania wybranego do ich tworzenia, mogą mieć różny charakter dla tej samej powierzchni próbki. Mogą to być obrazy: elektronowy, rentgenowski, świetlny. Łącznie dostarczają znacznie więcej informacji o badanej próbce niż każdy z nich z osobna. O ile obraz elektronowy ujawnia głównie nierówności powierzchni, jej geometrię, to obraz rentgenowski pozwala dokonać analizy chemicznej, mówiącej nie tylko o tym, z jakich atomów składa się próbka, ale także o tym, jak te składniki są rozmieszczone (Kozubowski, 1998).

5.1.4. Preparatyka mikroskopowa

Ważną i odpowiedzialną częścią mikroskopii elektronowej jest przygotowanie próbek. Głównym wymaganiem dotyczącym analizowanych próbek jest, aby przewodziły prąd elektryczny. Próbki przewodzące analizuje się bez specjalnego przygotowania, odtłuszczając jedynie badaną powierzchnię oraz usuwając powierzchniowe zanieczyszczenia poprzez kąpiel w płuczce ultradźwiękowej.

Próbki nieprzewodzące pokrywa się cienką warstwą substancji przewodzącej przez ich naparowanie. Proces naparowywania próbek przeprowadza się w napyłarkach próżniowych. Jako materiał pokrywowy wykorzystuje się metale szlachetne, głównie złoto i platynę a także węgiel. Warstwy napyłone charakteryzują się grubością od 0,01 nm do 1 nm. Naparowane warstwy spełniają rolę nie tylko przewodnika prądu elektrycznego, ale również zabezpieczają badaną próbkę przed termicznym oddziaływaniem wiązki elektronowej.

Próbki przygotowywane do analizy mają ograniczone wymiary związane z wielkością stolika w poszczególnych modelach mikroskopów skaningowych. Zazwyczaj maksymalne wymiary próbki nie przekraczają średnicy 5 cm i wysokości 3 cm, a ich objętość powinna być możliwie mała.

Próbki geologiczne można podzielić na dwie podstawowe grupy:

1. Próbki o powierzchni naturalnej, nazywane preparatami ziarnowymi, np. kryształy, ziarna mineralne, okruchy skał lub gleby, mikroskamieniałości, niewielkie ilości luźnego osadu o wymiarach od kilkudziesięciu mikrometrów do kilkunastu milimetrów. Obserwuje się je w stanie naturalnym, po umieszczeniu na płycie aluminiowej, na podłożu przyklepnym.

2. Próbkę o powierzchni polerowanej – zgłady (niewielkie fragmenty skały, minerału, czy skamieniałości, które zostały zeszlifowane aż do uzyskania płaskiej powierzchni, a następnie wypolerowane) lub szlify (wycięte z próbki płaskie preparaty mikroskopowe zeszlifowane i wypolerowane, o grubości około 0,03 mm).

Przygotowanie preparatów ziarnowych

Preparaty ziarnowe przygotowuje się na podłożu zapewniającym odprowadzenie ładunku z próbki, a więc wykonanym z materiału będącego dobrym przewodnikiem. Najczęściej stosuje się podłoże wykonane z aluminium. Próbkę przymocowuje się do podłoża przy pomocy przylepnych krążków węglowych lub taśmy węglowej, przewodzących ładunki elektryczne.

Próbki powinny być suche, przygotowane w wąskich klasach ziarnowych. Ziarna nie powinny się ze sobą stykać, powinny tworzyć jedną warstwę, aby każdy obiekt miał kontakt z podłożem przylepnym.

Przygotowanie zgładów i szlifów

Do sporządzania szlifów i zgładów używa się żywicy epoksydowej, odpornej na warunki wysokiej próżni i na działanie wiązki elektronów.

Zaletą próbek przygotowanych w formie zgładów i szlifów jest możliwość ich analizy pod mikroskopem polaryzacyjnym odpowiednio w świetle odbitym i przechodzącym zanim podda się je obserwacji metodą mikroskopii skaningowej.

Prostota przygotowywania próbek jest ważną zaletą badań w skaningowej mikroskopii elektronowej. Szybki rozwój w ostatnich dziesięcioleciach mikroskopii elektronowej spowodował znaczny postęp w preparatyce mikroskopowej. W literaturze dostępnych jest wiele opracowań, w których można znaleźć zarówno ogólną recepturę, jak i szczegółowe, wyczerpujące informacje z zakresu preparatyki mikroskopii elektronowej ciała stałego (Szymański, Friedel, Słwko, 1990; Goldstein i in., 2003).

6. Przetwarzanie i analiza obrazów

„Jedną z najważniejszych umiejętności człowieka jest podejmowanie działań w zależności od wniosków wyciąganych z analizy bodźców odbieranych przez narządy zmysłów” (Tadeusiewicz, Korohoda, 1997). Większość informacji o otaczającym świecie dociera do naszego mózgu właśnie za pośrednictwem zmysłu wzroku.

Komputerowe systemy wizyjne, służące do przetwarzania, analizy i rozpoznawania obrazu, w swoim działaniu wykorzystują analogię z naturalnym systemem wzrokowym człowieka. Operacje komputerowego rozpoznawania obrazu próbują naśladować percepcję wizualną, która zachodzi w ludzkim mózgu (Choraś, 2005).

Pierwsze komputerowe analizatory obrazu Quantimet powstały w latach 60-tych w Wielkiej Brytanii. W miarę rozwoju informatyki oraz postępującej komputeryzacji kolejne generacje systemów analizy przetwarzały coraz bardziej skomplikowane obrazy o dużych rozmiarach, nie tylko szare, ale również kolorowe, a nawet obrazy trójwymiarowe i ruchome (Wojnar, Kurzydłowski, Szala, 2002). Pozwoliło to na przyspieszenie pomiarów, ich pełną automatyzację, powtarzalność i odtwarzalność wyników analiz oraz dostęp do dużej ilości mierzonych parametrów, tym samym znacznie poszerzyło potencjalne możliwości badawcze.

Komputerowe systemy wizyjne znajdują zastosowanie w coraz większej ilości dziedzin. Stosowane są w automatyce: jako element wyposażenia robotów, przy nadzorowaniu procesów przemysłowych; w komunikacji: do sterowania ruchem drogowym, do automatycznego wykrywania kolizji i wypadków. Mają szerokie zastosowanie w medycynie: do automatycznej analizy obrazów preparatów tkankowych, rentgenogramów, ultrasonografów, obrazów z tomografii rentgenowskiej, przetwarzania obrazów organów wewnętrznych człowieka i wykrywania zmian chorobowych. Operacje przetwarzania obrazu wykorzystywane są w geodezji i kartografii przy automatycznym wykreślanu map na podstawie zdjęć lotniczych i satelitarnych powierzchni Ziemi. Znajdują zastosowanie w mineralogii i metalurgii, w przeróbce surowców mineralnych (np. do oceny porowatości lub wielkości i kształtu ziaren, do analizy jakości pian flotacyjnych), w procesie oceny próbek materiałów kompozytowych. Kolejnym praktycznym wykorzystaniem analizy obrazu jest zastosowanie jej w kryminalistyce do wyszukiwania cech i szczegółów nie rozróżnialnych ludzkim wzrokiem np. porównywania odcisków linii papilarnych.

Spektrum zastosowań dla metod analizy obrazu jest bardzo rozległe i poza wspomnianymi dziedzinami obejmuje również astronomię i fizykę (analiza obrazów o zakresie widmowym

przekraczającym możliwości ludzkiego wzroku), wojskowość (kierowanie naprowadzaniem inteligentnej broni na współczesnym polu walki), zabezpieczenie obiektów pod szczególnym nadzorem (kontrola bagaży, wykrywanie niepożądanych obiektów) (Tadeusiewicz, Korohoda, 1997; Choraś, 2005).

Komputerowa analiza obrazu, jako zbiór metod postępowania umożliwiających obróbkę danych obrazowych, obejmuje następujące operacje:

- recepcję (akwizycję) obrazu – przyjęcie i zapamiętanie,
- wstępne przetwarzanie obrazu – wstępną filtrację, eliminację zakłóceń, wyostanie, itp.,
- segmentację i binaryzację – wyeksponowanie i zaznaczenie ważnych cech,
- przetwarzanie obrazów binarnych (przekształcenia morfologiczne, operacje logiczne),
- analizę obrazu – pomiary cech, interpretację jakościową i ilościową.

Skuteczna realizacja powyższych działań, polegająca na prawidłowym doborze parametrów dla poszczególnych operacji decyduje o końcowym efekcie analizy.

6.1. Obraz i jego akwizycja

Pierwszym krokiem komputerowej analizy obrazu jest jego akwizycja. Pod pojęciem akwizycji rozumie się szereg zjawisk fizycznych, elektrycznych związanych z wykonaniem, przyjęciem i zapamiętaniem obrazu a także operacji matematycznych, w wyniku których otrzymuje się sztuczną reprezentację powierzchni w postaci obrazu cyfrowego na ekranie monitora. Akwizycja obrazu jest więc procesem przetwarzania informacji zawartej w obrazie na postać cyfrową, dogodną do obróbki.

Do akwizycji obrazu mogą być wykorzystywane różne urządzenia techniczne, np. (Wojnar, Kurzydłowski, Szala, 2002):

- aparaty fotograficzne,
- kamery CCD,
- skanery,
- mikroskopy elektronowe, w tym przede wszystkim mikroskopy skaningowe,
- cyfrowe aparaty rentgenowskie,
- nowoczesne urządzenia diagnostyki medycznej (ultrasonografy, echokardiografy, tomografy komputerowe, rezonans magnetyczny).

Jakość rejestrowanych obrazów przy użyciu powyższych urządzeń ma bardzo istotny wpływ na późniejsze wyniki analiz obrazu.

Podstawowym zagadnieniem, jakie występuje przy przetwarzaniu obrazu uzyskiwanego z różnych typów układów akwizycji, jest odpowiednie zdefiniowanie parametrów sztucznej reprezentacji obrazu w komputerze. Obraz w komputerze składa się z siatki dyskretnych punktów o zadanym poziomie jasności dla obrazów monochromatycznych lub z odpowiedniej barwy dla obrazów kolorowych. Cyfrowa reprezentacja takiego obrazu polega na jego dyskretnym przedstawieniu w postaci tablicy liczb, opisujących kolor poszczególnych punktów obrazu. Taki rodzaj zapisu grafiki nazywany jest grafiką rastrową.

Kolejną cechą obrazu jest format, w jakim jest zapisany po dyskretyzacji, obejmujący rozdzielczość przestrzenną oraz ilość poziomów szarości (poziomów barw), tzw. rozdzielczość barwną. Rozdzielczość przestrzenna obrazu jest miarą zdolności rozpoznawania szczegółów obrazu. Wyraża się ilością elementów podstawowych (pikseli, rastrów) składających się na obraz, zapisywana jest jako iloczyn ilości elementów w poziomie i pionie obrazu. Najczęściej spotykane rozdzielczości w analizie obrazu to całkowite potęgi liczby 2, np. 256x256.

Biorąc pod uwagę rozdzielczość barwną, w komputerowej technice przetwarzania obrazów najczęściej korzysta się z następujących formatów (Wróbel, Koprowski, 2004):

- binarny – dla obrazów czarno-białych; jest podstawowym i zarazem najprostszym formatem zapisu obrazu (tzw. 1-bitowy; 1 bpp, co oznacza, że na zapamiętanie stanu jednego elementu obrazu potrzeba 1 bita pamięci); format ten najczęściej wykorzystywany jest w algorytmach przetwarzania obrazu,
- monochromatyczny – dla obrazów których piksele przyjmują wartość jednego z 256 stopni szarości (tzw. obraz 8-bitowy); każdy punkt obrazu może przyjmować jedną z 256 wartości, zazwyczaj 0 dla czerni i 255 dla bieli,
- kolorowy – dla obrazów kolorowych; do zapisu obrazu wykorzystywany jest standard RGB (red – green – blue), który tworzy kolory z trzech podstawowych składowych: czerwonej, zielonej i niebieskiej. Zapamiętanie trzech składowych kolorów wymaga $3 \cdot 8 = 24$ bitów pamięci na każdy punkt obrazu, co oznacza możliwość zapisu ponad 16 milionów różnych kolorów.

Formaty zapisu obrazów różnią się między sobą wielkością i jakością zapisywanego obrazu oraz możliwością kompresji danych. Najpopularniejsze formaty plików graficznych mają następujące nazwy rozszerzeń: *.tif, *.bmp, *.jpg, *.gif.

6.2. Wstępne przetwarzanie obrazów

Obraz po wprowadzeniu w formie cyfrowej do komputera wymaga zazwyczaj różnych zabiegów poprawiających jego jakość. Do tego celu służy szereg operacji związanych ze wstępnym przetwarzaniem obrazu.

Przekształcenia te wykorzystywane są do korekcji błędów wnoszonych przez system wprowadzający oraz do innych operacji pomocniczych, mających na celu poprawę (udoskonalenie) jakości obrazu.

Operacje wstępnego przetwarzania obrazów można podzielić na:

- operacje geometryczne,
- operacje przetwarzania pojedynczych punktów obrazu (tzw. przekształcenia punktowe lub bezkontekstowe),
- operacje wykorzystujące w procesie przetwarzania grupy punktów obrazu (tzw. przekształcenia kontekstowe).

Przekształcenia geometryczne

Przekształcenia geometryczne wykorzystywane są najczęściej do korekcji błędów geometrii obrazu takich, jak zniekształcenia poduszkowe, beczkowate i trapezowe. Mogą występować jako samodzielne transformacje, lub jako wspomagające inne rodzaje przekształceń i analiz. Na przekształcenia geometryczne składają się przesunięcia, obroty, odbicia i inne transformacje geometrii obrazu.

Przekształcenia punktowe

Przekształcenia punktowe, zwane inaczej przekształceniami bezkontekstowymi, są to przekształcenia dotyczące stopnia szarości lub nasycenia barwy każdego punktu (piksela) obrazu.

Cechą charakterystyczną jest to, że poszczególne elementy obrazu (punkty) modyfikowane są niezależnie od stanu elementów sąsiadujących – wartości poszczególnych pikseli obrazu są wynikiem operacji algebraicznych prowadzonych tylko na tym pikselu i nie są brane pod uwagę piksele z jego otoczenia.

Bezpośrednim efektem przekształceń punktowych jest zmiana skali jasności obrazu bez zmiany geometrii obiektów widocznych na obrazie.

Do najprostszych operacji punktowych należą: utworzenie negatywu, rozjaśnienie lub zaciemnienie wybranych punktów obrazu.

Przekształcenia kontekstowe – filtracja obrazu

Filtry należą do kontekstowych narzędzi przetwarzania obrazów, ponieważ dla wyznaczenia wartości pojedynczego punktu na obrazie wynikowym, wykorzystują wartości otaczających go punktów z obrazu źródłowego. Operacje te istotnie zmieniają informację zawartą w obrazie. Można w ten sposób pozbyć się z obrazu pewnych niepożądanych obiektów (zakłóceń, szumów) lub wydobyć, nieuchwytnie na pierwszy rzut oka, użyteczne informacje.

Z matematycznego punktu widzenia filtr jest funkcją, zgodnie z którą przekształcany jest jeden obraz (źródłowy) w drugi (wynikowy) metodą „punkt po punkcie”. Właściwości każdego filtru wynikają ściśle z właściwości realizującej go funkcji. Ze względu na charakter funkcji realizującej filtr wyróżnia się filtry:

- liniowe,
- nieliniowe.

Filtry liniowe wykonują operację filtracji w oparciu o pewną liniową kombinację wybranych pikseli obrazu wejściowego. Wśród najczęściej stosowanych filtrów liniowych wyróżnia się konwolucje, filtry dolnoprzepustowe i górnoprzepustowe (wykrywające narożniki; wykrywające krawędzie – laplasjany).

Filtry liniowe są często wykorzystywane z powodu swojej prostoty w zastosowaniu, nie zawsze jednak spełniają oczekiwania dotyczące prawidłowej filtracji obrazu. Ich działanie obarczone jest wspólną wadą, polegającą na niszczeniu, podczas usuwania zakłóceń, niektórych drobnych szczegółów przetwarzanego obrazu.

Filtry nieliniowe wykonują operację filtracji w oparciu o funkcję nieliniową. Działanie podstawowych filtrów nieliniowych polega na zmianach kontrastu z użyciem klasycznych funkcji, np. logarytmicznej, wykładniczej, potęgowej. Częściej jednak stosuje się filtry, których zasada działania opiera się na lokalnym sąsiedztwie analizowanego punktu, wykorzystujące np. lokalne rozkłady stopni szarości lub też ich miary statystyczne. Do najpopularniejszych w tej grupie filtrów nieliniowych należą:

- filtry medianowe – z wartości poszczególnych punktów w uporządkowanym rosnąco ciągu wybierane są wartości środkowe, odrzuca się natomiast wartości

skrajne, które zazwyczaj są poszukiwanym szumem; filtry medianowe nie wprowadzają do obrazu nowych wartości, nie rozmywają krawędzi przetwarzanego obrazu,

- filtry ekstremalne (minimalny i maksymalny) – wynikiem ich działania jest przyporządkowanie analizowanemu punktowi wartości odpowiadającej minimum lub maksimum spośród jego sąsiednich punktów, obraz po filtracji filtrem minimalnym staje się ciemniejszy, pozbawiony znacznej liczby szczegółów, a po filtracji filtrem maksymalnym – jaśniejszy; filtry ekstremalne są powszechnie stosowane głównie do wygładzania konturów, eliminacji części szumów (Wojnar, Majorek, 1994; Wróbel, Koprowski, 2004),
- filtry adaptacyjne – zmieniają charakterystykę działania w zależności od cech analizowanego obszaru; działają dwuetapowo: w pierwszym etapie wyznaczane są dla każdego punktu wartości parametru, który pozwoli zakwalifikować lub nie dany punkt jako należący do krawędzi, w drugim etapie dokonuje się filtracji uśredniającej, ale tylko tych punktów, które nie zostały zakwalifikowane do krawędzi, natomiast pozostałe punkty należące do krawędzi, nie ulegają zmianie. (Tadeusiewicz, Korohoda, 1997).

Filtry liniowe z reguły są prostsze w wykonaniu, natomiast filtry nieliniowe mają bogatsze możliwości funkcyjne. Wybór odpowiednich filtrów, pozwalających w efektywny sposób pozbyć się z obrazu niepożądanych obiektów i wydobyć z nich użyteczne informacje, nie jest łatwy, ponieważ nie ma jednego uniwersalnego sposobu filtracji obrazów i każdy przypadek wymaga indywidualnego działania.

W procesie przetwarzania obrazów filtry wykorzystywane są między innymi do:

- poprawy obrazu o złej jakości technicznej, na przykład obrazów nieostrych, poruszonych lub o niewielkim kontraście,
- korekcji określonych wad obrazu,
- wzmocnienia w obrazie pewnych elementów zgodnych z posiadanym wzorcem,
- stłumienia w obrazie niepożądanego szumu,
- rekonstrukcji poszczególnych fragmentów obrazu, które uległy częściowemu uszkodzeniu.

6.3. Binaryzacja

Proces binaryzacji jest jednym z podstawowych przekształceń stosowanych w analizie obrazu, zaliczanych do punktowego przetwarzania obrazu. Polega na przekształceniu obrazu mającego wiele poziomów szarości – monochromatycznego lub kolorowego – w obrazy czarno-białe, zwane binarnymi. Celem binaryzacji jest radykalna redukcja ilości informacji zawartej w obrazie. Obrazy binarne mają tylko dwa poziomy szarości, kolor biały, któremu odpowiada wartość 1 i kolor czarny, któremu odpowiada wartość 0.

Binaryzacja jest jednym z końcowych etapów ilościowej analizy obrazów, gdyż tylko na obrazach binarnych można wykonywać większość pomiarów oraz niektóre złożone przekształcenia m.in. (Wojnar, Majorek, 1994; Wróbel, Koprowski, 2004):

- wykonywanie podstawowych pomiarów na obrazach (liczebność elementów, pole powierzchni, długość itp.),
- analizowanie i modyfikowanie kształtu obiektów (np. rozdzielanie sklejonnych części lub wypełnianie otworów),
- definiowanie przekształceń obrazów monochromatycznych (traktowanie ich jako zbiór tylu obrazów binarnych ile jest odcieni szarości).

Dlatego też binaryzacja wykorzystywana jest w praktycznie wszystkich algorytmach analizy obrazu.

Binaryzacja może zostać przeprowadzona na wiele sposobów. Wykorzystywane są następujące metody binaryzacji:

- binaryzacja z dolnym progiem,
- binaryzacja z górnym progiem,
- binaryzacja z dwoma progami,
- binaryzacja wielokryterialna,
- binaryzacja z histerezą (warunkowa).

Binaryzacja z dolnym progiem polega na tym, że wszystkie piksele o wartości poniżej wybranego progu stają się czarne (0), natomiast piksele o wartości powyżej progu – białe (1). Jeżeli obraz cyfrowy jest reprezentowany przez dwuwymiarową funkcję $L(m, n)$, której argumenty m i n opisują powierzchniowe współrzędne punktu obrazu, zaś wartość funkcji określona jest przez poziom jasności (szarości) obrazu, to funkcję binaryzacyjną z dolnym progiem można zapisać w postaci:

$$L_{BIN}(m, n) = \begin{cases} 0 & \text{dla } L_1(m, n) \leq p_B \\ 1 & \text{dla } L_1(m, n) > p_B \end{cases} \quad (8)$$

gdzie:

$$L(m, n) \in [0, 2^B - 1]$$

B – liczba bitów dla reprezentacji jednego punktu obrazu (dla obrazów monochromatycznych $B = 8$),

$L_1(m, n)$ – stopnie szarości punktu w obrazie monochromatycznym,

$L_{BIN}(m, n) \in \{0, 1\}$ – dwie wartości w obrazie wynikowym,

p_B – próg binaryzacji.

Binaryzacja z górnym progiem

Funkcję binaryzacji z górnym progiem można zapisać w postaci:

$$L_{BIN}(m, n) = \begin{cases} 0 & \text{dla } L_1(m, n) \geq p_B \\ 1 & \text{dla } L_1(m, n) < p_B \end{cases} \quad (9)$$

Z powyższej zależności wynika, że wszystkie punkty, których stopnie szarości są powyżej progu czułości stają się czarne, zaś poniżej progu – białe. W rzeczywistości obraz po binaryzacji z górnym progiem jest negatywem obrazu z dolnym progiem, przy tej samej wartości progu.

Binaryzacja z dwoma progami

Binaryzację z dwoma progami można zapisać w postaci:

$$L_{BIN}(m, n) = \begin{cases} 0 & \text{dla } L_1(m, n) \leq p_{B1} \\ 1 & \text{dla } p_{B1} < L_1(m, n) \leq p_{B2} \\ 0 & \text{dla } L_1(m, n) > p_{B2} \end{cases} \quad (10)$$

gdzie:

p_{B1}, p_{B2} – progi binaryzacji, $p_{B1} < p_{B2}$.

Z powyższej zależności wynika, że po przekształceniu punkty, których stopnie szarości mieszczą się pomiędzy progami są białe, natomiast wszystkie pozostałe punkty stają się czarne.

Binaryzacja wielokryterialna

Binaryzację wielokryterialną można traktować jako kilkukrotne złożenie operacji binaryzacji z dwoma progami. Funkcję binaryzacji wielokryterialnej można zapisać w postaci:

$$L_{BIN}(m, n) = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{dla } L1(m, n) \leq p_{B1} \\ 1 & \text{dla } p_{B1} < L1(m, n) \leq p_{B2} \\ 0 & \text{dla } p_{B2} < L1(m, n) \leq p_{B3} \\ 1 & \text{dla } p_{B3} < L1(m, n) \leq p_{B4} \\ 0 & \text{dla } L1(m, n) > p_{B4} \end{array} \right\} \quad (11)$$

gdzie:

$p_{B1}, p_{B2}, p_{B3}, p_{B4}$ – progi binaryzacji, $p_{B1} < p_{B2} < p_{B3} < p_{B4}$.

Binaryzację wielokryterialną przeprowadza się w celu połączenia i wydzielenia obszarów obrazu znacznie różniących się poziomem jasności. Jeżeli w obrazie występuje kilka grup obiektów wyraźnie różniących się poziomem szarości, to można stworzyć kilka obrazów binarnych, tak aby każdy odpowiadał jednej grupie obiektów (binaryzacja z dwoma progami).

Binaryzacja z histerezą

Kolejny możliwy sposób prowadzenia binaryzacji to tzw. binaryzacja warunkowa, zwana również binaryzacją z histerezą. Można ją zapisać w postaci:

$$L_{BIN}(m, n) = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{dla } L1(m, n) \leq p_{B1} \\ s & \text{dla } p_{B1} < L1(m, n) \leq p_{B2} \\ 1 & \text{dla } L1(m, n) > p_{B2} \end{array} \right\} \quad (12)$$

gdzie:

s – wartość sąsiadujących punktów, $s \in \{0, 1\}$.

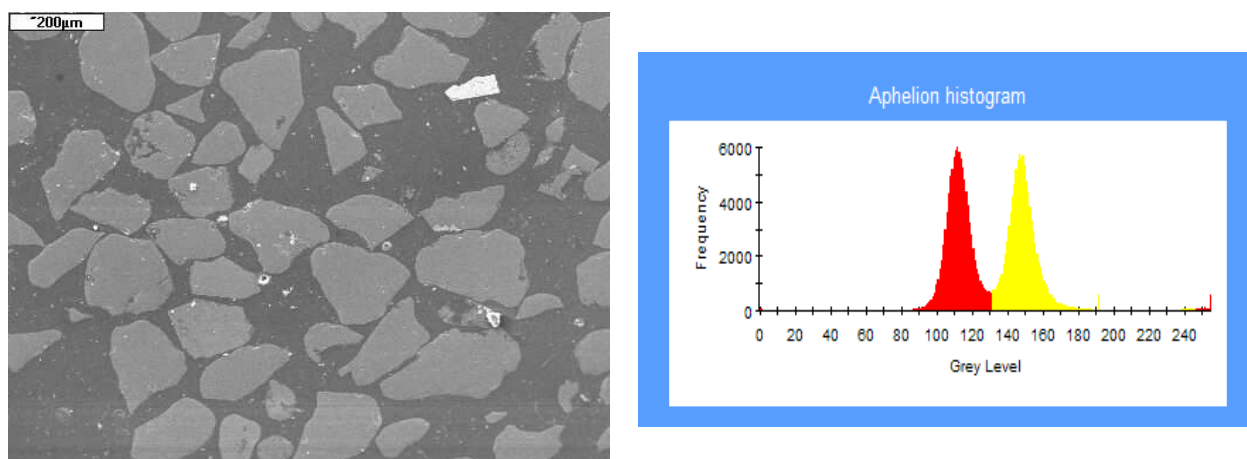
W celu przeprowadzenia binaryzacji warunkowej należy podać dwie wartości progowe, p_{B1} i p_{B2} , przy czym $p_{B1} < p_{B2}$. Każdy punkt obrazu o współrzędnych (m, n) charakteryzuje się określonym stopniem szarości lub intensywności $L(m, n)$:

- jeżeli $L1(m, n) > p_{B1}$, to punkt zostaje zamieniony na biały,
- jeżeli $L1(m, n) < p_{B2}$, to punkt zostaje zamieniony na czarny,

- jeżeli $p_{B1} < LI(m, n) < p_{B2}$, to każdy ciągły obszar punktów spełniających ten warunek zostaje zamieniony na punkty białe, w przeciwnym przypadku cały obszar punktów zostaje zamieniony na czarne punkty.

Omawiany wariant binaryzacji pozwala wydzielić z obrazu te cząstki, które mają jasne elementy. Jest to zatem narzędzie istotnie poprawiające selektywność procesu binaryzacji.

Podstawowym problemem przy wykonywaniu binaryzacji jest odpowiedni wybór progu binaryzacji. W celu ułatwienia podjęcia decyzji, wykonuje się analizę wykresu zmian stopni szarości, tzw. analizę profilu. Do tego celu wykorzystuje się jedno z dostępnych narzędzi analizy obrazu – histogram rozkładu stopni szarości, który pokazuje częstość występowania poszczególnych wartości pikseli w obrazie. Jeżeli w histogramie występują dwa wyraźne piki, to można automatycznie wybrać jako próg czułości wartość odpowiadającą minimum histogramu pomiędzy tymi pikami. Przykładowo, dla histogramu przedstawionego na rysunku 6.1. byłaby to wartość 131.



Rys. 6.1. Obraz ziaren piaskowca w klasie ziarnowej $71 \pm 100 \mu\text{m}$ wraz z histogramem rozkładu stopni szarości

W najprostszym i zarazem dość często spotykanym przypadku, histogram taki ma postać dwugarbnej krzywej. Taki kształt histogramu oznacza, że na obrazie dają się wyróżnić dwa rodzaje stosunkowo często występujących punktów: ciemne i jasne. Jedne reprezentują obiekty analizy, drugie zaś reprezentują tło.

Z reguły nie ma jednoznacznych standardów rozstrzygających jaki kolor przypisać do obiektu a jaki do tła, wybór zależy od stosowanego sprzętu wyświetlającego i od preferencji projektanta (Russ, 1995). Jednym ze sposobów binaryzacji może być zdefiniowanie zakresu wartości szarości na oryginalnym obrazie oraz wybór pikseli w tym zakresie należących do

pierwszego planu – interesujących obiektów a następnie odrzucenie wszystkich innych pikseli do tła.

6.4. Przekształcenia morfologiczne

Przekształcenia morfologiczne są jednymi z najważniejszych działań w komputerowej analizie obrazu. Realizują najbardziej złożone operacje związane z analizą kształtu elementów obrazu oraz ich wzajemnego położenia. Morfologia matematyczna pozwala m.in. na klasyfikowanie obiektów na podstawie ich kształtu lub odtwarzanie niektórych brakujących elementów.

Istotą każdej operacji morfologicznej jest tzw. element strukturalny, nazywany również szablonem lub wzorcem. Jest to pewien podzbiór elementów sztucznie stworzonego wycinka obrazu z wyróżnionym punktem centralnym. Podstawowym elementem strukturalnym jest koło o promieniu jednostkowym, jednak ze względu na ograniczenia związane z dyskretną strukturą obrazu najczęściej stosowanym elementem strukturalnym jest prostokąt.

Istotną cechą przekształceń morfologicznych, w odróżnieniu od innych operacji przetwarzania jest możliwość przekształcania tylko tej części punktów obrazu, których otoczenie jest zgodne z elementem strukturalnym, co pozwala na precyzyjne planowanie przekształceń.

Przekształcenie morfologiczne można zapisać następującym algorytmem:

- przemieszczanie punktu centralnego elementu strukturalnego po całym obrazie,
- sprawdzenie w każdym punkcie obrazu, czy rzeczywista konfiguracja pikseli obrazu w otoczeniu tego punktu zgodna jest ze wzorcowym elementem strukturalnym,
- wykonanie ustalonej operacji na badanym punkcie obrazu w przypadku wykrycia zgodności struktury analizowanego fragmentu obrazu i wzorca.

Do podstawowych przekształceń morfologicznych zalicza się:

- erozję i dylatację,
- otwarcie i zamknięcie,
- pogrubianie i ścienianie,
- szkieletyzację.

Erozja i dylatacja

Erozja i dylatacja należą do podstawowych przekształceń morfologicznych. W najprostszy sposób operacje te można opisać jako dodawanie lub usuwanie pikseli z obrazu, zgodnie z przyjętym elementem strukturalnym (Russ, 1995).

Definiując operację erozji zakłada się, że istnieje nieregularny obszar X i koło B o promieniu r , które jest elementem strukturalnym. Jako punkt środkowy elementu strukturalnego przyjmuje się środek koła B . Erozję figury X elementem B można więc zdefiniować następująco: koło B przetacza się po wewnętrznej stronie brzegu figury a kolejne położenia środka koła B wyznaczają brzeg figury zerodowanej. Innymi słowy element strukturalny jest przetaczany po wewnętrznej stronie brzegu obiektu, a kolejne położenia centralnego punktu elementu strukturalnego wyznaczają nowy brzeg obiektu po erozji.

Dylatacja jest procesem odwrotnym do procesu erozji. Wzorzec jest przetaczany po zewnętrznej stronie brzegu obiektu. Kolejne położenia środka elementu strukturalnego wyznaczają brzeg obiektu po dylatacji.

Miarą stopnia erozji i dylatacji jest wielkość elementu strukturalnego. Elementami strukturalnym oprócz koła mogą być np. pary punktów, odcinków, trójkątów itp.

Erozja posiada następujące cechy o znaczeniu praktycznym (Tadeusiewicz, Korohoda, 1997):

- addytywność, co oznacza, że erozję o założonej wielkości można interpretować jako złożenie odpowiedniej ilości erozji o wielkości jednostkowej,
- zdolność do eliminacji drobnych szczegółów i wygładzania brzegów figur,
- zdolność do uwypuklenia fragmentów obrazu zorientowanych liniowo w tym samym kierunku co element strukturalny (dla erozji elementami strukturalnymi o podłużnym kształcie),
- możliwość generalizacji obrazu: odizolowane, drobne, wyróżnione obszary zostają usunięte, brzegi wyróżnionych obszarów zostają wygładzone a ich długość i powierzchnie zmniejszone; większe wyróżnione obszary dzielone są na mniejsze, zjawisko to wykorzystywane jest w algorytmach podziału sklejonych obiektów przed ich segmentacją.

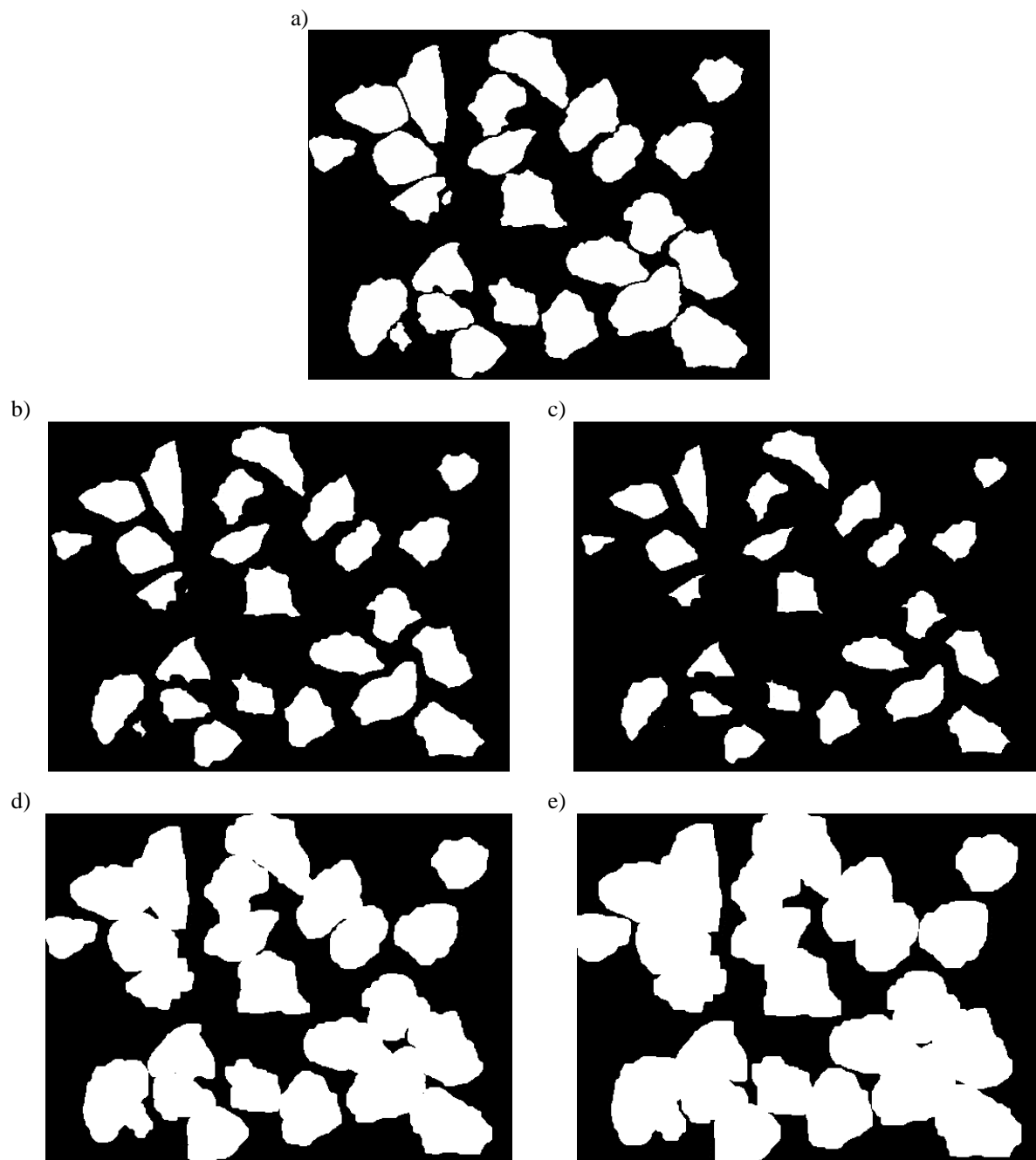
Podstawowymi właściwościami dylatacji są:

- zamykanie małych otworów i wąskich „zatok” w konturach obiektów na obrazie,
- zdolność do łączenia obiektów, które położone są blisko siebie.

- możliwość generalizacji obrazu: drobne wklęsłości w wyróżnionych obszarach zostają usunięte, brzegi wyróżnionych obszarów zostają wygładzone a ich długość zmniejszona, natomiast powierzchnie zostają zwiększone; mniejsze, blisko położone wyróżnione obszary połączone zostają w większe, zjawisko to jest wykorzystane przy łączeniu fragmentów obrazu – na przykład celem pomiaru ich powierzchni.

W związku z podobnym zdefiniowaniem, większość cech erozji i dylatacji jest wspólna. Wspólna jest np. addytywność przekształcenia oraz możliwość wpływu na wynik przekształcenia poprzez dobór odpowiednich elementów strukturalnych.

Przebieg procesu erozji i dylatacji dla prostego obrazu ziaren prześledzić można na rysunku 6.2. Obrazy pokazują kolejne iteracje procesu erozji i dylatacji przy założeniu, że element strukturalny ma rozmiary 3x3 piksele (Tadeusiewicz, Korohoda, 1997).



Rys. 6.2. Przebieg erozji i dylatacji: a) obraz binarny ziaren, b) obraz po jednokrotnej erozji; c) obraz po dwukrotnej erozji; d) obraz po jednokrotnej dylatacji; e) obraz po dwukrotnej dylatacji

Erozja wraz z dylatacją stanowią najprostsze przekształcenia morfologiczne, dostępne w programach do analizy obrazu. Pomimo swej prostoty są podstawowymi i bardzo ważnymi przekształceniami. Poznanie ich ułatwia zrozumienie pozostałych, bardziej złożonych operacji morfologicznych (Wojnar, Kurzydłowski, Szala, 2002).

Otwarcie i zamknięcie

Erozja i dylatacja, oprócz wymienionych powyżej pozytywnych cech, posiadają istotną wadę. Polega ona na zmianie, w trakcie stosowania erozji lub dylatacji, rzeczywistych pól powierzchni przekształcanych obiektów.

Aby wykorzystać pozytywne skutki działania tych operacji przy równoczesnym zachowaniu wielkości powierzchni, stworzono nowe przekształcenia złożone z erozji i dylatacji. Są to operacje otwarcie i zamknięcie różniące się tylko kolejnością wykonania przekształceń składowych. Otwarcie jest złożeniem erozji z następującą po niej dylatacją (otwarcie = erozja + dylatacja), a złożenie w odwrotnej kolejności jest nazywane operacją zamknięcia (zamknięcie = dylatacja + erozja).

Otwarcie polega na przetaczaniu koła B po wewnętrznej stronie brzegu figury i odrzuceniu wszystkich tych punktów, które nie mogą być osiągnięte przez koło.

Zamknięcie polega natomiast na przetaczaniu koła B po zewnętrznej stronie brzegu figury i dodaniu do niej wszystkich tych punktów, które nie mogą być osiągnięte przez koło.

W odróżnieniu od erozji i dylatacji w przekształceniach otwarcia i zamknięcia rozpatruje się całe koło B , a nie tylko jego środek.

Właściwości praktyczne operacji otwarcia i zamknięcia dla przypadku obrazów binarnych są następujące (Wojnar, Majorek, 1994):

- otwarcie usuwa drobne obiekty i szczegóły (np. półwyspy i wypustki) nie zmieniając wielkości pola powierzchni zasadniczej części figury, może też rozłączyć obiekty z przewężeniami,
- zamknięcie wypełnia wąskie wcięcia i zatoki oraz drobne otwory wewnątrz obiektu nie zmieniając pola powierzchni jego zasadniczej części, może też połączyć leżące blisko siebie obiekty,
- obydwie operacje nie zmieniają kształtu ani wymiarów dużych obiektów o wyrównanym, gładkim brzegu.

Operacje zamknięcia i otwarcia, obok pozytywnych właściwości polegających na usuwaniu zakłóceń, nieznacznie zniekształcają obraz.

W oparciu o zdefiniowane wcześniej operacje otwarcia i zamknięcia budowane są kolejne przekształcenia morfologiczne będące coraz bardziej złożonymi transformacjami obrazu.

Ścienianie i pogrubianie

Ścienianie i pogrubianie obiektów na obrazie polega na przyłożeniu elementu strukturalnego do każdego punktu obiektu w ten sposób, żeby punkt centralny pokrywał się z analizowanym punktem.

Dla ścieniania wartość punktu nie zmienia się jeżeli element strukturalny nie pokrywa się z jego sąsiedztwem, w przeciwnym przypadku (gdy element strukturalny pasuje do sąsiedztwa rozpatrywanego punktu) wartość tego punktu zmienia się na 0.

