



Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie
Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki
Katedra Metrologii



Rozprawa doktorska

**Estymacja częstotliwościowych parametrów
systemu elektroenergetycznego
z zastosowaniem koherentnego repróbkowania**

mgr inż. Dariusz Borkowski

Promotor: dr hab. inż. Andrzej Biń

Kraków, 2 marca 2007

PODZIĘKOWANIA

W tym miejscu chciałbym wyrazić wdzięczność dla mojego promotora doktora hab. Andrzeja Bienia, który podjął się opieki naukowej, służył mi cennymi radami i wielokrotnie nawracał mnie na właściwą drogę.

Dziękuję również pracownikom Katedry Metrologii AGH, a szczególnie doktorowi Krzysztofowi Dudzie, doktorowi Tomaszowi Twardowskiemu, profesorowi Januszowi Gajdzie, profesorowi Tomaszowi Zielińskiemu, magistrowi Andrzejowi Wetuli, doktorowi Jarosławowi Bułatowi, za wiele dyskusji na temat pracy oraz cenne uwagi i pomoc. Szczególne podziękowania za pomoc chciałbym złożyć również doktorowi Maciejowi Wołoszynowi z wydziału Fizyki i Informatyki Stosowanej AGH.

Podziękowania za cierpliwość i wyrozumiałość składam również swojej żonie Beacie oraz synkowi Oskarowi, a także przyjaciołom i rodzicom za mobilizowanie mnie do działania, dobre słowo i wiele innych rzeczy.

Spis treści

Summary	ix
Zestawienie oznaczeń i skrótów	xi
1 Wprowadzenie	1
1.1 Motywacja	1
1.2 Cel i teza pracy	4
1.3 Kształt rozprawy	5
2 Obiekt badań — system elektroenergetyczny	7
2.1 Definicje	7
2.1.1 Modele sygnałów	7
2.1.2 Częstotliwościowa reprezentacja sygnałów energetycznych	9
2.1.3 Klasy obiektów	9
2.1.4 Punkt pracy obiektu	13
2.2 Własności systemu elektroenergetycznego	14
2.2.1 Pojęcie impedancji zastępczej systemu	14
2.2.2 Stan równowagi systemu	14
2.2.3 Zmienność częstotliwości podstawowej	15
2.2.4 Wahania niskoczęstotliwościowe napięcia	15
2.2.5 Odkształcenie sygnałów	16
2.3 Identyfikacja systemu elektroenergetycznego	19
2.3.1 Założenie lokalnej stacjonarności sygnałów	19
2.3.2 Wybór sygnałów pobudzających	19
2.3.3 Wybór eksperymentu identyfikacyjnego	20
2.3.4 Problem nieznajomości źródeł napięcia	21
2.3.5 Rozwój metod analizy systemu energetycznego	22
2.4 Modele systemu elektroenergetycznego	23
2.4.1 Modele liniowe	24
2.4.2 Modele Thevenina i Nortona	24
2.4.3 Modele liniowe, okresowo zmienne w czasie (LPTV)	27
2.4.4 Modele z zewnętrzną dynamiką	30
2.4.5 Modele z wewnętrzną dynamiką	30
2.4.6 Własności modeli	31
2.4.7 Modele parametryczne, strukturalne i black-box	34
2.5 Identyfikacja systemu energetycznego opisanego modelem Thevenina	35
2.5.1 Metoda gęstości widmowych	35
2.5.2 Źródła błędów identyfikacji systemu energetycznego	37
2.5.3 Analiza wrażliwości metody identyfikacji	40

3	Estymacja częstotliwości podstawowej systemu energetycznego	43
3.1	Definicje częstotliwości	43
3.2	Przegląd metod estymacji częstotliwości	45
3.3	Wybrane metody estymacji częstotliwości	46
3.3.1	Estymacja blokowa — pomiar czasu pomiędzy przejściami przez zero	47
3.3.2	Estymacja rekursywna — Filtr Kalmana	48
3.4	Ocena częstotliwości systemu przez uśrednianie częstotliwości chwilowej	52
3.5	Podsumowanie	53
4	Metody interpolacji, aproksymacji i repróbkiwania	55
4.1	Zadania aproksymacji i interpolacji	55
4.2	Klasyczna interpolacja wielomianowa	56
4.2.1	Interpolacja Lagrange'a	56
4.2.2	Interpolacja Taylora	59
4.2.3	Interpolacja Hermite'a	59
4.3	Klasyczna interpolacja funkcjami sklejanymi	60
4.3.1	Określenie funkcji sklejaney	60
4.3.2	Funkcje sklejaney trzeciego stopnia	61
4.4	Aproksymacja i interpolacja przez filtrację	64
4.4.1	Splot sygnałów	65
4.4.2	Interpolacja Sinc	66
4.4.3	Aproksymacja i interpolacja B-spline	68
4.4.4	Cardinal spline — związek pomiędzy Sinc i B-spline	77
4.5	Porównanie metod aproksymacji i interpolacji	77
4.6	Zadanie repróbkiwania	77
4.7	Repróbkiwanie przez filtrację B-spline	79
4.7.1	Ułamkowe opóźnienie sygnału	79
4.7.2	Konwersja częstotliwości próbkowania	79
4.7.3	Repróbkiwanie w dowolnych momentach	80
4.8	Zastosowanie DFT w analizie sygnałów repróbkiwanych ze zmiennym krokiem	82
5	Algorytm koherentnego repróbkiwania sygnałów	85
5.1	Cel działania metody	85
5.2	Źródło analizowanych sygnałów	85
5.3	Realizacja algorytmu	86
5.3.1	Blok pobierania próbek sygnału	87
5.3.2	Blok śledzenia chwilowej częstotliwości napięcia	87
5.3.3	Blok wyznaczania okresu repróbkiwania	87
5.3.4	Blok opóźniający sygnały	88
5.3.5	Blok prefiltracji (analizy) sygnałów	88
5.3.6	Blok wyznaczania współczynników filtra syntezy	88
5.3.7	Blok repróbkiwania (syntezy) sygnałów	89
5.4	Sposób inicjalizacji algorytmu	90
6	Implementacja metody koherentnego repróbkiwania	93
6.1	Implementacja na komputer PC	93
6.1.1	Środowisko Matlab	93
6.1.2	Źródła sygnałów testowych	93
6.1.3	Precyzja obliczeń	94
6.2	Implementacja na procesor sygnałowy	94

6.2.1	Platforma sprzętowa — zestaw startowy DSK6713	94
6.2.2	Kompilator i środowisko programowania	97
6.2.3	Implementacja algorytmu	97
6.2.4	Praca w czasie rzeczywistym — analiza obciążenia DSP	100
6.2.5	Wykorzystanie pamięci	101
7	Własności metody repróbkiwania i wyniki jej zastosowania	103
7.1	Własności metody koherentnego repróbkiwania	103
7.1.1	Własności estymatora częstotliwości chwilowej	103
7.1.2	Wpływ repróbkiwania na poprawę dokładności wyznaczania widma DFT	107
7.1.3	Własności częstotliwościowe toru repróbkiwania	112
7.2	Koherentne repróbkiwanie w estymacji parametrów sygnałów energetycznych . .	113
7.2.1	Estymacja częstotliwości chwilowej	113
7.2.2	Śledzenie harmonicznych	114
7.2.3	Wyznaczenie współczynnika zniekształceń harmonicznych	117
7.2.4	Wyznaczanie widma sygnałów energetycznych	118
7.3	Koherentne repróbkiwanie w estymacji częstotliwościowych parametrów systemu energetycznego	119
7.3.1	Symulowany, nieliniowy model systemu energetycznego	120
7.3.2	Laboratoryjny model systemu energetycznego	121
7.3.3	Rzeczywisty system energetyczny	123
7.4	Wrażliwość metody koherentnego repróbkiwania	124
8	Podsumowanie i kierunki dalszych badań	127
8.1	Wnioski	127
8.2	Oryginalne elementy pracy	129
8.3	Kierunki dalszych prac	130
8.4	Podsumowanie	130
	Bibliografia	131
	Skorowidz	137