Figura po przekształceniu mieści się wewnątrz figury wyjściowej, a operację ścieniania można prowadzić wielokrotnie, aż do momentu kiedy przestanie wprowadzać zmiany w obrazie.

Pogrubianie jest przekształceniem odwrotnym do ścieniania. W przypadku, kiedy element strukturalny pasuje do sąsiedztwa analizowanego punktu wartość tego punktu zostaje zmieniona na 1.

Szkieletyzacja

Szkieletyzacja jest operacją pozwalającą wyodrębnić osiowe punkty (szkielety) figur w analizowanym obszarze. Jej celem jest więc budowa „szkieletów” figur aby umożliwić ich analizę. Podstawowym narzędziem do wykonania szkieletu figury jest ścienianie.

Jedną z najważniejszych cech szkieletu jest zachowanie przez niego topologicznej struktury figury – szkielet figury z otworem posiada zamkniętą pętlę, szkielet figury rozwidlonej ma punkty węzłowe, szkielet podłużnej figury jest długi. Te właściwości szkieletu umożliwiają następujące zastosowania operacji szkieletyzacji:

- klasyfikację cząstek na podstawie ich kształtu,
- określenie orientacji podłużnych obiektów,
- rozdzielenie „posklejanych” obiektów,
- symulację procesów rozrostu cząstek oraz tworzenia struktury ziarnistej.

Dzięki szkieletyzacji można z dużą dokładnością zbudować figurę bliską idealnemu szkieletowi, zachowującą jego podstawowe właściwości, w tym szczególnie ważne właściwości topologiczne (Wojnar, Majorek, 1994).

6.5 Analiza obrazu

Po procesie przetwarzania obrazu następuje jego analiza. Analiza obrazu polega na wyodrębnieniu, z całości informacji zawartej w obrazie wejściowym, części informacji istotnej z punktu widzenia użytkownika lub procesu. Wiąże się to ze znaczną redukcją ilości danych. Obraz początkowy zawierający setki drobnych szczegółów reprezentowany przez kilkaset tysięcy a nawet kilka milionów bajtów zastąpiony zostaje kilkudziesięciu bajtowym ograniczonym zbiorem cech.

Wynikiem analizy obrazu mogą być dane jakościowe i ilościowe, opisujące określone cechy obrazu lub całej grupy obrazów. (Tadeusiewicz, Korohoda, 1997). Charakter danych zależy od dziedziny nauki i techniki w jakiej została przeprowadzona analiza np. obrazy z mikroskopów elektronowych i optycznych, zdjęcia satelitarne, obrazy astronomiczne, w wyniku procesu analizy generują różnego rodzaju parametry (Moen, 2006).

Pomiarom podlegają dwie kategorie wielkości:

- parametry lokalne – opisujące uśredniony pojedynczy element obrazu (np. średnia powierzchni cząstki, średnica cząstki, średni moment bezwładności),
- parametry globalne – opisujące cechy wszystkich elementów obrazu, są to wielkości względne odnoszone do pewnej wielkości bazowej, np. do powierzchni lub długości (liczba cząstek na jednostkę powierzchni).

Na podstawie uzyskanego zbioru parametrów ilościowych, opisujących charakterystyczne cechy badanego obrazu można bezpośrednio wyciągać wnioski, co do rozpatrywanego obrazu.

Poniżej scharakteryzowano najistotniejsze parametry lokalne i globalne.

Liczebność elementów jest pozornie najprostszym do wyznaczenia parametrem. Cząstki widoczne na obrazie są zazwyczaj fragmentem większej całości, ograniczonej brzegiem tego obrazu. Część z nich jest przecięta przez brzeg. Istotne jest podjęcie właściwej decyzji o sposobie zliczania przeciętych cząstek. Do wyboru są następujące możliwości:

- usunięcie wszystkich przeciętych przez brzeg obrazu cząstek (wynik jest znacznie zaniżony),
- przyjęcie odpowiedniej poprawki i liczenie obiektów przeciętych przez brzeg z wagą 0,5, natomiast obiektów znajdujących się w narożnikach – z wagą 0,25; sposób ten nie nadaje się do analizowania innych cech przeciętych cząstek, np. pola powierzchni.

- wykorzystanie idei ramki bezpieczeństwa – na obrazie zaznacza się dodatkową ramkę i do zliczania uwzględnia się cząstki wewnątrz ramki oraz całe obiekty przecięte przez dwa jej brzegi, np. prawy i dolny; sposób ten daje zarówno poprawne oszacowanie liczby obiektów, jak również umożliwia ich pełną charakterystykę.

Procedura liczenia realizowana jest przy wykorzystaniu algorytmu etykietowania obrazu. Etykietowanie polega na ponumerowaniu wszystkich cząstek w celu umożliwienia dalszych pomiarów na ściśle wyznaczonych obiektach.

Program analizuje obraz punkt po punkcie, w momencie gdy natrafi na punkt należący do obiektu, wyszukuje wszystkie punkty które są z nim spójne i nadaje im pewną wartość, zaczynając od etykiety równej 1. Każdy następny obiekt (punkty do niego należące) otrzymuje kolejną wartość, czyli 2, 3, ..., n (n jest liczbą wszystkich obiektów). Punkty należące do tła są pomijane.

Pole powierzchni jest prostym i zarazem najbardziej dokładnym parametrem wyznaczanym podczas analizy obrazu. Pomiar pola sprowadza się do zliczenia punktów należących do interesującego obiektu (punktów o tej samej etykiecie). Po skalibrowaniu obrazu (podaniu skali) otrzymuje się wynik we właściwych jednostkach miary powierzchni. Pomiary pola powierzchni mogą być obarczone dużym błędem, wynikającym z niewłaściwie przeprowadzonej binaryzacji. Nawet niewielka zmiana progu binaryzacji może mieć znaczący wpływ na wielkość wynikowego pola powierzchni.

Pomiary długości

Stosowanych jest kilka metod pomiaru długości krawędzi:

- zliczanie punktów obwodu cząstki,
- zliczanie punktów brzegowych z odpowiednią wagą: 1 dla sąsiadujących w pionie lub poziomie i $\sqrt{2}$ dla punktów sąsiadujących po przekątnej,
- obliczenie średniej z długości zliczonych po zewnętrznej i wewnętrznej stronie obwodu figury;
- przybliżenie figury odpowiednio dobranym wielokątem (metoda trudna do realizacji z uwagi na trudności z jednoznacznym zdefiniowaniem sposobu wyboru odpowiedniego wielokąta),
- zastosowanie formuły Croftona – sumuje się rzuty w czterech podstawowych kierunkach (z uwzględnieniem różnic występujących w odległościach pomiędzy punktami dla kątów 45° i 135°)

$$L = \frac{\pi}{4} \left[a \cdot (N_0 + N_{90}) + \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot (N_{45} + N_{135}) \right] \quad (13)$$

gdzie:

L – długość krawędzi,

$N_0, N_{90}, N_{45}, N_{135}$ – rzuty figury dla wybranych kierunków rzutowania,

a – odległość punktów siatki.

Ogólnie, pomiary długości krzywoliniowych odległości sprawiają trudność ze względu na konieczność przybliżania ciągłej linii dyskretną kombinacją punktów obrazu.

Średnice Fereta (pozioma i pionowa) jest popularną metodą szacowania wielkości różnych obiektów. Wyznaczenie średnic Fereta polega na obliczeniu różnicy pomiędzy współrzędnymi poziomymi lub pionowymi skrajnych punktów.

Wyznaczanie położenia

Ze względu na nieregularność kształtów obiektów definicje położenia mogą być różne. Na przykład, współrzędne x, y środkowego punktu obiektu mogą być wyznaczone jako środek pomiędzy granicami minimalną i maksymalną pikseli stanowiących obiekt. Wyznaczenie min i max polega na znalezieniu pikseli o największej i najmniejszej współrzędnej w kierunkach pionowym i poziomym (Russ, 1995).

Dla nieregularnych kształtów odpowiedniejsze jest znalezienie środka masy ciężkości figury, czyli wyznaczenie momentu bezwładności pierwszego rzędu:

$$M_{1x} = \frac{1}{A(X)} \sum_X x_i \quad (14)$$

$$M_{1y} = \frac{1}{A(X)} \sum_X y_i \quad (15)$$

gdzie:

X – analizowana figura,

$A(X)$ – pole powierzchni figury X ,

x_i, y_i – współrzędne poszczególnych punktów figury,

Sumowanie należy przeprowadzić dla wszystkich punktów figury X .

Rozkład stopni szarości

Każdy piksel na obrazie ma określoną wartość liczbową, która jest szarością odpowiadającą punktowi na oryginalnym obrazie. Kombinacja kilku wartości może reprezentować wartość piksela na obrazie kolorowym. Rozkład tych wartości może być wykorzystany do porównywania obiektów.

W obrazach rentgenowskich z mikroskopu skaningowego (SEM), wartości szarości są w przybliżeniu proporcjonalne do koncentracji pierwiastków.

Na obrazach w podczerwieni, jasność jest miarą temperatury.

Obrazy elektronów wstecznie rozproszonych z elektronowego mikroskopu skaningowego mają wartości szarości, które rosną wraz z przeciętną liczbą atomową, dlatego mogą zostać użyte do wyznaczenia składu chemicznego małych obszarów próbki (Russ, 1995).

Współczynniki kształtu są obliczane na podstawie wyników pomiarów podstawowych parametrów geometrycznych obiektów. Zostaną one szczegółowo omówione w oddzielnym rozdziale.

Pomiary parametrów są często jednym z końcowych etapów komputerowej analizy obrazu. Otrzymane dane wyjściowe, charakteryzujące dany obiekt, poddawane są analizie statystycznej lub graficznej prezentacji. Interpretacji otrzymanych wyników zależy od konkretnej dziedziny nauki lub techniki, w której stosowana jest analiza obrazu i stanowi podstawę do podjęcia odpowiednich decyzji (często wyniki liczbowe zamieniane są na decyzje „tak/nie”).

7. Właściwości geometryczne ziarna

Wszystkie stałe surowce mineralne występują w postaci uziarnionej i charakteryzują się pewnymi właściwościami geometrycznymi.

Pod pojęciem właściwości geometrycznych ziarna rozumie się jego cechy fizyczne, których wielkość wyraża się w jednostkach długości, powierzchni, objętości lub kombinacjach tych jednostek (np. $\text{cm}^2/\text{cm}^3 = \text{cm}^{-1}$), a także cechy bezwymiarowe, związane z konfiguracją przestrzenną ziarna (kształt) (Sztaba, 1964).

W wielu dziedzinach przemysłu, w których wykorzystywane są materiały uziarnione, właściwości produktów końcowych są w dużym stopniu uzależnione od geometrii ziaren.

Są to dziedziny takie jak: przemysł chemiczny, ceramiczny, przemysł żywnościowy, farmaceutyczny. Geometria ziaren odgrywa także ważną rolę w nauce o materiałach oraz w nanotechnologii (Taylor, 2002).

Do opisu ziaren wykorzystuje się następujące właściwości geometryczne (Sztaba, 1964):

- wielkość ziarna,
- kształt ziarna,
- objętość ziarna,
- powierzchnia właściwa – wyrażona stosunkiem powierzchni ziaren do ich objętości.

Wielkość i kształt, tzw. właściwości geometryczne pierwszego rzędu, są najczęściej wykorzystywanymi i jednocześnie wystarczającymi cechami do opisu geometrii ziaren. Cechy te pozwalają również na wyznaczenie drogą pośrednią pozostałych dwóch wielkości: objętości i powierzchni właściwej.

Wielkość ziarna

„Przez wielkość ziarna mineralnego d rozumie się miarę pewnej wielkości liniowej, związanej z geometrycznym obrazem ziarna i charakteryzującej jego rozmiary” (Sztaba, 1961).

Wielkość regularnych cząstek jest zdefiniowana ściśle matematycznie poprzez ich charakterystyczne wymiary. Przykładowo, dla cząstek kulistych wymiarem charakterystycznym jest długość średnicy, dla sześciennych – długość krawędzi, dla stożka – średnica podstawy i wysokość a dla prostopadłościanu – długość, szerokość i wysokość (Allen, 1975).

Dla ziaren o kształtach nieregularnych, występujących w praktyce, nie ma jednoznacznej ogólnej definicji wielkości ziarna a ich opis geometryczny jest dużo bardziej skomplikowany i wymaga różnorodnego zwymiarowania tych ziaren.

Do określenia wielkości ziarna stosuje się dwie podstawowe metody (Sztaba, 1976):

- metodę bezpośrednią – polegającą na wykonaniu pomiarów wielkości liniowych na samym ziarnie lub jego odwzorowaniu,
- metodę pośrednią – polegającą na wyznaczaniu wielkości ziarna za pomocą innych niż liniowe cech charakteryzujących dane ziarno.

Wśród metod bezpośrednich najbardziej rozpowszechnione jest wyznaczanie rozmiarów głównych: największego rozmiaru ziarna – długości l , najmniejszego rozmiaru ziarna – wysokości (grubości) h oraz szerokości ziarna b . Otrzymane w wyniku tych pomiarów dane służą do obliczania wielkości ziarna d za pomocą wzorów znanych ze statystyki matematycznej i stosowanych zależnie od potrzeb (Sztaba, 1961), np.:

$$d = b \quad (16)$$

$$d = \frac{l+b}{2} \quad (17)$$

$$d = \sqrt{lb} \quad (18)$$

$$d = \frac{l+b+h}{3} \quad (19)$$

$$d = \sqrt[3]{lbh} \quad (20)$$

$$d = \sqrt{\frac{lb+lh+bh}{3}} \quad (21)$$

Pomiary pośrednie pozwalają na wyznaczenie następujących definicji wielkości ziarna: (Sztaba, 1961; PN-G-01061, 1999)

- d_z średnica zastępcza ziarna – jest średnicą kuli o takiej samej objętości jak dane ziarno:

$$d_z = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}} \quad (22)$$

gdzie: V – objętość ziarna.

- d_p średnica projekcyjna ziarna – jest średnicą koła o polu powierzchni równym powierzchni prostopadłego rzutu ziarna na płaszczyznę poziomą, na której spoczywa ono w najbardziej stabilnym położeniu,

$$d_p = 2\sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad (23)$$

gdzie: A – powierzchnia rzutu ziarna [mm^2].

- d_{nat} wielkość naturalna ziarna – jest określona przez powierzchnię właściwą ziarna:

$$d_{nat} = \frac{6V}{A} = \frac{6}{f} \quad (24)$$

gdzie:

V – objętość ziarna, mm^3 ,

A – powierzchnia ziarna, mm^2 ,

f – powierzchnia właściwa ziarna, mm^{-1} .

- d_e średnica efektywna ziarna – jest średnicą kuli o takich samych właściwościach fizycznych jak dane ziarno, opadającej w identycznych warunkach z taką samą prędkością graniczną co ziarno (Budryk, 1947). Dla ziaren drobnych na podstawie wzoru Stokes’a wielkość ta (średnica d_{eSt}) jest wyrażona zależnością:

$$d_{eSt} = \sqrt{\frac{18\nu_0\eta}{g(\rho - \Delta)}} \quad (25)$$

gdzie:

ν_0 – prędkość graniczna ziarna,

η – współczynnik lepkości dynamicznej,

g – przyspieszenie siły ciężkości,

ρ – gęstość ziarna,

Δ – gęstość ośrodka,

k – współczynnik proporcjonalności.

- d_t wielkość sitowa ziarna – jest wielkością ziarna odpowiadającą długości boku najmniejszego otworu (oczka) kwadratowego sita, bądź średnicy równoważnego mu otworu kołowego, przez które dane ziarno przechodzi przynajmniej w jednym położeniu przestrzennym.
- d_{st} wielkość statystyczna ziaren – jest to wartość średnia z wielu wyników pomiarów jednostkowych wykonanych na płaskim odwzorowaniu zbioru ziaren ułożonych bezładnie w położeniach o najmniejszych wartościach energii potencjalnej:
 - jako pomiary długości cięciw równoległych do obranego kierunku pomiarowego i dzielących pola powierzchni poszczególnych ziaren na dwie równe części (metoda Martina);
 - jako pomiary odległości prostych równoległych, stycznych do konturu ziarna, prostopadłych do obranego kierunku pomiarowego (metoda Feret’a)

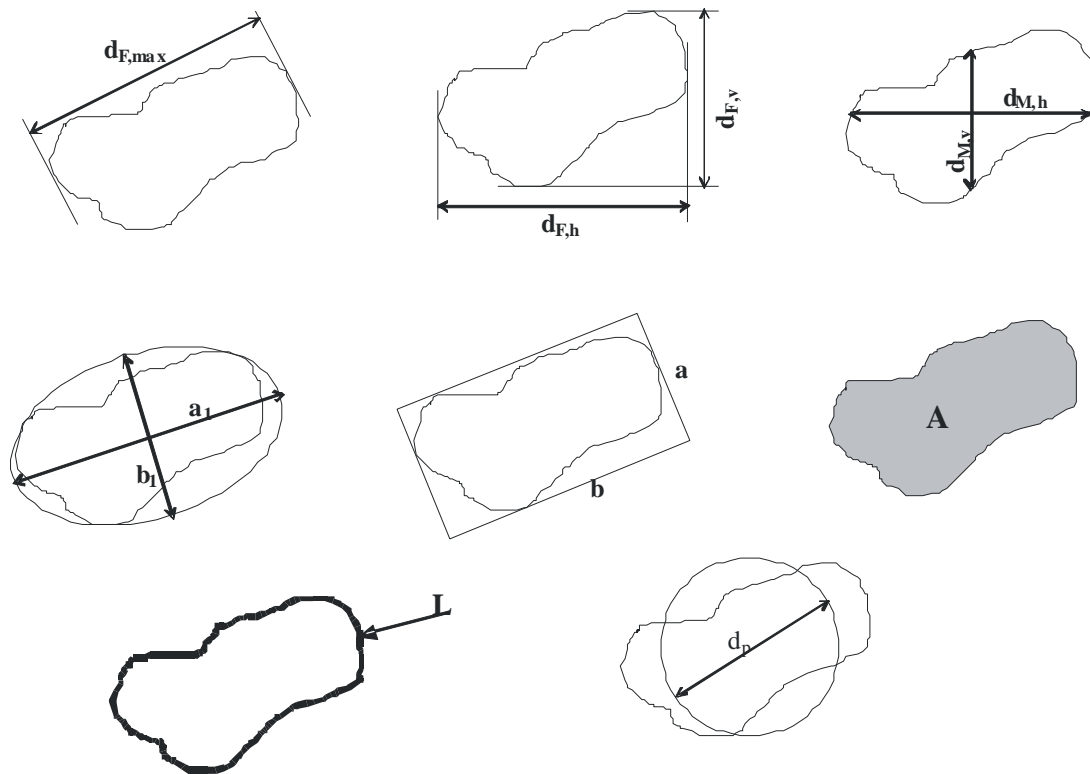
$$d_{st} = \frac{\sum d'_{st}}{n} \quad (26)$$

gdzie:

n – liczba pomiarów,

d'_{st} – wielkości ziaren otrzymane jedną z metod: Martina lub Feret’a.

Na rysunku 7.1. przedstawiono przykładowe, geometryczne właściwości ziaren wykorzystywane w praktyce.



Rys. 7.1. Podstawowe geometryczne parametry ziarna

Objaśnienia:

$d_{F,max}$ – maksymalna średnica Fereta, największa odległość pomiędzy dwoma równoległymi liniami st stycznymi do konturu ziarna,

$d_{F,h}$ – średnica Fereta pozioma, odległość między dwoma równoległymi liniami mierzona w kierunku poziomym,

$d_{F,v}$ – średnica Fereta pionowa, odległość między dwoma równoległymi liniami mierzona w kierunku pionowym,

$d_{M,h}$ – średnica Martina pozioma, długość zawartego wewnątrz konturu ziarna odcinka siecznej, dzielącej powierzchnię rzutu ziarna na dwie równe części mierzona równolegle do poziomu,

$d_{M,v}$ – średnica Martina pionowa, długość zawartego wewnątrz konturu ziarna odcinka siecznej, dzielącej powierzchnię rzutu ziarna na dwie równe części mierzona równolegle do pionu,

a_l – długość dłuższej osi elipsy opisanej na obiekcie,

b_l – długość krótszej osi elipsy opisanej na obiekcie,

a – wysokość prostokąta opisanego na obiekcie,

b – szerokość prostokąta opisanego na obiekcie,

A – pole powierzchni rzutu ziarna,

L – obwód ziarna,

d_p – średnica projekcyjna.

Wzrost wymagań związanych z kontrolą jakości produktów uziarnionych obserwowany w wielu gałęziach przemysłu oraz potrzeba korelacji wyników analiz granulometrycznych wykonywanych różnymi metodami pomiarowymi spowodowały, że zastosowanie pojedynczego parametru do opisu wymiaru fizycznego ziarna jest często niewystarczające, szczególnie dla ziaren innych niż kuliste. W związku z tym istotne jest precyzyjne określanie kształtów ziaren (Xu, Di Guida, 2003).

Kształt ziarna

W operacjach technologicznych kształt ziaren ma w dużej mierze wpływ na zachowanie się materiału uziarnionego, decyduje o zdolności płynięcia proszków, upakowaniu materiału, wzajemnych jego oddziaływaniach z cieczą.

Szczególnie dla celów kontroli procesów przemysłowych bardzo duże znaczenie ma szczegółowa i dokładna charakterystyka morfologiczna materiałów uziarnionych, realizowana poprzez liczbowe określanie kształtu ziaren wyrażona współczynnikami kształtu.

Kształt ziarna jest cechą charakteryzującą konfigurację przestrzenną ziarna wyrażoną przez opis, stwierdzenie podobieństwa geometrycznego, lub przez wartość umownych, bezwymiarowych współczynników (Sztaba, 1964).

Wyróżnia się jakościowe i ilościowe metody określania kształtu ziarna.

Metoda jakościowa jest metodą opisową (wizualną), która dostarcza informacji o naturze kształtów cząstek. Stosuje się w niej następujące określenia kształtów ziaren (British Standard 2955, 1993): iglaste (kształty igiełkowate, słupkowe), ostrokrawędziste (kanciaste, ostrobrzeżne lub mające chropowate wielościenne kształty), krystaliczne (naturalnie rozwinięte kształty geometryczne), dendrytyczne (kryształy z rozgałęziającymi się wypustkami), włókniste (regularne lub nieregularne żyłki, nitki), płytkowe (kształty łupkowe, blaszkowate), izometryczne (posiadające prawie jednakowe rozmiary we wszystkich kierunkach), nieregularne (pozbawione symetrii), modułowe (mające zaokrąglone, regularne kształty), sferyczne (kształty kuliste).

Metoda jakościowa jest bardzo nieprecyzyjna, ponieważ zależy w dużym stopniu od subiektywnego wrażenia osoby opisującej.

Znacznie dokładniejszy opis kształtu można uzyskać za pomocą ilościowo zdefiniowanych współczynników kształtu.

Istnieje duża liczba propozycji ilościowego określania kształtu ziaren nieregularnych. Są to metody wykorzystujące wyniki pomiarów różnych wymiarów ziaren, ich powierzchni, a także objętości (Peszek, Szymańska-Czaja, 2002), np.: Church używa jako wskaźnika: średnic Feret'a i Martin'a do scharakteryzowania cząstek eliptycznych, Cole natomiast wykorzystuje wymiar najdłuższej cięciwy, obwodu i powierzchni dla dużej ilości cząstek, Hausner ocenia kształt cząstki wpisanej w prostokąt o najmniejszym polu powierzchni (Allen, 1975).

Współczynniki kształtu powinny charakteryzować się (Wojnar, Kurzydłowski, Szala, 2002):

- bezwymiarowością (mają taką samą wartość w przypadku cząstek o tym samym kształcie, ale innych wymiarach),
- prostą geometryczną interpretacją (pozwalającą określić jak bardzo dany kształt odbiega od modelu lub teoretycznego kształtu odniesienia),
- wrażliwością na specyficzne zmiany kształtu występujące w rozważanym procesie.

Poniżej w tabeli 7.1 przedstawiono najistotniejsze wykorzystywane współczynniki kształtu.

Tabela 7.1 Wybrane współczynniki kształtu

Lp.	Współczynnik kształtu	Opis	Wzór
1.	K_{CI} Współczynnik kolistości	Krągłość obiektu, współczynnik maksymalnie równy 1 dla obiektów okrągłych.	$K_{CI} = \frac{4\pi A}{Cr^2}$
2.	K_w Współczynnik kolistości Wadella	Stosunek obwodu ziarna do obwodu koła o powierzchni równej powierzchni ziarna	$K_w = \frac{L}{L'}$
3.	K_1 Współczynnik wypełnienia (1)	Liczba pikseli obszaru podzielona przez iloczyn wysokości i szerokości ziarna. Parametr jest równy 1 dla idealnego prostokąta i osiąga wartości bliskie 0 dla bardzo pustych struktur.	$K_1 = \frac{n}{x \cdot y}$
4.	K_2 Współczynnik wypełnienia (2)	Stosunek liczby pikseli obszaru do powierzchni najmniejszego prostokąta opisanego na ziarnie	$K_2 = \frac{n}{a \cdot b}$
5.	K_3 Współczynnik wypukłości	Parametr jest równy 1 dla wypukłych obszarów, a większy dla obszarów, które zawierają fragmenty wklęsłe	$K_3 = \frac{L}{2y + 2x}$

6.	K_{Cr} Współczynnik cyrkularności	Współczynnik wykorzystujący obwód Croftona Cr	$K_{Cr} = \frac{Cr}{\pi}$
7.	K_F Współczynnik Fereta	Stosunek średnicy Fereta ziarna w poziomie $d_{F,h}$ do średnicy Fereta ziarna w pionie $d_{F,v}$ (charakteryzuje wydłużenie ziarna)	$K_F = \frac{d_{F,h}}{d_{F,v}}$
8.	K_E Wydłużenie (w stosunku do elipsy)	Na ziarnie opisana jest elipsa o osiach a_1 (dłuższa) i b_1 (krótsza). Im wyższa jest wartość tego współczynnika tym większe jest wydłużenie ziarna, współczynnik osiąga wartości mniejsze od 1.	$K_E = \frac{a_1 - b_1}{a_1 + b_1}$
9.	K_α Stopień wydłużenia (w stosunku do koła)	Stosunek szerokości do wysokości prostokąta opisanego na ziarnie ($b > a$). Współczynnik osiąga minimalną wartość równą 1 dla koła lub kwadratu i ma wyższe wartości dla kształtów wydłużonych.	$K_\alpha = \frac{b}{a}$
10.	K_β Współczynnik pofałdowania powierzchni cząstek	Współczynnik jest bardzo wrażliwy na nieregularności kształtu ziarna i jednocześnie bardzo mało wrażliwy na wydłużenie. Jego minimalna wartość równa się 1 dla koła i osiąga większe wartości dla wszystkich innych kształtów.	$K_\beta = \frac{L^2}{4\pi A}$
11.	K_s Symetryczna miara wydłużenia ziarna	Logarytm dziesiętny z ilorazu wysokości i szerokości ziarna	$K_s = \log_{10}\left(\frac{y}{x}\right)$
12.	K_z Współczynnik zwięzłości	Parametr jest równy 1 dla kwadratu a mniejszy dla kształtów o mniej regularnych granicach	$K_z = \frac{16n}{L^2}$

Objaśnienia:

x – szerokość obszaru, różnica między największą i najmniejszą współrzędną X obszaru; lub średnica Fereta pozioma – $d_{F,h}$

y – wysokość obszaru, różnica między największą i najmniejszą współrzędną Y obszaru; lub średnica Fereta pionowa – $d_{F,v}$

n – liczba pikseli

L – obwód obiektu,

A – pole powierzchni obiektu,

Cr – obwód Crofton’a – średnia długości przecięć obiektu w kierunku 0, 45, 90 i 135°.

Długości przecięć w kierunkach 45 i 135° są korygowane o współczynnik $\sqrt{2}/2$.

L' – obwód koła o powierzchni równej powierzchni ziarna,

a_l – długość dłuższej osi elipsy opisanej na obiekcie,

b_l – długość krótszej osi elipsy opisanej na obiekcie.

Kształt ziaren mineralnych ma znaczący wpływ na ich zachowanie podczas ruchu w ośrodku płynnym. Różne współczynniki kształtu są wprowadzane do wzorów na graniczną prędkość opadania w zależności od charakteru zjawisk, które są dominujące w kształtowaniu sił oporów ośrodka (Sztaba, 1992).

Spśród wielu koncepcji ilościowego rozważania kształtów ziaren we wzorach na graniczną prędkość opadania najpopularniejszy jest współczynnik kulistości (sferyczności) C_K zaproponowany przez Wadella:

$$\Psi = \frac{s}{S} \quad (27)$$

gdzie:

s – powierzchnia kuli o objętości równej objętości ziarna,

S – zewnętrzna powierzchnia ziarna.

W wyniku rozważań na temat formy współczynnika kształtu, który uwzględniałby powierzchnię rzutową ziarna, Nowak zaproponowała współczynnik (Nowak, 1981):

$$C_{AN} = \frac{d_z^2}{d_r^2} \approx \frac{d_z^2}{d_p^2} \quad (28)$$

gdzie:

d_r – średnica projekcyjna ziarna,

d_z – wielkość zastępcza ziarna,

d_r – wielkość rzutowa ziarna,

d_p – wielkość projekcyjna ziarna,

Wielkość ta jest wykorzystywana m.in. do określania prędkości opadania ziaren w klasyfikacji przepływowej (Nowak, Sztaba, 1986; Sztaba, 1992).

Innymi istotnymi współczynnikami wykorzystującymi objętość ziarna są:

- współczynnik K zaproponowany przez Sysło (Sysło, 1964):

$$K = \frac{V \cdot P_k}{V_k \cdot P} \quad (29)$$

gdzie:

V – objętość ziarna, cm^3

P – powierzchnia ziarna, cm^2 ,

V_k – objętość kuli o powierzchni P , cm^3 ,

$$V_k = \sqrt{\frac{P^3}{36\pi}}$$

P_k – powierzchnia kuli o objętości V , cm^2

$$P_k = \sqrt[3]{36\pi V^2}$$

- Newtonowski (dynamiczny) współczynnik kształtu K_2 (Ganser, 1993; Thompson, Clark, 1991):

$$K_2 = \frac{\psi_z}{\psi_k} \quad (30)$$

gdzie:

ψ_z – współczynnik oporu ruchu ziarna – jest to wielkość mierzona w badaniach prędkości opadania ziarna

ψ_k – współczynnik oporu ruchu kuli o średnicy równej średnicy sitowej ziarna; ψ_k dla przedziału liczb Reynoldsa, w którym stosuje się wzór Newtona-Rittingera jest stały i równa się $2/3$.

8. Przegląd literatury

Analiza obrazów wykorzystywana do kontroli procesów inżynierii mineralnej jest dziedziną nauki, w której w ostatnim dziesięcioleciu, pod wpływem postępu w informatyce i technikach wizyjnych, obserwuje się szybki rozwój.

Prekursorami zastosowania analizy obrazu w inżynierii mineralnej była grupa naukowców z Akademii Górniczo-Hutniczej pod kierownictwem profesora K. Sztaby, która zbudowała i oprogramowała Cyfrowy Eksperymentalny System Analizy i Rozpoznawania Obrazów CESARO (Tadeusiewicz, Kordek, Nipl, 1979; Tadeusiewicz, Mikrut, 1979; Lenczowski, Kordek, Sztaba, 1990). Prace nad systemem CESARO rozpoczęto w 1976 roku i ukończono na początku lat osiemdziesiątych.

System CESARO był komputerowym analizatorem obrazu optycznego o uniwersalnym zastosowaniu. Składał się z kamery tworzącej obraz, przetworników analogowo-cyfrowych modyfikujących i przetwarzających obraz oraz zestawu komputerowego.

System posiadał specjalistyczne oprogramowanie w zakresie analizy produktów przeróbki surowców mineralnych, w szczególności analiz odległości i powierzchni badanych obiektów, analiz granulometrycznych, analiz stanów i inne. Pozwalał na wykorzystanie go zarówno w badaniach laboratoryjnych jak i po adaptacji w warunkach przemysłowych.

Oprócz szeroko rozbudowanego oprogramowania opracowywano również analizę przestrzenną brył na podstawie cieni, w celu jednoznacznego opisu materiałów w trzech wymiarach.

Osobną grupę stanowiły prace tego zespołu nad rozpoznawaniem obrazów pian flotacyjnych metodą dyfraktometryczną (Kordek, Kulig, 1997; i inne). Jest to analogowa metoda przetwarzania informacji optycznej, którą stosuje się w przypadkach zmiennych przebiegów obrazów rzeczywistych, w których jednak istotne cechy różnicujące pozostają niezmiennie lub zmieniają się powoli.

Analiza dyfraktometryczna polega na optycznym przetworzeniu informacji zawartej w obrazie pierwotnym, tj. uporządkowaniu jej w obrazie dyfrakcyjnym według częstości przestrzennych, zgodnie z zasadą transformacji Fouriera.

Do badań wybrano trzy charakterystyczne rodzaje pian rzeczywistego produktu pianowego pochodzącego z jednego z zakładów przeróbki rud. Zdjęcia wykonywano w odstępach 5-minutowych. Obrazy dyfrakcyjne uzyskiwano w dyfraktometrze optycznym.

Dyfraktometryczna analiza obrazów pian flotacyjnych polegała na oświetlaniu ich wiązką światła spójnego. Powstający obraz dyfrakcyjny mierzono światłoczułym detektorem, a rozkład natężenia światła przekazywany był do komputera. Na podstawie rozkładu natężenia światła w obrazie dyfrakcyjnym można było określić wielkości i ukierunkowanie struktur w analizowanym obrazie pian flotacyjnych.

Z badań wynikało, że wygląd piany flotacyjnej zależał od bardzo wielu czynników. W ustalonych warunkach technologicznych cechy ogólne piany, takie jak, np.: zabarwienie, połysk, związane między innymi z ilością zawartego w niej metalu, wykazywały bardzo małą dynamikę zmian. Cechy struktury na jej powierzchni, czyli wielkość i rozkład baniek podlegały dynamicznym fluktuacjom chwilowym. Mierzone metodą dyfraktometrii optycznej wykazywały stabilność w długich odcinkach czasowych.

Współczesna analiza obrazu wykorzystywana w procesach flotacji jest przedmiotem wielu opracowań prezentujących różne podejście autorów do zagadnienia z wykorzystaniem nowoczesnych technik wizyjnych i analizy danych (Banford, Aktas, Woodburn, 1998, i inne). Celem tej analizy jest pozyskanie cech, które mogłyby określać stan procesu, a w konsekwencji być wykorzystane do monitoringu i kontroli procesu.

W artykule (Liu i in., 2005) analizowano obrazy pian flotacyjnych. Monitoring pian flotacyjnych oparto na wielorozkładowej i wielozmiennej analizie obrazu (MR-MIA), która wykorzystywała analizę głównych składowych koloru obrazu RGB i dostarczała informacji o składzie mineralnym piany. Analizowana była również struktura pian, czyli jej budowa (tekstura) i morfologia (wielkość bańki, rozkład, kształt, itp.). Obok analizy wielkości pęcherzyków piany flotacyjnej autorzy zaproponowali do oceny flotacji dodatkowe cechy: „czyste okna” i „czarne dziury”. „Czyste okna” pojawiają się w obrazie piany (na powierzchni pęcherzyków) wtedy, kiedy zmniejsza się ilość flotowanego minerału, jak również z powodu zmiany typu minerału czy właściwości powierzchni lub niewłaściwej dawki odczynnika. Taka informacja wymaga reakcji operatora, np. zwiększenia dawki odczynników flotacyjnych.

„Czarne dziury” pojawiają się wówczas gdy piana jest nadmiernie obciążona cząsteczkami mineralnymi, a więc zbyt duża ilość materiału jest wyflotowana. Pęcherzyki piany nie są w stanie unieść tak dużego obciążenia i zapadają się dając obraz „czarnych dziur”, który jest sygnałem dla operatora do zmiany warunków.

Połączenie tych cech z danymi dotyczącymi wielkości pęcherzyków oraz składowymi koloru piany dostarcza bogatego opisu piany, pozwala kontrolować przebieg procesu flotacji i podejmować odpowiednie działania.

Analiza obrazu piany flotacyjnej miałow węglowych została z powodzeniem zastosowana do scharakteryzowania ich zachowania się w procesie odwadniania (Vathavooran i in., 2006). Badania przeprowadzano w czasie flotacji przy różnej charakterystyce nadawy (różna zawartość popiołu, skład ziarnowy, zawartość części stałych), a charakterystyki odwadniania koncentratów flotacyjnych badano przy użyciu filtracji próżniowej. Wygląd piany był rejestrowany za pomocą kamery wideo i analizowany w sposób ciągły. Wyznaczono rozkład uziarnienia, zawartości popiołu w koncentratkach i przeprowadzono analizę korelacji tych wyników z parametrami uzyskanymi z analizy obrazów piany flotacyjnej. Wyniki pokazały, że barwa na obrazach pian jest silnie zależna od zawartości popiołu w koncentracie, wilgotności, i oporu placka filtracyjnego wyprodukowanych filtratów.

Wiele prac badawczych związanych z wykorzystaniem metod analizy i rozpoznawania obrazów w inżynierii mineralnej dotyczy badania kształtów ziaren oraz określania składu ziarnowego materiałów w warunkach przemysłowych. (Tadeusiewicz, 1979; Hundal i in., 1997; Podczeczek 1997; Kordek, 1998; Heyduk 2004+2006).

Podczeczek proponuje do oceny kształtu cząstek nowy współczynnik NS , precyzujący opis ich kształtu.

$$NS = Co + \det \begin{bmatrix} H_4 & H_1 \\ H_2 & H_3 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Zaproponowany współczynnik kształtu wykorzystuje odchylenia konturu (rzutu) dwuwymiarowej cząstki od standardowych obrazów kwadratu (H_1), okręgu (H_2), trójkąta (H_3), a także bierze pod uwagę wydłużenie cząstki (H_4) oraz liczbę charakterystycznych kątów analizowanej cząstki (Co).

Weryfikację skuteczności współczynnika NS do opisu kształtu cząstek autor realizuje badając kilka proszków testowych o różnych kształtach. Wyniki badań wykazują, że zaproponowany współczynnik kształtu NS skuteczniej klasyfikuje cząstki proszków ze względu na ich kształt, niż inne zwykle stosowane współczynniki kształtu.

Autorzy, w artykule (Hundal i in., 1997) dokonują charakterystyki kształtów cząstek wykorzystując analizę obrazu i sieci neuronowe. Proponują zastosować do opisu kształtu cząstek deskryptorów Zahn-Roskies (ZR) Fouriera. Deskryptory określają kształt obiektu z wysoką precyzją zależną od liczby wybranych harmonicznnych. Ponadto opisują zarówno wypukłe jak i wklęsłe kształty, są niezmiennie wobec geometrycznych przekształceń

zawierających przesunięcia, rotację, zmianę skali i punktu początkowego. Cechy te świadczą o efektywności deskryptorów.

Wykorzystanie sieci neuronowych pozwala, zdaniem autorów, na klasyfikację cząstek o różnych kształtach w oparciu o harmoniczne Fouriera opisujące cząstki. Technika ta w połączeniu z technikami optycznymi pozyskiwania obrazów, może być skuteczna w kontroli on-line materiałów uziarnionych.

Kordek (Kordek, 1998) badał skład ziarnowy urobku po wstępnym jego rozdrobnieniu. Przedmiotem analizy były obrazy strumienia rudy, o stochastycznie zmiennych wielkościach i kształtach ziaren oraz o złożonej morfologii, znajdującej się na przenośniku taśmowym będącym w ruchu.

Wykonano serię zdjęć materiału na odpowiednio oświetlonym stanowisku. Obrazy optyczne przetworzono na postać cyfrową.

Obrazy w postaci map bitowych zostały poddane zabiegom analitycznym, a mianowicie: wyodrębniono granice ziaren, ustalono i przywrócono rzeczywiste wielkości i kształty ziaren, wyeliminowano ziarna poniżej pewnej wielkości, zliczono ziarna, określono ich powierzchnie oraz średnice Fereta.

Wyniki badań pozwoliły na sformułowanie, między innymi, istotnych wniosków dotyczących metodyki badań. Dokładność odwzorowania rzeczywistych rozmiarów badanego materiału okazała się kwestią zasadniczą. Wszelkie odchylenia wymiarów ziaren od wielkości rzeczywistych związane były m.in. ze sposobem wykonywania zdjęć – materiał znajdował się na taśmie, która była w ruchu. Powodowało to rozmycie konturów ziaren, odchylenia powyższe nabierały istotnego znaczenia dla ziaren drobnych. Inne niedokładności wносił program przekształceń morfologicznych, który z jednej strony niwelował rozmycie, z drugiej zaś wносił zniekształcenia wynikające z niejednorodnych konturów ziaren na ciemnym tle. Dodatkowe niedokładności związane były z rozdzielczością obrazów i wymiarem pojedynczego piksela.

Heyduk w swoich badaniach zajmuje się m.in. udoskonalaniem metodyki pozyskiwania, przetwarzania i analizy obrazów na przykładzie układów wizyjnej analizy składu ziarnowego materiałów uziarnionych. W artykule (Heyduk, 2005), autor zwraca szczególną uwagę na sposób i jakość oświetlenia analizowanego materiału. Proponuje zastosowanie silnych źródeł światła skierowanych pod małym kątem do powierzchni taśmy transportującej materiał. Umożliwia to uwydatnienie przestrzeni międzyziarnowych i w istotny sposób ułatwia pracę algorytmów segmentacji obrazu, stanowiących dalszy etap działania systemu wizyjnego.