Doctoral thesis

Estimation of power system spectral parameters with coherent resampling

M. Sc. Dariusz Borkowski

Summary

Everyone who deals with power quality measurements and power system diagnostics know the importance of discrete Fourier transform (DFT) in power applications. Despite the indisputable advantages of the DFT, it has also some weaknesses. The main disadvantage of the DFT is spectral leakage, which is most often caused by noncoherent sampling of the signals. Noncoherent sampling is related to time variability of the fundamental power system frequency, which slowly oscillates in narrow range around the nominal value.

The DFT leakage is a source of errors in some power quality measurements as well as some power system diagnostic methods. Affected measurements include, but are not limited to: THD measurement, harmonics tracking, power system and load harmonic impedance measurement.

To avoid the DFT leakage the signals have to be sampled in coherent manner. It means that each period of the signal consists of equal number of samples. Such a solution is preferred in the standard PN-EN-61000-4-7 along with use of rectangular window in DFT analysis. In case of inability of coherent sampling the use of Hanning window is suggested. Both methods, however, have some constraints.

The coherent sampling of the signals requires use of specialized hardware like PLL (phase locked loop). Unfortunately most of simple data acquisition systems do not provide the sampling trigger input for PLL connection. Moreover PLL itself has rather long response time of the order of several seconds. It is often the case when off-line analysis of previously, noncoherently sampled signals is performed. Coherent sampling is inapplicable then.

The second way of leakage limitation, discussed in PN-EN-61000-4-7, is use of the Hanning window instead of coherent sampling. The Fourier transform of the Hanning windows has wider main lobe and lower side lobes than Fourier transform of the rectangular window has. Thus it does not eliminate the leakage, it only changes its nature. The nonexisting components of the signal are attenuated due to lower side lobes, but the width of spectral lines corresponding to existing components are getting wider due to wide main lobe of the window.

As an alternative to the above mentioned methods, author introduces software coherent resampling method of noncoherently sampled signals. Main goal of the method is limitation of DFT leakage in power system signals analysis. The method combines modern signal processing and statistical analysis techniques in one, pretty usable algorithm. The method uses an extended Kalman filter as an instantaneous frequency estimator and B-spline LS approximation of analyzed signals as the combination of LTI (linear time in-

variant) analysis FIR filter with LTV (linear time variant) synthesis FIR filter to resample noncoherent sampled signals in coherent way.

The essential theoretical issues like power system modeling and identification methods, frequency estimation and tracking methods, approximation and resampling problems are described in the dissertation. The details of the proposed method as well as the implementation in Matlab and DSP are presented too. The results of analysis of the proposed method are also presented at the end of the dissertation. The examples include frequency estimation, DFT and THD estimation, harmonics tracking and power system harmonic impedance measurements. The results are compared with those obtained without coherent resampling of the signals. The carried out survey used both simulated and real signals (from laboratory experiments and from real power system).

Presented results proved that the coherent resampling method, proposed by the author, is able to limit DFT spectral leakage and thereby can significantly improve accuracy of the above mentioned measurements of power quality and power system state indices.

Zestawienie oznaczeń i skrótów używanych w tekście

Poniżej wymienione zostały ważniejsze, używane w treści pracy oznaczenia i skrót; pozostałe zdefiniowane są w tekście. Wielkości wektorowe i macierze zapisywane są w tekście pracy pogrubionymi literami, natomiast wielkości skalarne kursywą. Stopień funkcji danej klasy oznaczany jest indeksem dolnym w kwadratowych nawiasach np. $S_{[3]}(t)$, a stopień pochodnej tradycyjnie t.j. indeksem górnym np. $x^{(d)}(t)$. Oznaczenie $x(nT_S)$, gdzie T_S jest krokiem dyskretyzacji czasu t , oznacza n -tą próbkę sygnału $x(t)$ i jest zapisywane w skróconej formie jako $x(n)$.

Sygnały i funkcje ciągłe i dyskretne

$v(t)$ – sygnał napięcia sieci energetycznej,

$i(t)$ – sygnał prądu sieci energetycznej,

$x(t)$ – sygnał badany (wejściowy) lub funkcja aproksymowana,

$y(t)$ – sygnał wyjściowy lub funkcja aproksymująca,

$\mathbf{s}(t)$ – wektor zmiennych stanu,

$\phi(t), \Phi(\omega)$ – ogólna funkcja syntezy, transformata Fouriera funkcji syntezy,

$\psi(t), \Psi(\omega), P(z)$ – ogólna funkcja analizy lub odpowiedź impulsowa prefiltra, jej transformata Fouriera, jej transformata z ,

$\beta(t), B(\omega), B(z)$ – funkcja syntezy B-spline 3-go stopnia, jej transformata Fouriera, jej transformata z ,

$x(n)$ – ciąg próbek sygnału aproksymowanego,

$w(n)$ – ciąg wag reprezentacji B-spline sygnału aproksymowanego $x(n)$,

$y(k)$ – ciąg próbek sygnału wyjściowego lub funkcji aproksymującej.

Indeksy

n – indeks próbki sygnału wejściowego,

k – indeks próbki sygnału wyjściowego,

M – stała ilość próbek przypadających na okres sygnału wyjściowego,

m – lokalny indeks próbki sygnału wyjściowego (w obrębie jednego okresu),

d – stopień pochodnej lub indeks pomocniczy,

p – rząd harmonicznej lub indeks pomocniczy,

r – indeks pomocniczy,

Pozostałe oznaczenia

t – czas, zmienna niezależna,

z – zmienna niezależna transformacji z ,

s – zmienna niezależna transformacji Laplace'a,

f, ω, φ – częstotliwość, pulsacja, kąt fazowy,

f_{1N}, f_{1S}, f_1 – znamionowa wartość częstotliwości sygnału, częstotliwość podstawowa systemu, chwilowa częstotliwość podstawowa sygnału (napięcia),

F_S, F_{Sin}, F_{Sout} – częstotliwość próbkowania, częstotliwość próbkowania sygnałów wejścia, próbkowania sygnałów wyjścia,

T_S, T_{Sin}, T_{Sout} – okres próbkowania, okres próbkowania sygnałów wejścia, okres próbkowania sygnałów wyjścia,

Z_S, Z_O – impedancja zastępcza systemu energetycznego, impedancja obciążenia,

w – współczynnik wagowy lub współczynnik wielomianu,

q – przedział kwantowania lub stały odstęp między węzłami interpolacji,

$\mathcal{F}(\cdot), \mathcal{F}^{-1}(\cdot)$ – transformata Fouriera funkcji, odwrotna transformata Fouriera funkcji,

$\mathcal{L}(\cdot), \mathcal{L}^{-1}(\cdot)$ – transformata Laplace'a funkcji, odwrotna transformata Laplace'a funkcji,

$E[\cdot]$ – operator wartości oczekiwanej,

μ_x – wartość oczekiwana sygnału $x(t)$,

σ_x^2 – wariancja sygnału $x(t)$,

j – jednostka urojona $\sqrt{-1}$,
 Δ – operator różnicy, błąd bezwzględny,
 δ – błąd względny,
 $\delta(t)$ – delta Diraca,
 e – podstawa logarytmu naturalnego,
 \mathbf{I} – macierz jednostkowa,
 \mathbb{N} – zbiór liczb naturalnych,
 \mathbb{Z} – zbiór liczb całkowitych,
 \mathbb{C} – zbiór liczb zespolonych,
 \mathbb{R} – zbiór liczb rzeczywistych.