W artykule (Heyduk, 2006) przedstawiono algorytmy wstępnego przetwarzania obrazu w układzie wizyjnej analizy składu ziarnowego. Algorytmy te umożliwiają redukcję niejednorodności obrazu powierzchni ziaren, ułatwiając przez to detekcję ich krawędzi i usprawniając przebieg procesu segmentacji.

W artykule (Donskoi i in., 2007), autorzy opisują możliwości zastosowania optycznej analizy obrazu oraz analizy chemicznej, mikroskopii skaningowej i analizy densymetrycznej do wszechstronnej identyfikacji drobnouziarnionych rud żelaza.

Celem badań była klasyfikacja rud według różnych typów teksturalnych. Zmiennymi wejściowymi wykorzystywanymi w klasyfikacji były informacje dostarczone z analizy obrazów mikroskopowych rud, określające porowatości minerałów wprysniętych i uwolnionych, obwód minerałów żelaza, współczynniki kształtów ziaren i poziomy ich szarości oraz informacje z analizy SEM dotyczące stopnia uwolnienia i współwystępowaniu minerałów żelaza oraz składu chemicznego rud.

We wnioskach autorzy podkreślają, że optyczna analiza obrazów umożliwia skuteczną identyfikację rud żelaza o różnym stopniu utlenienia i uwodnienia oraz identyfikację porowatości różnych minerałów w poszczególnych ziarnach.

Oprogramowanie wykorzystane do klasyfikacji, skutecznie identyfikuje różne tekstury rud oraz klasyfikuje do różnych grup teksturalnych, a głównym powodem błędów są błędne identyfikacje minerałów we wstępnej analizie obrazu.

Klasyfikacja według tekstury, jak zaobserwowano, tworzy klasy o podobnym składzie mineralnym i chemicznym.

Automatyczna analiza obrazu jest stosowana do ilościowego opisu minerałów i skał, gdzie z powodzeniem zastępuje tradycyjne metody stereologiczne.

W publikacjach (Godyń, Młynarczuk, 2005; Młynarczuk, 2005) wykazano przydatność metod komputerowej analizy obrazu do określania niektórych cech morfologicznych materiałów (m.in. kształtu, wielkości, wydłużenia ziaren minerałów i in.). Metody automatyczne pozwalają w znacznym stopniu przyspieszyć żmudne i czasochłonne pomiary wykonywane za pomocą tradycyjnych metod pomiarowych. Dodatkowo analiza obrazu pozwala na kompleksowy opis struktury badanego materiału poprzez zastosowanie wielu różnorodnych parametrów geometrycznych, w większości niedostępnych, gdy pomiar wykonywany jest tradycyjnymi technikami. Skomplikowane struktury skalne i ich duża zmienność wymagają dużego doświadczenia badawczego oraz tworzenia niezwykle skomplikowanych algorytmów analizy obrazu.

W artykule (Górniak i in., 2005) przedstawiono metody badań skał drobnookruchowych. Z obserwacji cech tych skał można odczytać historię ich powstawania, czy też przewidzieć ich zachowanie się w takich konstrukcjach jak: tunele, drogi, budowle. Jedną z najważniejszych cech skał drobnookruchowych jest ich architektura (cechy mikrostrukturalne). Opis tej architektury, czyli ocenę kształtu i rodzaju składników oraz wzajemnych relacji między nimi, umożliwia mikroskopia elektronowa. Uzyskiwane w jej wyniku obrazy są z reguły opisywane tylko jakościowo, co utrudnia wszelkie porównania. Celem badań, których wyniki przedstawiono w artykule było pokazanie możliwości wykorzystania analizy obrazu petrograficznego przy użyciu programu Aphelion do: ilościowego opisu ilastych i nieilastych składników skał oraz porównania stopnia orientacji mikrostruktury wyrażonego wskaźnikiem orientacji WO dla tych składników, określania udziału oraz rozkładu wielkości ziaren składników nieilastych, określania udziału oraz kształtu mikroporów. Badania te wykonano na obrazach mikroskopowych SEM i MO (mikroskop optyczny). Zastosowanie komputerowej analizy obrazu pozwala stosunkowo szybko i łatwo uzyskać obiektywną ocenę cech mikrostrukturalnych skał dla bardzo wielu obrazów. Powtarzalność wartości poszczególnych cech dla mikroobrazów pozwala przenieść uzyskane wyniki na cechy makrostrukturalne skał.

Wykorzystanie analizy obrazu do kontroli i sterowania procesami technologicznymi w zakładach przeróbki surowców mineralnych coraz częściej z fazy badań laboratoryjnych przechodzi w praktyczne rozwiązania przemysłowe. Przykładem takich wdrożonych rozwiązań są systemy analizy obrazu pian flotacyjnych: Visio Froth™ firmy Metso Minerals Cisa – pracujący w ponad 20 zakładach przeróbczych na świecie oraz FrothMaster firmy Outokumpu będący częścią systemu kontroli i sterowania procesem flotacji FrothCon, – wdrożony m.in. w Newcrest Mining's Cadia (*FrothCon*, *FrothMaster*™, 2006; *VisioFroth*™ *Technology*, 2006).

Oba systemy wykonują pomiary on-line podstawowych właściwości pian flotacyjnych m.in.: kształtu pęcherzyków, rozkładu ich wielkości, natężenia przepływu piany, stabilności, histogramu kolorów i tekstury piany.

W skład systemów wchodzi zestawy kamer cyfrowych wraz z oświetleniem, zainstalowane nad komorami flotacyjnymi i połączone z komputerem, który bezpośrednio analizuje obraz przy pomocy odpowiedniego oprogramowania. Oprogramowanie oprócz modułu analizy obrazu zawiera również moduł wykorzystujący elementy sztucznej inteligencji składający się

z algorytmów sterowań opartych na modelach dynamicznych i sieciach neuronowych. Moduł w oparciu o dostarczane informacje podejmuje działania sterujące i optymalizujące. Regulacji podlegają następujące parametry procesowe: natężenie przepływu nadawy do procesu flotacji, poziom mętów w poszczególnych komorach flotacyjnych, stopień napowietrzania mętów i ilość dozowanych odczynników.

W zakładach przeróbczych, w których zainstalowano systemy zaobserwowano zmniejszenie ilości zużywanych odczynników flotacyjnych oraz istotny wzrost uzysków składników użytecznych.

9. Ilościowa analiza próbek

Zasadniczą część badań obejmującą analizę obrazów oraz opracowanie na podstawie wyników tej analizy modeli klasyfikujących typy rud poprzedzono badaniami pozwalającymi na określenie ilościowego składu mineralogiczno-litologicznego badanych rud (mikroskop optyczny) a także badaniami składu pierwiastkowego w mikroobszarach badanych próbek (mikroskop skaningowy). Badania te prowadzono wykorzystując zdjęcia uzyskane z mikroskopów optycznego i skaningowego (mappingi). Wyniki tych badań są niezbędnym dopełnieniem badań zasadniczych, pozwalającym na określenie takich właściwości jak skład mineralny czy pierwiastkowy poszczególnych typów rud.

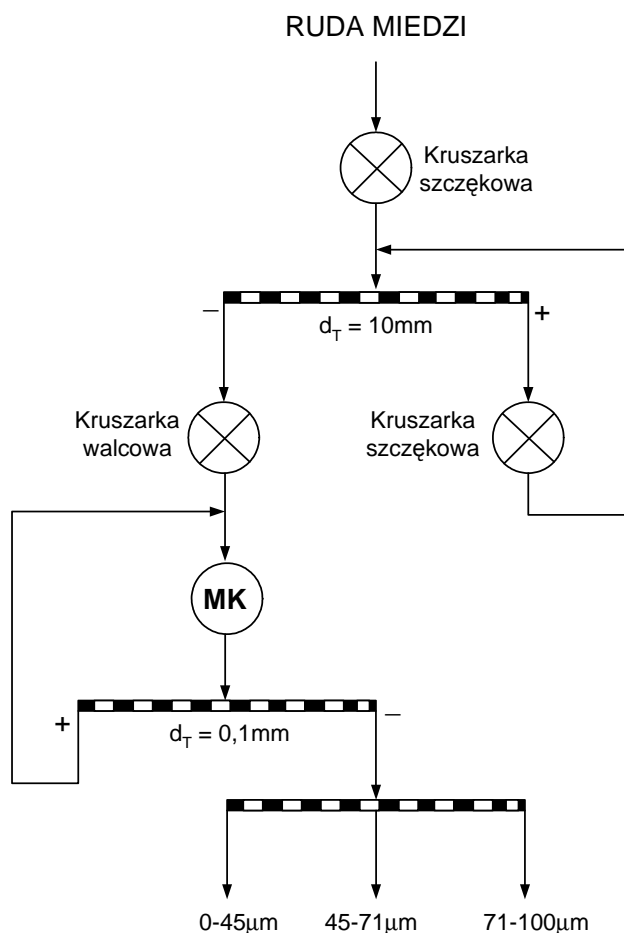
Część doświadczalna badań obejmowała więc:

- charakterystykę i przygotowanie rudy miedzi wykorzystanej do badań,
- ilościową analizę mineralogiczno – litologiczną rud,
- wykonanie zdjęć powierzchni badanych próbek poszczególnych typów rud oraz analiz składu pierwiastkowego przy użyciu skaningowego mikroskopu elektronowego,
- analizy obrazów pozyskanych zdjęć,
- opracowanie modeli klasyfikujących poszczególne typy rud miedzi,
- wykonanie mieszanek typów rud symulujących rzeczywisty charakter litologiczny wzbogacanych rud,
- weryfikację zdolności predykcyjnych zbudowanych modeli.

9.1. Przygotowanie i charakterystyka materiałów

W badaniach wykorzystano rudę miedzi, pochodzącą z jednego z zakładów górniczych KGHM Polska Miedź S.A. Pobrane próbki rudy reprezentowały każdy z trzech typów litologicznych występujących w krajowych złożach, rudy: węglanową, łupkową oraz piaskowcową.

Z każdej rudy pobrano próbkę w postaci fragmentu litej skały w celu przygotowania zglądu przeznaczonego do analizy przy pomocy mikroskopu skaningowego i optycznego. Przygotowanie rud do zasadniczych badań wykorzystujących analizę obrazu wykonano zgodnie ze schematem zamieszczonym na rysunku 9.1.



Rys. 9.1. Schemat przygotowania próbek rud

Rudę poddano rozdrabnianiu w kruszarkach szczękowej oraz walcowej w obiegu zamkniętym z przesiewaczem oraz mieleniu i klasyfikacji na odpowiednie klasy ziarnowe: $0-45$, $45-71$, $71-100\mu\text{m}$. Wybór klas wynikał z właściwości mineralogicznych rudy oraz technologii procesów ich wzbogacania.

Każdy z trzech typów rud przygotowywano według tego samego schematu.

Próbki proszkowe oraz zgłady po uprzednim ich przygotowaniu zgodnie z zasadami preparatyki mikroskopowej poddano badaniom mikroskopowym przy użyciu mikroskopu optycznego oraz skaningowego.

9.2. Ilościowa analiza mineralogiczno – litologiczna

Ilościowa analiza mineralogiczno-litologiczna została przeprowadzona przy pomocy mikroskopu optycznego w świetle odbitym dla 9 preparatów proszkowych (3 typy rud x 3 klasy ziarnowe) i 3 zgładów. W tym celu użyto siatki planimetrycznej o 286 węzłach. Dla każdego preparatu wykonano zliczenia w minimum trzydziestu polach rozmieszczonych

równomiernie na całej powierzchni próbki. Do analizy wykorzystano obiektywy o różnych powiększeniach dobierając ich wielkość do klasy ziarnowej materiału, tak aby w obrazie preparatu rozmiar ziaren nie był mniejszy niż odległość pomiędzy węzłami siatki planimetrycznej. Wyniki analizy przedstawiono w formie tabelarycznej (tab. 9.1 i 9.2). Wyniki określają ilościowo stopień uwolnienia i zrosty dla jednego rodzaju minerału. Symbole w tabeli oznaczają:

P – ruda piaskowcowa,

Ł – ruda łupkowa,

W – ruda węglanowa

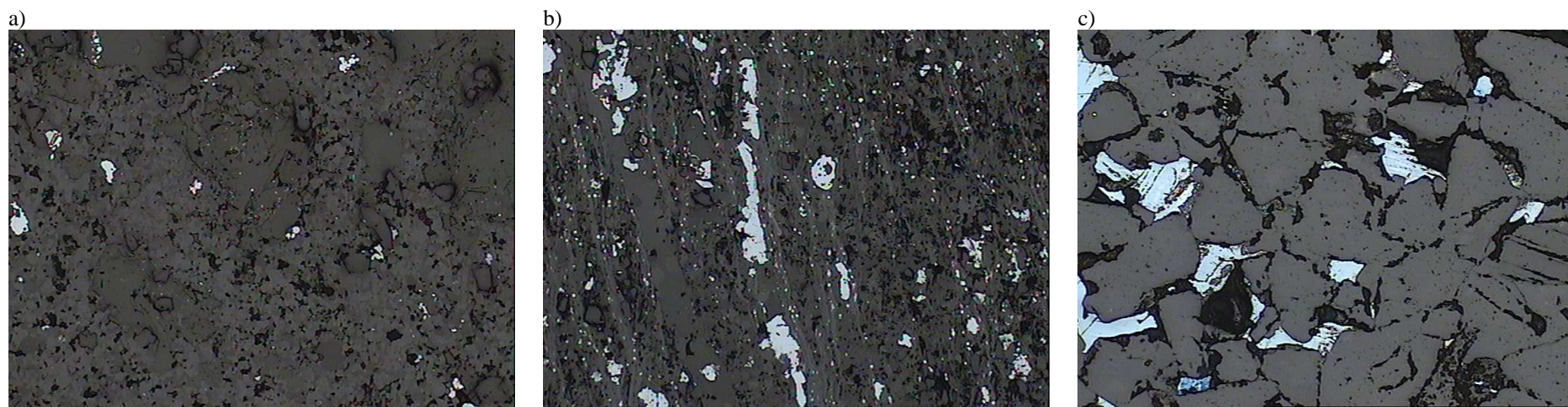
F – siarczek uwolniony

p, ł, w – zrosty siarczków odpowiednio z rudą piaskowcową, łupkową i węglanową.

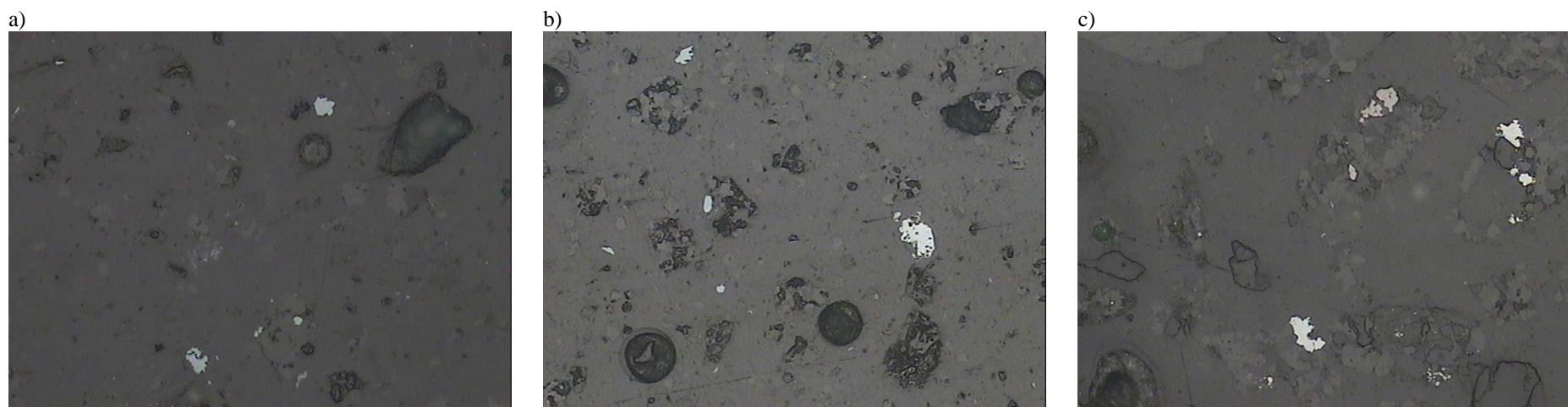
Kolumna zatytułowana „inne” określa sumaryczną zawartość minerałów kruszczowych takich jak: galena, sfaleryt, piryt, markasyt, tennantyt. Wydzielona ona została w celu zbilansowania całkowitej zawartości siarczków w próbkach.

Zdjęcia preparatów wykonano przy użyciu mikroskopu w świetle odbitym firmy NIKON sprzężonego z kamerą SONY EexwaveHAD z wykorzystaniem programu komputerowego Multiscan v 11.06 umożliwiającego obróbkę zdjęć. Zdjęcia wykonano przy wykorzystaniu obiektywów o powiększeniach: 5x, 10x, 20x i 40x, powiększenie kamery wynosiło 5x. Wykonano 240 zdjęć dla 12 preparatów.

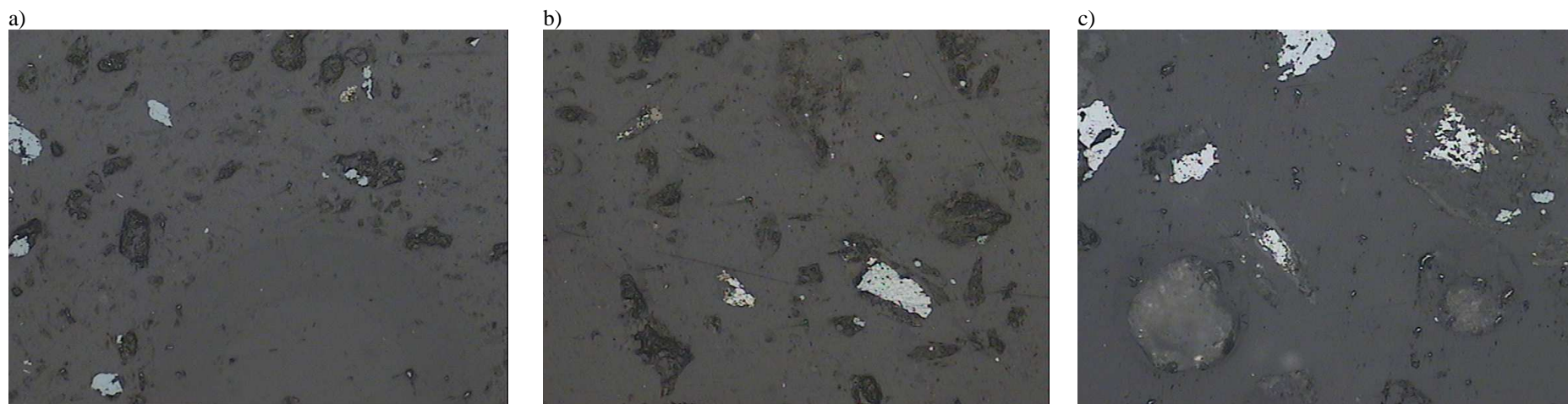
Na rysunkach 9.2÷9.5 pokazano przykładowe zdjęcia mikroskopowe zgładów poszczególnych typów litologicznych rud oraz próbek proszkowych tych typów wykonanych odrębnie dla każdej klasy ziarnowej. W tabelach 9.1 i 9.2 przedstawiono wyniki ilościowe analizy mineralogiczno-litologicznej próbek proszkowych i zgładów. Uzyskane wyniki pozwalają na szczegółowy opis charakteru i właściwości poszczególnych typów rud.



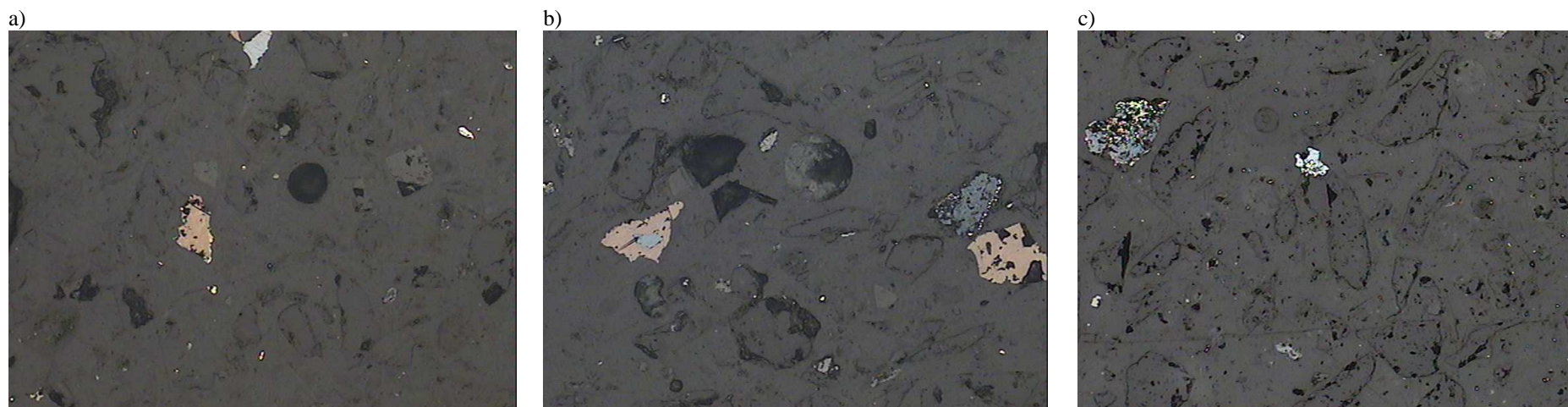
Rys.9.2. Zdjęcia mikroskopowe zglądów reprezentujących rudy: a) węglanową, b) łupkową, c) piaskowcową



Rys.9.3. Zdjęcia mikroskopowe próbek proszkowych rudy węglanowej w klasie ziarnowej a) $0 \div 45$, b) $45 \div 71$, c) $71 \div 100 \mu\text{m}$



Rys.9.4. Zdjęcia mikroskopowe próbek proszkowych rudy łupkowej w klasie ziarnowej a) $0 \div 45$, b) $45 \div 71$, c) $71 \div 100 \mu m$



Rys.9.5. Zdjęcia mikroskopowe próbek proszkowych rudy piaskowcowej w klasie ziarnowej a) $0 \div 45$, b) $45 \div 71$, c) $71 \div 100 \mu m$

Tabela 9.1 Wyniki ilościowych analiz mineralogiczno-litologicznych dla próbek proszkowych

P	Ł	W	chalkozyn			bornit			chalkopiryt			kowelin			inne								
			F	zrost		F	zrost		F	zrost		F	zrost		F	zrost							
				p	ł		w	p		ł	w		p	ł		w	p	ł	w				
Ruda węglanowa 0÷45µm																							
6,33		91,30	2,18								0,19												
Ruda węglanowa 45÷71µm																							
5,32		89,09	5,24				0,18				0,17												
Ruda węglanowa 71÷100µm																							
3,39		92,83	0,62			3,16																	
Ruda łupkowa 0÷45µm																							
	80,54		19,46																				
Ruda łupkowa 45÷71µm																							
	79,30		16,15		4,46						0,09												
Ruda łupkowa 71÷100µm																							
0,25	84,03		2,26		13,34		0,12																
Ruda piaskowcowa 0÷45µm																							
71,26		15,19	6,23				2,95	0,11			0,98				0,77				2,51				
Ruda piaskowcowa 45÷71µm																							
86,94		0,14	5,58	0,07			3,88	0,56			0,85				0,78				1,2				
Ruda piaskowcowa 71÷100µm																							
89,94		0,38	4,92	4,92			3,4	0,28		0,05	0,14				0,42				0,14	0,14		0,05	

Tabela 9.2 Wyniki ilościowych analiz mineralogiczno-litologicznych dla zgładów

	piaskowiec	chalkozyn	bornit	chalkopiryt	kowelin	inne
Ruda piaskowcowa	97,98	1,95	0,03	—	0,03	0,02
Ruda węglanowa	99,45	0,55	—	—	—	—
Ruda łupkowa	93,92	6,08	—	—	—	—

Zgłady

Badane zgłady stanowią fragment okruchów skalnych charakterystycznych typów rudy miedzi (reprezentujących poszczególne typy litologiczne rud miedzi). Z analizy powierzchni zgładów wyraźnie widać charakter występowania minerałów kruszczowych. W rudzie łupkowej o wyraźnej kierunkowej strukturze zaobserwowano duże ilości chalkozynu o okruszczowaniu typu żyłkowego, w uboższej rudzie węglanowej drobne i rozproszone wpryśnięcia siarczków miedzi, natomiast w piaskowcu siarczki miedzi występujące głównie w lepiszczu spajającym ziarna kwarcu.

Dominującym minerałem miedzionośnym obserwowanym w zgładach wszystkich typów rud jest chalkozyn. Jedynie w rudzie piaskowcowej obecne są niewielkie ilości bornitu i kowelinu (po 0,03 %) oraz grupa minerałów „innych” (0,02 %). Najbogatsza w miedź jest ruda łupkowa, w której zawartość chalkozynu (podstawowego minerału kruszczowego) wynosi 6,08 %. Najuboższa jest ruda węglanowa, gdzie zawartość chalkozynu wynosi zaledwie 0,55 %. W rudzie piaskowcowej minerały miedzionośne stanowią ok. 2,01 %.

Próbki proszkowe

Ruda węglanowa jest zdecydowanie najuboższa w minerały kruszczowe.

W klasie ziarnowej 0÷45 µm minerały kruszczowe są całkowicie uwolnione ze skały. Ilościowo przeważa chalkozyn, którego jest 2,18 %. W zdecydowanie mniejszej ilości (0,19 %) obecny jest chalkopiryt. W badanej próbce skały węglanowe stanowią 91,3 %, w niewielkiej ilości występują ziarna kwarcu (skała piaskowcowa – 6,33 %).

W klasie 45÷71 µm minerały kruszczowe stanowią 5,59 %. Oprócz przeważającego chalkozynu, występują pojedyncze ziarna bornitu i chalkopiryty. Wszystkie minerały kruszczowe występują w stanie uwolnionym.

W klasie najgrubszej o uziarnieniu 71÷100 µm stopień uwolnienia minerałów kruszczowych jest niski. Obecny w tej próbce chalkozyn występuje głównie w zrostach z węglanami (3,16 %) a tylko nieliczne ziarna występują w postaci uwolnionej (0,62 %).

Ruda łupkowa. W klasie ziarnowej 0÷45 µm tej rudy uwolnienie siarczków miedzi jest bardzo wysokie, nie zaobserwowano zrostów tkwiących w okruchach skał złożowych. Minerałem miedzionośnym obserwowanym na zdjęciach mikroskopowych jest chalkozyn i stanowi on prawie 20 % (19,46 %) ilościowo w próbce.

W klasie 45÷71 µm ilość minerałów kruszczowych jest duża i wynosi ok. 20,7 %. Głównym minerałem w analizowanej próbce tej rudy jest również chalkozyn, natomiast

w bardzo małych ilościach zaobserwowano chalkopiryt (0,09 %). Uwolnienie siarczków miedzi w tej klasie jest wysokie. Stwierdzono jednak 4,46% wrostków minerałów rudnych we fragmentach (okruchach) skały łupkowej.

Ilość minerałów miedzi w klasie 71÷100 µm jest mniejsza niż w klasach o drobniejszym uziarnieniu, ale próbka nadal jest bogata w minerał kruszcowy – chalkozyn (15,72 %). Stopień uwolnienia siarczków jest niski, tylko ok. 2,38 % minerałów kruszczowych jest w postaci uwolnionej, pozostała część tworzy wprysnięcia w skałę łupkową.

Ruda piaskowcowa. W próbkach rudy piaskowcowej występuje największe zróżnicowanie minerałów kruszczowych. W rudzie tej, tak jak i w opisanych wyżej, minerałem dominującym jest chalkozyn, w znacznych ilościach obecny jest również bornit i w mniejszych chalkopiryt i kowelin. Dodatkowo w próbce rudy piaskowcowej jako jedynej obecne są „inne” minerały kruszczowe takie jak: galena, sfaleryt, markasyt, piryt i tennantyt.

Klasa 0÷45 µm jest bogata w minerały miedzionośne, które występują w ilości ok. 11,04%. Stopień ich uwolnienia jest bardzo wysoki, obserwuje się jedynie pojedyncze ziarna bornitu w zrostach ze skałą piaskowcową. Dominującym minerałem jest chalkozyn, w ilości 6,23 %, o połowę mniej jest bornitu i po ok. 1 % chalkopiryty i kowelinu. „Inne” minerały kruszczowe występują licznie w tej klasie ziarnowej i stanowią ok. 2,51 %.

Klasa 45÷71 µm jest również bogata w minerały miedzionośne, których stopień uwolnienia jest wysoki. Chalkozyn, którego w próbce jest ok. 5,65 % jest minerałem dominującym, drugim w kolejności jest bornit, którego w stanie uwolnionym jest 3,88 % a 0,56 % występuje w zrostach z piaskowcem. Obecne są również w podobnych ilościach chalkopiryt i kowelin, w sumie stanowią one 1,63 %. Grupa minerałów zaliczanych do „innych” stanowi 1,2 %.

W klasie ziarnowej 71÷100 µm minerały miedzionośne stanowią prawie 10 % rudy, obecne są wszystkie minerały: chalkozyn (4,92 %), bornit (3,4 %), chalkopiryt (0,14 %), kowelin (0,42 %) oraz w mniejszych ilościach niż w klasach drobniejszych grupa „innych” minerałów (0,14 % uwolnionych i 0,19 % związanych z kwarcem i z węglanami).

Większość minerałów kruszczowych występuje w stanie uwolnionym, występują rzadkie (sporadyczne) zrosty chalkozynu z piaskowcem (0,14 %), minerały bornitu w ilości 0,28 % znajdują się w zrostach z piaskowcem a pojedyncze ziarna (0,05 %) w zrostach z węglanami.

We wszystkich badanych próbkach skład minerałów kruszczowych jest dość stabilny i nie ulega dużym zmianom. Siarczki miedzi reprezentowane są głównie przez chalkozyn

a tylko w przypadku rudy piaskowcowej również przez bornit i w mniejszych ilościach przez chalkopiryt i kowelin.

Przeprowadzona analiza planimetryczna potwierdziła fakt, że minerały miedzionośne występują w bardzo drobnych wprysnięciach, a wzrost stopnia ich uwolnienia postępuje wraz ze wzrostem stopnia rozdrobnienia próbki. W klasie $71\div 100\text{ }\mu\text{m}$ stopień uwolnienia jest bardzo niski zarówno w rudzie węglanowej jak i łupkowej, jedynie w rudzie piaskowcowej większość minerałów występuje w stanie wolnym. W klasie najdrobniejszej $0\div 45\text{ }\mu\text{m}$ dla wszystkich typów rud stwierdzono praktycznie całkowite uwolnienie minerałów kruszczowych.

Potwierdza się więc, z technologicznego punktu widzenia, słuszność odrębnego prowadzenia procesu przygotowania rudy do wzbogacenia, w zależności od typu litologicznego rudy.

9.3. Analizy z udziałem mikroskopii skaningowej

Do badań wykorzystano skaningowy mikroskop elektronowy japońskiej firmy JEOL Scanning Microscope JSM – 5400 pracujący na Wydziale Inżynierii Materiałowej i Ceramiki Akademii Górniczo-Hutniczej.

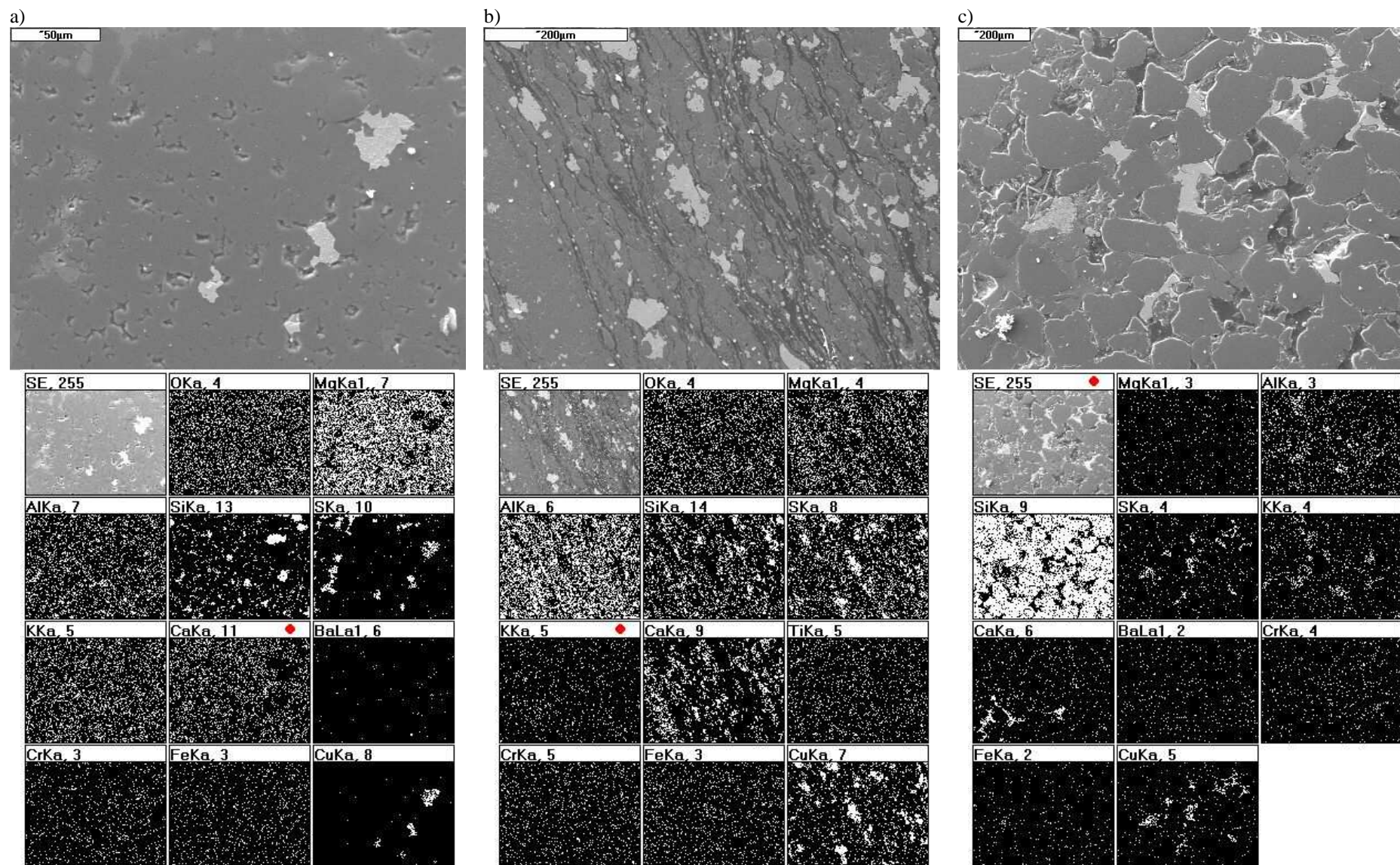
Badania SEM przeprowadzono wykorzystując te same preparaty, które były badane przy użyciu mikroskopu optycznego. Specyfika badań wymagała napylenia węglem powierzchni badanych próbek.

Dla celów analizy obrazu umożliwiającej mikrostrukturalną klasyfikację ilościową typów rud wykonano po 12 obrazów z każdej próbki. Procedura rejestracji obrazów próbek polegała na losowym wyborze 12 pól rozmieszczonych reprezentatywnie na całej powierzchni preparatu. Doboru powiększeń dokonywano odrębnie dla każdej badanej próbki, biorąc pod uwagę jej uziarnienie (klasę ziarnową) oraz czytelność obrazu. Powiększenia obrazów wynosiły 100, 200, 350, 500 lub 1000 razy. Każdy obraz obejmował powierzchnię odpowiednio: 1,232; 0,308; 0,101; 0,049; 0,012 mm².

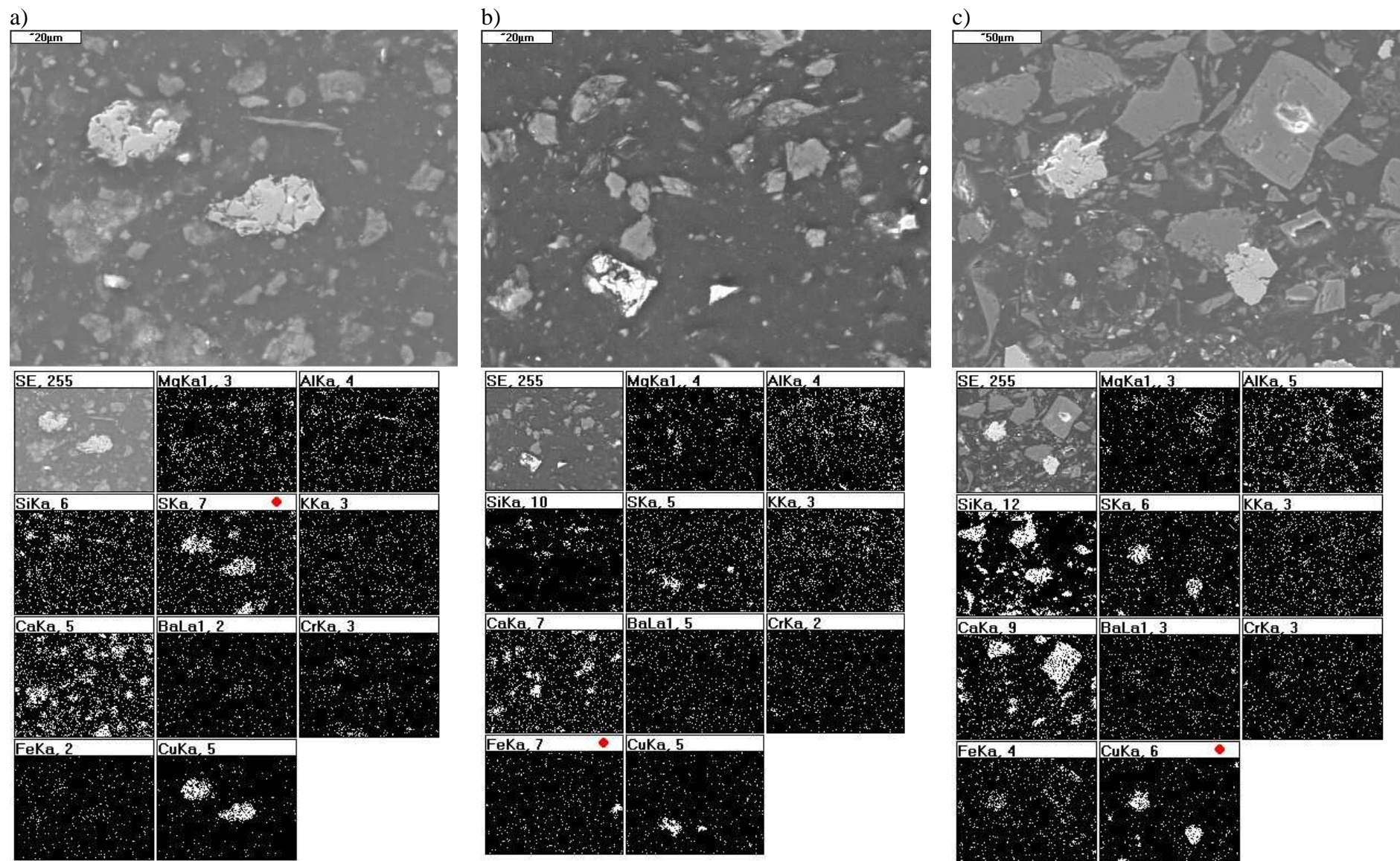
Dodatkowo wykonano zdjęcia mikroobszarów próbek oraz analizowano skład pierwiastkowy w tych obszarach.

Zdjęcia morfologii próbek posłużyły w dalszej części badań do komputerowej analizy obrazu.

Dla każdego z typów rud – na rysunkach 9.6 i 9.7 – pokazano przykładowe zdjęcia mikroobszarów oraz skład pierwiastkowy w tych obszarach w klasie ziarnowej 0÷45 µm. Poniżej opisano wyniki obserwacji.



Rys.9.6. Struktury mikroskopowe wybranych obszarów próbki wraz z mapami rozmieszczenia pierwiastków w tych mikroobszarach dla zglądów rud: a) węglanowej, b) łupkowej, c) piaskowcowej



Rys.9.7. Struktury mikroskopowe wybranych obszarów próbki wraz z mapami rozmieszczenia pierwiastków w tych mikroobszarach dla próbek proszkowych rud:
a) węglanowej, b) tępkowej, c) piaskowcowej, w klasie ziarnowej $0\div45\mu\text{m}$

Pokazane na rysunkach „mapy” przedstawiają rozmieszczenie pierwiastków w analizowanych obszarach próbek. Obecność charakterystycznych pierwiastków jest potwierdzona w formie jasnych punktów. W przypadku zwiększenia koncentracji danego pierwiastka w określonym miejscu próbki, wzrasta w nim również zagęszczenie punktów.

Zgłady

Ruda węglanowa

Zdjęcia mikroskopowe zgładu próbki rudy węglanowej charakteryzują się dużą jednorodnością litologiczną, a także jednorodną i dosyć zbitą strukturą.

Na zdjęciach dominującym jest zespół pierwiastków Ca-Mg, który jest charakterystyczny dla składników dolomitu ($\text{CaMg}[\text{CO}_3]_2$) oraz w mniejszej ilości Ca-S, który może świadczyć o obecności gipsu ($\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$) lub anhydrytu (CaSO_4).