Skróty oznaczeń w tekście

PQ – *Power Quality* (jakość energii),
DFT – *Discrete Fourier Transform* (dyskretne przekształcenie Fouriera),
FFT – *Fast Fourier Transform* (szybkie przekształcenie Fouriera),
PLL – *Phase Locked Loop* (pętla synchronizacji fazowej),
VCO – *Voltage Controlled Oscillator* (oscylator sterowany napięciem),
FIR – *Finite Impulse Response* (skończona odpowiedź impulsowa),
IIR – *Infinite Impulse Response* (nieskończona odpowiedź impulsowa),
MA – *Moving Average* (biegnąca średnia),
AR – *Autoregression* (autoregresja),
ARMA – *Autoregressive Moving Average* (połączenie AR i MA),
LTI – *Linear Time Invariant* (układ liniowy czasowo niezmienny),
LTV – *Linear Time Variant* (układ liniowy czasowo zmienny),
LPTV – *Linear Periodically Time Variant* (układ liniowy okresowo zmienny w czasie),
WGN – *White Gaussian Noise* (biały szum Gaussa),
CS – *Cubic Spline* (funkcja sklejana trzeciego stopnia),

- LU – *Left Upper* (rodzaj dekompozycji macierzy na macierze trójkątne lewą i górną),
- SISO – *Single Input Single Output* (obiekt o jednym wejściu i jednym wyjściu),
- MSE – *Mean Square Error* (błąd średniokwadratowy).

Rozdział 1

Wprowadzenie

1.1 Motywacja

W ostatnich latach obserwuje się wzmożone zainteresowanie oceną jakości energii elektrycznej oraz diagnostyką systemów energetycznych. Zainteresowanie to jest spowodowane stratami wynikającymi ze złej jakości energii elektrycznej, a także poważnymi awariami dużych systemów energetycznych w ostatnim czasie.

Energia o złej jakości oddziałuje negatywnie na użytkowników energii (np. poprzez migotanie źródeł światła), na odbiorniki energii (powoduje: pracę udarową, uszkodzenia izolacji, generowanie drgań i rezonansów, przegrzewanie się elementów) jak również na sam system energetyczny (powoduje przeciążanie linii przesyłowych oraz nieprawidłowe działanie automatyki zabezpieczeniowej). Pogorszenie jakości energii elektrycznej jest powodowane głównie pracą dużej ilości odbiorników nieliniowych (np. prostowniki), pracą odbiorników niespokojnych dużej mocy (np. piece łukowe), jak również po części pracą elementów systemu energetycznego, należących do producentów i dystrybutorów energii (np. elementy sieci stałoprądowych HVDC przekształcające napięcie stałe na przemienne czy falowniki dostosowujące pulsację napięcia elektrowni wiatrowych do pulsacji sieci energetycznej).

Niska jakość energii elektrycznej przynosi straty finansowe idące w miliony Euro. W związku z tym, w Unii Europejskiej, opracowano instrumenty prawne pozwalające na wyciąganie konsekwencji wobec sprawców obniżania jakości energii. Przepisy są jednak niewystarczające w sytuacji, gdy nie ma opracowanych niezbędnych metod pomiarowych. Konflikty dotyczące uznania jednego z odbiorców lub sprzedawcy energii winnym obniżenia jej jakości kończą się często w sądzie, przy czym wskazanie winnego jest trudne.

Niektóre metody pozwalające na wykrycie sprawy pogorszenia jakości energii bazują na znajomości wartości parametrów zastępczych systemu i obciążenia [9, 33, 59]. W przypadku braku znajomości tych wielkości stają się one bezużyteczne.

Z powyższych względów istotnym jest opracowanie metod pomiaru zastępczych parametrów systemu oraz określania jakości energii elektrycznej, a także metod pozwalających na ograniczenie błędów pomiarowych.

Ważnymi charakterystykami, określającymi stan systemu energetycznego, są: zastępcza widmowa impedancja sieci energetycznej¹, widziana z punktu pomiaru w kierunku

¹Pojęcia impedancja nie można użyć do opisu obiektu nieliniowego jakim jest system energetyczny. W niniejszej pracy pojęcie to będzie oznaczać impedancję liniowego modelu systemu energetycznego,

źródeł zasilania oraz zastępcza widmowa impedancja obciążenia. Znajomość wartości tych parametrów (w funkcji częstotliwości) pozwala na określenie na ile zakłócenia generowane w jednym punkcie sieci energetycznej są przenoszone do pozostałych jej punktów [3].

Znajomość zastępczej impedancji systemu jest wykorzystywana także do innych celów. W diagnostyce systemu energetycznego można ją wykorzystać jako parametr opisujący jakość sieci zasilającej. W uproszczeniu duże wartości bezwzględne impedancji systemu dla częstotliwości podstawowej oznaczają zły stan systemu zasilającego w punkcie pomiaru. Znajomość impedancji zastępczej systemu w funkcji częstotliwości pozwala wykryć możliwość powstawania niebezpiecznych dla systemu rezonansów. Umożliwia to zapobieganie awariom (np. eksplozji baterii kondensatorów) jak również ułatwia projektowanie urządzeń do kompensacji harmonicznych. Wreszcie znajomość impedancji zastępczej systemu pozwala na planowanie rozbudowy sieci (np. na podjęcie decyzji o przyłączeniu, w danym punkcie sieci, odbiornika określonej mocy i o określonym poziomie emisji harmonicznych).

Spośród parametrów określających jakość energii elektrycznej na pierwszym miejscu można wymienić poziom harmonicznych w sygnałach prądu i napięcia [57]. Odpowiednie normy [117, 118] określają dopuszczalne poziomy harmonicznych dla tych sygnałów, różne dla różnych klas sieci energetycznych. Innymi parametrami jakości energii elektrycznej mogą być współczynnik THD czy częstotliwość napięcia sieci.

Wiele metod estymacji zastępczej impedancji systemu energetycznego [6, 16, 79, 69, 30, 111], jak również metod oceny jakości energii elektrycznej [3, 57, 70] opiera się na analizie częstotliwościowej sygnałów, wykorzystującej wyniki dyskretnego przekształcenia Fouriera (DFT) lub częściej jego efektywniejszej postaci czyli szybkiego przekształcenia Fouriera (FFT).