Poza tym występują pierwiastki Al, Si, K, które są składowymi minerałów ilastych: illitu i kaolinitu oraz pierwiastki Cu i S, które potwierdzają występowanie chalkozynu – dominującego w rudzie minerału miedzionośnego.

Spostrzeżenia te potwierdzają rzeczywisty skład rudy węglanowej, charakterystyczny dla polskich rud miedzi.

Obecny w próbce rudy węglanowej chalkozyn tworzy głównie struktury rozproszone i gniazdowe.

Ruda łupkowa

W skład rudy łupkowej wchodzi przede wszystkim minerały ilaste: illit i kaolinit (w postaci skupień pierwiastków: Al-Si-K oraz Al-Si) oraz węglany, głównie dolomit (pierwiastki Ca-Mg). W mniejszych ilościach występują kwarc, skalenie (Ca-Al-Si np. z grupy skaleni sodowo-wapniowych – anortyt $\text{Ca}[\text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_8]$) oraz łyszczyki (Mg-Al-Si).

Na zdjęciach obserwuje się charakterystyczną kierunkową teksturę rudy łupkowej, która jest między innymi wynikiem równoległego ułożenia minerałów o blaszkowym pokroju kryształów (np. łyszczyków).

Siarczki miedzi (skupienia pierwiastków Cu-S) w rudzie łupkowej występują najczęściej w strukturach rozproszonych i żyłkowych. Obserwuje się duże zróżnicowanie wielkości skupień tych minerałów.

Ruda piaskowcowa

Dominującym pierwiastkiem uwidocznionym we wszystkich zdjęciach zglądu rudy piaskowcowej jest krzem jako składnik kwarcu (SiO_2).

Ziarna kwarcu charakteryzują się wyraźnie zaznaczonymi granicami, połączone są ze sobą kalcytem i illitem. Stąd też wynika obecność pierwiastków Ca (CaCO_3 – kalcyt) oraz Al-Si-K ($(\text{K},\text{H}_3\text{O})\text{Al}_2[(\text{OH})_2|\text{AlSi}_3\text{O}_{10}]$ – illit), które występują właśnie pomiędzy poszczególnymi ziarnami kwarcu.

Minerały kruszcowe obserwowane w zglądzie jako zespół pierwiastków Cu-S także występują najczęściej między ziarnami kwarcu, zastępując węglanowo-ilaste spoiwo piaskowca.

Próbki proszkowe

Zdjęcia mikroskopowe i „mapy” pierwiastków próbek proszkowych pozwalają na stwierdzenie, że skład pierwiastkowy analizowanych próbek proszkowych różnych typów rud jest podobny do składu scharakteryzowanych powyżej zglądów. W przypadku próbek proszkowych obserwuje się natomiast skupienia określonych pierwiastków, co ukazują granice obszarów odpowiadające poszczególnym ziarnom.

Ruda węglanowa

W próbkach rudy węglanowej zarówno w klasie $0\div 45\text{ }\mu\text{m}$ jak i $45\div 71\text{ }\mu\text{m}$ obecne są duże ilości pierwiastka Ca oraz zespoły pierwiastków Ca-Mg i Ca-S. W mniejszych ilościach występują zespoły pierwiastków Al-Si-K, pojedyncze ziarna Cu-S oraz pierwiastki Si, Mg, S, Fe. Taka konfiguracja pierwiastków potwierdza występowanie dużych ilości kalcytu (CaCO_3) i dolomitu oraz anhydrytu, a więc głównych składników mineralnych rudy węglanowej.

W klasie ziarnowej $71\div 100\text{ }\mu\text{m}$ dominującym jest natomiast zespół pierwiastków: Ca-Mg oraz Ca-S. Poza tym w mniejszych ilościach występują pierwiastki Al-Si-K (minerały ilaste).

Ruda łupkowa

W klasie $0\div 45\text{ }\mu\text{m}$ obserwuje się duże ilości Ca. Obecny jest także kwarc Si oraz zespoły pierwiastków wyraźnie obserwowane w granicach pojedynczych ziaren: Al-Si-K (minerały ilaste), Ca-Mg (dolomit), Cu-S (chalkozyn).

W klasie $45\div 71\text{ }\mu\text{m}$ dodatkowo obserwuje się pojedyncze ziarna chalkopiryty (pierwiastki Cu-Fe-S).

W klasie ziarnowej 71÷100 µm mapy zdominowane są przez zespół pierwiastków: Ca-Al-Si oraz Mg-Al-Si. Występują duże ilości wapnia, miejscami grupy pierwiastków Al-Si-K, Ba-S oraz miedź w postaci siarczków (pierwiastki Cu-S i Cu-Fe-S).

Ruda piaskowcowa

Na wszystkich zdjęciach tej rudy we wszystkich trzech jej klasach ziarnowych obserwuje się bardzo duże ilości pierwiastka Si. Obecne są zespoły pierwiastków w obszarach tych samych ziaren: Al-Si-K (minerały ilaste), a także Cu-S oraz Cu-Fe-S, które potwierdzają obecność chalkozynu (Cu_2S) i chalkopiryty (CuFeS_2), rozpoznanych przy użyciu mikroskopu optycznego.

Występujące pierwiastki Ba i S są składowymi barytu (siarczanu baru BaSO_4), na zdjęciach zaobserwowano charakterystyczny tabliczkowy kształt kryształów tego minerału.

Zaobserwowano również pojedyncze ziarna piryty (pierwiastki Fe-S)

W klasach 0÷45 µm i 45÷71 µm występują duże ilości kalcytu, o czym świadczą skupienia pierwiastka Ca.

10. Analiza obrazu w rozpoznawaniu właściwości rud

Komputerowej analizie obrazu poddano zdjęcia uzyskane z mikroskopu skaningowego. Analizowano wszystkie próbki poszczególnych typów litologicznych rudy miedzi: węglanowej, łupkowej i piaskowcowej oraz ich mieszanki: mieszankę nr 1 – 15 % rudy węglanowej, 15 % rudy łupkowej i 70 % rudy piaskowcowej i mieszankę nr 2 – 35 % rudy węglanowej, 35 % rudy łupkowej i 30 % rudy piaskowcowej, w trzech klasach ziarnowych: $0\div 45\text{ }\mu\text{m}$, $45\div 71\text{ }\mu\text{m}$ i $71\div 100\text{ }\mu\text{m}$. Wykonano po 12 zdjęć dla każdej próbki (w sumie 180 zdjęć), zapisanych w formacie *.jpg.

W komputerowej analizie obrazu stosowane są zasadniczo dwie grupy oprogramowania: rozbudowane systemy zawierające setki określonych procedur, pozwalające tworzyć i rozwijać własne procedury, dzięki wbudowanym interpretatorom języków oprogramowania oraz specjalistyczne oprogramowania, najczęściej dołączane do różnych urządzeń, zorientowane na konkretne analizy w wąskich dziedzinach nauki (np. na analizę preparatów biologicznych bądź metalurgicznych).

Do realizacji celu pracy wykorzystano program Aphelion 3.2 – program z grupy rozbudowanych systemów analizy obrazu (*Installation Guide and...*, 2005).

Aphelion jest uniwersalnym programem do analizy obrazu, opracowanym w Centrum Morfologii Matematycznej we Francji. Program stanowi połączenie dwóch bloków: biblioteki procedur, która może być wykorzystywana do pisania własnych aplikacji użytkownika oraz gotowego do użycia środowiska, w którym automatyzację operacji uzyskuje się za pomocą makropoleceń.

Podstawowe grupy przekształceń systemu Aphelion to: operacje logiczne i arytmetyczne, operatory do detekcji krawędzi, filtry, przekształcenia fourierowskie, transformacje geometryczne, operacje na plikach danych, operacje obróbki obiektów symbolicznych, przekształcenia morfologiczne, operacje binaryzacji i podziału, narzędzia analityczne. Program Aphelion oprócz bogatej biblioteki procedur posiada możliwość tworzenia własnych procedur przy wykorzystaniu języków *VisualBasic* lub *C++*.

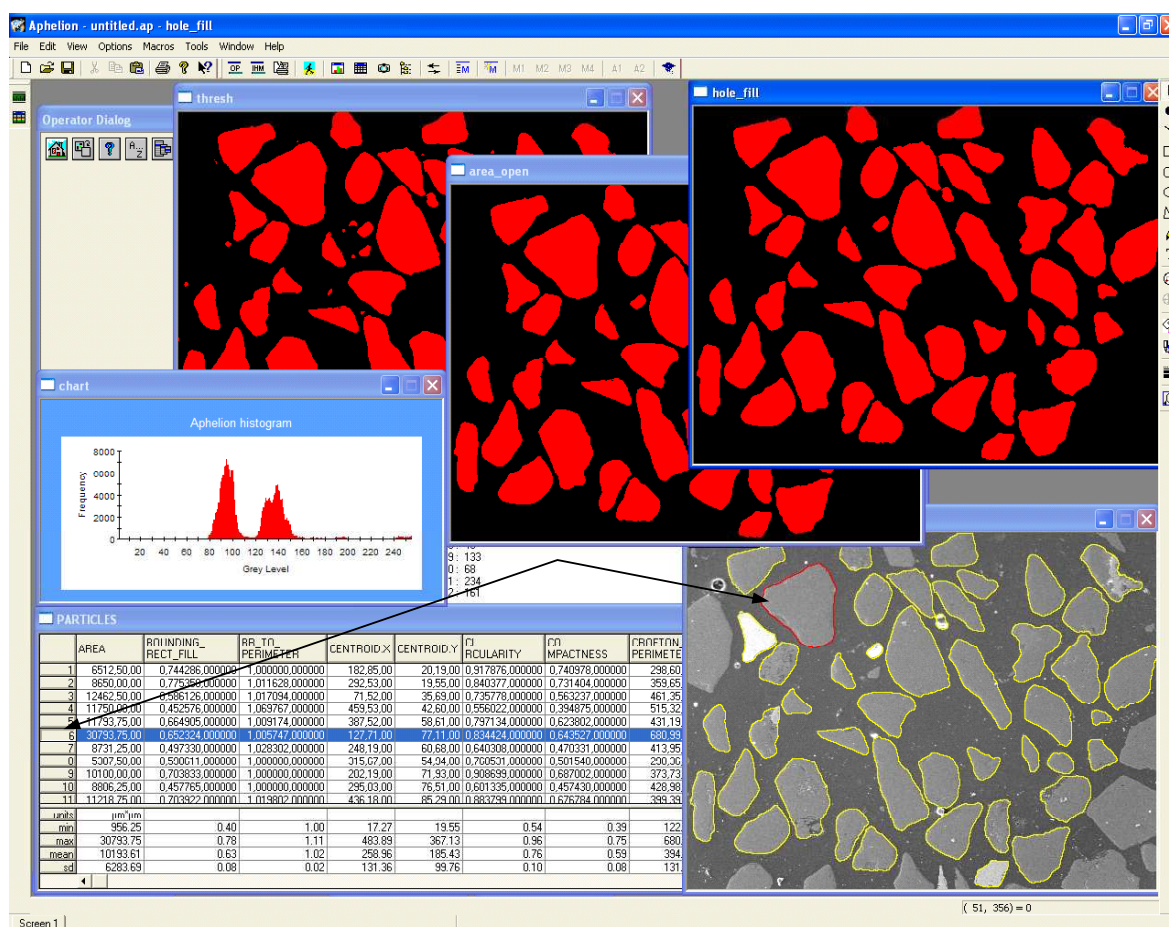
Aphelion został opracowany jako system w pełni obiektowo zintegrowany. Taka architektura systemu pozwoliła na wprowadzenie nowej koncepcji organizacji pracy przy analizie obrazu w formie tzw. projektów obrazowych. Projekt może być interpretowany jako łącznik pomiędzy jego poszczególnymi elementami składowymi, którymi mogą być np. obrazy,

sekwencje operacji zapisanych w języku *Visual Basic*, wykresy, arkusze kalkulacyjne, pliki konfiguracyjne oraz połączenia pomiędzy tymi elementami.

Wśród wielu rozwiązań przyjaznych dla użytkownika programu do najważniejszych należą:

- łatwo przełączalne ekrany wirtualne, pozwalające grupować obrazy, wykresy itp.,
- interaktywne histogramy (obserwacja zmian rozkładów wraz ze zmianą obszaru analizy),
- dynamiczne menu, pozwalające uniknąć nadmiaru ikon na ekranie.

Na rysunku 10.1 pokazano przykładowe okno wykonywanej procedury analizy obrazu dla próbki rudy piaskowcowej w klasie $71\div 100\text{ }\mu\text{m}$. Na ekranie widać wybrane elementy składowe stosowanego algorytmu: histogram odcieni szarości, obraz binarny, obraz po usunięciu najmniejszych ziaren, obraz po zalaniu otworów, arkusz kalkulacyjny z wynikami, w którym wyróżniono przykładowe ziarno i opisujące je parametry.



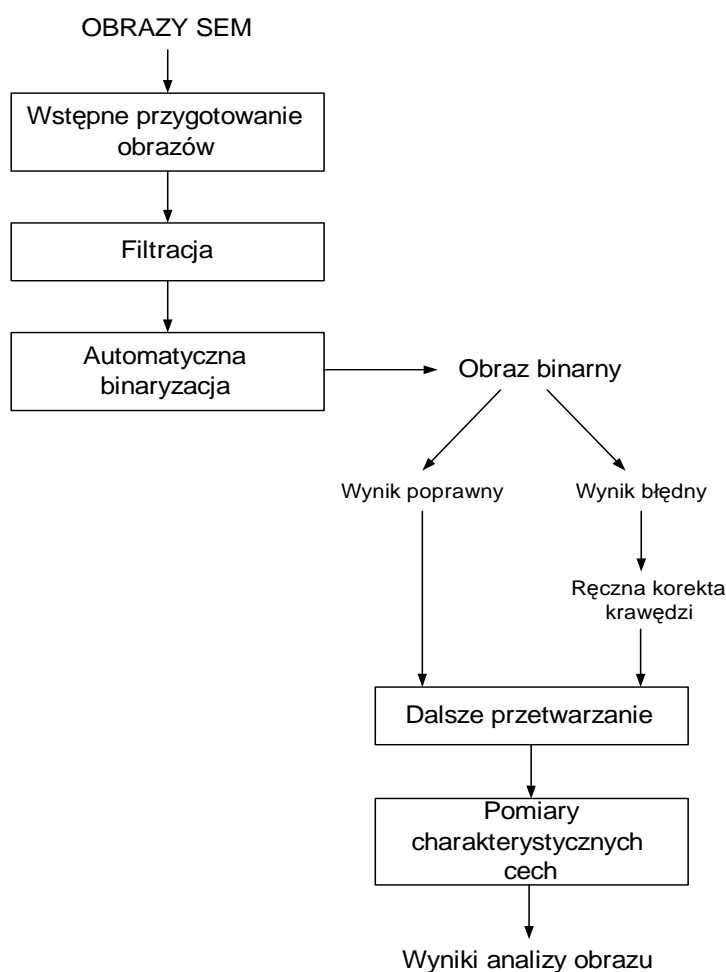
Rys. 10.1. Okno przykładowego projektu analizy obrazu w programie Aphelion

Proces komputerowej analizy obrazu realizowany był zgodnie z algorytmem przedstawionym na rysunku 10.2.

Celem przekształceń wykorzystanych w procedurze komputerowej analizy obrazu jest otrzymanie poprawnie posegmentowanego obrazu binarnego, który umożliwiłby wyróżnienie badanych obiektów – pojedynczych (poszczególnych) ziaren oraz tła, a następnie umożliwiłby wykonanie pomiarów parametrów zbinaryzowanych obiektów.

W niniejszej pracy, jak już wspomniano, przedmiotem analizy obrazu były zdjęcia preparatów uzyskane ze skaningowego mikroskopu elektronowego (obrazy SEM).

W każdym algorytmie przetwarzania obrazów struktur ziarnistych, niezależnie od ich zróżnicowania, można wyróżnić podobne etapy analizy.



Rys. 10.2. Algorytm postępowania w procesie analizy obrazu

Pierwszym krokiem algorytmu jest wstępne przygotowanie obrazu, które obejmuje kalibrację skali odpowiednią do powiększenia zdjęcia oraz zamianę obrazu RGB na obraz szary o 256 odcieniach szarości.

Następnym krokiem jest usunięcie z obrazu niepotrzebnych szumów, czyli zakłóceń obrazu. Zakłócenia te w dalszej części postępowania mogłyby powodować rozmywanie linii

konturowych obiektów, prowadząc do ich błędnej identyfikacji np. do detekcji nadmiarowych ziaren. W tym celu zastosowano filtrację medianową o wielkości matrycy 5x5.

Filtracja medianowa jest operacją nieliniową i ten fakt komplikuje matematyczną analizę jej właściwości.

Filtr medianowy obrazu $\{f_{i,j}, (i,j) \in R\}$ jest definiowany jako:

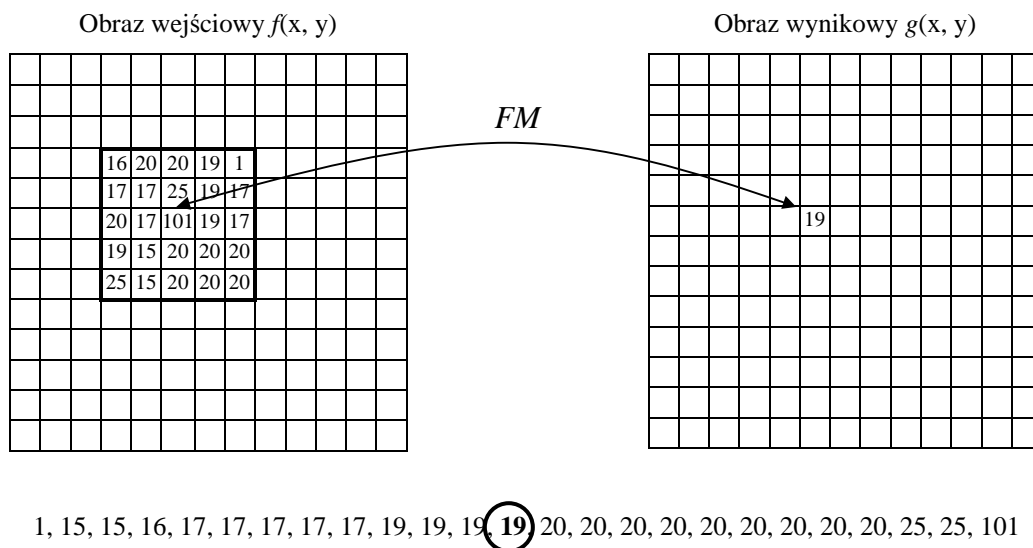
$$y_{i,j} = \text{mediana}_{A_l} f_{i,j} = \text{mediana}[f_{i+r,j+s}; (r,s) \in A_l] \quad (32)$$

gdzie:

A_l – określa tzw. okno filtracji medianowej.

Filtracja medianowa realizowana jest przez przesuwanie matrycy wzdłuż wierszy cyfrowego obrazu i zamianę wartości elementu obrazu w środku matrycy na wartość mediany elementów wewnątrz matrycy.

Mediana jest wartością środkową w uporządkowanym rosnąco ciągu wartości jasności pikseli z całego rozważanego otoczenia przetwarzanego piksela. Dla przykładowej matrycy rozkładu wartości jasności (rys. 10.3) mediana przyjmuje wartość 19. Taką też wartość będzie miał odpowiedni piksel na obrazie wynikowym.

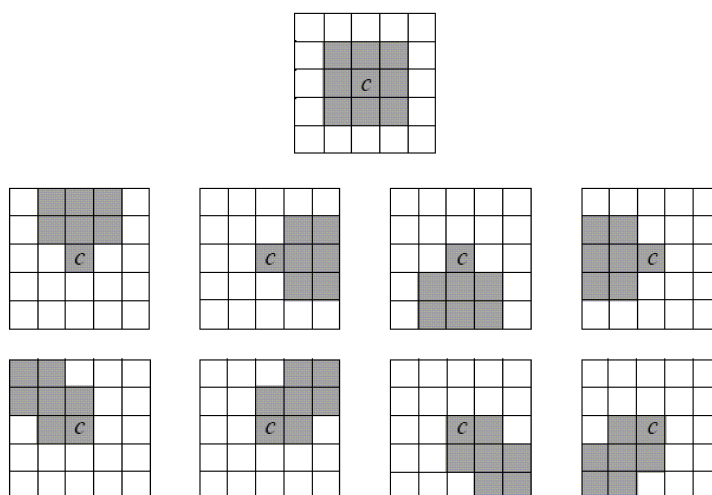


Rys. 10.3. Filtracja medianowa (FM) 5x5

W filtrze medianowym na wartość wyjścia nie mają wpływu wartości skrajne, w tym przypadku: 1 i 101, które zazwyczaj są niepożądanym szumem.

Najważniejszą cechą tego filtru jest to, że zazwyczaj nie powoduje pogorszenia ostrości krawędzi poszczególnych ziaren na obrazie filtrowanym oraz nie wprowadza nowych wartości do obrazu.

Wstępnie przefiltrowany obraz poddawany jest kolejnej filtracji za pomocą operatora *AphImgNagaoFilter*, który jest filtrem uśredniającym, realizującym filtrację w kierunku najmniejszej wariancji wartości szarości. Zadaniem tego operatora jest „wygładzenie” obrazu przy zachowaniu krawędzi ziaren. Filtr zaproponowany przez Nagao i Matsuyamę zamiast formuły prostokątnych macierzy, które nie są wystarczające dla obiektów o złożonych kształtach, używa macierzy pokazanych na rysunku 10.4.



Rys. 10.4. Matryce wykorzystywane w filtrze Nagao-Matsuyama

Filtr oblicza wariancje szarości dla dziewięciu macierzy wewnątrz przemieszczającego się okna. Piksel wyjściowy (c) przyjmuje średnią wartość macierzy z najmniejszą wariancją.

Najważniejszym etapem procedury (algorytmu) jest detekcja granic ziaren. Podstawą detekcji w tym algorytmie przetwarzania jest procedura binaryzacji, przy czym przefiltrowany obraz poddawany jest procesowi binaryzacji z dolnym progiem. W tej metodzie binaryzacji wszystkie piksele o wartości poniżej wybranego progu przyjmują wartość 0 – tło (kolor czarny), natomiast piksele o wartości powyżej progu przyjmują wartość 1 – ziarna (kolor biały). W celu znalezienia wartości progu tworzono histogramy rozkładu stopni szarości obrazu. Analizowane obrazy charakteryzowały się histogramami w postaci dwumodalnej krzywej, zatem wartość progu odpowiadała minimum między wartościami modalnymi.

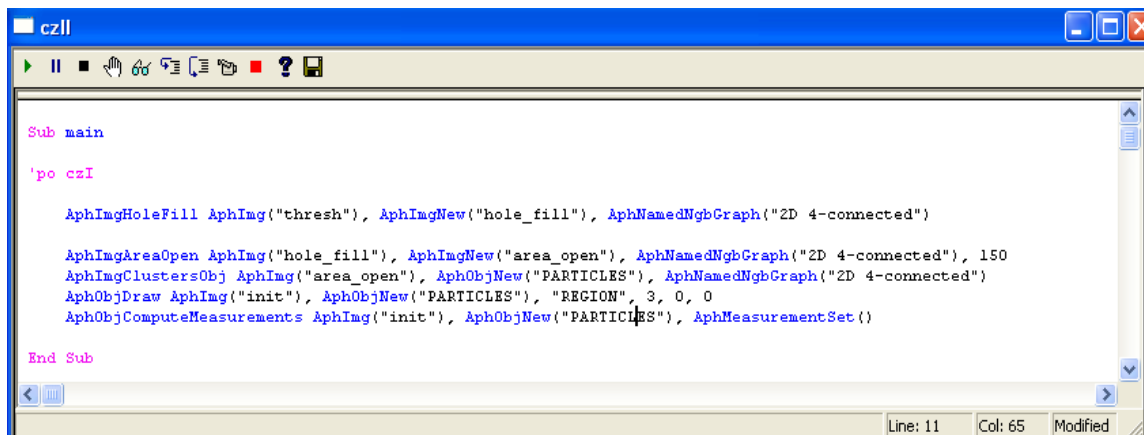
Funkcję binaryzacji (8) z dolnym progiem omówiono szczegółowo w rozdziale 6.3.

W efekcie binaryzacji uzyskano wstępny obraz ziaren.

Porównując obrazy wejściowy i binarny zaobserwowano, że nie wszystkie krawędzie ziaren zostały poprawnie wyznaczone. Zauważono między innymi, że algorytm błędnie wyznaczył granice ziaren, które były słabiej widoczne, niewyraźne, bądź stykające się. W przypadku niedokładnej detekcji granic ziaren wyniki poprawiano ręcznie, precyzując granice.

Obraz binarny jest podstawą do wszelkich obliczeń wielkości geometrycznych.

Otrzymane w ten sposób obrazy binarne wymagały dalszego przetwarzania. Rysunek 10.5 przedstawia końcową część algorytmu, według którego wykonano ostateczne pomiary badanych ziaren i wygenerowano końcowe wyniki analiz.



Rys. 10.5. Fragment makra wykonującego operacje na obrazie binarnym

W następnym etapie procesu przetwarzania obrazów wykonano operację „zalanía otworów”. Otwory, które powstały w wyniku wcześniejszych procedur przetwarzania i nie były rzeczywistymi otworami, a jedynie wynikały z niejednorodności powierzchni ziaren. Do wypełnienia otworów wewnątrz obiektów zastosowano operator *AphImgHoleFill*. Operacja ta jest niezbędna dla poprawnego wyznaczenia parametrów geometrycznych ziaren.

Operator *AphImgAreaOpen* wykonuje operację otwarcia w oparciu o pole powierzchni struktur obecnych na obrazie. Jest on matematycznie zdefiniowany jako supremum otwarcia z wszystkimi możliwymi elementami o powierzchni większej lub równej założonej. Ostatecznym wynikiem działania tego operatora było usunięcie ziaren mniejszych od założonej wielkości progowej, w tym przypadku była to powierzchnia 150 pikseli. Pozostałe obiekty o powierzchni większej od zadanej wartości progowej pozostają nienaruszone.

Obraz ziaren do dalszej analizy jest zapamiętywany jako obraz etykietowany („PARTICLES”). Za pomocą operatora *AphImgClustersObj* poszczególnym obiektom przypisywane są wartości kolejnych liczb naturalnych. Wszystkie piksele należące do jednego ziarna mają tę samą „etykietę”. Tło obrazu posiada „etykietę” 0 i nie jest uwzględniane w pomiarach.

Operator *AphObjDraw* obrysowuje oznakowany w poprzednim zadaniu zespół obiektów, będący przedmiotem końcowej analizy ilościowej. Parametrami w tej operacji są: obrazy wejściowe z mikroskopu skaningowego, na których rysowane są kontury ziaren („init”) oraz *objectSet* – zespół obiektów nazwany wcześniej jako „PARTICLES”.

Ostatnim etapem tej części procesu przetwarzania było użycie operatora *AphObjComputeMeasurements*, który wykonuje pomiary analizowanych obiektów. Efektem działania operatora było wygenerowanie danych opisujących m.in. geometrię ziaren, poziomy szarości i inne dostępne w programie parametry wraz z ich podstawowymi statystykami. Program umożliwia przesłanie tych danych do arkuszy kalkulacyjnych Excel.

Spośród dużej ilości parametrów dostępnych w używanym oprogramowaniu do realizacji celu badań wybrano najważniejsze z punktu widzenia opisu ziaren. Obok parametrów opisujących podstawowe właściwości geometryczne tj. pole powierzchni, wysokość, szerokość, średnice Feret’a, oraz opisujących kształt ziaren, np. współczynniki wypełnienia, kolistości, wybrano parametry szarości obiektów, takie jak: minimalny i maksymalny stopień szarości, średni poziom szarości obiektu, odchylenie standardowe szarości na obiektach, itp. Odrzucono natomiast parametry nieprzydatne do opisu powyższych właściwości, a wśród nich różnego rodzaju współrzędne, m.in. środków ciężkości obiektów na obrazach, minimalne i maksymalne współrzędne położenia tych obiektów, ilość „otworów”.

W tabeli 10.6 zestawiono niektóre parametry dostępne w programie Aphelion.

Tabela 10.1 Wybrane parametry dostępne w programie Aphelion

Parametr	wyjaśnienie
AREA	pole powierzchni obiektu (wyskalowane)
HEIGHT	wysokość obiektu (wyskalowana)
MBR_HEIGHT	wysokość najmniejszego prostokąta opisanego na obiekcie
MBR_WIDTH	szerokość najmniejszego prostokąta opisanego na obiekcie
PERIMETER	obwód (wyskalowany)
PIXEL_COUNT	liczba pikseli powierzchni obiektu
WIDTH	szerokość obiektu
BOUNDING_RECT_FILL	współczynnik K_I
MBR_FILL	współczynnik K_2
BR_TO_PERIMETER	współczynnik K_3
CIRCULARITY	współczynnik K_{CI}
COMPACTNESS	współczynnik K_Z
CROFTON_PERIMETER	obwód Croftona C_r
ELONGATION	współczynnik K_E
INTENSITY_KURTOSIS	kurtoza poziomu szarości
INTENSITY_MAX	maksymalna wartość poziomu szarości obiektu
INTENSITY_MEAN	średnia wartość poziomu szarości obiektu
INTENSITY_MIN	minimalna wartość poziomu szarości obiektu
INTENSITY_SD	odchylenie standardowe poziomu szarości
INTENSITY_SKEWNESS	skośność poziomu szarości
LOG_HEIGHT_TO_WIDTH	współczynnik K_S

Parametry opisujące wielkość obiektów (ziaren) np. pole powierzchni, wysokość, itp. nie będą prezentowane w kolejnych tabelach. Na podstawie tych danych obliczono dodatkowe współczynniki kształtu, niedostępne w programie: K_β , K_α , K_W , K_{Cr} , K_F .

Sposób wyznaczania i charakterystyka współczynników kształtu K_1 , K_2 , K_3 , K_{Cl} , K_Z , K_E , K_S , K_β , K_α , K_W , K_F zostały omówione w rozdziale 7 w tabeli 7.1.

Poniżej, w tabelach 10.2÷10.10, odrębnie dla poszczególnych typów rud i klas ziarnowych, podano wartości statystyczne zmiennych wykorzystywanych w dalszych obliczeniach modelowych.

Tabela 10.2 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć rudy węglanowej w klasie 0÷45 μm

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_1	194	0,635	0,289	0,843	0,081
K_2	194	0,693	0,289	0,843	0,066
K_3	194	1,049	1,000	1,297	0,049
K_{Cl}	194	0,729	0,128	0,964	0,126
K_Z	194	0,563	0,118	0,776	0,099
K_{Cr}	194	10,240	3,626	38,309	6,938
K_E	194	0,418	0,058	0,994	0,212
$I_{Kurt.}$	194	0,370	-1,258	10,883	1,480
$I_{Max.}$	194	187,923	149,000	255,000	29,101
$I_{\dot{S}r.}$	194	148,431	134,632	211,844	10,653
$I_{Min.}$	194	116,582	88,000	135,000	7,319
I_σ	194	12,281	5,323	41,010	5,480
$I_{Skoś.}$	194	0,126	-1,488	2,856	0,645
K_S	194	-0,074	-0,823	0,345	0,152
K_β	194	2,366	1,641	10,745	0,750
K_α	194	1,548	1,000	6,647	0,602
K_W	194	1,527	1,281	3,278	0,187
K_F	194	1,272	0,452	6,647	0,613

Tabela 10.3 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć rudy węglanowej w klasie 45÷71 μm

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_1	273	0,652	0,325	0,846	0,088
K_2	273	0,706	0,489	0,846	0,065
K_3	273	1,040	1,000	1,322	0,051
K_{Cl}	273	0,774	0,368	0,981	0,136
K_Z	273	0,595	0,278	0,834	0,111
K_{Cr}	273	18,718	7,003	106,505	16,484
K_E	273	0,378	0,002	0,896	0,200
$I_{Kurt.}$	273	1,360	-1,422	34,261	2,745
$I_{Max.}$	273	198,421	149,000	255,000	33,159
$I_{\dot{S}r.}$	273	150,587	128,865	226,954	13,657
$I_{Min.}$	273	109,399	0,000	134,000	17,229
I_σ	273	14,073	5,330	49,749	7,429
$I_{Skoś.}$	273	0,269	-1,909	2,492	0,679
K_S	273	-0,052	-0,503	0,291	0,128
K_β	273	2,234	1,527	4,587	0,522
K_α	273	1,455	1,000	3,182	0,413
K_W	273	1,486	1,236	2,142	0,163
K_F	273	1,178	0,512	3,182	0,380

Tabela 10.4 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć rudy węglanowej w klasie $71 \div 100 \mu m$

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_1	304	0,597	0,175	0,836	0,106
K_2	304	0,668	0,400	0,836	0,069
K_3	304	1,062	1,000	1,256	0,054
K_{Cl}	304	0,670	0,215	1,000	0,137
K_Z	304	0,514	0,163	0,834	0,109
K_{Cr}	304	25,310	4,764	62,782	12,640
K_E	304	0,491	0,050	0,977	0,220
$I_{Kurt.}$	304	4,617	-1,762	41,439	6,575
$I_{Max.}$	304	215,010	131,000	255,000	39,291
$I_{\dot{S}r.}$	304	150,299	112,837	243,386	22,580
$I_{Min.}$	304	102,523	59,000	157,000	17,470
I_{σ}	304	16,096	5,173	52,225	9,389
$I_{Skoś.}$	304	0,512	-3,351	4,381	1,317
K_S	304	-0,016	-0,753	0,544	0,172
K_{β}	304	2,617	1,526	7,806	0,717
K_{α}	304	1,730	1,000	6,119	0,701
K_W	304	1,605	1,235	2,794	0,201
K_F	304	1,124	0,286	5,667	0,505

Tabela 10.5 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć rudy tópkowej w klasie $0 \div 45 \mu m$

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_1	139	0,602	0,245	0,817	0,109
K_2	139	0,665	0,423	0,817	0,076
K_3	139	1,063	1,000	1,425	0,066
K_{Cl}	139	0,666	0,246	0,964	0,167
K_Z	139	0,516	0,183	0,779	0,129
K_{Cr}	139	10,077	3,707	32,257	6,876
K_E	139	0,507	0,043	0,969	0,231
$I_{Kurt.}$	139	0,308	-1,765	9,120	1,564
$I_{Max.}$	139	208,971	148,000	255,000	29,035
$I_{\dot{S}r.}$	139	166,250	122,410	236,542	26,329
$I_{Min.}$	139	116,194	54,000	150,000	16,398
I_{σ}	139	18,729	8,246	58,439	9,529
$I_{Skoś.}$	139	-0,165	-2,238	2,107	0,748
K_S	139	-0,093	-0,665	0,292	0,179
K_{β}	139	2,669	1,635	6,952	0,881
K_{α}	139	1,792	1,000	5,408	0,780
K_W	139	1,615	1,279	2,637	0,245
K_F	139	1,356	0,511	4,625	0,647

Tabela 10.6 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć rudy łupkowej w klasie $45 \div 71 \mu\text{m}$

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_I	139	0,595	0,340	0,788	0,098
K_2	139	0,673	0,461	0,812	0,068
K_3	139	1,063	1,000	1,267	0,058
K_{Cl}	139	0,674	0,290	0,948	0,139
K_Z	139	0,513	0,238	0,753	0,107
K_{Cr}	139	34,713	10,718	94,233	22,125
K_E	139	0,493	0,012	0,920	0,225
$I_{Kurt.}$	139	1,029	-1,284	8,166	1,682
$I_{Max.}$	139	239,957	167,000	255,000	22,794
$I_{\dot{S}r.}$	139	164,634	127,548	240,619	21,942
$I_{Min.}$	139	100,022	0,000	139,000	20,655
I_{σ}	139	25,134	10,882	48,514	8,233
$I_{Skoś.}$	139	0,438	-2,493	2,504	0,789
K_S	139	0,009	-0,495	0,519	0,172
K_{β}	139	2,606	1,691	5,340	0,632
K_{α}	139	1,734	1,001	3,737	0,647
K_W	139	1,604	1,300	2,311	0,186
K_F	139	1,061	0,303	3,125	0,460

Tabela 10.7 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć rudy łupkowej w klasie $71 \div 100 \mu\text{m}$

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_I	255	0,543	0,209	0,786	0,118
K_2	255	0,633	0,383	0,787	0,075
K_3	255	1,105	1,000	1,484	0,077
K_{Cl}	255	0,560	0,211	0,881	0,139
K_Z	255	0,429	0,155	0,698	0,111
K_{Cr}	255	77,599	13,603	180,630	32,175
K_E	255	0,578	0,052	0,964	0,219
$I_{Kurt.}$	255	3,214	-1,618	19,639	3,660
$I_{Max.}$	255	233,788	149,000	255,000	26,990
$I_{\dot{S}r.}$	255	149,569	114,730	216,161	18,724
$I_{Min.}$	255	95,502	0,000	142,000	19,348
I_{σ}	255	20,043	5,196	55,950	8,253
$I_{Skoś.}$	255	0,727	-1,439	3,134	0,895
K_S	255	-0,016	-0,614	0,602	0,193
K_{β}	255	3,210	1,823	8,202	1,022
K_{α}	255	1,987	1,011	4,598	0,796
K_W	255	1,772	1,350	2,864	0,264
K_F	255	1,145	0,250	4,115	0,535

Tabela 10.8 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć rudy piaskowcowej w klasie 0÷45 μm

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_1	410	0,593	0,235	0,874	0,115
K_2	410	0,674	0,380	0,874	0,074
K_3	410	1,047	1,000	1,373	0,050
K_{Cl}	410	0,660	0,271	0,941	0,142
K_Z	410	0,513	0,215	0,815	0,116
K_{Cr}	410	20,133	7,591	88,831	13,243
K_E	410	0,541	0,041	0,964	0,233
$I_{Kurt.}$	410	1,995	-1,155	52,871	4,418
$I_{Max.}$	410	185,729	138,000	255,000	33,216
$I_{\dot{S}r.}$	410	149,001	125,020	233,745	18,176
$I_{Min.}$	410	111,554	0,000	141,000	11,629
I_{σ}	410	10,963	3,926	37,949	5,795
$I_{Skoś.}$	410	-0,072	-3,629	5,576	0,930
K_S	410	-0,072	-0,683	0,744	0,207
K_{β}	410	2,635	1,562	5,934	0,709
K_{α}	410	1,944	1,000	5,699	0,848
K_W	410	1,610	1,250	2,436	0,205
K_F	410	1,324	0,180	4,818	0,688

Tabela 10.9 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć rudy piaskowcowej w klasie 45÷71 μm

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_1	335	0,590	0,140	0,834	0,118
K_2	335	0,666	0,396	0,839	0,080
K_3	335	1,035	1,000	1,290	0,039
K_{Cl}	335	0,674	0,150	1,000	0,143
K_Z	335	0,524	0,134	0,799	0,117
K_{Cr}	335	28,717	8,583	111,856	18,061
K_E	335	0,539	0,015	0,992	0,229
$I_{Kurt.}$	335	2,772	-1,135	45,259	5,173
$I_{Max.}$	335	197,096	141,000	255,000	34,953
$I_{\dot{S}r.}$	335	154,941	120,878	249,331	23,182
$I_{Min.}$	335	112,839	87,000	161,000	12,012
I_{σ}	335	12,246	3,449	40,945	6,506
$I_{Skoś.}$	335	-0,012	-5,612	4,392	1,050
K_S	335	0,048	-0,574	0,680	0,206
K_{β}	335	2,603	1,594	9,470	0,875
K_{α}	335	1,904	1,000	7,930	0,843
K_W	335	1,597	1,263	3,077	0,231
K_F	335	0,999	0,209	3,750	0,490

Tabela 10.10 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć rudy piaskowcowej w klasie $71 \div 100 \mu\text{m}$

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_1	357	0,621	0,280	0,797	0,091
K_2	357	0,688	0,421	0,831	0,069
K_3	357	1,026	1,000	1,229	0,032
K_{Cl}	357	0,740	0,336	1,000	0,116
K_Z	357	0,574	0,269	0,780	0,095
K_{Cr}	357	126,005	26,321	255,351	52,375
K_E	357	0,450	0,020	0,921	0,205
$I_{Kurt.}$	357	10,711	-1,544	101,634	13,512
$I_{Max.}$	357	213,888	147,000	255,000	34,066
$I_{\dot{S}r.}$	357	148,038	125,616	239,879	16,727
$I_{Min.}$	357	101,106	0,000	153,000	15,555
I_{σ}	357	11,231	5,204	59,638	7,292
$I_{Skoś.}$	357	0,751	-3,110	7,942	1,592
K_S	357	-0,013	-0,472	0,449	0,156
K_{β}	357	2,292	1,632	4,733	0,459
K_{α}	357	1,599	1,000	3,700	0,480
K_W	357	1,507	1,278	2,176	0,142
K_F	357	1,099	0,355	2,966	0,404

Bezpośrednia analiza wartości statystyk zmiennych (parametrów) zawartych w tabelach 10.2÷10.10 nie pozwala na jednoznaczne wychwycenie różnic w zestawach wartości odpowiadających poszczególnym próbkom, także tendencje zmian są trudne do określenia, tym samym różnice pomiędzy typami litologicznymi badanych rud są niedostrzegalne wprost. Dlatego też, do analizy uzyskanych danych w dalszej części pracy, wykorzystano sieci neuronowe – jedną z metod modelowania opartą na sztucznej inteligencji.

11. Modele klasyfikujące typy rud

11.1. Poszukiwanie modeli sieci neuronowych

Do klasyfikacji danych wejściowych, pozyskanych w wyniku analizy obrazu ziaren trzech typów rud miedzi w poszczególnych klasach ziarnowych, którymi są współczynniki charakteryzujące kształty ziaren oraz parametry statystyczne określające ich poziomy szarości i tworzące zbiory danych wejściowych, określono modele klasyfikujące.

W badanych zagadnieniach klasyfikacyjnych celem budowanych modeli jest przypisanie przypadków (ziaren) charakteryzowanych przez odpowiedni zestaw danych wejściowych do jednej z wybranych klas (typów rud miedzi).

Do budowy modeli estymujących prawdopodobieństwa przynależności ziaren do określonych typów rud wykorzystano sieci neuronowe.

Sieci neuronowe są strukturami wzorowanymi na biologicznych systemach nerwowych. Neurony traktowane jako elementarne procesory powiązane są połączeniami stanowiącymi analogię do aksonów i dendrytów w systemach biologicznych. Każdy procesor wykonuje pewien prosty program, na który składa się obliczanie sumy ważonej danych wejściowych i niekiedy dodanie stałego składnika. Połączenia pomiędzy neuronami mogą mieć charakter pobudzający lub hamujący (*Sieci neuronowe*, 1999). Topologia połączeń oraz ich parametry stanowią program działania sieci, a sygnały pojawiające się na jej wyjściach w odpowiedzi na określone sygnały wejściowe są rozwiązaniami stawianych jej zadań (Tadeusiewicz, 1993).

Efektywność modelowania zależy od przyjętych wartości modyfikowalnych wag. Waga jest współczynnikiem liczbowym mogącym przyjmować zarówno wartości dodatnie dla połączeń pobudzających, jak i ujemne dla połączeń hamujących.

Wartość sygnału wyjściowego z neuronu obliczana jest w dwu etapach. W pierwszym etapie sygnały wejściowe przemnażane są przez odpowiadające im wagi i następnie sumowane. W drugim etapie wynik funkcji wewnętrznego przetwarzania podlega działaniu określonej funkcji wejścia – wyjścia, zwanej funkcją aktywacji, która ma najczęściej postać liniową, skoku jednostkowego, sigmoidalną lub tangensa hiperbolicznego. Ostatecznie dla pojedynczego neuronu sygnał wyjściowy wyliczany jest z następującej zależności (Kurlito, Trybalski, 2002; *Sieci neuronowe*, 1999).

$$y = f\left(\sum_{i=1}^n w_i x_i\right) \quad (33)$$

gdzie:

x_i – dane wejściowe (wektor),

w_i – wagi (wektor),

f – funkcja aktywacji,

y – sygnał wyjściowy,

n – liczba sygnałów wejściowych.

W dwustanowych zagadnieniach klasyfikacyjnych, wyjściowej zmiennej nominalnej odpowiada pojedynczy neuron wyjściowy, którego poziom aktywacji mieści się w zakresie (0, 1). Ustala się więc dwa progi: akceptacji i odrzucenia. Jeżeli poziom aktywacji neuronu przekracza próg akceptacji, to przypadek przypisywany jest do drugiej klasy, jeżeli jest niższy niż próg odrzucenia, to przypadek przypisany zostaje do pierwszej klasy. Jeżeli natomiast poziom aktywacji wypada pomiędzy wartościami progowymi to wynik klasyfikacji jest nieokreślony.

W zagadnieniach klasyfikacyjnych o większej niż dwie liczbie klas dla każdej klasy przypisywany jest jeden neuron wyjściowy. Jako odpowiedź sieci wybierana jest ta klasa, dla której poziom aktywacji neuronu jest powyżej progu akceptacji a jednocześnie dla pozostałych neuronów wyjściowych poziom ten ma wartość niższą od progu odrzucenia. Jeśli warunki te nie są spełnione wówczas wynik przewidywania jest nieokreślony (Tadeusiewicz, 2001).

Dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji modele przypisywały przypadki (ziarna) do dwóch typów rud: węglanowo-łupkowej i piaskowcowej, natomiast w zagadnieniu trójstanowym przewidywano przynależności ziaren do rudy: węglanowej, łupkowej i piaskowcowej. Dla każdego z dwóch zagadnień poszukiwano odrębnych modeli reprezentujących każdą z trzech klas ziarnowych rudy miedzi: 0÷45 µm, 45÷71 µm, 71÷100 µm oraz modele dla wspólnej klasy 0÷100 µm wykorzystujące w zbiorze danych wejściowych połączone przypadki zmiennych z każdej z trzech charakterystycznych klas.

Dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji rudę węglanowo-łupkową charakteryzowały połączone dane rudy węglanowej i łupkowej.

Obliczenia modelujące wykonano przy użyciu komputerowego programu do modelowania sieci neuronowych *Statistica Neural Networks* firmy StatSoft. Program ten do realizacji zagadnień klasyfikacyjnych wykorzystuje następujące typy sieci: MLP (perceptrony

wielowarstwowe), RBF (sieci o radialnych funkcjach bazowych), sieci Kohonena, PNN (sieci probabilistyczne) oraz sieci liniowe.

Procedura poszukiwania najlepszych modeli sieci neuronowych w każdym z 8 przypadków (dwa zagadnienia klasyfikacji w 4 klasach ziarnowych) polegała na:

- wyborze zmiennych wejściowych do budowy modeli,
- wytypowaniu najefektywniejszej struktury (typu) sieci za pomocą *Automatycznego projektanta sieci*,
- projektowaniu sieci o wytypowanej strukturze,
- diagnostyce (douczeniu) sieci,
- tworzeniu zespołów spośród douczonych sieci,

Poniżej przedstawiono wyniki modelowania, opisano poszczególne kroki projektowania i uczenia sieci oraz ocenę działania najefektywniejszych modeli i zespołów sieci neuronowych, podano m.in.:

- statystyki zbiorów zmiennych wejściowych wykorzystywanych przez modele sieci,
- ogólną postać modeli,
- charakterystykę zaprojektowanych sieci,
- schemat najlepszej douczonej sieci,
- statystyki klasyfikacyjne sieci,
- analizę wrażliwości zmiennych wejściowych modeli,

ponadto dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji:

- macierze pomyłek najlepszych sieci i zespołów.

Poniżej przedstawiono procedury oraz wyniki modelowania dla: trójstanowego zagadnienia klasyfikacji – identyfikującego trzy typy rud oraz dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji – identyfikującego dwa typy rud. Dla obydwu zagadnień rozpatrywano przypadki w następujących klasach ziarnowych: $0 \div 45$, $45 \div 71$, $71 \div 100$ i $0 \div 100 \mu\text{m}$.

1. Modele dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji – identyfikujące trzy typy rud: węglanową (*W*), łupkową (*L*) i piaskowcową (*P*)

a) modele dla klasy ziarnowej ($0 \div 45 \mu\text{m}$).

Wybór zmiennych wejściowych

Jednym z najważniejszych etapów projektowania modeli sieci neuronowych jest wybór właściwego zbioru zmiennych wejściowych. Wstępnej selekcji zmiennych dokonano na

podstawie wiedzy autorki z zakresu sformułowanego w pracy problemu badawczego, odrzucając jednoznacznie nieprzydatne do opisu zjawiska zmienne charakteryzujące wielkości wymiarowe ziaren, np. długość, szerokość, średnice, pola powierzchni obiektów.

W celu ostatecznego doboru zmiennych wejściowych wykorzystano algorytm selekcji krokowej wstecznej, dostępny w programie *Statistica Neural Networks*. Metoda rozpoczyna dobór zmiennych na pełnym zbiorze a następnie w miarę postępu procedury odrzuca kolejno każdą zmienną, rozpoczynając od tej, która ma największy negatywny wpływ na wydajność algorytmu. Selekcja zmiennych kończy się w momencie ociążenia przez algorytm najwyższej wydajności.

W celu wyeliminowania błędnych przypadków, dane wejściowe wykorzystywane w modelowaniu poddawano filtracji odrzucając przypadki skrajne. Filtracji danych dokonano na podstawie analizy wykresów rozrzutu poszczególnych zmiennych wejściowych. W tabeli 11.1 podano przefiltrowane i wyselekcjonowane zbiory zmiennych wejściowych wykorzystywane w modelowaniu, podano również podstawowe ich statystyki opisowe.

Tabela 11.1 Statystyki opisowe zmiennych wejściowych wykorzystywanych przez modele dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 45 \mu m$

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch. Std.
K_3	724	1,048	1,000	1,269	0,048
K_{Cr}	724	15,201	3,626	73,384	11,144
K_E	724	0,499	0,041	0,969	0,231
$I_{Max.}$	724	189,655	138,000	255,000	31,957
$I_{Sr.}$	724	151,889	122,410	236,542	19,517
$I_{Min.}$	724	114,258	75,000	150,000	10,173
I_{σ}	724	12,517	3,926	41,417	6,681

Ogólna postać modeli sieci dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 45 \mu m$ jest więc następująca:

$$TYP\ LITOLOGICZNY\ RUDY\ (W, L, P) = f(K_3, K_{Cr}, K_E, I_{Max.}, I_{Sr.}, I_{Min.}, I_{\sigma}) \quad (34)$$

Poszukiwanie najefektywniejszej struktury (typu) sieci

Do wstępnej budowy modeli wykorzystano algorytm heurystyczny – *Automatyczny projektant sieci*, wspomagający poszukiwanie i testowanie najlepszych a jednocześnie różnych typów sieci neuronowych. Realizuje on szereg eksperymentów, w trakcie których testuje dużą liczbę struktur sieci, a następnie za pomocą algorytmów optymalizacyjnych i przeszukujących wybiera i zapamiętuje najlepszą sieć w strukturze.

Algorytm dla zadanego zbioru zmiennych wejściowych znalazł pięć możliwie najlepszych i różnorodnych sieci. Spośród nich, dla wszystkich przypadków (klas ziarnowych) rozważanych zagadnień klasyfikacji, najefektywniejsze okazały się sieci typu RBF. Jako przykład, podano wyniki wstępnie projektowanych sieci tylko dla zagadnienia trójstanowego w klasie $0\div 45\mu\text{m}$ (tab. 11.2). W pozostałych przypadkach przedstawiono wyniki (tab 11.3) charakteryzujące douczone sieci o najkorzystniejszej strukturze (RBF) oraz ich zespoły.

Tabela 11.2 Edytor zbioru sieci o różnorodnych strukturach dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0\div 45\mu\text{m}$

Nr.sieci	Typ	Wejścia	Ukryte	Jakość uczenia	Jakość walidacji	Jakość testowania	Błąd uczenia	Błąd walidacji	Błąd testowania
1	MLP	7	11	0,8591	0,7956	0,7735	0,6699	1,2868	1,1009
2	Liniowa	6	0	0,6823	0,6740	0,6906	0,3747	0,3876	0,3793
3	Liniowa	7	0	0,7099	0,6851	0,7017	0,3700	0,3817	0,3747
4	RBF	7	38	0,8204	0,7624	0,8011	0,3058	0,3445	0,3368
5	RBF	7	58	0,8398	0,8398	0,7845	0,2942	0,3262	0,3325

W tabelach edytora zbioru sieci zawarto podstawowe charakterystyki zaprojektowanych sieci. Podano błędy otrzymane przy uruchamianiu sieci na podzbiorze uczącym, walidacyjnym i testowym oraz współczynniki jakości uczenia, walidacji i testowania wyrażające stopień zgodnych klasyfikacji. Błędy sieci powinny charakteryzować się jak najmniejszymi wartościami, natomiast współczynniki jakości wartościami możliwie największymi. Znaczny wzrost błędu walidacji na pewnym etapie uczenia sieci może wskazywać na jej przeuczenie. Oznacza to, że wykazywana jakość sieci dla podzbioru uczącego może być błędnie zawyżona. Dopiero zbliżone do siebie wartości błędów walidacji i testowania zbiorów potwierdzają rzeczywiste miary przewidywanych zdolności generalizacyjnych sieci. W zagadnieniach klasyfikacyjnych mniejszy błąd sieci niekoniecznie jednak wskazuje na jej lepszą efektywność. Mogą zachodzić przypadki, że sieć zmniejsza błąd dla szeregu przypadków już wcześniej prawidłowo zakwalifikowanych, kosztem dodatkowych błędnych klasyfikacji. W rezultacie można otrzymać sieć o mniejszym błędzie, ale gorszej od innych jakości.

W edytorach zbioru sieci, określono również liczbę zmiennych wejściowych wchodzących w strukturę sieci oraz liczbę neuronów ukrytych z drugiej warstwy dla sieci trójwarstwowych. Liczba neuronów ukrytych jest miarą złożoności sieci. Generalnie korzystniejsze są sieci z mniejszą liczbą neuronów ukrytych i mniejszą liczbą wejść, o ile nie tracą istotnie na swojej efektywności.

Z powyższych rozważań wynika, że najefektywniejszymi sieciami neuronowymi, okazały się sieci RBF (sieć o radialnych funkcjach bazowych), pomimo dość złożonej struktury. Spośród

wstępnie zaprojektowanych sieci, dla wszystkich badanych zagadnień, najmniejszą wartością błędów i najwyższą jakością charakteryzowały się sieci RBF nr 5 (tab.11.2).

Z porównania liczby zmiennych wejściowych w modelach z ogólnymi postaciami funkcyjnymi modeli wyrażonymi równaniami (34)÷(41) wynika, że nie wszystkie parametry wejściowe były wykorzystywane przez sieci.

Projektowanie sieci RBF

Wykorzystanie algorytmu *Automatycznego projektanta sieci* pozwoliło określić kierunek poszukiwania najefektywniejszych sieci. Automatyczny projektant dla wszystkich rozważanych zagadnień wytypował sieć o radialnych funkcjach bazowych – RBF. Dalsze poszukiwania najlepszych modeli ograniczyły się więc do sieci RBF.

Sieci o radialnych funkcjach bazowych posiadają trzy warstwy: warstwę wejściową, warstwę ukrytą zbudowaną z neuronów radialnych z których każdy modeluje gaussowską powierzchnię odpowiedzi oraz warstwę wyjściową wyposażoną w neurony liniowe. Neurony w warstwie ukrytej wyposażone w radialną funkcję PSP wyznaczają kwadrat odległości pomiędzy dwoma punktami w N wymiarowej przestrzeni (gdzie N jest liczbą wejść). Punkty, pomiędzy którymi wyznacza się odległość, reprezentują odpowiednio wektor opisujący sygnał wejściowy oraz wektor wag neuronu. Neurony posiadające *radialną* funkcję PSP wytwarzają identyczne wartości wyjściowe dla wszystkich sygnałów wejściowych leżących na hipersferach wyznaczonych w przestrzeni tych sygnałów wejściowych. Neurony radialne próbują więc zrealizować klasyfikację wejściowych sygnałów poprzez pomiar odległości reprezentowanych przez nie punktów od wyznaczonych wzorców, które przechowywane są w postaci wektorów wag neuronów. Kwadrat odległości wyznaczany przez neurony radialne mnożony jest przez wartość progową (która w neuronach radialnych pełni rolę miary wartości dopuszczalnego odchylenia), w ten sposób wyznaczana jest zagregowana wartość wejściowa rozważanego neuronu (Internet 2).

Z uwagi na silnie nieliniowy charakter funkcji wykorzystywanej przez neurony radialne, wystarczy zwykle jedna warstwa ukryta do zamodelowania funkcji o dowolnym kształcie. Warunkiem utworzenia przez sieć RBF skutecznego modelu jest jednak zapewnienie w strukturze sieci dostatecznej liczby neuronów radialnych (Tadeusiewicz, 2001; Internet 2).

Do budowy sieci RBF wykorzystywano maksymalnie 200 neuronów radialnych, przy czym nie wszystkie neurony były wykorzystywane przez najlepsze sieci. Testowano sieci przy różnych wartościach progowych akceptacji i odrzucenia zmieniając ich wartości w granicach (0÷1).

Spośród wielu przetestowanych sieci do dalszego uczenia kierowano po trzy, a w większości przypadków po pięć najefektywniejszych sieci RBF.

Douczenie sieci

Wytypowane sieci RBF poddawano następnie procesowi douczania. Douczenie sieci miało na celu zmniejszenie błędów ich działania oraz poprawę zdolności predykcyjnych. Uczenie sieci RBF odbywało się w kilku oddzielnych etapach. W pierwszej fazie wyznaczano centra i odchylenia (promienie) neuronów radialnych, następnie optymalizowano warstwę wyjściową sieci.

Centra powinny zostać określone w sposób odzwierciedlający występowanie naturalnych skupień w rozważanych danych wejściowych. W tym celu zastosowano metodę *powtórznego próbkowania*. Metoda ta polega na losowym wyborze elementów ze zbioru uczącego oraz przypisaniu ich do neuronów radialnych (jako występujących w tych neuronach zestawów wag). Metoda zapewnia reprezentatywność wylosowanych danych w stosunku do rozkładu wszystkich danych uczących.

Po określeniu wartości centrów określone jest odchylenie. Wartość odchylenia rozumiana jako *współczynnik wygładzania* wyznacza kształt funkcji aktywacji danego neuronu. Sieć ze zbyt małą wartością współczynnika odchylenia będzie miała tendencję do niedoszacowania wyników, natomiast sieć zbudowana z neuronów mających zbyt dużą wartość odchylenia wykazywać będzie tendencję do przeszacowania.

Do określenia współczynnika odchylenia zastosowano metodę *równomiernego przydziału odchyleń*. Odchylenie, identyczne dla wszystkich neuronów, jest określone za pomocą reguły heurystycznej, uwzględniającej liczbę centrów oraz wielkość zajmowanej przez nie przestrzeni. Definiowano również samodzielnie wartości odchylenia na poziomie 1, 2, 3, sprawdzając przy tym efekty douczania. Dobre efekty douczania sieci osiągnęto ustalając odchylenie na poziomie 3.

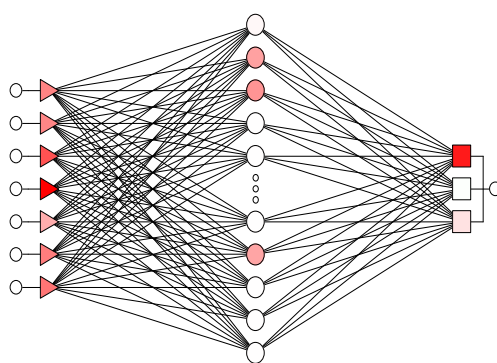
Po określeniu centrów i odchyleń dla warstwy ukrytej wykonano optymalizację warstwy wyjściowej, korzystając ze standardowej liniowej techniki optymalizacji – algorytmu pseudoinwersji (Tadeusiewicz, 2001).

Opisana powyżej procedura uczenia stosowana była dla wszystkich przypadków zagadnień klasyfikacji. W tabeli 11.3 przedstawiono charakterystyki ostatecznych modeli sieci RBF uzyskane po procesie douczania. W analizowanym przypadku dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej 0÷45 μm , zaprojektowano i douczono trzy efektywnie działające modele sieci neuronowych. Sieć oznaczona numerem 6 charakteryzowała się najwyższymi wskaźnikami jakości uczenia zbiorów i stosunkowo małymi błędami generowanymi w trakcie uczenia, walidacji i testowania danych.

Tabela 11.3 Edytor zbioru douczonych sieci typu RBF oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej 0÷45µm

Nr.sieci	Typ	Wejścia	Ukryte	Jakość uczenia	Jakość walidacji	Jakość testowania	Błąd uczenia	Błąd walidacji	Błąd testowania
6	RBF	7	58	0,8536	0,8508	0,7956	0,3005	0,3188	0,3346
7	RBF	7	58	0,8453	0,8343	0,8011	0,3009	0,3228	0,3282
8	RBF	7	73	0,8629	0,8453	0,7680	0,2813	0,3148	0,3283
Zespół	RBF	7	[3]	0,8539	0,8434	0,7882	0,2942	0,3191	0,3304

Na rysunku 11.1 pokazano schemat najlepszej pojedynczej, douczonej sieci nr 6. Struktura sieci wykorzystuje 7 zmiennych wejściowych, 58 neuronów radialnych w warstwie ukrytej i 3 neurony wyjściowe.



Rys. 11.1. Schemat najlepszej douczonej sieci RBF nr 6 dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej 0÷45µm

Tworzenie zespołów douczonych sieci

Celem łączenia sieci w zespoły jest przeciwdziałanie zjawisku przeuczenia sieci. Przeuczenie przejawia się zdolnością sieci do dokładnego nauczenia się określonych danych, natomiast słabym przyswajaniem nowych danych. Przeuczona sieć nie potrafi więc uogólniać wiedzy zawartej w danych uczących.

Tworzenie zespołu sieci polega na uśrednianiu wyjść sieci składowych. Wszystkie składowe sieci obliczają wynik dla nowych przypadków a końcowy wynik jest wartością średnią z wyjść wszystkich sieci. Uśrednianie zmniejsza wariancję związaną ze zmiennością danych, a przy tym nie zwiększa odchyłki od właściwej predykcji. Można więc tworzyć nieco bardziej złożone modele.

Z powyższych informacji wydawać by się mogło, że zespół sieci ma większą zdolność do generalizacji wiedzy niż najlepsza, pojedyncza sieć należąca do zespołu. Sytuacja jednak zależy będzie od tego o ile gorsze są pozostałe sieci.

Zespół sieci dla przypadku trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0\div 45\text{ }\mu\text{m}$ (tab. 11.3), wykazuje charakterystyki zbiorów: uczącego, walidacyjnego i testowego podobne do charakterystyk zbiorów najlepszej douczonej sieci nr 6.

Do szczegółowej analizy zdolności predykcyjnych poszczególnych modeli sieci neuronowych oraz ostatecznego wyboru najefektywniejszego z nich, wykorzystano statystyki klasyfikacyjne. Wyniki klasyfikacji sieci douczonych oraz ich zespołów przedstawiono w tabeli 11.4.

Tabela 11.4 Klasyfikacje douczonych sieci RBF oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0\div 45\text{ }\mu\text{m}$

PRZYPADKI	W(6)	Ł(6)	P(6)	W(7)	Ł(7)	P(7)	W(8)	Ł(8)	P(8)	W(Z)	Ł(Z)	P(Z)
Wszystkie	192	134	398	192	134	398	192	134	398	192	134	398
Poprawne	160	100	347	142	94	366	145	99	364	140	100	370
Niepoprawne	32	34	51	50	40	32	47	35	34	50	31	28
Nieznane	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	3	0
Popraw.(%)	83,33	74,63	87,19	73,96	70,15	91,96	75,52	73,88	91,46	72,92	74,63	92,96
Niepopr.(%)	16,67	25,37	12,81	26,04	29,85	8,04	24,48	26,12	8,54	26,04	23,13	7,04
Nieznane(%)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,04	2,24	0,00

Statystyki klasyfikacyjne przedstawiają liczbę wszystkich przypadków (ziaren) w zbiorach odpowiadających poszczególnym typom rud, liczbę przypadków zakwalifikowanych poprawnie, liczbę przypadków niepoprawnie zakwalifikowanych oraz przypadki nieznane. W tabelach podano również procentowe wartości tych klasyfikacji. Jak wynika z analizy przypadków zamieszczonych w tabeli 11.4, każda z douczonych sieci najskuteczniej klasyfikuje ziarna rudy piaskowcowej. Najbardziej wyrównanymi klasyfikacjami wszystkich typów rud charakteryzuje się sieć nr 6. Sieć ta zidentyfikowała i poprawie zakwalifikowała 83,33 % ziaren rudy węglanowej (W), 74,63 % ziaren rudy łupkowej (Ł) i 87,19 % przypadków dla rudy piaskowcowej (P). Również wysokie zdolności klasyfikacyjne szczególnie dla rudy piaskowcowej wykazał zespół sieci, klasyfikując poprawnie 92,96 % ziaren tej rudy. Omawiany zespół douczonych sieci nie zdołał zidentyfikować 2 ziaren rudy węglanowej i 3 ziaren rudy łupkowej, traktując je jako przypadki nieznane. Sytuacja ta nie jest niepokojąca jeśli elementów niezidentyfikowanych jest stosunkowo niedużo, a ogólna liczba badanych przypadków ze statystycznego punktu widzenia jest wystarczająca. Korzystniejsza jest bowiem decyzja o braku klasyfikacji aniżeli błędne zakwalifikowanie ziaren do określonych typów rud. Ostatecznie do dalszych badań wytypowano sieć nr 6, jako najefektywniejszą i uniwersalną w działaniu dla rozważanego przypadku.

W tabelach przedstawiających macierze pomyłek dla najefektywniejszej douczonej sieci oraz zespołu sieci (tab. 11.5), podano szczegółowe informacje o liczbie ziaren klasyfikowanych do poszczególnych typów rud miedzi.

Tabela 11.5 Macierz pomyłek najlepszej douczonej sieci RBF oraz zespołu sieci dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0\div 45\mu\text{m}$

	WĘGLAN	ŁUPEK	PIASKOWIEC
WĘGLAN (6)	160	21	35
ŁUPEK (6)	4	100	16
PIASKOWIEC (6)	28	13	347
Suma ziaren	192	134	398
WĘGLAN (Z)	140	17	17
ŁUPEK (Z)	10	100	11
PIASKOWIEC(Z)	40	14	370
Suma ziaren	190	131	398

Dla rozważanego przypadku trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0\div 45\mu\text{m}$, ziarna rudy węglanowej skuteczniej klasyfikowała pojedyncza sieć nr 6 (160 poprawnych klasyfikacji), ziarna rudy łupkowej klasyfikowane były w jednakowym stopniu przez obie sieci (po 100 prawidłowych klasyfikacji), natomiast ziarna piaskowca najskuteczniej identyfikował zespół sieci (347 poprawnych klasyfikacji). Z analizy macierzy pomyłek dla rozważanego przypadku wynika, że stosunkowo najwięcej pomyłek dotyczy rudy łupkowej, która jest mylona z węglanową (21 błędnych klasyfikacji sieci nr 6 i 17 dla zespołu sieci) oraz rudy węglanowej błędnie klasyfikowanej jako ruda piaskowcowa (28 błędnych klasyfikacji sieci nr 6 i 40 dla zespołu sieci). Ruda piaskowcowa najczęściej rozpoznawana jest omyłkowo jako ruda węglanowa.

W celu określenia przydatności poszczególnych parametrów wejściowych do klasyfikacji realizowanej przez sieci oraz wytypowania parametrów najsilniej wpływających na ten proces, dla douczonych sieci oraz ich zespołów wykonano analizę wrażliwości parametrów wejściowych. Polegała ona na testowaniu sieci podczas stopniowego eliminowania parametrów z jednoczesnym rejestrowaniem błędów sieci. Po usunięciu ważnej zmiennej błąd wzrastał znacząco, natomiast po usunięciu nieistotnej zmiennej przyrost błędów był niewielki. W tabeli 11.6 podano kolejności parametrów wejściowych wskazujące na rangę ich ważności w modelu. Dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0\div 45\mu\text{m}$ najistotniejszą zmienną w modelach okazał się współczynnik K_{Cr} i maksymalny poziom szarości I_{Max} .

Tabela 11.6 Analiza wrażliwości parametrów modeli sieci douczonych oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0\div 45\mu m$

Nr sieci	K_3	K_{Cr}	K_E	$I_{Max.}$	$I_{\dot{S}_r}$	$I_{Min.}$	I_σ
6	6	1	7	2	3	5	4
7	4	1	7	2	5	6	3
8	5	1	6	2	3	7	4
Zespół	5	1	7	2	4	6	3

Takie same procedury oraz interpretacje wyników modelowania zastosowano dla pozostałych klas ziarnowych w obu zagadnieniach klasyfikacyjnych (dwu- i trójstanowych).

Poniżej w analogicznym układzie przedstawiono wyniki modelowania dla pozostałych przypadków, pomijając jedynie (wyjaśniono powyżej) wyniki dla różnorodnych sieci projektowanych w celu wytypowania najefektywniejszej struktury sieci.

b) modele dla klasy ziarnowej $45\div 71\mu m$

Do budowy modeli sieci neuronowych dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45\div 71\mu m$ wykorzystano 16 zmiennych wejściowych. Ich charakterystykę statystyczną podano w tabeli 11.7.

Tabela 11.7 Statystyki opisowe zmiennych wejściowych wykorzystywanych przez modele dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45\div 71\mu m$

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_1	730	0,617	0,248	0,846	0,104
K_2	730	0,684	0,419	0,846	0,074
K_3	730	1,041	1,000	1,239	0,046
K_{Cl}	730	0,715	0,290	1,000	0,142
K_Z	730	0,552	0,238	0,834	0,114
K_{Cr}	730	25,524	7,003	94,410	18,556
K_E	730	0,468	0,002	0,958	0,226
$I_{Kurt.}$	730	1,712	-1,422	28,619	2,985
$I_{Max.}$	730	205,000	141,000	255,000	36,104
$I_{\dot{S}_r}$	730	154,924	120,878	240,619	20,117
$I_{Min.}$	730	109,585	60,000	161,000	15,026
I_σ	730	15,296	3,449	49,749	8,639
K_S	730	0,004	-0,503	0,680	0,177
K_β	730	2,429	1,527	5,340	0,609
K_α	730	1,681	1,000	4,786	0,619
K_W	730	1,548	1,236	2,311	0,183

Ogólna postać modeli wyrażona jest następującą zależnością funkcyjną:

$$\begin{aligned}
 \text{TYP LITOLOGICZNY RUDY } (W, L, P) = f(K_1, K_2, K_3, K_{Cl}, K_Z, K_{Cr}, K_E, I_{Kurt.}, \\
 I_{Max.}, I_{\dot{S}_r}, I_{Min.}, I_\sigma, K_S, K_\beta, K_\alpha, K_W)
 \end{aligned}
 \quad (35)$$

Z liczby zmiennych wejściowych biorących udział w wyjaśnianiu powyższego zagadnienia klasyfikacji wynika, że poszukiwane modele będą charakteryzować się złożoną strukturą.

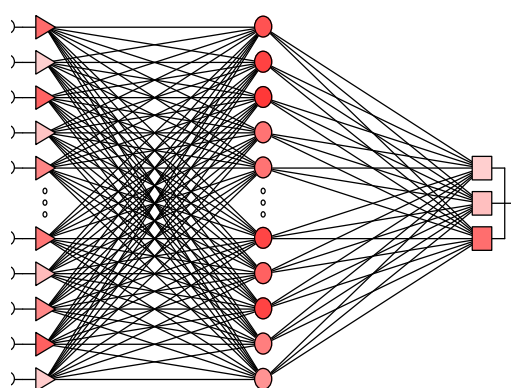
W wyniku opisanej powyżej procedury poszukiwania najlepszych sieci RBF oraz ich douczania i tworzenia zespołów sieci, otrzymano dla przypadku b) 5 efektywnych modeli sieci RBF oraz składający się z nich zespół. Charakterystykę tych sieci przedstawiono w tabeli 11.8.

Tabela 11.8 Edytor zbioru douczonych sieci typu RBF oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu\text{m}$

Nr.sieci	Typ	Wejścia	Ukryte	Jakość uczenia	Jakość walidacji	Jakość testowania	Błąd uczenia	Błąd walidacji	Błąd testowania
6	RBF	13	58	0,8087	0,7747	0,7582	0,3260	0,3508	0,3650
7	RBF	14	38	0,7678	0,7363	0,7527	0,3516	0,3523	0,3617
8	RBF	14	67	0,8251	0,8132	0,6813	0,3200	0,3451	0,3867
9	RBF	16	58	0,7923	0,7692	0,7363	0,3338	0,3618	0,3728
10	RBF	16	88	0,8169	0,7582	0,7033	0,3060	0,3535	0,4011
Zespół	RBF	16	[5]	0,8175	0,7648	0,7154	0,3177	0,3561	0,3811

Najefektywniejszą siecią w tym przypadku okazała się sieć nr 6 wykorzystująca najmniejszą liczbę zmiennych wejściowych – 13 oraz 58 neuronów radialnych w warstwie ukrytej. Sieć ta charakteryzowała się, na tle pozostałych sieci, stosunkowo wysoką jakością działania wyrażającą stopień poprawnych klasyfikacji (szczególnie w podzbiorze testowym 0,7582) oraz najniższą wartością błędu podczas uruchamiania sieci dla danych z podzbioru testowego (0,365).

Graficzne przedstawienie struktury najlepszej sieci nr 6 pokazano na rysunku 11.2.



Rys. 11.2. Schemat najlepszej douczonej sieci RBF nr 5 dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu\text{m}$

Efektywność działania sieci nr 6 potwierdzają również statystyki klasyfikacyjne (tab. 11.9), które wskazują 80,74 % poprawnych klasyfikacji ziaren rudy węglanowej i 81,17 %

ziaren rudy piaskowcowej. Jedynie klasyfikacja rudy łupkowej nastęrcza modelowi trudności wykazując się niespełna 70 % poprawnością. Podobny poziom klasyfikacji wykazuje zespół sieci, przy czym nie potrafi on zidentyfikować po kilka ziaren w każdym z typów rud.

Tabela 11.9 Klasyfikacje douczonych sieci RBF oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu m$

PRZYPADKI	W(6)	Ł(6)	P(6)	W(Z)	Ł(Z)	P(Z)
Wszystkie	270	136	324	270	136	324
Poprawne	218	94	263	216	93	268
Niepoprawne	52	42	61	51	39	53
Nieznane	0	0	0	3	4	3
Popraw.(%)	80,74	69,12	81,17	80,00	68,38	82,72
Niepopr.(%)	19,26	30,88	18,83	18,89	28,68	16,36
Nieznane(%)	0,00	0,00	0,00	1,11	2,94	0,93

Analiza macierzy pomyłek dla wytypowanej sieci nr 6 i zespołu sieci (tab. 11.10) potwierdza porównywalną skuteczność klasyfikacji obu modeli, a także tendencję do omyłkowej identyfikacji ziaren rudy łupkowej jako ziarna dolomitowe, ziaren rudy węglanowej jako ziarna piaskowca oraz ziaren rudy piaskowcowej najczęściej mylnie klasyfikowanych jako ziarna rudy węglanowej.

Tabela 11.10 Macierz pomyłek najlepszej douczonej sieci RBF oraz zespołu sieci dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu m$

	WĘGLAN	ŁUPEK	PIASKOWIEC
WĘGLAN (6)	218	27	41
ŁUPEK (6)	20	94	20
PIASKOWIEC (6)	32	15	263
Suma ziaren	270	136	324
WĘGLAN (Z)	216	24	40
ŁUPEK (Z)	19	93	13
PIASKOWIEC(Z)	32	15	268
Suma ziaren	267	132	321

W tabeli 11.11 przedstawiono kolejność wprowadzania do modeli poszczególnych zmiennych wejściowych wykazując tym samym ich przydatność klasyfikacyjną. Dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu m$ najistotniejszą zmienną okazał się współczynnik K_{Cr} oraz maksymalny poziom szarości I_{Max} .

Tabela 11.11 Analiza wrażliwości parametrów modeli sieci douczonych oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu\text{m}$

Sieci	K_1	K_2	K_3	K_{C1}	K_Z	K_{Cr}	K_E	$I_{Kurt.}$	$I_{Max.}$	I_{σ_r}	$I_{Min.}$	I_{\square}	K_S	K_{β}	K_{α}	K_W
6	13	7	12	5		2	6	9	1	4	10	3	11		8	
7	13	6	8	11	9	1	4	10	3	5	12	2	7			14
8	12	13	8	6	9	2	10	7	1	3	5	4	11		14	
9	14	10	9	4	12	1	6	7	2	5	13	3	11	16	8	15
10	12	11	5	7	13	1	10	9	2	4	6	3	8	14	15	16
Zespół	14	16	7	6	13	1	10	2	4	5	3	11	8	12	15	9

c) modele dla klasy ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$

Algorytm doboru zmiennych wejściowych najskuteczniej charakteryzujących problem trójstanowego zagadnienia klasyfikacji rudy miedzi w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$, wskazał 12 zmiennych wykorzystywanych do budowy modeli. Wartości podstawowych statystyk wytypowanych zmiennych przedstawiono w tabeli 11.12.

Tabela 11.12 Statystyki opisowe zmiennych wejściowych wykorzystywanych przez modele dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_1	894	0,593	0,209	0,836	0,106
K_2	894	0,667	0,400	0,836	0,073
K_3	894	1,059	1,000	1,309	0,060
K_{C1}	894	0,670	0,282	1,000	0,143
K_Z	894	0,516	0,209	0,834	0,116
K_{Cr}	894	77,922	4,764	242,939	55,488
K_E	894	0,497	0,020	0,964	0,217
$I_{Max.}$	894	219,360	131,000	255,000	35,344
I_{σ}	894	15,273	5,173	55,950	8,968
K_{β}	894	2,620	1,526	6,101	0,729
K_{α}	894	1,729	1,000	4,598	0,614
K_W	894	1,605	1,235	2,470	0,209

Ogólna postać funkcyjna poszukiwanych modeli wyrażona została następującą zależnością:

$$TYPLITOLOGICZNY RUDY (W, L, P) = f(K_1, K_2, K_3, K_{C1}, K_Z, K_{Cr}, K_E, I_{Max.}, I_{\sigma}, K_{\beta}, K_{\alpha}, K_W) \quad (36)$$

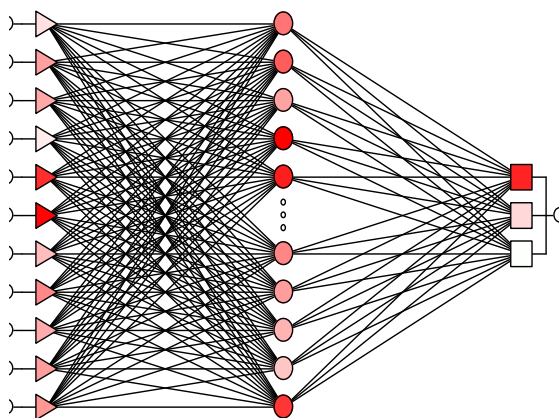
W tabeli 11.13 przedstawiono charakterystykę najefektywniejszych modeli sieci neuronowych realizujących zagadnienie klasyfikacji trzech typów rud miedzi w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$.

Tabela 11.13 Edytor zbioru douczonych sieci typu RBF oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$

Nr.sieci	Typ	Wejścia	Ukryte	Jakość uczenia	Jakość walidacji	Jakość testowania	Błąd uczenia	Błąd walidacji	Błąd testowania
6	RBF	12	67	0,8914	0,8929	0,8705	0,2655	0,2743	0,2737
7	RBF	10	101	0,9246	0,8973	0,8705	0,2254	0,2724	0,2834
8	RBF	10	29	0,8914	0,8929	0,8795	0,2777	0,2903	0,3054
9	RBF	11	101	0,9202	0,9107	0,8884	0,2388	0,2738	0,2837
10	RBF	10	117	0,9335	0,9063	0,8884	0,2304	0,2745	0,2882
Zespół	RBF	12	[5]	0,9122	0,9000	0,8795	0,2490	0,2771	0,2869

Wszystkie zaproponowane sieci wyróżniały się wysokimi wskaźnikami jakości uczenia, walidacji i testowania podzbiorów, co wskazywało z kolei na wysoki odsetek poprawnych klasyfikacji (tab.11.14). Duża efektywność sieci osiągnięta została przy zastosowaniu złożonej struktury sieci. Najefektywniejszą siecią w tym przypadku okazała się sieć nr 9 wykorzystująca 11 zmiennych wejściowych oraz 101 neuronów radialnych w warstwie ukrytej. Sieć charakteryzowała się wartościami wskaźników jakości na poziomie: 0,9202, 0,9107, 0,8884 odpowiednio dla zbioru uczącego, walidacyjnego i testowego oraz odpowiadającymi zbiorom wartościami błędów działania: 0,2388, 0,2738, 0,2837.

Schemat budowy najlepszej sieci nr 9 przedstawiono na rysunku 11.3.



Rys. 11.3. Schemat najlepszej douczonej sieci RBF nr 9 dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$

W tabeli 11.14 podano statystyki klasyfikacyjne dla najlepszej wytypowanej sieci nr 9 oraz zespołu sieci.

Tabela 11.14 Klasyfikacje douczonych sieci RBF oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$

PRZYPADKI	W(9)	Ł(9)	P(9)	W(Z)	Ł(Z)	P(Z)
Wszystkie	300	248	351	300	248	351
Poprawne	284	203	331	290	204	332
Niepoprawne	16	45	20	10	43	19
Nieznane	0	0	0	0	1	0
Popraw.(%)	94,67	81,85	94,30	96,67	82,26	94,59
Niepopr.(%)	5,33	18,15	5,70	3,33	17,34	5,41
Nieznane(%)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,40	0,00

Jak wynika z analizy zawartych w tabeli przypadków, każda z sieci osiąga wysoki stopień poprawnych klasyfikacji, szczególnie ziaren reprezentujących rudę węglanową (ok. 95 %) i piaskowcową (ok. 94 %). Wyniki poprawnych klasyfikacji dla rudy łupkowej osiągają poziom ok. 82 %. Zespół sieci nie zdołał zidentyfikować jednego ziarna rudy łupkowej, co stanowi 0,4 % wszystkich klasyfikowanych przypadków.

Szczegółowe informacje o liczbie ziaren klasyfikowanych do poszczególnych typów rud miedzi przedstawia tabela 11.15.