FFT oprócz zalet, jakimi są szybkość działania oraz łatwość implementacji, posiada również słabe strony. Przekształcenie to daje poprawną informację o zawartości częstotliwościowej sygnału, gdy spełnione są dwa warunki. Po pierwsze analizowany fragment sygnału powinien być okresowy. Po drugie analizie poddawany powinien być fragment sygnału o długości będącej całkowitą wielokrotnością jego okresu [61, 115].

Spełnienie pierwszego warunku dla sygnałów sieci energetycznej jest w ogólnym przypadku niemożliwe, ze względu na niestacjonarność sygnałów, które tylko w przybliżeniu są okresowe. Ograniczenie długości analizowanych fragmentów sygnałów energetycznych w większości przypadków niweluje wpływ ich niestacjonarności. Dlatego usprawiedliwione jest przyjęcie założenia o okresowości krótkich fragmentów sygnałów energetycznych, a zatem pierwszy warunek można uznać za spełniony dla większości przypadków.

Drugi warunek może być spełniony jeżeli znana jest wartość częstotliwości analizowanego sygnału oraz częstotliwość ta jest stała w czasie analizy. Wartość częstotliwości podstawowej sygnałów energetycznych zmienia się z czasem w otoczeniu wartości znamionowej 50 Hz w Europie [66]. Dlatego w przeważającej większości przypadków drugi warunek nie jest spełniony, co skutkuje rozmyciem widma DFT (zwanym również przeciekiem widma) [61]. Rozmycie widma objawia się tym, że energia, która powinna być skoncentrowana przy częstotliwości obecnej w sygnale (t.j. odzwierciedlona przez jeden prążek widma)², zostaje rozłożona również na sąsiednie częstotliwości (prążki). Rozmycie widma skutkuje zwiększeniem błędów analizy częstotliwościowej sygnałów (np. pomiar

którego linearyzacji dokonano w punkcie pracy. Dalsze wyjaśnienia znajdują się w punkcie 2.2.1, na stronie 14.

²Należy dodać, że pojedyncza składowa częstotliwościowa sygnału jest reprezentowana przez jeden prążek widma DFT tylko gdy częstotliwość tej składowej pokrywa jest równa częstotliwości prążka.

THD, śledzenie harmoniczych) [115].

Rozmycie widma powoduje zwiększenie błędów wszystkich pomiarów pośrednich wykorzystujących estymaty widma DFT. Są to pomiary wymienionych wyżej parametrów energii elektrycznej oraz pomiary zastępczej impedancji systemu energetycznego. Metody pomiaru zastępczej impedancji systemu energetycznego wykorzystują wprost widma DFT lub gęstości widmowe sygnałów prądu i napięcia. W metodach tych obliczane są ilorazy przyrostów liczb zespolonych będących wynikami DFT. Jeżeli przyrosty te są niewielkie i dodatkowo obciążone błędami związanymi z rozmyciem widma, to błędy estymacji impedancji zastępczej mogą osiągnąć bardzo duże wartości, nawet rzędu kilkuset procent [16].

Norma [116] sugeruje użycie metody FFT/DFT jako podstawowej metody analizy częstotliwościowej sygnałów energetycznych. Za długość sygnałów poddawanych analizie należy przyjąć 10 okresów sieci czyli 200 ms w Europie (dla znamionowej wartości częstotliwości 50 Hz). W celu uniknięcia rozmycia widma, związanego ze zmienną i różną od znamionowej częstotliwością sieci, norma zaleca stosowanie koherentnego (synchronicznego z częstotliwością podstawową) próbkowania sygnałów wycinanych oknem prostokątnym. Gdy koherentne próbkowanie nie jest możliwe, wtedy przed analizą DFT należy stosować wygładzające okno Hanninga.

Zalecany przez normę [116] sposób na uniknięcie lub znaczne ograniczenie rozmycia widma to koherentne (spójne) próbkowanie sygnałów. Koherentne próbkowanie to takie, w którym częstotliwość próbkowania sygnałów jest synchronizowana z częstotliwością badanego sygnału tak, aby na jeden okres sygnału przypadła całkowita liczba próbek (aby można wykorzystać FFT musi to być 2^n próbek, gdzie $n \in \mathbb{N}$). Wymaga to zastosowania układu synchronizacji (np. pętli synchronizacji fazowej czyli PLL) oraz posiadania systemu akwizycji danych wyposażonego w wejście zewnętrznego sygnału wyzwalającego próbkowanie.

Pętla synchronizacji fazowej to układ w którym częstotliwość wyjściowa z oscylatora sterowanego napięciem (VCO) jest synchronizowana z zadaną częstotliwością referencyjnego sygnału zewnętrznego. Synchronizacja ta polega na podaniu sygnału referencyjnego oraz wyjściowego z VCO na detektor fazy, który w przypadku jakichkolwiek odstępstw częstotliwości obu sygnałów generuje serię impulsów o znaku i wypełnieniu zależnym od różnicy częstotliwości. Sygnał z detektora fazy przefiltrowany przez dolnoprzepustowy filtr analogowy trafia na wejście sterujące VCO.

Wadą tego rozwiązania jest spore opóźnienie, sięgające kilku sekund, reakcji na zmianę częstotliwości sygnału referencyjnego wprowadzane przez filtr analogowy obecny w torze sprzężenia zwrotnego. Inną wadą jest tzw. drzenie fazowe (jitter) okresu próbkowania wynikające z analogowego sposobu generowania sygnału wyzwalającego [70].

Ponadto część tanich systemów akwizycji danych nie oferuje możliwości podania zewnętrznego sygnału wyzwalającego próbkowanie. W wielu innych przypadkach analiza sygnałów prądu i napięcia wykonywana jest już po zarejestrowaniu niekoherentnie próbkowanych sygnałów czyli off-line.

Alternatywnym rozwiązaniem pozwalającym na ograniczenie rozmycia widma DFT, związanego z niekoherentnym próbkowaniem sygnałów, sugerowanym przez normę [116] jest zastosowanie nieprostokątnego okna Hanninga. Wpływ okna na wyniki wyznaczania DFT polega na tym, że widmo DFT zdyskretyzowanego w czasie fragmentu sygnału o skończonej długości jest w istocie splotem widma transformaty Fouriera okna czasowego z prawdziwym widmem ciągłego sygnału. Transformaty Fouriera okien innych niż

prostokątne posiadają niższe tzw. listki boczne niż transformata okna prostokątnego [36]. Pozytywnym efektem użycia okien nieprostokątnych jest zmniejszenie amplitudy prążków widma DFT dla częstotliwości nieobecnych w sygnale. Niestety szerszy, niż w przypadku okna prostokątnego, tzw. listek główny okna nieprostokątnego powoduje rozłożenie energii składowej częstotliwościowej sygnału, która powinna być reprezentowana przez tylko jeden prążek, na prążki z nim sąsiadujące [115]. W efekcie rozmycie widma, związane brakiem synchronizacji częstotliwości próbkowania z częstotliwością sygnału, zostaje zredukowane, lecz pojawia się dodatkowe rozmycie związane z użyciem okna nieprostokątnego czasowego. Rozmycie to jest obecne zawsze, również wtedy gdy analizowany jest fragment sygnału o długości będącej całkowitą wielokrotnością długości okresu (t.j. np. przy koherentnym próbkowaniu sygnału) [61].

Obydwie, sugerowane w normie [116] metody redukcji rozmycia widma DFT mają swoje wady. Metody sprzętowej, wykorzystującej PLL, nie można zastosować do sygnałów już spróbkowanych jak również w większości typowych systemów akwizycji danych. Stosowanie okien nieprostokątnych redukuje lecz nie eliminuje rozmycia widma.