Tabela 11.15 Macierz pomyłek najlepszej douczonej sieci RBF oraz zespołu sieci dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$

	WĘGLAN	ŁUPEK	PIASKOWIEC
WĘGLAN (9)	284	30	4
ŁUPEK (9)	16	203	16
PIASKOWIEC (9)	0	15	331
Suma ziaren	300	248	351
WĘGLAN (Z)	290	30	5
ŁUPEK (Z)	9	204	14
PIASKOWIEC(Z)	1	13	332
Suma ziaren	300	247	351

Ziarna rudy węglanowej skuteczniej klasyfikował zespół sieci (290 poprawnych klasyfikacji), natomiast ziarna rudy łupkowej i piaskowcowej klasyfikowane były niemalże w jednakowym stopniu przez obie sieci. Stosunkowo najwięcej pomyłek dotyczyło rudy łupkowej, która omyłkowo klasyfikowana była jako ruda węglanowa (po 30 błędnych klasyfikacji dla obu sieci). Rudę węglanową natomiast, najczęściej (16 i 9 przypadków) sieci klasyfikowały błędnie jako rudę łupkową, a piaskowcową (16 i 14 przypadków) jako rudę łupkową.

Dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$ najistotniejszą zmienną objaśniającą ponownie okazał się współczynnik K_{Cr} , a jako drugą w kolejności współczynnik kształtu K_{Cl} (tab. 11.16).

Tabela 11.16 Analiza wrażliwości parametrów modeli sieci douczonych oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej 71÷100µm

Sieci	K_1	K_2	K_3	K_{C1}	K_Z	K_{Cr}	K_E	I_{Max}	I_σ	K_β	K_α	K_W
6	9	8	6	2	7	1	5	3	4	11	12	10
7		7	4	2	8	1	6	3	5	10		9
8		5	6	2	7	1		4	3	10	9	8
9		9	5	2	7	1	6	3	4	11	8	10
10		4	6	2	8	1	5	3	7	9		10
Zespół	12	7	5	2	8	1	6	3	4	9	11	10

d) modele dla klasy ziarnowej 0÷100µm

Algorytm doboru zmiennych wejściowych wytypował 10 zmiennych, najskuteczniej objaśniających badane zagadnienie klasyfikacji. Wykaz zmiennych, licznosc zbioru oraz wartości podstawowych ich statystyk przedstawiono w tabeli 11.17.

Tabela 11.17 Statystyki opisowe zmiennych wejściowych wykorzystywanych przez modele dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej 0÷100µm

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_3	2353	1,050	1,000	1,299	0,052
K_{C1}	2353	0,689	0,282	1,000	0,143
K_Z	2353	0,532	0,209	0,834	0,115
K_{Cr}	2353	42,566	3,626	242,939	46,268
K_E	2353	0,489	0,002	0,969	0,225
I_{Max}	2353	205,832	131,000	255,000	36,701
I_{Sr}	2354	151,805	112,837	243,386	19,806
I_σ	2353	14,406	3,449	55,950	8,263
K_β	2353	2,531	1,526	6,101	0,672
K_W	2353	1,579	1,235	2,470	0,197

Ogólną postać modeli wyrażono więc następującą zależnością:

$$TYP\ LITOLOGICZNY\ RUDY\ (W, L, P) = f(K_3, K_{C1}, K_Z, K_{Cr}, K_E, I_{Max}, I_{Sr}, I_\sigma, K_\beta, K_W) \quad (37)$$

Najskuteczniejszą siecią spośród przedstawionych i scharakteryzowanych w tabeli 11.18, zaprojektowanych w wyniku procedur poszukiwania najlepszych sieci RBF, okazał się zespół sieci. W skład zespołu wchodzi 5 pojedynczych, douczonych sieci RBF. Sygnał wyjściowy generowany przez zespół sieci jest więc średnim sygnałem wyjściowym sieci składowych. Uzyskano w ten sposób model charakteryzujący się wyrównanymi wartościami wskaźników jakości oraz błędów dla poszczególnych podzbiorów danych.

Budowa oraz struktura połączeń neuronów w zespole jest złożona i wynika m.in. z faktu, iż sieci składowe stanowiące zespół wykorzystują dużą liczbę zmiennych wejściowych (10 zmiennych) oraz neuronów radialnych w warstwie ukrytej (72÷196).

Efektywną siecią składową jest sieć nr 6, która charakteryzuje się stosunkowo prostą budową oraz wyrównanymi wartościami wskaźników jakości i błędów działania.

Tabela 11.18 Edytor zbioru douczonych sieci typu RBF oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$

Nr.sieci	Typ	Wejścia	Ukryte	Jakość uczenia	Jakość walidacji	Jakość testowania	Błąd uczenia	Błąd walidacji	Błąd testowania
6	RBF	10	72	0,6933	0,6820	0,6990	0,3742	0,3770	0,3819
7	RBF	10	196	0,7757	0,7211	0,6667	0,3414	0,3830	0,4086
8	RBF	10	130	0,7349	0,7041	0,6939	0,3579	0,3764	0,3943
9	RBF	10	108	0,7358	0,7279	0,6599	0,3598	0,3709	0,3982
10	RBF	10	96	0,7137	0,6803	0,7211	0,3630	0,3982	0,3787
Zespół	RBF	10	[5]	0,7375	0,7071	0,6840	0,3564	0,3827	0,3927

W tabeli 11.19 przedstawiono statystyki klasyfikacyjne dla najlepszej wytypowanej sieci (zespół) oraz pojedynczej sieci nr 6.

Tabela 11.19 Klasyfikacje douczonych sieci RBF oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$

PRZYPADKI	W(6)	Ł(6)	P(6)	W(Z)	Ł(Z)	P(Z)
Wszystkie	762	518	1073	762	518	1073
Poprawne	495	321	812	526	319	867
Niepoprawne	267	197	261	219	187	188
Nieznane	0	0	0	17	12	18
Popraw.(%)	64,96	61,97	75,68	69,03	61,58	80,80
Niepopr.(%)	35,04	38,03	24,32	28,74	36,10	17,52
Nieznane(%)	0,00	0,00	0,00	2,23	2,32	1,68

Analiza klasyfikacji przypadków poprawnych, niepoprawnych oraz nieznanymi wskazuje, że wyższymi zdolnościami predykcyjnymi charakteryzuje się zespół sieci. Zespół wykazuje w około 2 % przypadków niezdecydowanie w działaniu objawiające się nierozpoznanymi przypadkami. Odjęcie niezidentyfikowanych ziaren od całości zbioru zwiększy odsetek poprawnych klasyfikacji, choć z technologicznego punktu widzenia ruda niezidentyfikowana ma charakter wielkości zakłócającej proces wzbogacania rudy, co jest zjawiskiem niekorzystnym.

Jakość uczenia, walidacji i testowania na poziomie odpowiednio: 0,7375, 0,7071, 0,6840, wartości błędów równe: 0,3564, 0,3827, 0,3927 oraz odsetek poprawnych klasyfikacji rudy węglanowej (69,03 %), łupkowej (61,58 %) i piaskowcowej (80,80 %) świadczą, iż najlepszy model (zespół sieci) dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w szerokiej klasie ziarnowej ($0 \div 100 \mu\text{m}$) charakteryzuje się, na tle zagadnień klasyfikacyjnych w wąskich klasach ziarnowych, jedynie zadowalającymi zdolnościami predykcyjnymi, w szczególności dla rudy

węglanowej i łupkowej. Dla rudy piaskowcowej poziom rozpoznawania rudy jest wysoki (80,8 %).

Niższa skuteczność działania modelu może wynikać z szerokiej reprezentacji zbioru ziaren pod względem wielkości uziarnienia ($0 \div 100 \mu\text{m}$), zakłócającej proces ich rozpoznawania.

W tabeli 11.20 podano szczegółowe informacje o liczbie ziaren klasyfikowanych do poszczególnych typów rud miedzi.

Tabela 11.20 Macierz pomyłek najlepszej douczonej sieci RBF oraz zespołu sieci dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$

	WĘGLAN	ŁUPEK	PIASKOWIEC
WĘGLAN (6)	495	104	158
ŁUPEK (6)	95	321	103
PIASKOWIEC (6)	172	93	812
Suma ziaren	762	518	1073
WĘGLAN (Z)	526	108	120
ŁUPEK (Z)	60	319	68
PIASKOWIEC(Z)	159	79	867
Suma ziaren	745	506	1055

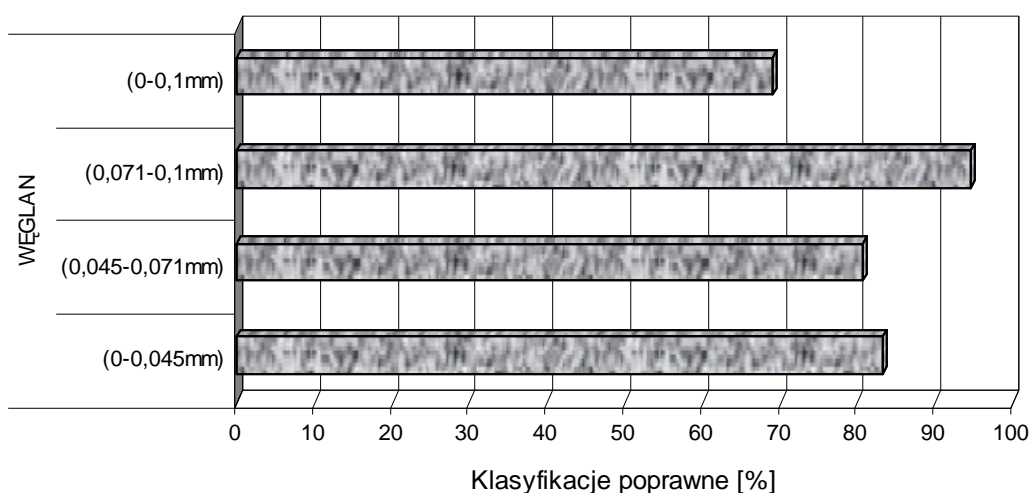
Z analizy macierzy pomyłek dla rozważanego przypadku wynika, że stosunkowo najwięcej pomyłek dotyczy rudy łupkowej, która jest mylona z węglanową (104 błędne klasyfikacje sieci nr 6 i 108 dla zespołu sieci) oraz rudy węglanowej błędnie klasyfikowanej jako ruda piaskowcowa (172 błędne klasyfikacje sieci nr 6 i 159 dla zespołu sieci). Ruda piaskowcowa najczęściej rozpoznawana jest omyłkowo jako ruda węglanowa, w 158 przypadkach przez sieć nr 6 i w 120 przypadkach przez zespół sieci.

W tabelach 11.21 przedstawiono rangę ważności zmiennych wejściowych objaśniających badane zagadnienie klasyfikacji realizowane przez poszczególne modele sieci neuronowych. Dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$ najistotniejszą zmienną w modelach okazał się współczynnik kształtu K_{Cl} , oraz współczynnik K_{Cr} i maksymalny poziom szarości I_{Max} .

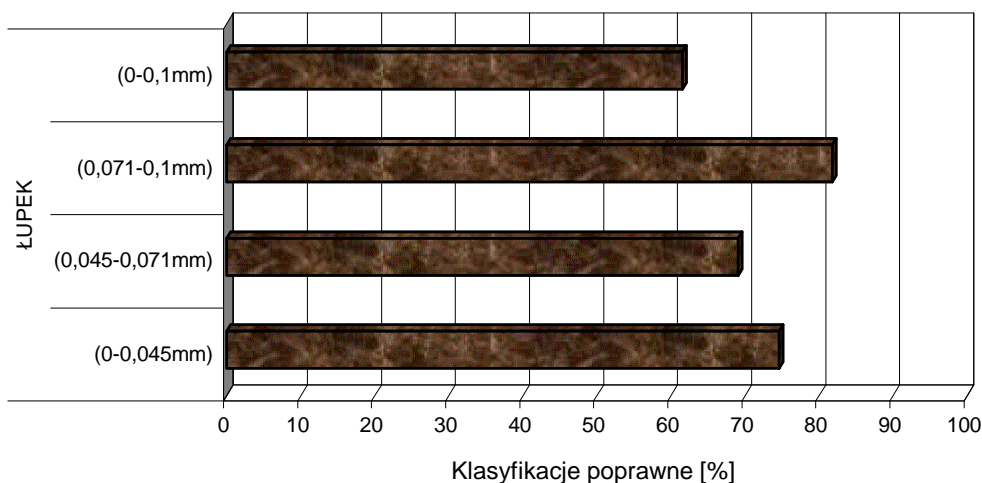
Tabela 11.21 Analiza wrażliwości parametrów modeli sieci douczonych oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$

Sieci	K_3	K_{Cl}	K_Z	K_{Cr}	K_E	I_{Max}	I_{Sr}	I_σ	K_β	K_W
10	6	4	5	1	7	2	8	3	10	9
17	10	1	6	3	4	2	9	5	7	8
44	8	1	6	2	5	3	7	4	9	10
67	7	1	8	2	5	3	6	4	9	10
70	5	1	8	2	6	3	7	4	9	10
Zespół	7	1	5	2	6	3	8	4	9	10

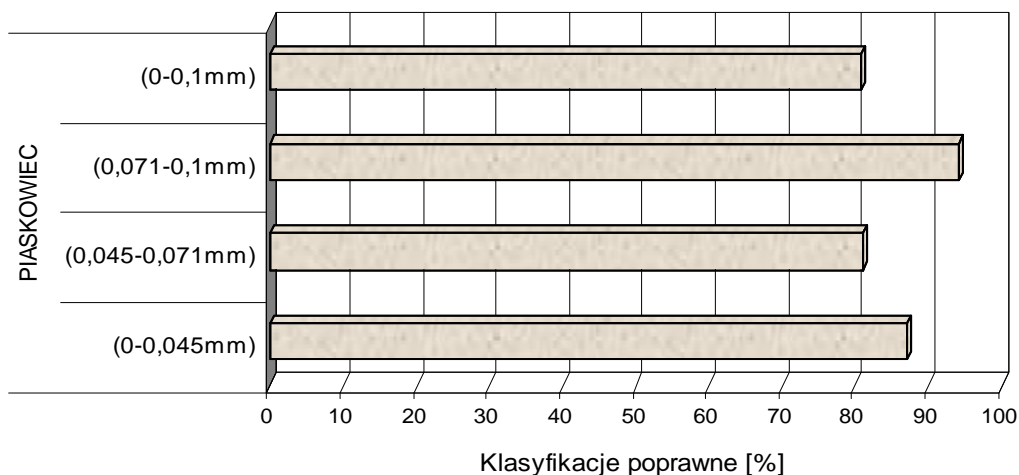
W celu podsumowania działania modeli sieci neuronowych dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w różnych klasach ziarnowych, polegającego na klasyfikowaniu ziaren trzech odmian litologicznych rudy miedzi, wykonano wykresy (rys. 11.4÷11.7) przedstawiające w różnym ujęciu procentowe udziały poprawnych klasyfikacji realizowanych przez najskuteczniejsze wytypowane sieci lub zespoły.



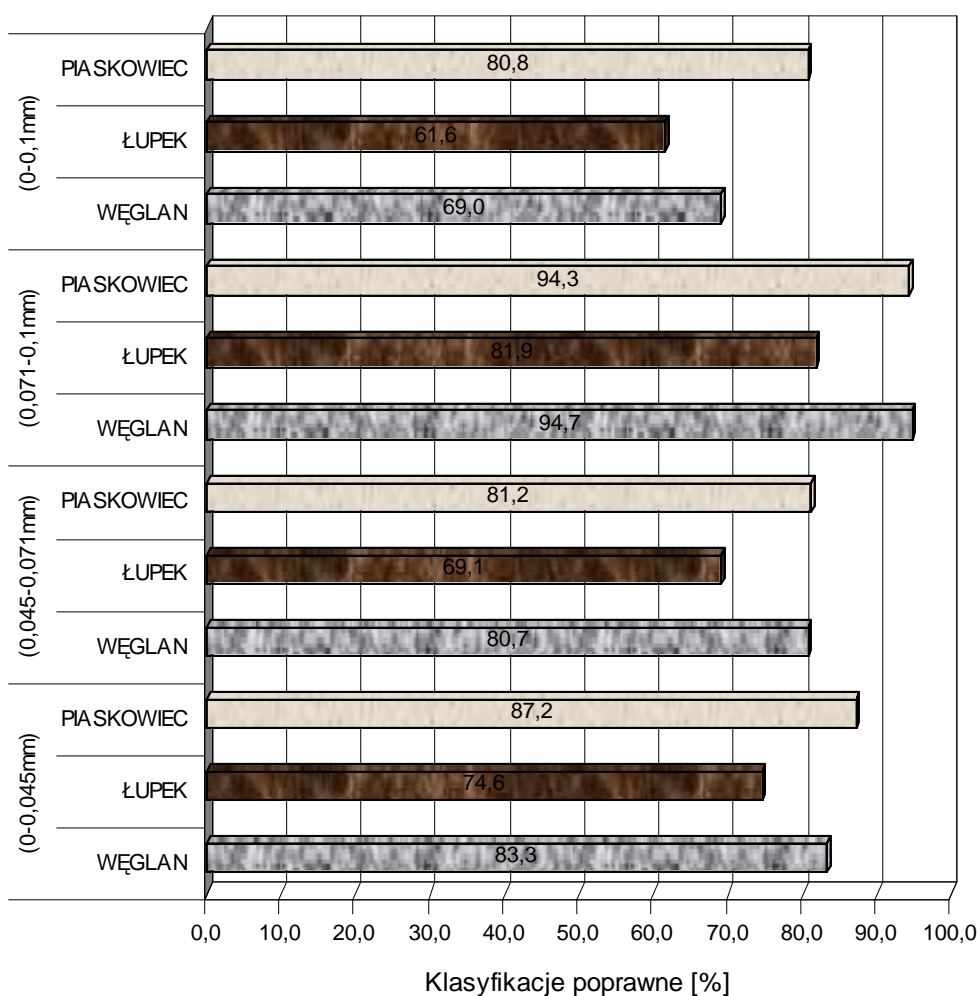
Rys. 11.4. Odsetek poprawnych klasyfikacji ziaren rudy węglanowej realizowanych przez najskuteczniejsze modele sieci neuronowych w zagadnieniu trójstanowym



Rys. 11.5. Odsetek poprawnych klasyfikacji ziaren rudy łupkowej realizowanych przez najskuteczniejsze modele sieci neuronowych w zagadnieniu trójstanowym



Rys. 11.6. Odsetek poprawnych klasyfikacji ziaren rudy piaskowcowej realizowanych przez najskuteczniejsze modele sieci neuronowych w zagadnieniu trójstanowym



Rys. 11.7. Odsetek poprawnych klasyfikacji ziaren wszystkich typów rud w poszczególnych klasach ziarnowych realizowanych przez najskuteczniejsze modele sieci neuronowych w zagadnieniu trójstanowym

Z powyższych wykresów wynika, że dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji rudy miedzi, najskuteczniej rozpoznawaną przez modele sieci neuronowych odmianą litologiczną jest ruda piaskowcowa (rys 11.6), a najgorzej identyfikowaną ruda łupkowa (rys. 11.5).

Ponadto najlepszymi zdolnościami predykcyjnymi charakteryzuje się model sieci dla klasy ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$ (rys. 11.7) który wyróżnia się także najwyższymi wskaźnikami jakości oraz najmniejszymi wartościami błędów: uczenia, walidacji i testowania sieci (tab. 11.13), natomiast najłabsze zdolności predykcyjne wykazuje model dla szerokiej klasy ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$. Jego wskaźniki oceny (jakości, błędy) są stosunkowo najgorsze (tab. 11.18). Należy jednak zauważyć, że poziom poprawnych klasyfikacji rudy piaskowcowej dla tego modelu jest dobry i wynosi 80,8 %

Biorąc pod uwagę uzasadnioną względami technologicznymi potrzebę ciągłego określania w rudzie, szczególnie w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$, ilościowych udziałów poszczególnych typów litologicznych, a także stosunkowo najwyższą reprezentatywność klasy $0 \div 100 \mu\text{m}$ pod względem składu litologicznego spośród analizowanych klas, należy model opracowany dla szerokiej klasy ziarnowej traktować jako najistotniejszy.

Uwzględniając uwarunkowania technologiczne polegające na oddzielnym przygotowywaniu i wzbogacaniu dwóch typów rud: węglanowo-łupkowej i piaskowcowej, oraz fakt najskuteczniejszej identyfikacji rudy piaskowcowej, dodatkowo rozpatrzono dwustanowe zagadnienie klasyfikacji opracowując modele sieci neuronowych identyfikujące dwie odmiany litologiczne rudy: piaskowcową i węglanowo-łupkową poprzez połączenie przypadków dla odmiany węglanowej i łupkowej w jeden zbiór danych.

Wyniki modelowania oparte na identycznych procedurach badawczych jak w przypadku zagadnienia trójstanowego, zaprezentowano w ten sam sposób i przedstawiono poniżej.

2. Modele dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji – identyfikujące dwa typy rud: węglanowo-łupkową (*W-L*) i piaskowcową (*P*)

a) modele dla klasy ziarnowej ($0 \div 45 \mu\text{m}$)

Algorytm doboru zmiennych wejściowych wytypował 14 zmiennych wykorzystywanych do budowy modeli, dwukrotnie więcej niż w analogicznym zagadnieniu trójstanowym. Wartości podstawowych statystyk wytypowanych zmiennych przedstawiono w tabeli 11.22.

Tabela 11.22 Statystyki opisowe zmiennych wejściowych wykorzystywanych przez modele dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej 0÷45µm

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_1	724	0,607	0,235	0,874	0,106
K_2	724	0,679	0,380	0,874	0,070
K_3	724	1,048	1,000	1,269	0,048
K_{Cl}	724	0,685	0,283	0,964	0,140
K_{Cr}	724	15,201	3,626	73,384	11,144
K_E	724	0,499	0,041	0,969	0,231
$I_{Kurt.}$	724	1,042	-1,473	22,356	2,232
$I_{Max.}$	724	189,655	138,000	255,000	31,957
$I_{Śr.}$	724	151,889	122,410	236,542	19,517
$I_{Min.}$	724	114,258	75,000	150,000	10,173
I_{σ}	724	12,517	3,926	41,417	6,681
$I_{Skoś.}$	724	-0,060	-2,330	3,099	0,759
K_S	724	-0,075	-0,665	0,551	0,181
K_F	724	1,300	0,281	4,625	0,608

Ogólna postać funkcyjna poszukiwanych modeli wyrażona została następującą zależnością:

$$TYP LITOLOGICZNY RUDY (W - L, P) = f(K_1, K_2, K_3, K_{Cl}, K_{Cr}, K_E, I_{Kurt.}, I_{Max.}, I_{Śr.}, I_{Min.}, I_{\sigma}, I_{Skoś.}, K_S, K_F,) \quad (38)$$

W tabeli 11.23 przedstawiono charakterystykę najefektywniejszych modeli sieci neuronowych realizujących zagadnienie klasyfikacji dwóch typów rud miedzi w klasie ziarnowej 71÷100 µm.

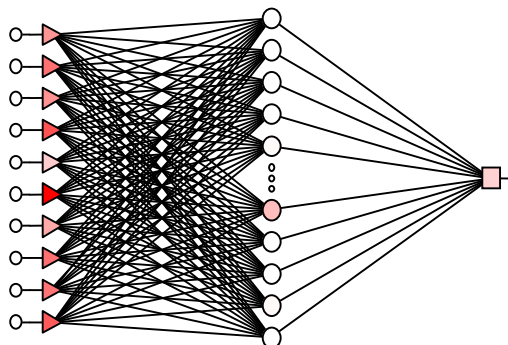
Tabela 11.23 Edytor zbioru douczonych sieci typu RBF oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej 0÷45µm

Nr.sieci	Typ	Wejścia	Ukryte	Jakość uczenia	Jakość walidacji	Jakość testowania	Błąd uczenia	Błąd walidacji	Błąd testowania
6	RBF	14	58	0,9116	0,8674	0,8840	0,3013	0,3514	0,3458
7	RBF	13	101	0,9420	0,8398	0,8453	0,2566	0,3365	0,3499
8	RBF	10	110	0,9475	0,8950	0,8895	0,2425	0,3286	0,3282
9	RBF	10	133	0,9420	0,9006	0,8950	0,2382	0,3296	0,3419
10	RBF	13	73	0,9420	0,8785	0,9061	0,2772	0,3298	0,3095
Zespół	RBF	14	[5]	0,9370	0,8762	0,8840	0,2632	0,3352	0,3351

Wszystkie sieci wyróżniały się wysokimi wskaźnikami jakości uczenia, natomiast stosunkowo niższymi walidacji i testowania podzbiorów. Wartości błędów zbioru uczącego były zauważalnie niższe niż w przypadku zbiorów walidacyjnego i testowego, co mogło wskazywać na zjawisko przeuczenia sieci. Najefektywniejszą siecią okazała się sieć nr 8 wykorzystująca 10 zmiennych wejściowych oraz 110 neuronów radialnych w warstwie ukrytej. Sieć charakteryzowała się wartościami wskaźników jakości na poziomie: 0,9475, 0,8950, 0,8895

odpowiednio dla zbioru uczącego, walidacyjnego i testowego oraz następującymi wartościami błędów dla tych zbiorów: 0,2388, 0,2738, 0,2837.

Schemat budowy najlepszej sieci nr 8 przedstawiono na rysunku 11.8.



Rys. 11.8. Schemat najlepszej douczonej sieci RBF nr 8 dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0\div 45\mu m$

W tabeli 11.24 podano statystyki klasyfikacyjne dla najlepszej wytypowanej sieci nr 8 oraz zespołu sieci.

Tabela 11.24 Klasyfikacje douczonych sieci RBF oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0\div 45\mu m$

PRZYPADKI	W-Ł (8)	P(8)	W-Ł (Z)	P(Z)
Wszystkie	326	398	326	398
Poprawne	303	363	302	362
Niepoprawne	23	35	24	36
Nieznane	0	0	0	0
Popraw.(%)	92,94	91,21	92,63	90,95
Niepopr.(%)	7,06	8,79	6,13	7,54
Nieznane(%)	0,00	0,00	0,00	0,00

Jak wynika z analizy zawartych w tabeli przypadków, każda z sieci osiąga wysoki stopień poprawnych klasyfikacji, z przewagą nieznacznie skuteczniejszej identyfikacji rudy węglanowo-łupkowej. Pomimo lepszej jakości i mniejszych błędów sieci nr 8, obie sieci charakteryzują się niemal identycznym wskaźnikiem poprawnych klasyfikacji.

Dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0\div 45\mu m$ najistotniejszymi zmiennymi objaśniającymi zagadnienie okazał się maksymalny poziom szarości ziaren I_{Max} i współczynnik K_{Cr} , a także odchylenie standardowe poziomu szarości I_{σ} (tab. 11.25).

Tabela 11.25 Analiza wrażliwości parametrów modeli sieci douczonych oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 45 \mu m$

Nr sieci	K_1	K_2	K_3	K_{Cl}	K_{Cr}	K_E	$I_{Kurt.}$	$I_{Max.}$	$I_{\dot{S}r.}$	$I_{Min.}$	I_{σ}	$I_{Skoś.}$	K_S	K_F
6	10	5	7	2	1	4	6	3	12	13	14	11	9	8
7	9	8	5	6	1	11	3	2	7	12	4	10	13	
8	9		7		2	10	3	1	5	8	4	6		
9	10		6		2	8	4	1	5	7	3	9		
10	12	9	8	7	2	5	4	1	6	11	3	10	13	
Zespół	12	11	7	6	2	8	4	1	5	10	3	9	14	13

b) modele dla klasy ziarnowej $45 \div 71 \mu m$

Do budowy modeli sieci neuronowych dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu m$ wykorzystano 16 zmiennych wejściowych, a więc taką samą liczbę jak w analogicznym zagadnieniu trójstanowym. Charakterystykę statystyczną zmiennych podano w tabeli 11.26.

Tabela 11.26 Statystyki opisowe zmiennych wejściowych wykorzystywanych przez modele dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu m$

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_1	730	0,617	0,248	0,846	0,104
K_2	730	0,684	0,419	0,846	0,074
K_3	730	1,041	1,000	1,239	0,046
K_{Cl}	730	0,715	0,290	1,000	0,142
K_Z	730	0,552	0,238	0,834	0,114
K_{Cr}	730	25,524	7,003	94,410	18,556
K_E	730	0,468	0,002	0,958	0,226
$I_{Kurt.}$	730	1,712	-1,422	28,619	2,985
$I_{Max.}$	730	205,000	141,000	255,000	36,104
$I_{Min.}$	730	109,585	60,000	161,000	15,026
I_{σ}	730	15,296	3,449	49,749	8,639
$I_{Skoś.}$	730	0,185	-3,020	3,103	0,833
K_S	730	0,004	-0,503	0,680	0,177
K_{α}	730	1,681	1,000	4,786	0,619
K_W	730	1,548	1,236	2,311	0,183
K_F	730	1,075	0,209	3,182	0,442

Ogólną postać modeli wyrażono następującą zależnością funkcyjną:

$$TYP LITOLOGICZNY RUDY (W - L, P) = f(K_1, K_2, K_3, K_{Cl}, K_Z, K_{Cr}, K_E, I_{Kurt.}, I_{Max.}, I_{Min.}, I_{\sigma}, I_{Skoś.}, K_S, K_{\alpha}, K_W, K_F,) \quad (39)$$

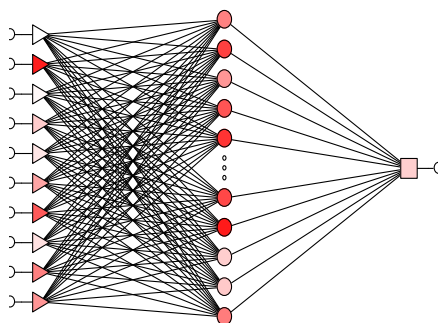
W wyniku procedury poszukiwania najlepszych sieci RBF oraz ich douczania i tworzenia zespołów sieci, otrzymano 5 efektywnych modeli sieci RBF oraz składający się z nich zespół. Charakterystykę tych sieci przedstawiono w tabeli 11.27.

Tabela 11.27 Edytor zbioru douczonych sieci typu RBF oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu m$

Nr.sieci	Typ	Wejścia	Ukryte	Jakość uczenia	Jakość walidacji	Jakość testowania	Błąd uczenia	Błąd walidacji	Błąd testowania
6	RBF	12	58	0,8552	0,8297	0,8297	0,3398	0,3716	0,3751
7	RBF	12	58	0,8251	0,8407	0,8352	0,3642	0,3751	0,3503
8	RBF	12	58	0,8361	0,8736	0,8297	0,3583	0,3442	0,3765
9	RBF	10	44	0,8251	0,8462	0,8571	0,3494	0,3608	0,3628
10	RBF	15	73	0,8689	0,8077	0,8297	0,3297	0,3680	0,3832
Zespół	RBF	16	[5]	0,8421	0,8396	0,8363	0,3483	0,3639	0,3696

Jako najefektywniejszy model wybrano w tym przypadku sieć nr 9 wykorzystującą najmniejszą liczbę zmiennych wejściowych (10) oraz neuronów radialnych w warstwie ukrytej (44). Sieć ta charakteryzowała się, na tle pozostałych sieci, wyrównaną charakterystyką błędów oraz jakości działania.

Graficzne przedstawienie struktury najlepszej sieci nr 9 pokazano na rysunku 11.9.



Rys. 11.9. Schemat najlepszej douczonej sieci RBF nr 9 dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu m$

Wysoką efektywność działania sieci nr 9 potwierdzają również statystyki klasyfikacyjne (tab. 11.28), które wskazują 85,96% poprawnych klasyfikacji ziaren rudy węglanowo-łupkowej i 81,17% poprawnych klasyfikacji ziaren rudy piaskowcowej. Porównywalny poziom klasyfikacji wykazuje zespół sieci, przewyższając nawet sieć nr 9 poprawnymi klasyfikacjami rudy piaskowcowej. Podobnie jak w powyższym przypadku a), również i w tym sieci skuteczniej klasyfikują rudę węglanowo-łupkową.

Tabela 11.28 Klasyfikacje douczonych sieci RBF oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu m$

PRZYPADKI	W-Ł (9)	P (9)	W-Ł (Z.)	P (Z)
Wszystkie	406	324	406	324
Poprawne	349	263	345	270
Niepoprawne	57	61	61	54
Nieznane	0	0	0	0
Popraw.(%)	85,96	81,17	84,97	83,33
Niepopr.(%)	14,04	18,83	14,03	16,67
Nieznane(%)	0,00	0,00	0,00	0,00

W tabeli 11.29 przedstawiono kolejność wprowadzania do modeli poszczególnych zmiennych wejściowych wykazując tym samym ich przydatność klasyfikacyjną.

Tabela 11.29 Analiza wrażliwości parametrów modeli sieci douczonych oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu\text{m}$

Nr sieci	K_I	K_2	K_3	K_{CI}	K_Z	K_{Cr}	K_E	$I_{Kurt.}$	$I_{Max.}$	$I_{Min.}$	I_σ	$I_{Skoś.}$	K_S	K_α	K_W	K_F
10		7	6	10	12	1	11	4	2	5	9	3	8			
15	9		6	3	11	1	8	4	2	7	10	5	12			
20		9	4	10		1	7	6	2	8	5	3	12	11		
25			6	3		1	9	7	2	5	10	4	8			
35	10	11	8	5	12	1	9	7	2	6	4	3	14		15	13
Zespół	7	12	4	13	1	9	5	2	6	8	3	10	11	14	16	15

Dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu\text{m}$ najistotniejszą zmienną okazał się, podobnie jak w analogicznym zagadnieniu trójstanowym, współczynnik K_{Cr} oraz maksymalny poziom szarości $I_{Max.}$. Jedynie zespół sieci dokonał innej hierarchii doboru zmiennych typując jako pierwszą współczynnik kształtu K_Z , natomiast drugą w kolejności kurtozę poziomu szarości ziaren $I_{Kurt.}$

c) modele dla klasy ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$

W tabeli 11.30 podano podstawowe statystyki opisowe zbioru wyselekcjonowanych 13 zmiennych wejściowych wykorzystywanych w modelowaniu.

Tabela 11.30 Statystyki opisowe zmiennych wejściowych wykorzystywanych przez modele dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_I	894	0,593	0,209	0,836	0,106
K_2	894	0,667	0,400	0,836	0,073
K_3	894	1,059	1,000	1,309	0,060
K_{CI}	894	0,670	0,282	1,000	0,143
K_Z	894	0,516	0,209	0,834	0,116
K_{Cr}	894	77,922	4,764	242,939	55,488
K_E	894	0,497	0,020	0,964	0,217
$I_{Kurt.}$	894	6,274	-1,762	71,468	8,944
$I_{Max.}$	894	219,360	131,000	255,000	35,344
I_σ	894	15,273	5,173	55,950	8,968
K_β	894	2,620	1,526	6,101	0,729
K_α	894	1,729	1,000	4,598	0,614
K_W	894	1,605	1,235	2,470	0,209

Ogólna postać modeli sieci dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$ jest więc następująca:

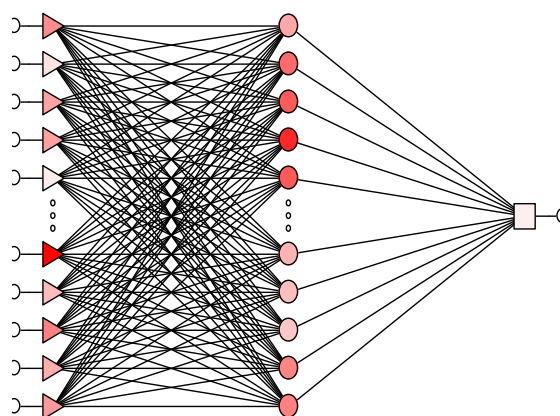
$$TYPLITOLOGICZNY RUDY (W - L, P) = f(K_1, K_2, K_3, K_{Cl}, K_Z, K_{Cr}, K_E, I_{Kurt.}, I_{Max.}, I_{\sigma}, K_{\beta}, K_{\alpha}, K_W) \quad (40)$$

W tabeli 11.31 przedstawiono charakterystykę modeli sieci RBF. W analizowanym przypadku dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu m$, zaprojektowano i douczono 5 efektywnie działających modeli sieci neuronowych oraz ich zespół. Wszystkie sieci charakteryzowały się bardzo wysokimi wartościami wskaźników jakości i małymi błędami uruchamiania sieci na podzbiorach danych. Sieć oznaczona numerem 10 okazała się najefektywniejszą.

Tabela 11.31 Edytor zbioru douczonych sieci typu RBF oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu m$

Nr.sieci	Typ	Wejścia	Ukryte	Jakość uczenia	Jakość walidacji	Jakość testowania	Błąd uczenia	Błąd walidacji	Błąd testowania
6	RBF	12	67	0,9598	0,9327	0,9596	0,2135	0,2536	0,2451
7	RBF	13	48	0,9531	0,9596	0,9327	0,2296	0,2444	0,2446
8	RBF	11	67	0,9665	0,9641	0,9417	0,2172	0,2369	0,2575
9	RBF	12	153	0,9710	0,9552	0,9507	0,1965	0,2508	0,2392
10	RBF	12	106	0,9665	0,9596	0,9552	0,2079	0,2365	0,2430
Zespół	RBF	13	[5]	0,9634	0,9543	0,9480	0,2130	0,2444	0,2459

Na rysunku 11.10 pokazano schemat najefektywniejszej sieci nr 10. Sieć korzysta z 12 zmiennych wejściowych i 106 neuronów radialnych w warstwie ukrytej.



Rys. 11.10. Schemat najlepszej douczonej sieci RBF nr 10 dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu m$

Do szczegółowej analizy zdolności predykcyjnych modeli wykorzystano statystyki klasyfikacyjne. Wyniki klasyfikacji wytypowanej sieci nr 10 oraz zespołu sieci przedstawiono w tabeli 11.32.

Tabela 11.32 Klasyfikacje douczonych sieci RBF oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$

PRZYPADKI	W-Ł (10)	P (10)	W-Ł (Z.)	P (Z)
Wszystkie	547	347	547	347
Poprawne	537	323	533	329
Niepoprawne	10	24	14	18
Nieznane	0	0	0	0
Popraw.(%)	98,17	93,08	97,44	94,81
Niepopr.(%)	1,83	6,92	2,56	5,19
Nieznane(%)	0,00	0,00	0,00	0,00

Jak wynika z analizy przypadków zamieszczonych w tabeli 11.32, sieci po raz kolejny skuteczniej klasyfikują rudę węglanowo-łupkową w zagadnieniu dwustanowym Z wyższą skutecznością (98,17 %) klasyfikuje tą rudę sieć nr 10 natomiast odmianę piaskowcową skuteczniej klasyfikuje zespół sieci (94,81 %).

W celu określenia przydatności poszczególnych parametrów wejściowych do klasyfikacji realizowanej przez sieci oraz wytypowania parametrów najsilniej wpływających na ten proces, w tabeli 11.33 podano kolejność wprowadzania parametrów do modeli. Dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$ najistotniejszymi zmiennymi w modelach pojedynczych sieci okazały się współczynniki K_{Cr} i K_{Cl} , natomiast dla zespołu sieci K_Z i K_2 .

Tabela 11.33 Analiza wrażliwości parametrów modeli sieci douczonych oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$

Sieci	K_1	K_2	K_3	K_{Cl}	K_Z	K_{Cr}	K_E	$I_{Kurt.}$	$I_{Max.}$	I_{\square}	K_{β}	K_{α}	K_W
6		8	2	5	10	1	3	9	4	7	11	6	12
7	8	5	3	2	10	1	9	7	4	6	12	11	13
8		7	5	2	10	1	3	9	6	8		4	11
9		8	4	5	9	1	2	10	3	6	12	7	11
10	6	3	4	2	8	1	9	10	5	7	12		11
Zespół	3	13	2	10	1	5	9	4	7	6	8	12	11

d) modele dla klasy ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$

Algorytm doboru zmiennych wytypował do opisu dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$ 6 zmiennych wejściowych. Jest to najmniejsza liczba zmiennych spośród wszystkich badanych zagadnień klasyfikacji wykorzystywana w modelowaniu. Wykaz zmiennych, licznosc zbioru oraz wartości podstawowych ich statystyk przedstawiono w tabeli 11.34.

Tabela 11.34 Statystyki opisowe zmiennych wejściowych wykorzystywanych przez modele dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu m$

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_3	2380	1,051	1,000	1,373	0,055
K_{Cr}	2380	42,651	3,626	255,351	46,489
K_E	2380	0,490	0,002	0,971	0,226
$I_{Kurt.}$	2380	3,301	-1,765	58,119	6,400
$I_{Max.}$	2380	206,116	131,000	255,000	36,735
I_{σ}	2380	14,497	3,449	59,638	8,459

Ogólną postać modeli wyraża następująca zależność:

$$TYP_{LITOLOGICZNY\ RUDY}(W - L, P) = f(K_3, K_{Cr}, K_E, I_{Kurt.}, I_{Max.}, I_{\sigma}) \quad (41)$$

W tabeli 11.35 przedstawiono charakterystykę sieci otrzymanych w wyniku procedur poszukiwania najlepszych sieci RBF.

Tabela 11.35 Edytor zbioru douczonych sieci typu RBF oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu m$

Nr.sieci	Typ	Wejścia	Ukryte	Jakość uczenia	Jakość walidacji	Jakość testowania	Błąd uczenia	Błąd walidacji	Błąd testowania
6	RBF	6	87	0,7840	0,7562	0,7546	0,3856	0,4097	0,4094
7	RBF	6	198	0,8361	0,7613	0,7765	0,3556	0,4146	0,4064
8	RBF	6	110	0,7773	0,7798	0,7631	0,3841	0,4013	0,4023
9	RBF	6	91	0,7739	0,7748	0,7546	0,3908	0,4056	0,4056
10	RBF	6	91	0,7840	0,7697	0,7647	0,3843	0,4091	0,4049
Zespół	RBF	6	[5]	0,7911	0,7714	0,7627	0,3801	0,4084	0,4057

Spośród 5 najlepszych sieci RBF i ich zespołu, wytypowano dwie najskuteczniejsze o bardzo zbliżonych parametrach: sieć nr 8 i zespół sieci. Skuteczną siecią mogłaby okazać się sieć nr 7, gdyby nie wykazywała wyraźnej oznaki przeuczenia, przejawiającej się większą różnicą błędów dla podzbioru uczącego (0,3556) i walidacyjnego (0,4146). Wszystkie sieci, podobnie jak w zagadnieniu trójstanowym, wykorzystywały dużą liczbę neuronów radialnych.