Alternatywą dla przedstawionych wyżej metod jest wykorzystanie, opracowanej przez autora rozprawy, metody koherentnego repróbkowania sygnałów spróbkowanych niekoherentnie. Metodę tę można stosować zarówno w układzie pomiarowym pracującym w czasie rzeczywistym, jak również off-line czyli do już zarejestrowanych, spróbkowanych niekoherentnie sygnałów. Zaproponowany algorytm koherentnego repróbkowania stał się jednym z podstawowych elementów biernej metody pomiaru impedancji zastępczej sieci energetycznej, opracowywanej przez zespół badawczy, do którego należy także autor pracy.

1.2 Cel i teza pracy

Ze względu na powszechne wykorzystanie szybkiego przekształcenia Fouriera w analizie sygnałów energetycznych oraz w diagnostyce systemu elektroenergetycznego uznano za konieczne opracowanie metody pozwalającej na zmniejszenie rozmycia widma DFT związanego z brakiem synchronizacji próbkowania z częstotliwością podstawową sygnałów.

Celem niniejszej pracy jest zatem opracowanie i zbadanie własności metody koherentnego repróbkowania sygnałów. Metoda repróbkowania powinna umożliwić:

- ograniczenie błędów estymacji widma DFT, współczynnika THD oraz śledzenia zmian harmoniczných sygnałów energetycznych,
- zmniejszenie błędów estymacji zastępczej impedancji sieci energetycznej,
- korekcję opóźnienia czasowego wynikającego z niesynchronicznego próbkowania kanałów, w wielokanałowych systemach akwizycji danych z jednym układem próbkująco-pamiętającym i multipleksowaniem kanałów wejściowych,
- estymację częstotliwości chwilowej repróbkowanego sygnału.

Z powyższych przemyśleń wynikła następująca teza:

„Wykorzystanie proponowanej przez autora metody koherentnego repróbkowania sygnałów umożliwia ograniczenie błędów estymacji częstotliwościowych parametrów systemu elektroenergetycznego”,

Prawdziwość postawionej tezy została wykazana w dalszej części rozprawy.

Zagadnienia cząstkowe związane z niniejszą pracą zostały opublikowane przez autora w pracach [14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22] oraz były prezentowane w licznych wystąpieniach konferencyjnych.

1.3 Kształt rozprawy

Niniejsza rozprawa przedstawia metodę koherentnego repróbkiwania, której zastosowanie pozwala ograniczyć błędy estymacji częstotliwościowych parametrów sygnałów energetycznych oraz systemu energetycznego.

W rozdziale 2 przedstawiony został obiekt badań jakim jest system elektroenergetyczny, jego własności oraz metody modelowania i identyfikacji. Podane zostały także definicje oraz klasyfikacje sygnałów, obiektów, modeli stosowane w opisie zjawisk związanych z przesyłem energii elektrycznej przez system energetyczny.

Prezentowana w rozprawie metoda repróbkiwania składa się z dwóch podstawowych elementów. Są to moduł estymacji częstotliwości podstawowej systemu energetycznego oraz moduł wykonujący repróbkiwanie w zadanych momentach czasu.

W rozdziale 3 zdefiniowano pojęcia związane z estymacją częstotliwości, dokonany został przegląd istniejących metod estymacji częstotliwości oraz zaprezentowano szczegóły dwóch metod wykorzystanych w algorytmie koherentnego repróbkiwania.

Rozdział 4 dotyczy metod aproksymacyjnych oraz repróbkiwania. Są w nim przedstawione teoretyczne podstawy interpolacji i aproksymacji, wielomianowej i funkcjami sklejanymi w ujęciu klasycznym oraz za pomocą filtrów interpolujących. Dokonane zostało także porównanie opisywanych metod. W dalszej części określono zadanie repróbkiwania i przedstawione zostały jego trzy spotykane w praktyce warianty oraz sposoby realizacji.

Następnie, w rozdziale 5, wyjaśniona została zasada działania proponowanego algorytmu reprobkiwania oraz opisane zostały operacje wykonywane przez poszczególne bloki funkcjonalne algorytmu. Rozdział 6 podaje szczegóły implementacji algorytmu reprobkiwania na komputerze PC oraz w systemie z procesorem sygnałowym.

Rozdział 7 przedstawia wyniki badań skuteczności proponowanej metody w ograniczaniu błędów estymacji wybranych parametrów sygnałów i systemu energetycznego (estymacja widma DFT, współczynnika THD, śledzenie harmonicznych, estymacja zastępczej impedancji systemu). Przedstawione wyniki potwierdzają słuszność postawionej tezy.

Ostatni rozdział jest podsumowaniem pracy. Podano tam wnioski, wymieniono oryginalne osiągnięcia autora jak również wskazane zostały kierunki dalszych badań.

Rozdział 2

Obiekt badań — system elektroenergetyczny

Niniejsza praca przedstawia proponowaną przez autora metodę koherentnego reprób-kowania sygnałów energetycznych umożliwiającą ograniczenie błędów wyznaczania wybranych parametrów systemu elektroenergetycznego i jakości energii elektrycznej. Z tego względu konieczne jest najpierw przedstawienie obiektu badań czyli systemu elektroenergetycznego, jego własności oraz przyjętego w pracy modelu.

2.1 Definicje

Przed omówieniem cech systemu elektroenergetycznego zasadnym wydaje się być zdefiniowanie wybranych pojęć oraz dokonanie klasyfikacji modeli sygnałów oraz obiektów. Definicje podane w tym rozdziale zostały zaczerpnięte wprost lub opracowane na podstawie pozycji [3, 5, 24, 36, 50, 61, 67, 75, 82, 97].

2.1.1 Modele sygnałów

Sygnały deterministyczne to sygnały, których przyszłe wartości można przewidzieć [36]. Do klasy tej należą między innymi poniższe trzy klasy sygnałów.

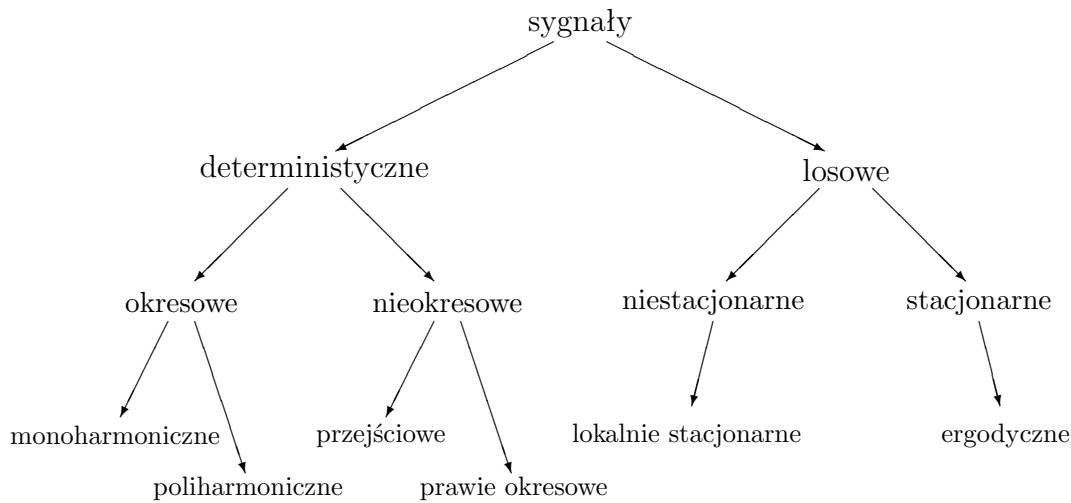
Sygnał monoharmoniczny lub inaczej sinusoidalny to sygnał, opisywany zależnością

$$x(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) , \quad (2.1)$$

gdzie ω_1 to pulsacja, przy czym $\omega_1 = 2\pi f_1$, A_1 to amplituda, φ_1 to kąt fazowy liczony względem czasu $t = 0$. Sygnał taki jest często przedstawiany za pomocą liczby zespolonej $X = A_1 e^{j(\omega_1 t + \varphi_1)}$, lub w postaci tzw. fazora, czyli z pominięciem jego pulsacji $X = A_1 e^{j\varphi_1}$.