W celu ostatecznego wytypowania najskuteczniejszej sieci sprawdzono stopień poprawnych klasyfikacji. W tabeli 11.36 przedstawiono statystyki klasyfikacyjne dla sieci nr 8 oraz zespołu sieci.

Tabela 11.36 Klasyfikacje douczonych sieci RBF oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$

PRZYPADKI	W-Ł (8)	P (8)	W-Ł (Z.)	P (Z)
Wszystkie	1291	1089	1291	1089
Poprawne	1001	848	1020	851
Niepoprawne	290	241	271	238
Nieznane	0	0	0	0
Popraw.(%)	77,54	77,87	79,01	78,15
Niepopr.(%)	22,46	22,13	20,99	21,85
Nieznane(%)	0,00	0,00	0,00	0,00

Analiza klasyfikacji wykazała, że wyższymi zdolnościami predykcyjnymi charakteryzuje się zespół sieci.

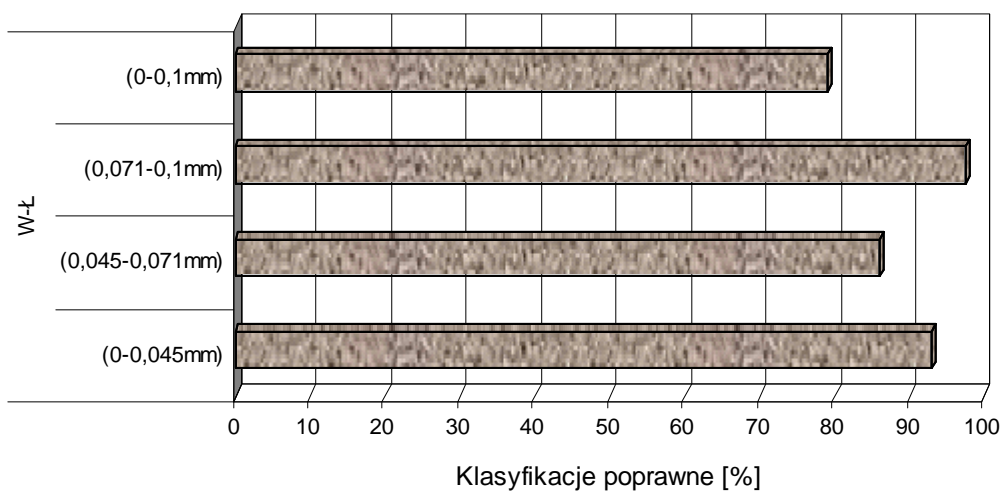
Jakość uczenia, walidacji i testowania na poziomie odpowiednio: 0,7911, 0,7714, 0,7627, wartości błędów równe: 0,3801, 0,4084, 0,4057 oraz odsetek poprawnych klasyfikacji rudy węglanowo-lupkowej (79,01 %) i piaskowcowej (78,15 %) świadczą, iż najlepszy model (zespół sieci) dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w szerokiej klasie ziarnowej ($0 \div 100 \mu\text{m}$) charakteryzuje się, na tle zagadnień klasyfikacji w wąskich klasach ziarnowych, jedynie dość dobrymi zdolnościami predykcyjnymi.

W tabeli 11.37 przedstawiono rangę ważności zmiennych wejściowych objaśniających badane zagadnienie klasyfikacji realizowane przez poszczególne modele sieci neuronowych. Dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$ najistotniejszą zmienną w modelach okazał się współczynnik K_{Cr} , oraz odchylenie standardowe poziomu szarości ziaren I_{σ} .

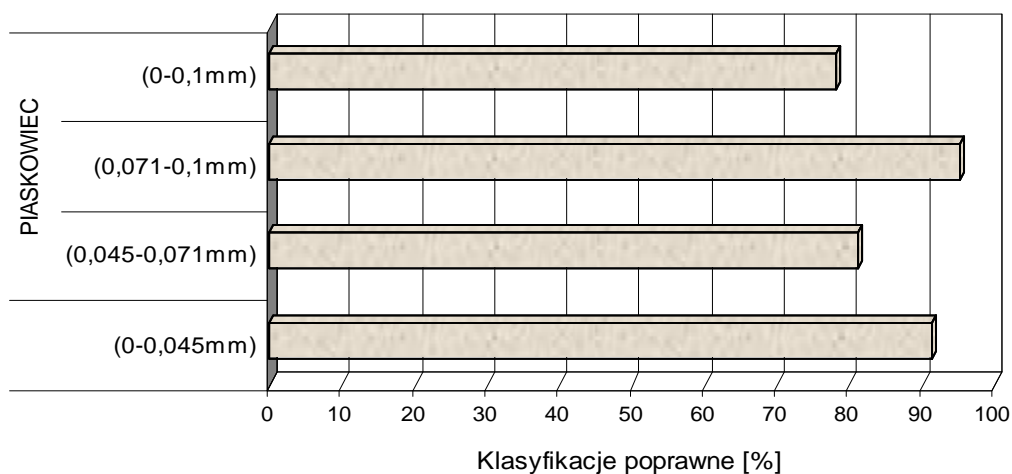
Tabela 11.37 Analiza wrażliwości parametrów modeli sieci douczonych oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$

Sieci	K_3	K_{Cr}	K_E	$I_{Kurt.}$	$I_{Max.}$	I_{σ}
6	4	1	5	6	2	3
7	5	1	6	4	2	3
8	4	1	6	5	3	2
9	4	1	5	6	3	2
10	4	1	6	5	3	2
Zespół	4	1	6	5	3	2

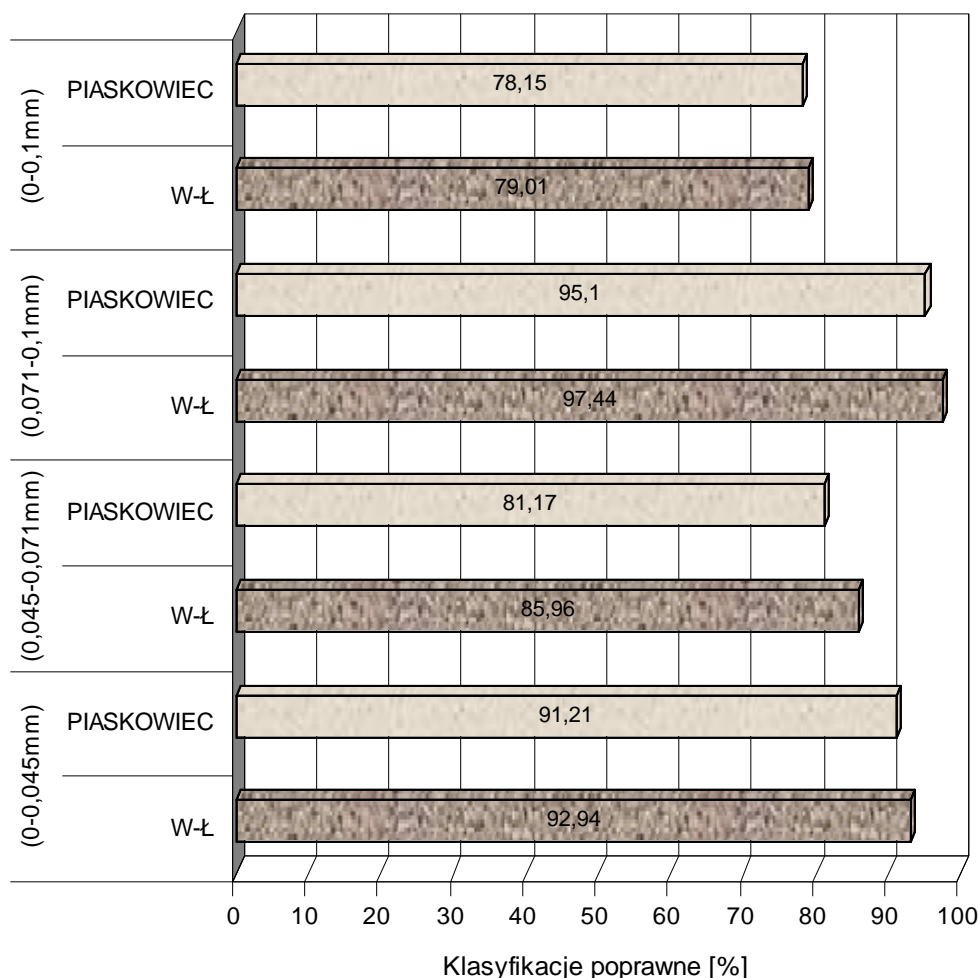
W celu podsumowania działania modeli sieci neuronowych dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w różnych klasach ziarnowych, wykonano wykresy (rys. 11.11÷11.13) przedstawiające w różnym ujęciu procentowe udziały poprawnych klasyfikacji realizowanych przez najskuteczniejsze wytypowane sieci lub zespoły.



Rys. 11.11. Odsetek poprawnych klasyfikacji ziaren rudy węglanowo-tłpkowej realizowanych przez najskuteczniejsze modele sieci neuronowych w zagadnieniu dwustanowym



Rys. 11.12. Odsetek poprawnych klasyfikacji ziaren rudy piaskowcowej realizowanych przez najskuteczniejsze modele sieci neuronowych w zagadnieniu dwustanowym



Rys. 11.13. Odsetek poprawnych klasyfikacji ziaren rud: węglanowo-lupkowej i piaskowcowej w poszczególnych klasach ziarnowych realizowanych przez najskuteczniejsze modele sieci neuronowych w zagadnieniu dwustanowym

Z powyższych wykresów wynika, że dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji rudy miedzi, skuteczniej rozpoznawaną przez modele sieci neuronowych odmianą litologiczną jest ruda węglanowo-lupkowa.

Analogicznie jak w przypadku zagadnienia trójstanowego, najwyższymi zdolnościami predykcyjnymi w dwustanowym zagadnieniu klasyfikacji charakteryzuje się wytypowany model sieci neuronowej dla klasy ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$ (rys. 11.13), który wyróżnia się także najwyższymi wskaźnikami jakości oraz najmniejszymi wartościami błędów: uczenia, walidacji i testowania sieci (tab. 11.31), natomiast najgorsze zdolności predykcyjne wykazuje model dla szerokiej klasy ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$, choć jest to poziom zadowalający (79,01 % poprawnych klasyfikacji rudy piaskowcowej i 78,15 % rudy węglanowo-lupkowej).

Biorąc pod uwagę podnoszone już względy technologiczne oraz wyższą reprezentatywność pod względem składu litologicznego rudy szerokiej klasy ziarnowej

w stosunku do wąskich klas, należy w dwustanowym zagadnieniu klasyfikacji traktować wytypowany najefektywniejszy model dla klasy ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$ jako najistotniejszy.

Końcowe podsumowanie najistotniejszych cech oraz zdolności klasyfikacyjnych najskuteczniejszych modeli sieci neuronowych dla wszystkich badanych przypadków przedstawiono w tabelach 11.38 i 11.39.

Tabela 11.38 Podsumowanie charakterystyk najefektywniejszych modeli sieci neuronowych dla wszystkich badanych przypadków

Nr sieci	Klasa μm	Wejścia	Ukryte	Jakość uczenia	Jakość walidacji	Jakość testowania	Błąd uczenia	Błąd walidacji	Błąd testowania
Trójstanowe zagadnienie klasyfikacji									
6	$0 \div 45$	7	58	0,8536	0,8508	0,7956	0,3005	0,3188	0,3346
6	$45 \div 71$	13	58	0,8087	0,7747	0,7582	0,3260	0,3508	0,3650
9	$71 \div 100$	11	101	0,9202	0,9107	0,8884	0,2388	0,2738	0,2837
Zespół	$0 \div 100$	10	[5]	0,7375	0,7071	0,6840	0,3564	0,3827	0,3927
Dwustanowe zagadnienie klasyfikacji									
8	$0 \div 45$	10	110	0,9475	0,8950	0,8895	0,2425	0,3286	0,3282
9	$45 \div 71$	10	44	0,8251	0,8462	0,8571	0,3494	0,3608	0,3628
10	$71 \div 100$	12	106	0,9665	0,9596	0,9552	0,2079	0,2365	0,2430
Zespół	$0 \div 100$	6	[5]	0,7911	0,7714	0,7627	0,3801	0,4084	0,4057

Tabela 11.39 Podsumowanie zgodnych klasyfikacji realizowanych przez najefektywniejsze modele sieci neuronowych dla wszystkich badanych przypadków

Klasa ziarnowa $[\mu\text{m}]$	Poprawne klasyfikacje [%]				
	Trójstanowe zagadnienie klasyfikacji			Dwustanowe zagadnienie klasyfikacji	
	Ruda węglanowa	Ruda łupkowa	Ruda piaskowcowa	Ruda węglanowo-łupkowa	Ruda piaskowcowa
$0 \div 45$	83,33	74,63	87,19	92,94	91,21
$45 \div 71$	80,74	69,12	81,17	85,96	81,17
$71 \div 100$	94,67	81,85	94,30	98,17	93,08
$0 \div 100$	69,03	61,58	80,80	79,01	78,15

Z podsumowania powyższych tabel wynika, że dla wszystkich badanych przypadków uzyskano dobre wyniki modelowania.

Ogólnie modele sieci neuronowych, realizujące zagadnienie klasyfikacji dwóch typów rud, charakteryzują się wyższą jakością działania oraz mniejszymi błędami sieci dla poszczególnych podzbiorów danych (uczącego, walidacyjnego i testowego) niż modele dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji. Świadczy to o ich lepszej stabilności i pewności działania w przypadku uruchamiania sieci na nowych zbiorach danych.

Jakości oraz błędy modeli sieci są korzystniejsze dla wąskich klas ziarnowych, szczególnie w klasie $71 \div 100 \mu\text{m}$ jakości działania sieci są na bardzo wysokim poziomie a błędy uruchomień charakteryzują się małymi wartościami. Parametry te są gorsze dla modeli odpowiadających szerokiej klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$, (szczególnie w zagadnieniu trójstanowym), lecz w dalszym ciągu wskazują na poprawność modeli.

Podobne tendencje można zauważyć porównując odsetek poprawnych klasyfikacji ziaren przez modele do poszczególnych typów rud. Wyższy poziom poprawnych klasyfikacji wykazują modele sieci neuronowych dla wąskich klas ziarnowych a szczególnie dla klasy $71 \div 100 \mu\text{m}$. Ponadto poziom poprawnych klasyfikacji dla rudy piaskowcowej w obu zagadnieniach klasyfikacji (dwu i trójstanowym) jest podobny. Różnice w poziomie klasyfikacji ujawniają się podczas rozpoznawania oddzielnie rudy węglanowej i łupkowej oraz połączonych tych dwóch odmian. Poziom poprawnych klasyfikacji rudy węglanowo-łupkowej jest wyraźnie wyższy niż poziom klasyfikacji dla poszczególnych składowych rud rozpoznawanych oddzielnie jako ruda węglanowa i łupkowa. Połączenie tych dwóch typów w jeden ma technologiczne uzasadnienie, o czym wspomiano powyżej.

Można również zauważyć, że o ile w trójstanowym zagadnieniu klasyfikacji poziomy poprawnych klasyfikacji dla rudy węglanowej i łupkowej są niższe od klasyfikacji rudy piaskowcowej, to w przypadku dwustanowego zagadnienia poziom poprawnych klasyfikacji dla rudy węglanowo-łupkowej jest wyższy w porównaniu do rudy piaskowcowej. Tendencja ta może wynikać z tego, że zbiór elementów (ziaren) dla rudy węglanowo-łupkowej (po połączeniu zbiorów rudy węglanowej i łupkowej) był dużo większy od zbioru reprezentującego rudę piaskowcową. W takim przypadku modele uczyły się rozpoznawać ziarna na liczniejszym i niejednorodnym pod względem składu litologicznego zbiorze danych, a w konsekwencji nieznacznie zawyżać wyniki poprawnych klasyfikacji dla rudy węglanowo-łupkowej.

Ogólnie można stwierdzić, że poziomy poprawnych klasyfikacji realizowane przez modele dla poszczególnych zagadnień są wysokie, jedynie identyfikacja rudy łupkowej sprawiała modelom wyraźny problem. Szczególnie pozytywny ze względów praktycznych jest fakt osiągnięcia wysokich i stabilnych wyników w rozpoznawaniu rudy piaskowcowej przez modele, potwierdzony w dwóch zagadnieniach klasyfikacji.

Z analizy liczby zmiennych oraz neuronów radialnych wynika, że w przypadku sieci RBF duża liczba zmiennych wejściowych a szczególnie neuronów radialnych w warstwie ukrytej komplikuje co prawda strukturę sieci, lecz z drugiej strony pozwala skuteczniej opisywać i rozwiązywać skomplikowane zagadnienia klasyfikacji.

11.2. Rozpoznawanie mieszanek typów litologicznych rud

Ruda miedzi wzbogacana w Oddziałach ZWR stanowi mieszaninę trzech odmian litologicznych rudy. Różne udziały typów litologicznych w nadawie kierowanej do poszczególnych procesów technologicznych determinują odmienny charakter jej przerobu.

Symulując udziały poszczególnych odmian, odzwierciedlające rzeczywisty skład litologiczny rudy kierowanej do procesów przeróbki, a przy tym uwzględniając aktualnie stosowaną technologię odrębnej przeróbki dwóch typów litologicznych rud (piaskowcową i węglanowo-łupkową), przygotowano odpowiednie mieszanki litologiczne rudy miedzi.

Wykonano po dwie mieszanki w każdej klasie ziarnowej składające się z trzech typów litologicznych rud miedzi: mieszankę nr 1 – o zdecydowanej przewadze rudy piaskowcowej (zbliżonej do rudy przerabianej w Rejonie Lubin O/ZWR) oraz mieszankę nr 2 – o przewadze rud węglanowej i łupkowej (zbliżonej do rudy przerabianej w Rejonie Polkowice O/ZWR). Zawartości poszczególnych typów litologicznych w mieszankach wynosiły:

- mieszanka 1: 15 % rudy węglanowej, 15 % rudy łupkowej, 70 % rudy piaskowcowej (przewaga rudy piaskowcowej),
- mieszanka 2: 35 % rudy węglanowej, 35 % rudy łupkowej, 30 % rudy piaskowcowej (przewaga rudy węglanowo-łupkowej).

Poniżej w tabelach 11.40÷11.45 przedstawiono statystyki zbiorów danych uzyskanych z analizy zdjęć mieszanek w różnych klasach ziarnowych. Dane charakteryzują kształty oraz intensywność szarości ziaren stanowiących poszczególne mieszanki.

Tabela 11.40 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć mieszanki 1 w klasie ziarnowej 0÷45µm

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_I	594	0,619	0,278	0,891	0,114
K_2	594	0,695	0,459	0,891	0,073
K_3	594	1,025	1,000	1,163	0,031
K_{Cl}	594	0,728	0,289	0,987	0,144
K_Z	594	0,567	0,228	0,836	0,118
K_{Cr}	594	16,578	7,164	76,048	10,113
K_E	594	0,488	0,013	0,946	0,241
$I_{Kurt.}$	594	1,448	-1,571	10,957	1,907
$I_{Max.}$	594	215,141	157,000	255,000	26,253
$I_{Sr.}$	594	162,121	124,090	243,246	19,754
$I_{Min.}$	594	113,434	61,000	162,000	16,813
I_{σ}	594	16,180	5,686	43,124	6,111
$I_{Skoś.}$	594	0,405	-3,187	2,554	0,825
K_S	594	0,024	-0,544	0,568	0,183
K_{β}	594	2,366	1,522	5,581	0,611
K_{α}	594	1,764	1,000	4,122	0,703
K_W	594	1,527	1,234	2,362	0,185
K_F	594	1,035	0,270	3,500	0,466

Tabela 11.41 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć mieszanki 1 w klasie ziarnowej 45÷71µm

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_I	663	0,612	0,252	0,881	0,115
K_2	663	0,690	0,449	0,881	0,075
K_3	663	1,018	1,000	1,137	0,027
K_{Cl}	663	0,729	0,297	0,995	0,135
K_Z	663	0,570	0,245	0,851	0,114
K_{Cr}	663	27,022	10,309	93,836	15,944
K_E	663	0,493	0,028	0,964	0,224
$I_{Kurt.}$	663	2,395	-1,624	11,821	2,269
$I_{Max.}$	663	231,026	188,000	255,000	17,358
$I_{Sr.}$	663	185,234	164,382	246,848	13,299
$I_{Min.}$	663	142,261	110,000	176,000	10,994
I_{σ}	663	12,622	6,441	35,608	4,092
$I_{Skoś.}$	663	0,445	-3,299	2,548	0,918
K_S	663	-0,015	-0,455	0,504	0,172
K_{β}	663	2,350	1,496	5,204	0,614
K_{α}	663	1,755	1,000	5,521	0,687
K_W	663	1,522	1,223	2,281	0,183
K_F	663	1,120	0,313	2,850	0,454

Tabela 11.42 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć mieszanek 1 w klasie ziarnowej 71÷100µm

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_1	436	0,618	0,268	0,899	0,104
K_2	436	0,688	0,450	0,899	0,071
K_3	436	1,018	1,000	1,097	0,023
K_{Cl}	436	0,724	0,330	0,994	0,119
K_Z	436	0,573	0,250	0,841	0,103
K_{Cr}	436	62,625	17,506	158,708	32,604
K_E	436	0,483	0,030	0,942	0,218
$I_{Kurt.}$	436	5,640	-1,171	33,810	5,841
$I_{Max.}$	436	213,138	137,000	255,000	30,259
$I_{Śr.}$	436	152,625	118,485	228,319	18,010
$I_{Min.}$	436	123,748	86,000	169,000	15,069
I_{σ}	436	11,926	3,453	27,059	5,070
$I_{Skoś.}$	436	1,545	-2,911	4,485	1,123
K_S	436	-0,012	-0,537	0,535	0,182
K_{β}	436	2,308	1,514	5,087	0,504
K_{α}	436	1,718	1,000	4,693	0,626
K_W	436	1,511	1,231	2,255	0,155
K_F	436	1,122	0,292	3,444	0,496

Tabela 11.43 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć mieszanek 2 w klasie ziarnowej 0÷45µm

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_1	395	0,643	0,296	0,862	0,098
K_2	395	0,703	0,503	0,862	0,064
K_3	395	1,022	1,000	1,164	0,029
K_{Cl}	395	0,757	0,392	0,978	0,127
K_Z	395	0,596	0,295	0,843	0,105
K_{Cr}	395	9,801	3,519	37,521	5,711
K_E	395	0,442	0,016	0,942	0,222
$I_{Kurt.}$	395	1,314	-1,446	15,607	2,770
$I_{Max.}$	395	208,699	160,000	255,000	29,159
$I_{Śr.}$	395	166,405	143,528	243,072	20,229
$I_{Min.}$	395	124,051	102,000	159,000	8,339
I_{σ}	395	14,606	7,314	41,966	6,750
$I_{Skoś.}$	395	0,072	-2,550	2,950	0,933
K_S	395	-0,021	-0,558	0,597	0,168
K_{β}	395	2,216	1,511	4,315	0,474
K_{α}	395	1,629	1,000	4,245	0,615
K_W	395	1,481	1,229	2,077	0,150
K_F	395	1,128	0,253	3,615	0,443

Tabela 11.44 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć mieszanki 2 w klasie ziarnowej 45÷71µm

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_I	542	0,634	0,274	0,864	0,103
K_2	542	0,699	0,458	0,864	0,066
K_3	542	1,024	1,000	1,176	0,034
K_{Cl}	542	0,750	0,328	1,000	0,135
K_Z	542	0,588	0,274	0,836	0,112
K_{Cr}	542	19,296	7,216	77,784	14,039
K_E	542	0,437	0,010	0,945	0,220
$I_{Kurt.}$	542	3,233	-1,494	17,842	3,994
$I_{Max.}$	542	215,889	149,000	255,000	31,554
$I_{Śr.}$	542	158,850	128,378	237,837	17,696
$I_{Min.}$	542	116,417	71,000	147,000	11,401
I_{σ}	542	14,221	6,664	40,108	5,990
$I_{Skoś.}$	542	0,718	-2,821	3,396	1,021
K_S	542	-0,025	-0,515	0,626	0,161
K_{β}	542	2,261	1,522	4,654	0,528
K_{α}	542	1,611	1,000	4,951	0,634
K_W	542	1,495	1,234	2,157	0,164
K_F	542	1,134	0,236	3,273	0,435

Tabela 11.45 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć mieszanki 2 w klasie ziarnowej 71÷100µm

Zmienne	N ważnych	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch.Std.
K_I	458	0,604	0,265	0,819	0,104
K_2	458	0,679	0,470	0,843	0,066
K_3	458	1,033	1,000	1,190	0,034
K_{Cl}	458	0,694	0,297	0,933	0,121
K_Z	458	0,543	0,240	0,755	0,100
K_{Cr}	458	64,585	18,775	157,420	30,484
K_E	458	0,515	0,039	0,950	0,212
$I_{Kurt.}$	458	5,645	-1,820	37,580	5,989
$I_{Max.}$	458	231,332	139,000	255,000	33,514
$I_{Śr.}$	458	154,643	111,721	246,318	23,633
$I_{Min.}$	458	94,419	44,000	141,000	19,015
I_{σ}	458	18,756	5,817	58,862	9,722
$I_{Skoś.}$	458	0,795	-4,335	4,700	1,358
K_S	458	0,003	-0,569	0,525	0,183
K_{β}	458	2,443	1,687	5,297	0,561
K_{α}	458	1,779	1,000	4,796	0,634
K_W	458	1,554	1,299	2,302	0,167
K_F	458	1,086	0,299	3,707	0,490

Dane charakteryzujące mieszanki w klasie ziarnowej 0÷100 µm stanowią uśrednione wartości z poszczególnych wąskich klas ziarnowych.

Wygenerowane w procedurze analizy obrazów dane, w dalszej części wykorzystano do weryfikacji zdolności predykcyjnych opracowanych modeli sieci neuronowych a w konsekwencji do określenia udziałów odmian litologicznych rud w poszczególnych mieszankach.

11.3. Przewidywanie udziałów typów rud w produktach przeróbki rud miedzi

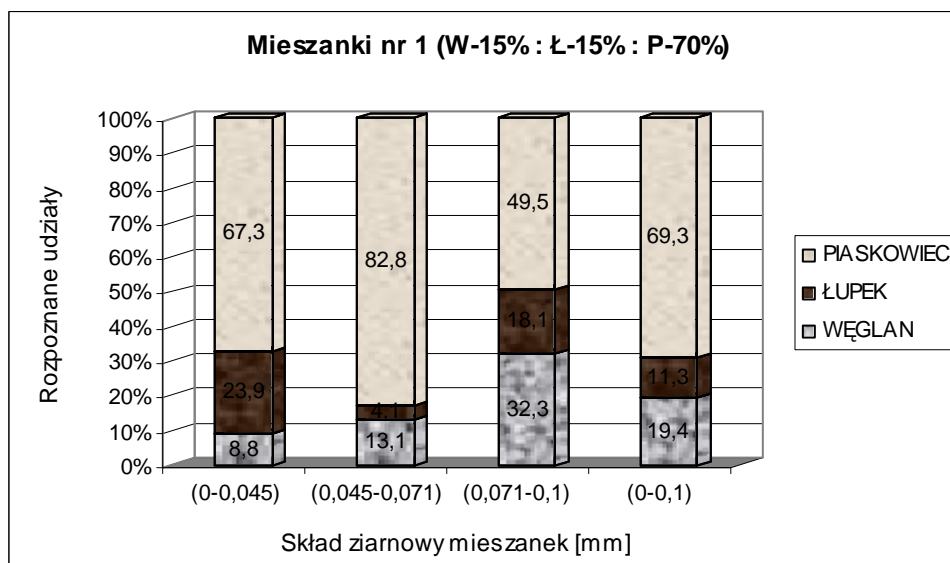
Weryfikacja zdolności predykcyjnych najskuteczniejszych modeli sieci neuronowych opracowanych dla dwóch zagadnień klasyfikacji w poszczególnych klasach ziarnowych, polegała na uruchomieniu sieci na nowych danych charakterystycznych dla poszczególnych mieszanek, które to mieszanki odpowiadały rzeczywistym produktom przeróbki rud miedzi oraz na porównaniu i ocenie uzyskanych przewidywań z rzeczywistymi udziałami poszczególnych typów rud miedzi w analizowanych mieszkach.

Wyniki przewidywań dla nowych danych uwzględniają określoną skuteczność działania sieci związaną z ich jakością oraz generowanymi błędami, a także błędy związane z reprezentatywnością, dokładnością i powtarzalnością przygotowania próbek, wykonania zdjęć mikroskopowych i analizy obrazów (zdjęć).

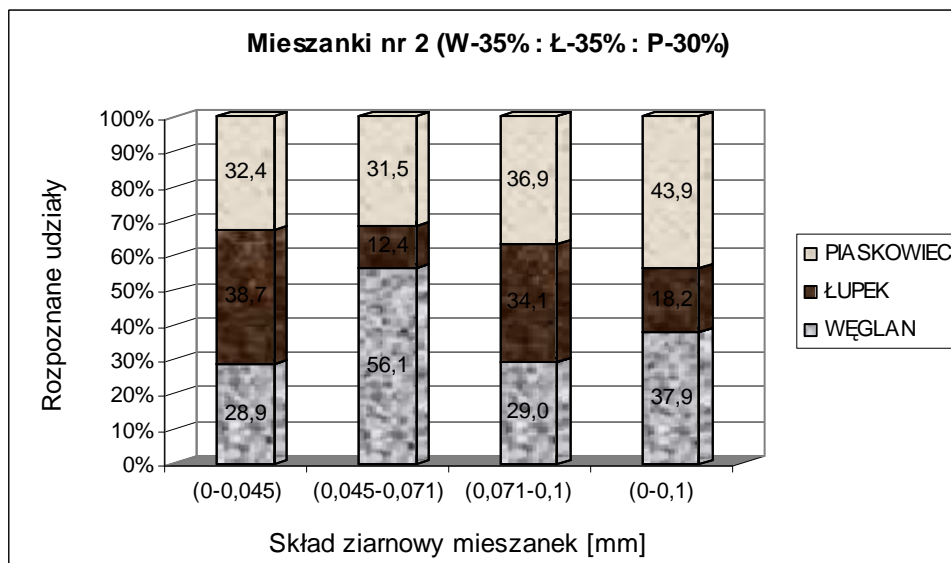
Weryfikując przewidywania modeli oceniono więc nie tylko przydatność modeli sieci neuronowych do rozwiązania sformułowanego w tezie pracy problemu badawczego, ale również zweryfikowano całą procedurę badawczą. Należy jednak zauważyć, że ocena i weryfikacja wyników z uwagi na powyższe fakty była trudna i opierała się na wnioskowaniu.

Poniżej na rysunkach 11.14÷11.21 przedstawiono wyniki przewidywań udziałów odmian litologicznych rud miedzi dla trójstanowego i dwustanowego zagadnienia klasyfikacji

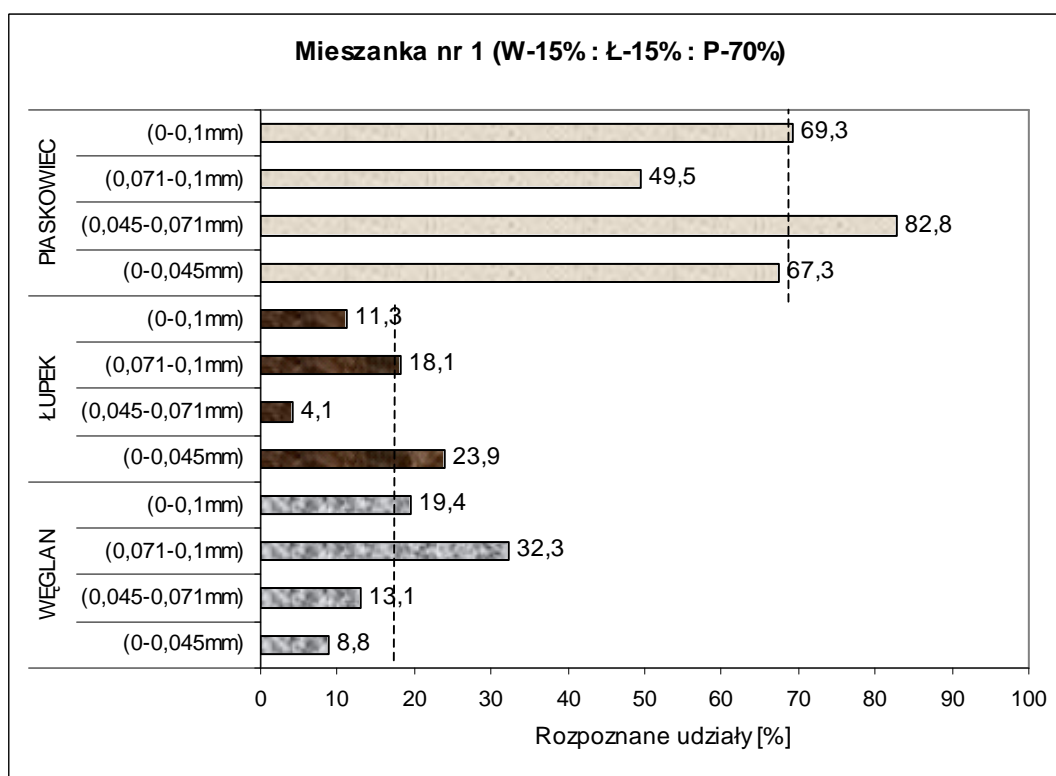
1. Przewidywanie udziałów typów rud dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji.



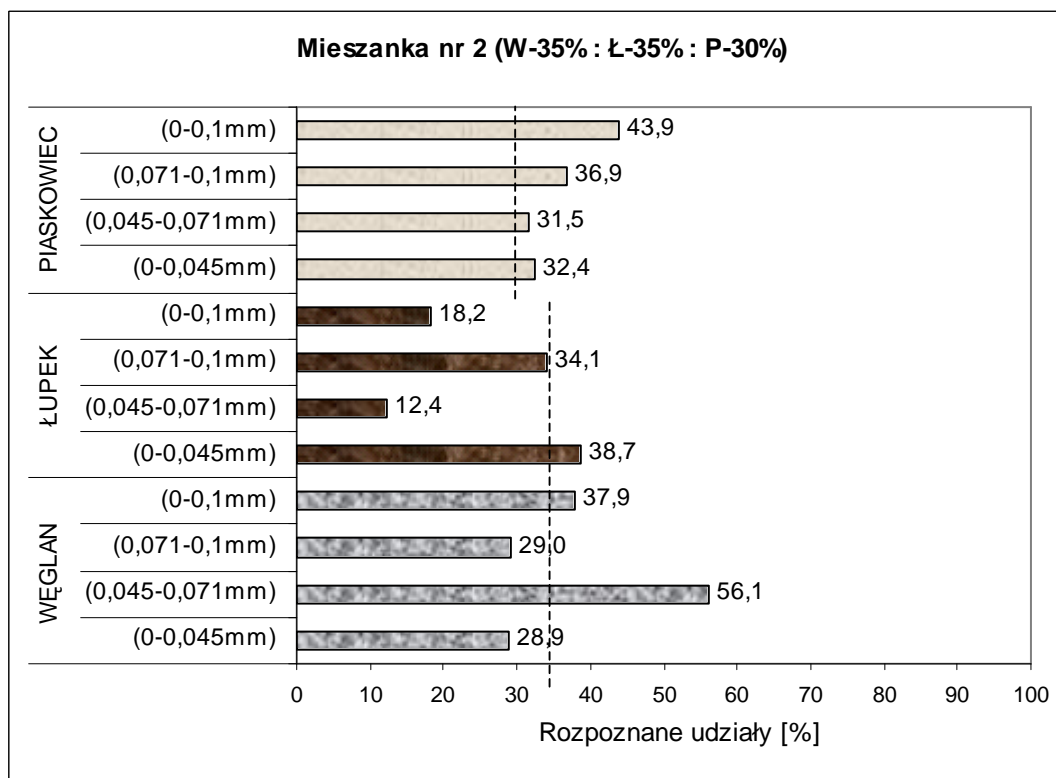
Rys. 11.14. Rozpoznane udziały trzech typów rud w mieszankach z przewagą rudy piaskowcowej w różnych klasach ziarnowych



Rys. 11.15. Rozpoznane udziały trzech typów rud w mieszankach z przewagą rudy węglanowo-łupkowej w różnych klasach ziarnowych



Rys. 11.16. Porównanie rozpoznanych udziałów trzech typów rud z rzeczywistymi w mieszankach o przewadze rudy piaskowcowej dla różnych klasach ziarnowych



Rys. 11.17. Porównanie rozpoznanych udziałów trzech typów rud z rzeczywistymi w mieszankach o przewadze rudy węglanowo-łupkowej dla różnych klasach ziarnowych

Jak wynika z analizy powyższych wykresów, w mieszankach nr 1 najbardziej zbliżone wyniki do rzeczywistych osiągnęła sieć w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$, czyli model o stosunkowo gorszych parametrach w porównaniu z modelami dla wąskich klas ziarnowych, natomiast bardziej odbiegające wyniki od założonych uzyskano dla modelu najefektywniejszego – w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$, model przewidział 49,5 % udziału rudy piaskowcowej, 18,1 % rudy łupkowej i 32,4 % rudy węglanowej.

Tendencja przewidywań udziałów typów rud w mieszankach nr 1 była więc przeciwnie skorelowana z efektywnością poszczególnych modeli.

Dla przewidywań typów rud w mieszankach nr 2 (przewaga rudy węglanowo-łupkowej) najbardziej zbliżone wyniki do rzeczywistych osiągnęły modele sieci neuronowych w klasach ziarnowych $0 \div 45 \mu\text{m}$ i $71 \div 100 \mu\text{m}$, a więc modele ocenione w rozdziale 11.1 jako najefektywniejsze, natomiast bardziej odbiegający wynik od rzeczywistego uzyskano dla modelu w stosunku do mieszanki o szerokiej klasie ziarnowej, czyli modelu o stosunkowo gorszych parametrach. Tendencja przewidywań była więc zgodna z efektywnością poszczególnych sieci. Można więc stwierdzić, że modele realizujące trójstanowe zagadnienie klasyfikacji dla mieszanek nr 2, skutecznie przewidywały udziały poszczególnych typów rud, jedynie model sieci

dla klasy ziarnowej $45 \div 71 \mu\text{m}$ wykazywał słabość w identyfikacji odmiany węglanowej (56,1 %) i łupkowej (12,4 %).

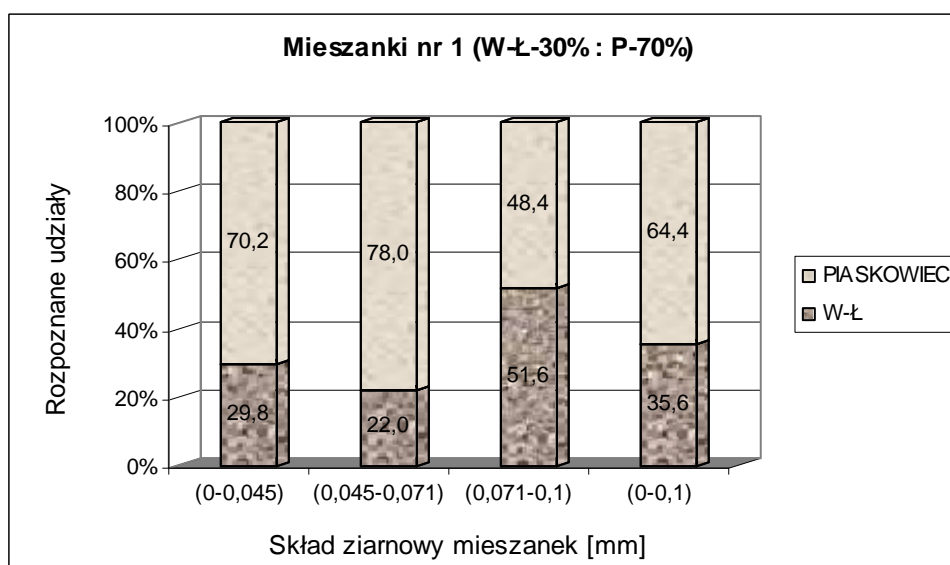
Na podstawie powyższych informacji można wnioskować, że w rzeczywistości udziały poszczególnych typów litologicznych w badanych próbkach mieszanek nr 1 mogły różnić się od tych w przygotowanych mieszankach, co może wynikać z niedostatecznej reprezentatywności udziałów typów rud w analizowanych próbkach mieszanek, wielkość tych próbek ograniczają wymagania preparatyki mikroskopowej. Należy jednak dodać, że wyniki przewidywań dla mieszanek nr 1 potwierdziły przewagę w niej rudy piaskowcowej, co wskazuje mimo wszystko na zadowalającą dokładność procedur.

Analizując powyższe wykresy można również zauważyć, że wyniki przewidywań udziałów szczególnie rudy piaskowcowej dla poszczególnych klas ziarnowych w mieszankach nr 2, są bardziej wyrównane w stosunku do dość niestabilnych wyników osiągniętych przez identyczne modele dla mieszanek nr 1. Zjawisko to potwierdza problem reprezentatywności udziałów typów rud w preparatach mikroskopowych.