Sygnał poliharmoniczny (okresowy) jest liniową kombinacją sygnałów sinusoidalnych o pulsacjach będącymi całkowitymi wielokrotnościami pulsacji ω_1 . Może być on zapisany w postaci szeregu Fouriera:

$$x(t) = A_0 + \sum_{h=1}^{\infty} A_h \sin(h\omega_1 t + \varphi_h) , \quad (2.2)$$



Rysunek 2.1: Klasyfikacja modeli sygnałów.

gdzie h jest rzędem harmonicznej.

Model poliharmoniczny jest najczęściej stosowanym w praktyce modelem sygnałów napięcia i prądu sieci energetycznej znajdującej się w stanie ustalonym lub quasiustalonym (patrz punkt 2.2.2 na stronie 14) [3].

Sygnał prawie okresowy to sygnał będący liniową kombinacją sygnałów sinusoidalnych o różnych pulsacjach, t.j. niekoniecznie będącymi całkowitymi wielokrotnościami pulsacji ω_1 [36]. Może być zapisany jako:

$$x(t) = A_0 + \sum_{n=1}^N A_n \sin(\omega_n t + \varphi_n), \quad (2.3)$$

Sygnały losowe to sygnały niedeterministyczne, a więc takie, których wartości nie da się przewidzieć na podstawie ich opisu i/lub poprzednich wartości [5, 24]. Do opisu własności tych wygnałów służą wielkości statystyczne. Do klasy tej należą poniższe klasy sygnałów.

Sygnał stacjonarny to sygnał, którego statystyczne własności (wartości parametrów statystycznych) nie zmieniają się w czasie. Przykładem może być biały szum o rozkładzie Gaussa. Nie jest to ścisła definicja sygnału stacjonarnego, jednak jest ona zupełnie wystarczająca dla potrzeb niniejszej pracy. Ścisłą definicję można znaleźć w [5, 36]. Pojęcie stacjonarności można rozszerzyć na sygnały deterministyczne. Przykładem takiego sygnału jest sygnał poliharmoniczny.

Sygnał niestacjonarny to sygnał, którego własności statystyczne zmieniają się w czasie [67, 24]. Przykładowo może to być zmienna w czasie wartość średniokwadratowa bądź zmienna w czasie gęstość widmowa sygnału.

Sygnał lokalnie stacjonarny to sygnał, którego własności statystyczne (parametry), w określonym przedziale czasu, zmieniają się na tyle powoli, że możliwe jest uznanie go za stacjonarny w tym przedziale czasu [5].

Należy podkreślić, że w metrologii często mamy do czynienia z sygnałami deterministycznymi zawierającymi pomiarowe zakłócenia losowe [36].

2.1.2 Częstotliwościowa reprezentacja sygnałów energetycznych

W ogólności sygnały prądu i napięcia systemu energetycznego są niestacjonarne [7, 17]. Jednak w większości przypadków, podczas normalnej pracy systemu elektroenergetycznego, własności statystyczne sygnałów zmieniają się na tyle powoli, że można przyjąć ich lokalną stacjonarność (nawet w kilku lub kilkunastosekundowych przedziałach czasu analizy) [82]. Przy takim założeniu, zgodnie np. z normą [116], sygnały te mogą być i najczęściej są przybliżone ich rozwinięciem w szereg Fouriera (2.2) w skończonych przedziałach czasu. W dalszej części pracy analizowane sygnały będą traktowane jako lokalnie stacjonarne, o ile nie zostanie to zaznaczone inaczej.

Częstotliwość podstawowa sygnału okresowego $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi}$ to częstotliwość pierwszego składnika sumy w reprezentacji sygnału w postaci szeregu Fouriera (2.2).

Składowa podstawowa to składowa sygnału o częstotliwości $f = f_1$ sygnału okresowego (2.2).

Harmoniczna to składowa o częstotliwości f będącej całkowitą wielokrotnością częstotliwości podstawowej: $f = f_h = hf_1$ gdzie $h \in \mathbb{N}$ [3].

Interharmoniczna to składowa o częstotliwości f nie będącej całkowitą wielokrotnością częstotliwości podstawowej i równocześnie większą od częstotliwości podstawowej: $f > f_1$ i $f \neq hf_1$ gdzie $h \in \mathbb{N}$ [3, 57].

Subharmoniczna to składowa o częstotliwości f będącą całkowitą podwielokrotnością częstotliwości podstawowej: $f = \frac{1}{h}f_1$ gdzie $h \in \mathbb{N}$ [57].

2.1.3 Klasy obiektów

Poniżej przedstawiono wybrane klasy modeli obiektów. Rozważania ograniczono do obiektów jednowejściowych i jednowyjściowych czyli SISO (ang. *Single Input Single Output*). W większości przypadków rozważania te można uogólnić na obiekty wielowejściowe i wielowyjściowe czyli MIMO (ang. *Multiple Input Multiple Output*) jak również wielowejściowy, jednowyjściowy (MISO) oraz jednowejściowy, wielowyjściowy (SIMO) [50, 67]. Trójfazowe elementy systemu energetycznego modeluje się jako obiekty MIMO, a przy założeniu symetrii napięć i odbiorników można zastąpić system trójfazowym jego odpowiednikiem jednofazowym i użyć opisu w postaci obiektu SISO [3].

Obiekt SISO (rys. 2.2) jest pobudzany sygnałem wejściowym $x(t)$, a jego odpowiedzią na takie pobudzenie jest sygnał wyjściowy $y(t)$. Klasyfikację obiektów według różnych kryteriów przedstawia rysunek 2.3.

Obiekt statyczny to obiekt, którego odpowiedź (sygnał wyjściowy) ma taki sam kształt jak wymuszenie (sygnał wejściowy), z tą różnicą, że odpowiedź obiektu może być wzmocniona bądź tłumiona (mnożenie przez stałą) i/lub przesunięta (przez dodanie stałej) względem wymuszenia. Odpowiedź nie jest jednak opóźniona w czasie względem wymuszenia. Obiekt taki nie magazynuje energii, może ją jedynie rozpraszać



Rysunek 2.2: Obiekt jednowejściowy i jednowyjściowy (SISO).

[50]. Przykładem takiego obiektu jest rezystancja. Obiekt statyczny można opisać równaniem algebraicznym np.:

$$y = b_1 x + b_0 \quad (2.4)$$

Obiekt dynamiczny to obiekt o określonej (skończonej) dynamice. Dynamika obiektu przejawia się w jego zdolności do magazynowania energii, czego skutkiem jest bezwładność objawiająca się jako opóźnienie (w obiektach inercyjnych) lub wyprzedzenie (w obiektach różniczkujących) odpowiedzi względem wymuszenia [3, 50].

Obiekty dynamiczne w dziedzinie czasu ciągłego opisywane są równaniem całkowym lub różniczkowym, jak np.:

$$y(t) + \alpha \frac{d^2 y}{dt^2} = \beta \frac{dx}{dt} . \quad (2.5)$$

Dynamikę obiektu opisuje jego odpowiedź impulsowa $h(t)$ [61]. Znając ją można, według poniższej zależności, wyznaczyć odpowiedź obiektu na dowolne wymuszenie:

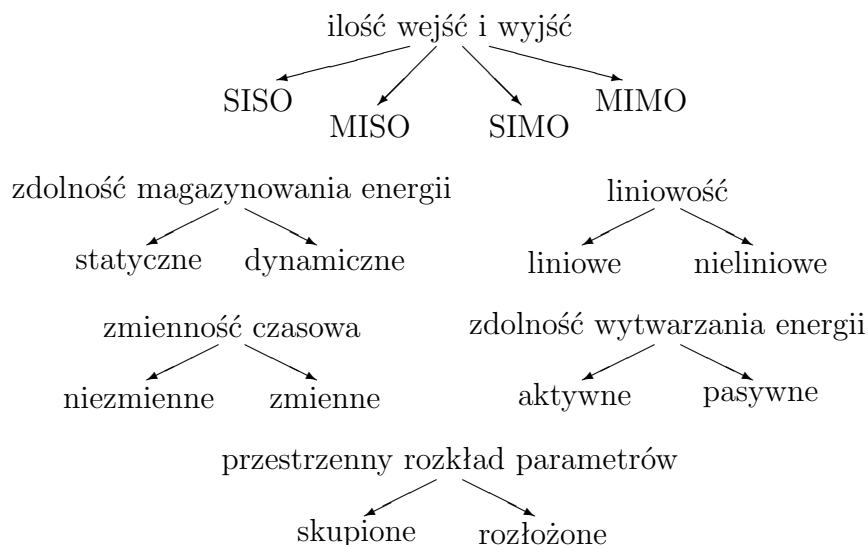
$$y(t) = \int_0^{+\infty} h(\tau) x(t - \tau) d\tau , \quad (2.6)$$

Stosunek transformaty Laplace'a sygnału wyjściowego $Y(s)$ do transformaty Laplace'a sygnału wejściowego $X(s)$ nazywamy transmitancją operatorową $H(s)$ obiektu lub funkcją przejścia [115]. Analogicznie wyznaczamy transmitancję operatorową dyskretną $H(z)$ jako stosunek $Y(z)/X(z)$. Dzięki podstawieniu $s = j\omega$ do $H(s)$ lub $z = e^{j\omega}$ do $H(z)$ otrzymuje się odpowiedź częstotliwościową obiektu $H(\omega)$. Odpowiedź częstotliwościowa $H(\omega)$ jest równa transformacji Fouriera odpowiedzi impulsowej obiektu $h(t)$. W przypadku liniowego dwójnika, którego sygnałem wejściowym jest prąd, a odpowiedzią napięcie odpowiedź częstotliwościowa obiektu jest jego widmową impedancją.

W przypadku sygnałów dyskretnych liniowy obiekt SISO może być opisany transmitancją operatorową, będącą ilorazem wielomianów zmiennej z (jest to opis postaci IIR lub ARMA):

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\sum_{n=0}^N b_n z^{-n}}{1 + \sum_{m=1}^M a_m z^{-m}} . \quad (2.7)$$

Najogólniejszym sposobem opisu liniowego obiektu dynamicznego są równania stanu, pozwalające na opis obiektów MIMO. Zawiera ją one zmienne obserwowalne (wejścia $\mathbf{x}(t)$ i wyjścia $\mathbf{y}(t)$) oraz nieobserwowalne (wewnętrzne) zmienne $\mathbf{s}(t)$, zwane



Rysunek 2.3: Klasyfikacja obiektów według różnych kryteriów.

zmiennymi stanu [38, 50]:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{s}} &= \mathbf{A}\mathbf{s} + \mathbf{B}\mathbf{x} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{s} + \mathbf{D}\mathbf{x}\end{aligned}\quad (2.8)$$

Przykładami obiektów dynamicznych są kondensator oraz cewka indukcyjna.

Obiekt liniowy to obiekt, którego zależność pomiędzy wyjściem (wyjściami), a wejściem (wejściami) jest funkcją liniową [3, 61]. W przypadku stosunkowo prostego obiektu, jak np. szeregowy dwójnik RL, do opisanego jego własności dynamicznych wystarczy para liczb (wartości parametrów R i L). W przypadku bardziej skomplikowanego połączenia elementów liniowych, jego zachowanie opisywane jest za pomocą odpowiedzi impulsowej (punkt 4.4.1, strona 65) lub transmitancji, a w dziedzinie częstotliwości za pomocą charakterystyk amplitudowo–częstotliwościowych i fazowo–częstotliwościowych. Obiektami liniowymi są m. in. obiekty złożone z dowolnej kombinacji idealnych elementów R , L i C .

Przykładowy obiekt liniowy może być opisany jak poniżej:

$$y = B_2 \frac{dx}{dt} + B_1 x + B_0. \quad (2.9)$$

Obiekt nieliniowy — jest nim każdy obiekt, którego zależności pomiędzy wyjściami i wejściami nie da się opisać funkcją liniową [3, 61]. Nie można do jego opisu użyć transmitancji ani impedancji/admitancji widmowej. Nie można też przedstawić jednoznacznych charakterystyk częstotliwościowych, gdyż odpowiedź na pobudzenie takiego obiektu sygnałem monoharmonicznym o pewnej częstotliwości może zawierać różne składowe częstotliwościowe, a w szczególnych przypadkach może nie zawierać wcale składowej o częstotliwości pobudzenia (np. $y = x^2$). Obiektem nieliniowym jest np. dioda prostownicza.

Trzeba dodać, że w zasadzie wszystkie elementy systemu są nieliniowe jeśli rozpatrujemy ich działanie w wystarczająco szerokim zakresie zmian pobudzenia. Przykładowo duży prąd przepływający przez rezystor powoduje jego podgrzewanie i zmianę rezystancji. W efekcie napięcie na rezystorze przestaje być liniową funkcją prądu [13].

Przykładowy obiekt nieliniowy może być opisany zależnością:

$$y = B \arctan(x) . \quad (2.10)$$

Obiekt niezmienny w czasie to obiekt, którego parametry są stałe w czasie [61, 115].

Może to być cecha dowolnego z w.w. obiektów. Za obiekt niezmienny w czasie można uznać rezystor pracujący w stałych warunkach (wymiana ciepła z otoczeniem, przyłożone napięcie) i rozpatrywany w okresie czasu, w którym starzenie materiału rezystora jest pomijalne.

Obiekt zmienny w czasie to obiekt, którego parametry lub opis zmieniają się w czasie [61]. Zmienność parametrów może być bardzo powolna (np. zmiany wynikające ze starzenia się materiałów) bądź szybka (np. celowa regulacja wartości parametru). Obiektem zmiennym w czasie jest np. potencjometr regulowany w czasie analizy.