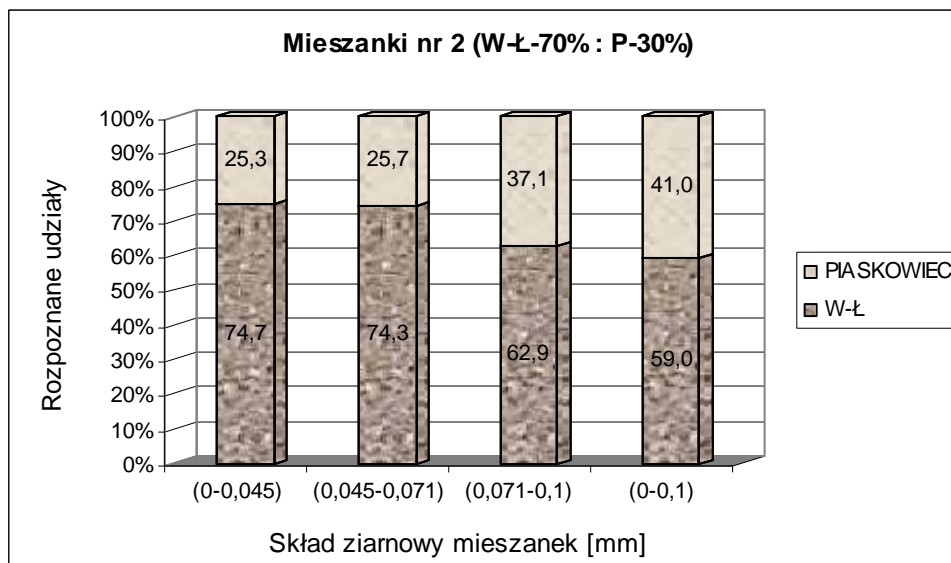
Zauważalne jest również to, że modele sieci neuronowych przewidują w mieszankach podwyższone udziały rudy węglanowej w stosunku do rudy łupkowej, a teoretycznie ich udziały powinny być równe.

2. Przewidywanie udziałów typów rud dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji.

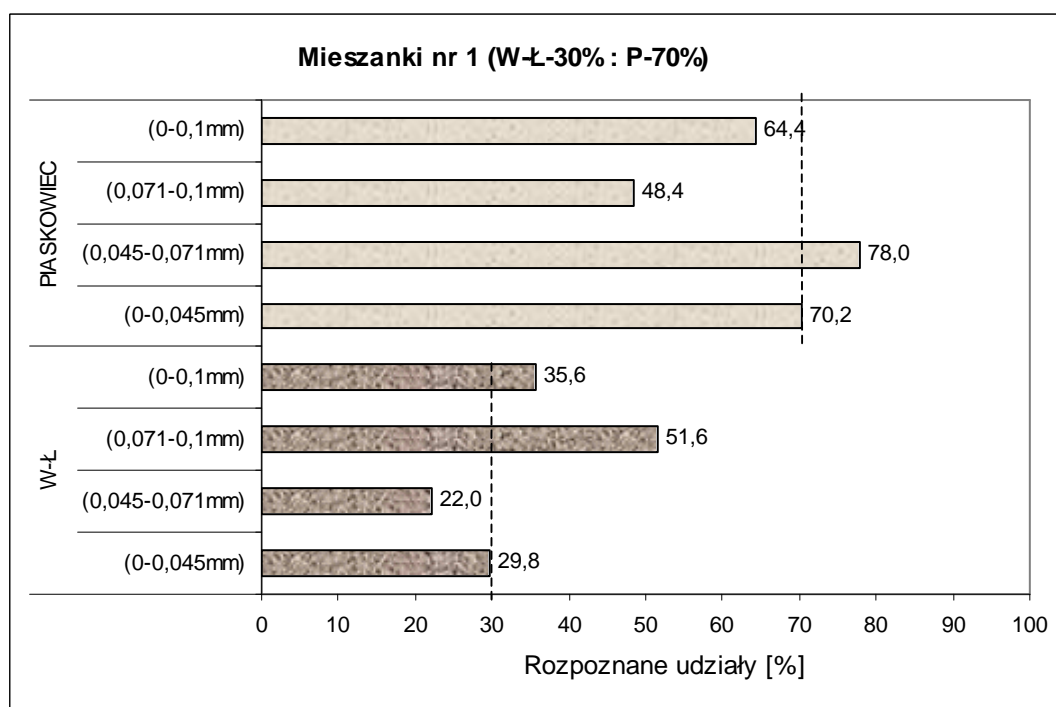
Na rysunkach 11.18÷11.21 przedstawiono w różnym ujęciu wyniki przewidywań udziałów odmian litologicznych rud miedzi dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji.



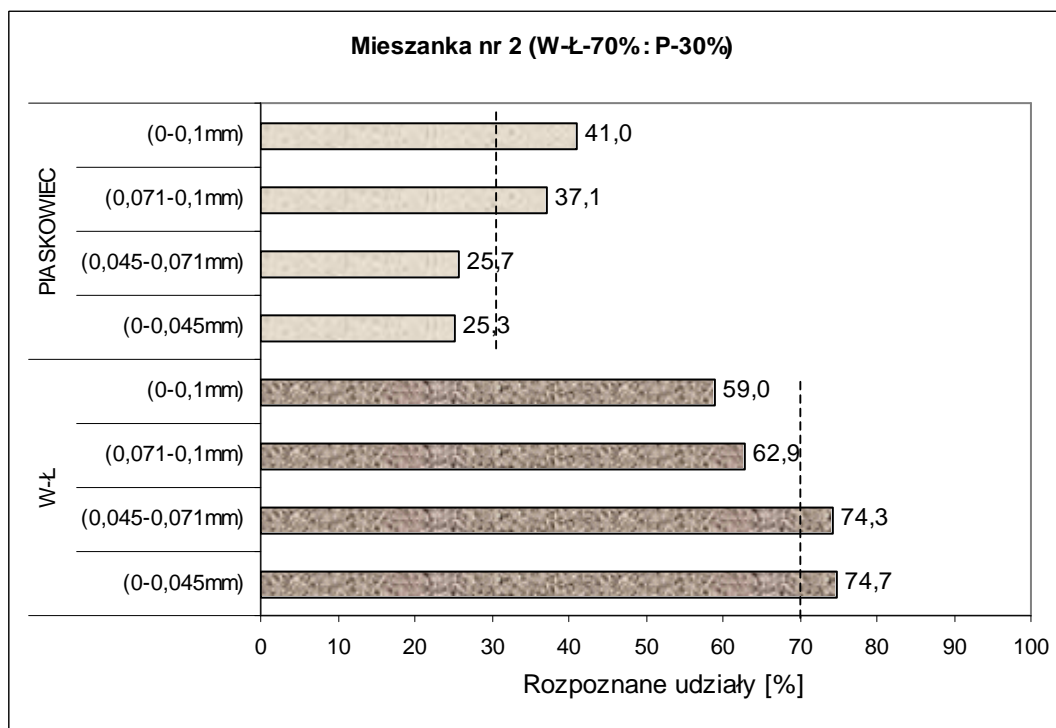
Rys. 11.18. Rozpoznane udziały dwóch typów rud w mieszankach z przewagą rudy piaskowcowej w różnych klasach ziarnowych



Rys. 11.19. Rozpoznane udziały dwóch typów rud w mieszankach z przewagą rudy węglanowo-lupkowej w różnych klasach ziarnowych



Rys. 11.20. Porównanie rozpoznanych udziałów dwóch typów rud z rzeczywistymi w mieszankach o przewadze rudy piaskowcowej dla różnych klas ziarnowych



Rys. 11.21. Porównanie rozpoznanych udziałów dwóch typów rud z rzeczywistymi w mieszankach o przewadze rudy węglanowo-lupkowej dla różnych klasach ziarnowych

Spostrzeżenia sformułowane przy okazji analizy wyników przewidywań udziałów typów rud dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji potwierdzają się również w trakcie analizy wyników dla zagadnienia dwustanowego, pomimo iż modele w obu zagadnieniach były odrębnie opracowywane. Uwiarygodnia to sformułowaną powyżej interpretację wyników.

Potwierdziła się, w zagadnieniu rozpoznawania dwóch typów rud dla mieszanek nr 2, tendencja do skuteczniejszego przewidywania udziałów rud przez efektywniejsze modele sieci neuronowych (w wąskich klasach ziarnowych mieszanek) oraz tendencja do gorszego przewidywania udziałów typów rud w mieszankach nr 1 przez model o najlepszych parametrach działania (w klasie $0 \div 100 \mu\text{m}$).

W zagadnieniu dwustanowym zauważyć można również podobną tendencję do zaobserwowanej w zagadnieniu trójstanowym, polegającą na uzyskiwaniu przez modele w mieszankach nr 2 stabilniejszych wyników przewidywań udziałów rud.

Podsumowując przewidywania udziałów typów rud w poszczególnych mieszankach dla rozważanych zagadnień klasyfikacji można stwierdzić, że pomimo zauważalnych problemów dokładności i precyzji procedur badawczych ujawnionych przez bardzo efektywne modele dla klasy ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$, wyniki przewidywań są dobre i potwierdzają przewagę litologiczną określonych odmian rud w badanych mieszankach. Szczególnie istotny z technologicznego punktu widzenia jest wysoki stopień trafności przewidywań typów rud dla szerokiej klasy

ziarnowej, która odpowiada zazwyczaj rzeczywistemu składowi ziarnowemu nadawcy do procesu flotacji. Trafność tych przewidywań jest większa dla mieszanek z przewagą rudy piaskowcowej.

Pomimo, iż modele realizujące zagadnienie klasyfikacji dwóch typów rud, charakteryzują się lepszymi parametrami działania niż modele dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji, nie zaobserwowano jednoznacznych różnic w przewidywaniu udziałów odmiany piaskowcowej rudy miedzi w mieszankach dla poszczególnych zagadnień. Można więc stwierdzić, w nawiązaniu do stosowanej w praktyce zakładów wzbogacania rudy miedzi technologii odrębnego przerobu rudy piaskowcowej i węglanowo-lupkowej, że nie ma znaczenia które zagadnienie klasyfikacji będzie wykorzystane przez modele sieci neuronowych, w procedurze rozpoznawania udziałów typów rud w mieszance.

12. Podsumowanie i wnioski końcowe

Polska miedź jest niezwykle ważnym i cennym bogactwem naszego kraju. Bardzo istotne jest więc możliwie pełne pozyskanie i wykorzystanie tego surowca.

Jednym z ważnych czynników decydujących o stopniu odzyskania miedzi na etapie przeróbki wydobytej z kopalni rudy, jest właściwe i pełne rozpoznanie rudy oraz produktów jej przeróbki.

Przedmiotem rozważań prezentowanej rozprawy było opracowanie, opartej na wykorzystaniu nowoczesnych metod badawczych uwzględniających zarówno zaawansowane techniki i urządzenia pomiarowe jak i metody i pogramy analizy danych, procedury badawczej pozwalającej na wszechstronne określenie właściwości rudy miedzi istotnych z punktu widzenia jej przeróbki.

Zrealizowana praca i przeprowadzone badania oprócz spełnienia głównych jej celów a więc opracowania i zbudowania odpowiednich procedur i algorytmów badań, a tym samym udowodnienia tezy pracy sformułowanej w 4 rozdziale rozprawy, pozwoliły na sformułowanie szeregu wniosków ogólnych dotyczących metodyki i procedur, a także wniosków szczegółowych odnoszących się do konkretnych etapów badań czy badanych próbek.

Wnioski ogólne

1. Zastosowane skojarzone procedury badawcze wykorzystujące metody analizy obrazu oraz sieci neuronowe okazały się skuteczne w rozpoznawaniu typów rud zawartych w ich mieszkankach a uzupełnione dodatkowymi informacjami dostarczonymi przez mikroskopy: skaningowy i optyczny, które były źródłem analizowanych obrazów, pozwalają na określenie właściwości typów rud.
2. Mikroskop skaningowy jako podstawowe źródło zdjęć (obrazów) wykorzystywanych w niniejszej rozprawie, jest urządzeniem bardzo przydatnym do tego typu badań, umożliwia pozyskanie zdjęć o niemal nieograniczonych powiększeniach, co jest szczególnie istotne w analizie obiektów bardzo małych, jakimi są najczęściej elementy produktów przeróbki surowców mineralnych; mikroskop skaningowy dostarcza dodatkowo cennych informacji takich jak: mapingi pierwiastków, analiza pierwiastkowa w mikroobszarze, czy wzdłuż wybranej linii.
3. Zastosowana metodyka badań wymaga żmudnego, precyzyjnego, odpowiedzialnego i popartego specjalistyczną wiedzą udziału badacza na etapie określania samej metodyki; ten etap badań oparty jest na wielokrotnych próbach różnych rozwiązań, korekcie

- wyników, realizacji sekwencji i pętli działań; końcowe badania obrazów tego samego produktu są procedurami szybkimi i powtarzalnymi, automatycznymi w dużym stopniu.
4. Zastosowane procedury i narzędzia analizy mogą stanowić podstawę (uzupełnienie) określania wybranych, istotnych właściwości produktów procesów technologicznych rud i tym samym mogą być wykorzystane w sterowaniu procesami i ich optymalizacji.
 5. Niedostatecznie dokładne wyniki badań uzyskiwane w niektórych przypadkach wynikają prawdopodobnie z niepełnej reprezentatywności udziałów typów rud w preparatach mikroskopowych i analizowanych obszarach zdjęć, procedurę badawczą należałoby poprawić na tym etapie badań.

Wnioski szczegółowe

6. Opracowane modele klasyfikacji typów rud w wąskich klasach ziarnowych produktów, szczególnie dla klasy najdrobniejszej ($0\div 45\ \mu\text{m}$) i najgrubszej ($71\div 100\ \mu\text{m}$), charakteryzują się wysokim stopniem poprawnych klasyfikacji, wyższym niż dla szerokiej klasy ziarnowej ($0\div 100\ \mu\text{m}$).
7. Ruda piaskowcowa jest najdokładniej rozpoznawanym typem rud w zagadnieniach klasyfikacji trójstanowej, natomiast w zagadnieniach dwustanowych najdokładniej rozpoznawana jest łączna frakcja węglanowo-łupkowa, co może wynikać z jej dużego udziału, w tym przypadku, w analizowanej mieszance.
8. Modele sieci neuronowych dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji rudy miedzi charakteryzują się lepszymi parametrami działania (szczególnie współczynnikiem jakości) w stosunku do modeli identyfikujących trzy typy rud. Fakt ten nie wpływa w sposób jednoznaczny na wyższą ich skuteczność w rozpoznawaniu udziałów rud w mieszankach.
9. Dwustanowa klasyfikacja rud miedzi, charakteryzująca się jak wykazano, lepszymi parametrami rozpoznawania, jest także bardziej przydatna w ewentualnym zastosowaniu w warunkach przemysłowego wzbogacania polskich rud miedzi, gdyż aktualnie stosowana technologia uwzględnia odrębne wzbogacanie frakcji piaskowcowej oraz węglanowo-łupkowej.
10. Najistotniejszymi cechami analizowanych obrazów próbek okazały się: parametry geometryczne – współczynniki kształtu i odcienie szarości badanych elementów.

11. Nie wszystkie parametry charakteryzujące próbki określone na etapie analizy ich obrazów były wykorzystywane przez sieci neuronowe w procedurach klasyfikacji obiektów.
12. Sieci neuronowe typu RBF (sieci o radialnych funkcjach bazowych) okazały się najefektywniejszymi strukturami do realizacji zagadnień klasyfikacji typów rud miedzi, mogą one modelować dowolną funkcję nieliniową za pomocą pojedynczej warstwy ukrytej, przez co zostaje wyeliminowana konieczność podejmowania decyzji dotyczących liczby warstw na etapie projektowania sieci.
13. Procedura douczania modeli sieci neuronowych przyniosła poprawę stopnia klasyfikacji typów rud.
14. Wykorzystane w pracy programy *Aphelion* oraz *Statistica Sieci Neuronowe* są programami dostarczającymi bogactwo procedur oraz funkcji niezbędnych do realizacji różnych celów obliczeniowych, dostosowanie ich do indywidualnych potrzeb wymaga aktywnego uczestnictwa w procedurze obliczeniowej; program *Aphelion* wymaga wcześniejszego, indywidualnego określenia procedury obliczeń oraz międzyoperacyjnej obróbki i korekty danych.

Literatura

- ALLEN T., 1975: *Particle Size Measurement*. Chapman and Hall Ltd., London, rozdz. 4, s. 74-111, SBN 412 13490 X
- BANFORD A.W., AKTAS Z., WOODBURN E.T., 1998: *Interpretation of the effect of froth structure on the performance of froth flotation using image analysis*. Powder Technology, 98, s. 61-73
- BOLEWSKI A., 1977: *Surowce mineralne świata. Miedź – Cu*. Wydawnictwa Geologiczne, Warszawa
- British Standard BS 2955, 1993: *Glossary of Terms Relating to Particle Technology*, ISBN: 0 580 21953 4
- BUDRYK W., 1947: *Przeróbka mechaniczna użytecznych ciał kopalnych*. s. 85-86, Kraków
- CHORAŚ, R.S., 2005: *Komputerowa wizja. Metody interpretacji i identyfikacji obiektów*. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa, ISBN 83-87674-89-3
- DONSKOI E., SUTHERS S.P., FRADD S.B., YOUNG J.M., CAMPBELL J.J., RAYNLYN T.D., CLOUT J.M.F., 2007: *Utilization of optical image analysis and automatic texture classification for iron ore particle characterization*. Minerals Engineering, 20, p: 461-471
- FrothCon, FrothMaster™*, 2006: Foldery firmy OUTOKUMPU
- GALOS K., KAMYK J., LEWICKA E., SMAKOWSKI T., SZLUGAJ J., 2003: *Bilans gospodarki surowcami mineralnymi Polski i świata 1998-2002*. Polska Akademia Nauk, Kraków, rozdz. Miedź, s. 533-568, ISBN 83-916879-3-7
- GANSER G.H., 1993: *A Rational Approach to Drag prediction of Spherical and Nonspherical Particles*. Powder Technology, 77, s. 143-152
- GODYŃ K., MŁYNARCZUK M., 2005: *Ilościowa analiza obrazu w problematyce minerałów ciężkich*. Polskie Towarzystwo Mineralogiczne – Prace Specjalne, Zeszyt 27, s.89-100, ISBN 83-89541-55-6
- GOLDSTEIN J., NEWBURY D.E., JOY D.C., LYMAN C.E., ECHLIN P., LIFSHIN E., SAWYER L.C., MICHAEL J.R., 2003: *Scanning Electron Microscopy and X-ray Microanalysis*. 3rd ed., Plenum Press, New York, ISBN: 978-0-306-47292-3

- GÓRNIAK K., MŁYNARCZUK M., RATAJCZAK T., SZYDŁAK T., 2005: *Ilościowy opis mikrostruktur skał drobnookruchowych jako podstawa ich klasyfikacji*. Polskie Towarzystwo Mineralogiczne – Prace Specjalne, Zeszyt 27, s. 49-87, ISBN 83-89541-55-6
- GROTOWSKI A., BANACH Z., PLUSKOTA B., 1996: *Monografia KGHM Polska Miedź S.A., CBPM „Cuprum” Sp. z o.o., Lubin, rozdz. 4.2, s. 649-682*
- HEYDUK A., 2004: *Symulacyjne badania wibracyjnej segregacji materiału ziarnistego dla potrzeb kalibracji wibracyjnego układu analizy składu ziarnowego*, X Konferencja APPK, Szczyrk, s. 83-93
- HEYDUK A., 2005: *Wpływ warunków oświetleniowych na segmentację obrazu w systemie wizyjnej analizy składu ziarnowego*, XI Konferencja APPK, Szczyrk, s. 119-133
- HEYDUK A., 2006: *Morfologiczne i dyfuzyjne algorytmy wstępnego przetwarzania obrazu w układzie wizyjnej analizy składu ziarnowego*. XII Konferencja APPK, Szczyrk, s. 123-135
- HUNDAL H.S., ROHANI S., WOOD H.C., PONS M.N., 1997: *Particle shape characterization using image analysis and neural networks*, Powder Technology, 91, s. 217-227
- Installation Guide and Quick Overview APHELION 3.2*, 2005: Amerinex Applied Imaging, Inc. and ADCIS S.A.
- Internet 1: <http://ultra.cto.us.edu.pl>
- Internet 2: <http://www.sixsigma.com.pl>
- KIJEWSKI P., JAROSZ J., 1996: *Monografia KGHM Polska Miedź S.A., CBPM „Cuprum” Sp. z o.o., Lubin, rozdz. 2.26, s. 303-307*
- KORDEK J., 1998: *Wykorzystanie metod analizy i rozpoznawania obrazów w przeróbce surowców mineralnych*, Górnictwo, z. 238, s. 183-196
- KORDEK J., KULIG J., 1997: *The analysis of diffraction patterns of flotation froths as the basis of estimating the content of a useful component*. Proceedings of the XX International Mineral Processing Congress Aachen, Germany, vol. 3, p. 457-464
- KOZUBOWSKI J., 1998: *Jak wygląda atom*. Wiedza i Życie, nr 8/1998, Warszawa
- KURLETO S., TRYBALSKI K., 2002: *Modelowanie układu mielenia i klasyfikacji rudy miedzi z zastosowaniem sieci neuronowych*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Górnictwo z. 255

- KWIECIŃSKA B., GORCZYCA S., 1988: *Metody badań minerałów i skał*. Wydawnictwa Geologiczne, Warszawa, rozdz. III, s. 321-350
- LENCZOWSKI S., KORDEK J., SZTABA K., 1990: *Problemy zastosowania analizy obrazów w kontroli procesów przeróbczych*, Zeszyty naukowe Politechniki Śląskiej, Seria: Górnictwo, z. 190, s. 233-240
- LIU J.J., MACGREGOR J.F., DUCHESNE C., BARTOLACCI G., 2005: *Flotation froth monitoring using multiresolutional multivariate image analysis*. Minerals Engineering, 18, p. 65-76
- MŁYNARCZUK M., 2005: *Stereologiczny opis skał okruchowych przy użyciu metod analizy obrazu*. Polskie Towarzystwo Mineralogiczne – Prace Specjalne, Zeszyt 27, s.21-35, ISBN 83-89541-55-6
- MOEN K., 2006: *Quantitative measurement of mineral microstructures*. Doctoral theses at NTNU Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, ISBN 82-471-8163-0
- NIEĆ M., PIESTRZYŃSKI A., 1996: *Monografia KGHM Polska Miedź S.A., CBPM „Cuprum” Sp. z o.o., Lubin, rozdz. 2.17, s. 185-194, ISBN 83-905296-0-2*
- NOWAK A., 1981: *Charakterystyki rozdziału jednorodnych ziarn mineralnych w wirówkach klasyfikujących*. PWN, Warszawa – Kraków
- NOWAK A., SZTABA K., 1986: *The Influence of Particle Shape on Falling Velocity in Allen Range*. I World Congress “Particle technology”, Part I: Particle Characterization, Nurnberg
- PAULO A., STRZELSKA-SMAKOWSKA B., 2000: *Rudy metali nieżelaznych i szlachetnych*, Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne AGH, Kraków
- PESZKO B., SZYMAŃSKA-CZAJA M., 2002: *Badanie wpływu kształtu ziarna na wyniki analizy granulometrycznej*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Górnictwo, z. 255, s. 565-573, Gliwice
- PIESTRZYŃSKI A., 1992: *Wybrane materiały do ćwiczeń z petrografii rud*, Wydawnictwa AGH, Skrypty Uczelniane Nr 1306, Kraków, ISSN 0239-6114
- PN-G-01061, 1999: *Przeróbka rud metali nieżelaznych – Terminologia*
- PODCZECK F., 1997: *A shape factor to assess the shape of particles using image analysis*. Powder Technology, 93, p. 47-53

- RUSS, J. C., 1995: *The Image Processing – Handbook*. CRC Press, USA, ISBN 0-8493-2516-1
- Sieci neuronowe, 1999: Mat. Konf. z seminarium organizowanego przez StatSoft Polska Sp. z o.o., Warszawa
- SPALIŃSKA B., STEC R., SZTABA K., 1996: *Monografia KGHM Polska Miedź S.A., CBPM „Cuprum” Sp. Z o.o., Lubin, rozdz. 4.1, s. 637-648*
- SYSŁO M., 1964: *Uogólnione prawo Stokesa dla brył spójnych*. Zeszyty Naukowe AGH, 94, Kraków
- SZTABA K., 1961: *Przyczynek do zagadnienia określania wielkości ziarna mineralnego*. Przegląd Naukowo-Techniczny AGH, 9, 6, Kraków
- SZTABA K., 1964: *Niektóre własności geometryczne zbiorów ziarn mineralnych*. Zeszyty Naukowe AGH, 85, Kraków
- SZTABA K., 1976: *Poradnik Górnika, t. V*. Wydawnictwo „Śląsk”, Katowice, dz. V, rozdz. 2, s. 237-311
- SZTABA K., 1992: *Problems in taking into account shapes of mineral grains in flow classification*. Proceedings I International Conference of Modern Process Mineralogy and Mineral Processing, Beijing, China
- SZTABA K., 2003: *Identyfikacja i ocena wybranych właściwości surowców mineralnych oraz procesów ich przeróbki*. Wydawnictwo IGSMiE PAN, Kraków
- SZUMMER A., SIKORSKI K., KACZYŃSKI Ł., PADUCH J., STRÓŻ K., 1994. *Podstawy ilościowej mikroanalizy rentgenowskiej*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, ISBN 83-204-1747-3
- SZYMAŃSKI H., FRIEDEL K., SŁÓWKO W., 1990: *Urządzenia elektronowiązkowe*. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, ISBN 83-204-1128-9
- TADEUSIEWICZ R., 1979: *Programy analizy składu ziarnowego materiałów sypkich w systemie CESARO*. Zeszyty Naukowe AGH, s. 367-375
- TADEUSIEWICZ R., 1993: *Sieci neuronowe*. Akademicka Oficyna Wydawnicza, Warszawa
- TADEUSIEWICZ R., 2001: *Wprowadzenie do sieci neuronowych*. StatSoft Polska Sp. z o.o., Kraków
- TADEUSIEWICZ R., KORDEK J., NIPL R., 1979: *Cyfrowy eksperymentalny system analizy i rozpoznawania obrazów CESARO*. Zeszyty Naukowe AGH, s. 347-355

- TADEUSIEWICZ R., KOROHODA P., 1997: *Komputerowa analiza i przetwarzanie obrazów*. Wydawnictwo Fundacji Postępu Telekomunikacji, Kraków, ISBN 83-86476-15-X
- TADEUSIEWICZ R., MIKRUT Z., 1979: *Komputerowa analiza współczynników kształtu ziaren z wykorzystaniem systemu CESARO*. Zeszyty Naukowe AGH, s. 356-365
- TAYLOR M. A., 2002: *Quantitative measures for shape and size of particles*. Powder Technology, 124, s. 94-100
- THOMPSON T.L., CLARK N.N., 1991: *A Holistic Approach to Particle Drag Prediction*. Powder Technology, 67, s. 57-66
- VATHAVOORAN A., BATCHELOR A., MILES N.J., KINGMAN S.W., 2006: *Applying Froth Imaging Techniques to Assess Fine Coal Dewatering Behavior*. Coal Preparation, vol. 26, p.103-121, ISSN: 0734-9343
- VisioFroth™ Technology, 2006: Foldery firmy Metso Minerals Cisa
- WOJNAR L., KURZYDŁOWSKI K.J., SZALA J., 2002: *Praktyka analizy obrazu*. Polskie Towarzystwo Stereologiczne, Kraków, ISBN 83-917834-1-3
- WOJNAR L., MAJOREK M., 1994: *Komputerowa analiza obrazu*. Fotobit Design, Kraków, ISBN 83-901450-2-2
- WRÓBEL, Z., KOPROWSKI R., 2004: *Praktyka przetwarzania obrazów w programie MATLAB*. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa
- XU R., DI GUIDA O.A., 2003: *Comparison of sizing small particles using different technologies*. Powder Technology, vol. 132, s. 145-153

Spis rysunków

Rys. 3.1. Schemat technologiczny wzbogacania rudy węglanowo-tłukowej na przykładzie I-go ciągu O/ZWR Rejon Lubin	17
Rys. 3.2. Schemat technologiczny wzbogacania rudy piaskowcowej na przykładzie II-go ciągu O/ZWR Rejon Lubin	18
Rys. 5.1. Współczesny elektronowy mikroskop skaningowy	25
Rys. 5.2. Schemat budowy elektronowego mikroskopu skaningowego (SEM)	26
Rys. 5.3. Sygnały emitowane przez próbkę	30
Rys. 5.4. Zasięg i przestrzenny rozkład emisji różnego rodzaju elektronów w próbce	31
Rys. 5.5. Schemat ilustrujący emisję: a) kwantu charakterystycznego promieniowania rentgenowskiego, b) elektronu Augera	32
Rys. 6.1. Obraz ziaren piaskowca w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$ wraz z histogramem rozkładu stopni szarości	46
Rys. 6.2. Przebieg erozji i dylatacji: a) obraz binarny ziaren, b) obraz po jednokrotnej erozji; c) obraz po dwukrotnej erozji; d) obraz po jednokrotnej dylatacji; e) obraz po dwukrotnej dylatacji	50
Rys. 7.1. Podstawowe geometryczne parametry ziarna	61
Rys. 9.1. Schemat przygotowania próbek rud	75
Rys. 9.2. Zdjęcia mikroskopowe zglądów reprezentujących rudy: a) węglanową, b) tłukową, c) piaskowcową	77
Rys. 9.3. Zdjęcia mikroskopowe próbek proszkowych rudy węglanowej w klasie ziarnowej a) $0 \div 45$, b) $45 \div 71$, c) $71 \div 100 \mu\text{m}$	77
Rys. 9.4. Zdjęcia mikroskopowe próbek proszkowych rudy tłukowej w klasie ziarnowej a) $0 \div 45$, b) $45 \div 71$, c) $71 \div 100 \mu\text{m}$	78
Rys. 9.5. Zdjęcia mikroskopowe próbek proszkowych rudy piaskowcowej w klasie ziarnowej a) $0 \div 45$, b) $45 \div 71$, c) $71 \div 100 \mu\text{m}$	78
Rys. 9.6. Struktury mikroskopowe wybranych obszarów próbki wraz z mapami rozmieszczenia pierwiastków w tych mikroobszarach dla zglądów rud: a) węglanowej, b) tłukowej, c) piaskowcowej	84
Rys. 9.7. Struktury mikroskopowe wybranych obszarów próbki wraz z mapami rozmieszczenia pierwiastków w tych mikroobszarach dla próbek proszkowych rud: a) węglanowej, b) tłukowej, c) piaskowcowej, w klasie ziarnowej $0 \div 45 \mu\text{m}$	85
Rys. 10.1. Okno przykładowego projektu analizy obrazu w programie Aphelion	90
Rys. 10.2. Algorytm postępowania w procesie analizy obrazu	91
Rys. 10.3. Filtracja medianowa (FM) 5×5	92
Rys. 10.4. Matryce wykorzystywane w filtrze Nagao-Matsuyama	93
Rys. 10.5. Fragment makra wykonującego operacje na obrazie binarnym	94
Rys. 11.1. Schemat najlepszej douczonej sieci RBF nr 6 dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 45 \mu\text{m}$	108
Rys. 11.2. Schemat najlepszej douczonej sieci RBF nr 5 dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu\text{m}$	112

Rys. 11.3. Schemat najlepszej douczonej sieci RBF nr 9 dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$	115
Rys. 11.4. Odsetek poprawnych klasyfikacji ziaren rudy węglanowej realizowanych przez najskuteczniejsze modele sieci neuronowych w zagadnieniu trójstanowym	120
Rys. 11.5. Odsetek poprawnych klasyfikacji ziaren rudy łupkowej realizowanych przez najskuteczniejsze modele sieci neuronowych w zagadnieniu trójstanowym	120
Rys. 11.6. Odsetek poprawnych klasyfikacji ziaren rudy piaskowcowej realizowanych przez najskuteczniejsze modele sieci neuronowych w zagadnieniu trójstanowym	121
Rys. 11.7. Odsetek poprawnych klasyfikacji ziaren wszystkich typów rud w poszczególnych klasach ziarnowych realizowanych przez najskuteczniejsze modele sieci neuronowych w zagadnieniu trójstanowym	121
Rys. 11.8. Schemat najlepszej douczonej sieci RBF nr 8 dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 45 \mu\text{m}$	124
Rys. 11.9. Schemat najlepszej douczonej sieci RBF nr 9 dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu\text{m}$	126
Rys. 11.10. Schemat najlepszej douczonej sieci RBF nr 10 dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$	128
Rys. 11.11. Odsetek poprawnych klasyfikacji ziaren rudy węglanowo-łupkowej realizowanych przez najskuteczniejsze modele sieci neuronowych w zagadnieniu dwustanowym	132
Rys. 11.12. Odsetek poprawnych klasyfikacji ziaren rudy piaskowcowej realizowanych przez najskuteczniejsze modele sieci neuronowych w zagadnieniu dwustanowym	132
Rys. 11.13. Odsetek poprawnych klasyfikacji ziaren rud: węglanowo-łupkowej i piaskowcowej w poszczególnych klasach ziarnowych realizowanych przez najskuteczniejsze modele sieci neuronowych w zagadnieniu dwustanowym	133
Rys. 11.14. Rozpoznane udziały trzech typów rud w mieszankach z przewagą rudy piaskowcowej w różnych klasach ziarnowych	140
Rys. 11.15. Rozpoznane udziały trzech typów rud w mieszankach z przewagą rudy węglanowo-łupkowej w różnych klasach ziarnowych	141
Rys. 11.16. Porównanie rozpoznanych udziałów trzech typów rud z rzeczywistymi w mieszankach o przewadze rudy piaskowcowej dla różnych klasach ziarnowych	141
Rys. 11.17. Porównanie rozpoznanych udziałów trzech typów rud z rzeczywistymi w mieszankach o przewadze rudy węglanowo-łupkowej dla różnych klasach ziarnowych	142
Rys. 11.18. Rozpoznane udziały dwóch typów rud w mieszankach z przewagą rudy piaskowcowej w różnych klasach ziarnowych	143
Rys. 11.19. Rozpoznane udziały dwóch typów rud w mieszankach z przewagą rudy węglanowo-łupkowej w różnych klasach ziarnowych	144
Rys. 11.20. Porównanie rozpoznanych udziałów dwóch typów rud z rzeczywistymi w mieszankach o przewadze rudy piaskowcowej dla różnych klasach ziarnowych	144
Rys. 11.21. Porównanie rozpoznanych udziałów dwóch typów rud z rzeczywistymi w mieszankach o przewadze rudy węglanowo-łupkowej dla różnych klasach ziarnowych	145

Spis tabel

Tabela 2.1 Średni skład mineralogiczny rud miedzi [% wag]_____	9
Tabela 2.2 Skład litologiczny [%] rudy miedzi przerabianej w poszczególnych rejonach_____	10
Tabela 3.1 Zestawienie podstawowych wskaźników wzbogacania oraz bilansu technologicznego dla poszczególnych rejonów O/ZWR_____	19
Tabela 5.1 Podstawowe parametry mikroskopów_____	24
Tabela 7.1 Wybrane współczynniki kształtu_____	63
Tabela 9.1 Wyniki ilościowych analiz mineralogiczno-litologicznych dla próbek proszkowych_____	78
Tabela 9.2 Wyniki ilościowych analiz mineralogiczno-litologicznych dla zgładów_____	79
Tabela 10.1 Wybrane parametry dostępne w programie Aphelion_____	95
Tabela 10.2 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć rudy węglanowej w klasie 0÷45 μm_____	96
Tabela 10.3 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć rudy węglanowej w klasie 45÷71 μm_____	96
Tabela 10.4 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć rudy węglanowej w klasie 71÷100 μm_____	97
Tabela 10.5 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć rudy łupkowej w klasie 0÷45 μm_____	97
Tabela 10.6 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć rudy łupkowej w klasie 45÷71 μm_____	98
Tabela 10.7 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć rudy łupkowej w klasie 71÷100 μm_____	98
Tabela 10.8 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć rudy piaskowcowej w klasie 0÷45 μm_____	99
Tabela 10.9 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć rudy piaskowcowej w klasie 45÷71 μm_____	99
Tabela 10.10 Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć rudy piaskowcowej w klasie 71÷100 μm_____	100
Tabela 11.1 Statystyki opisowe zmiennych wejściowych wykorzystywanych przez modele dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej 0÷45 μm_____	104
Tabela 11.2 Edytor zbioru sieci o różnorodnych strukturach dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej 0÷45 μm_____	105
Tabela 11.3 Edytor zbioru douczonych sieci typu RBF oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej 0÷45 μm_____	108
Tabela 11.4 Klasyfikacje douczonych sieci RBF oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej 0÷45 μm_____	109
Tabela 11.5 Macierz pomyłek najlepszej douczonej sieci RBF oraz zespołu sieci dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej 0÷45 μm_____	110
Tabela 11.6 Analiza wrażliwości parametrów modeli sieci douczonych oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej 0÷45 μm_____	111
Tabela 11.7 Statystyki opisowe zmiennych wejściowych wykorzystywanych przez modele dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej 45÷71 μm_____	111

Tabela 11.8 Edytor zbioru douczonych sieci typu RBF oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu\text{m}$	112
Tabela 11.9 Klasyfikacje douczonych sieci RBF oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu\text{m}$	113
Tabela 11.10 Macierz pomyłek najlepszej douczonej sieci RBF oraz zespołu sieci dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu\text{m}$	113
Tabela 11.11 Analiza wrażliwości parametrów modeli sieci douczonych oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu\text{m}$	114
Tabela 11.12 Statystyki opisowe zmiennych wejściowych wykorzystywanych przez modele dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$	114
Tabela 11.13 Edytor zbioru douczonych sieci typu RBF oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$	115
Tabela 11.14 Klasyfikacje douczonych sieci RBF oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$	116
Tabela 11.15 Macierz pomyłek najlepszej douczonej sieci RBF oraz zespołu sieci dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$	116
Tabela 11.16 Analiza wrażliwości parametrów modeli sieci douczonych oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$	117
Tabela 11.17 Statystyki opisowe zmiennych wejściowych wykorzystywanych przez modele dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$	117
Tabela 11.18 Edytor zbioru douczonych sieci typu RBF oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$	118
Tabela 11.19 Klasyfikacje douczonych sieci RBF oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$	118
Tabela 11.20 Macierz pomyłek najlepszej douczonej sieci RBF oraz zespołu sieci dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$	119
Tabela 11.21 Analiza wrażliwości parametrów modeli sieci douczonych oraz ich zespołu dla trójstanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$	119
Tabela 11.22 Statystyki opisowe zmiennych wejściowych wykorzystywanych przez modele dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 45 \mu\text{m}$	123
Tabela 11.23 Edytor zbioru douczonych sieci typu RBF oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 45 \mu\text{m}$	123
Tabela 11.24 Klasyfikacje douczonych sieci RBF oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 45 \mu\text{m}$	124
Tabela 11.25 Analiza wrażliwości parametrów modeli sieci douczonych oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 45 \mu\text{m}$	125
Tabela 11.26 Statystyki opisowe zmiennych wejściowych wykorzystywanych przez modele dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu\text{m}$	125
Tabela 11.27 Edytor zbioru douczonych sieci typu RBF oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu\text{m}$	126
Tabela 11.28 Klasyfikacje douczonych sieci RBF oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu\text{m}$	126
Tabela 11.29 Analiza wrażliwości parametrów modeli sieci douczonych oraz ich zespołu dla	

<i>dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu\text{m}$</i>	127
Tabela 11.30 <i>Statystyki opisowe zmiennych wejściowych wykorzystywanych przez modele dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$</i>	127
Tabela 11.31 <i>Edytor zbioru douczonych sieci typu RBF oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$</i>	128
Tabela 11.32 <i>Klasyfikacje douczonych sieci RBF oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$</i>	129
Tabela 11.33 <i>Analiza wrażliwości parametrów modeli sieci douczonych oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$</i>	129
Tabela 11.34 <i>Statystyki opisowe zmiennych wejściowych wykorzystywanych przez modele dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$</i>	130
Tabela 11.35 <i>Edytor zbioru douczonych sieci typu RBF oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$</i>	130
Tabela 11.36 <i>Klasyfikacje douczonych sieci RBF oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$</i>	131
Tabela 11.37 <i>Analiza wrażliwości parametrów modeli sieci douczonych oraz ich zespołu dla dwustanowego zagadnienia klasyfikacji w klasie ziarnowej $0 \div 100 \mu\text{m}$</i>	131
Tabela 11.38 <i>Podsumowanie charakterystyk najefektywniejszych modeli sieci neuronowych dla wszystkich badanych przypadków</i>	134
Tabela 11.39 <i>Podsumowanie zgodnych klasyfikacji realizowanych przez najefektywniejsze modele sieci neuronowych dla wszystkich badanych przypadków</i>	134
Tabela 11.40 <i>Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć mieszanki 1 w klasie ziarnowej $0 \div 45 \mu\text{m}$</i>	137
Tabela 11.41 <i>Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć mieszanki 1 w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu\text{m}$</i>	137
Tabela 11.42 <i>Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć mieszanki 1 w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$</i>	138
Tabela 11.43 <i>Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć mieszanki 2 w klasie ziarnowej $0 \div 45 \mu\text{m}$</i>	138
Tabela 11.44 <i>Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć mieszanki 2 w klasie ziarnowej $45 \div 71 \mu\text{m}$</i>	139
Tabela 11.45 <i>Statystyki opisowe parametrów uzyskanych z analizy zdjęć mieszanki 2 w klasie ziarnowej $71 \div 100 \mu\text{m}$</i>	139