Obiekt o parametrach skupionych jest obiektem, którego opis jest niezależny od jego geometrii. Najczęściej jest to związane z jego stosunkowo niewielkimi rozmiarami pozwalającymi na uniezależnienie opisu matematycznego od rozmiaru obiektu. Obiekt taki można opisać za pomocą równań różniczkowych zwyczajnych [50]. Zdecydowana większość elementów systemu elektroenergetycznego jest opisywana modelami o skupionych parametrach. Obiektami tego typu są np. kondensator oraz silnik.

Obiekt o parametrach rozłożonych jest to obiekt, w którego opisie matematycznym należy uwzględnić geometrię. Przykładem takiego obiektu jest np. linia energetyczna o znacznej długości, podczas analizy której powinno zostać uwzględnione tłumienie wprowadzane przez kabel i/lub odbicia falowe. Obiekt o takich własnościach nosi nazwę linii długiej [3]. Efekty te powodują, odkształcenie transmitowanego sygnału (napięcie) w miarę oddalania się od źródła (początku linii). Obiekt taki można opisać za pomocą równań różniczkowych cząstkowych [50]. Ze względu na stopień trudności wynikający z uwzględnienia dodatkowych zmiennych (położenia w jednym, dwóch lub trzech wymiarach) często obiekty takie przybliża się modelami o parametrach skupionych (np. długą linię energetyczną przybliża się szeregowym połączeniem wielu tzw. II-sekcji) [55, 3].

Przykładowy obiekt zmienny w czasie może być opisany jak poniżej:

$$y = B(l)x , \quad (2.11)$$

gdzie l jest odległością.

Obiekt pasywny (bierny) jest to obiekt, nie zawierający źródeł energii [94]. Przy braku pobudzenia (sygnału wejściowego) sygnał wyjściowy będzie zerowy. Przykładem takiego obiektu może być rezystor. Napięcie na jego zaciskach może się pojawić tylko

pod wpływem przepływu prądu. Przykładowa zależność opisująca taki obiekt jest następująca:

$$y = Bx . \quad (2.12)$$

Obiekt aktywny (czynny) jest to obiekt, zawierający źródło energii, czyli taki, którego odpowiedź na zerowe pobudzenie jest niezerowa. Przykładem takiego obiektu może być szeregowo połączenie baterii i rezystora. Przy rozwartych stykach takiego dwójnika, pomimo że prąd w obwodzie praktycznie nie płynie, to na zaciskach dwójnika istnieje niezerowe napięcie. Przykładowa zależność opisująca taki obiekt jest następująca:

$$y = Bx + e . \quad (2.13)$$

Obiekty LTI i LTV stanowią ważne i często wykorzystywane klasy obiektów. Obiekt LTI (ang. *Linear Time Invariant*) jest obiektem liniowym, o niezmiennych w czasie parametrach [61]. Z kolei obiekt LTV (ang. *Linear Time Variant*) to obiekt liniowy, o parametrach zmiennych w czasie. Z reguły przyjmuje się, że obiekt jest dynamiczny. Obiekt statyczny jest zresztą szczególnym przypadkiem obiektu dynamicznego. Przykładem obiektu LTI jest cyfrowy filtr FIR o stałych współczynnikach. Przykładem obiektu LTV jest filtr adaptacyjny [115].

Autor niniejszej rozprawy badał możliwości modelowania zmiennego w czasie systemu energetycznego w postaci filtrów LTV. Otrzymane wyniki wskazują, że taki sposób modelowania pozwala na dobre odzwierciedlenie czasowej zmienności systemu, lecz trudne jest zachowanie stabilności filtrów stosowanych do opisu systemu [17].

Podział obiektów na klasy, z uwzględnieniem rozmaitych kryteriów, przedstawiono na rysunku 2.3.

Chęć bardzo dokładnego odzwierciedlenia zachowania rzeczywistych obiektów wymuszałyby modelowanie ich jako nieliniowe, dynamiczne, o parametrach rozłożonych przestrzennie oraz zmiennych w czasie. W rzeczywistości jednak niektóre z tych cech, choć istnieją, posiadają znikomy wpływ zachowanie obiektu. Po drugie najczęściej wystarcza odzwierciedlenie zachowania obiektu w pewnych ściśle określonych warunkach. Pozwala to stosowanie uproszczonych reprezentacji obiektu.

Jako przykład można podać znikomy wpływ długości szyn rozdzielni (kilka metrów) wobec wpływu 50 km linii napowietrznej zasilającej tę rozdzielnię. Dlatego też, przy modelowaniu rozległego systemu energetycznego, rozdzielnie modelowane są jako obiekty o parametrach skupionych [55].

Według autora to właśnie od posiadanej wiedzy o obiekcie, oczekiwanej dokładności opisu i wyników analizy oraz od akceptowalnej złożoności modelu zależy na jakie uproszczenia w opisie rzeczywistości badacz może sobie pozwolić. Często mogą to być daleko idące uproszczenia.

2.1.4 Punkt pracy obiektu

Punkt pracy jest położeniem na charakterystyce pracy danego obiektu, w którym zachodzi działanie tego obiektu i dla którego mogą zostać określone chwilowe parametry pracy obiektu. Najczęściej tego pojęcia używa się wobec obiektów nieliniowych.

Dla obiektu statycznego punkt pracy będzie określony wartością chwilową sygnału pobudzającego. Dla obiektów dynamicznych punkt pracy będzie jednoznacznie charakteryzowany poprzez składowe częstotliwościowe sygnału pobudzającego.

W przypadku identyfikacji systemu energetycznego widzianego z punktu pomiaru w stronę zasilania sygnałem pobudzającym jest prąd obciążenia w tymże punkcie. W praktyce za transport większości energii odpowiada podstawowa harmoniczna. Dlatego, pomimo że system energetyczny jest obiektem dynamicznym, często punkt pracy systemu określa się poprzez wartość skuteczną prądu lub moc czynną obciążenia.

Punkty pracy systemu energetycznego istotne dla projektowania i rozbudowy systemu to stan zwarcia, obciążenie znamionowe i bieg jałowy.

2.2 Własności systemu elektroenergetycznego

System elektroenergetyczny jest nieliniowym, zmiennym w czasie, obiektem dynamicznym o parametrach rozłożonych przestrzennie. Rozpatrywany jest jako obiekt złożony z wielu liniowych oraz nieliniowych obiektów dynamicznych o stałych lub zmiennych w czasie parametrach skupionych (rzadziej rozłożonych) oraz o zmieniającej się konfiguracji połączeń tych elementów.

2.2.1 Pojęcie impedancji zastępczej systemu

W dalszej części rozprawy będzie wielokrotnie używane pojęcie „zastępczej impedancji systemu elektroenergetycznego”. Wiadomo, iż w odniesieniu do obiektów nieliniowych nie można używać pojęcia impedancja, tak samo jak nie definiuje się transmitancji obiektów nieliniowych. Otóż autor, z całą świadomością tego faktu, chciałby zwrócić uwagę na słowo „zastępcza”. Przez „zastępczą impedancję systemu elektroenergetycznego” autor rozumie impedancję liniowego modelu systemu elektroenergetycznego, najlepiej, w sensie najmniejszych kwadratów, przybliżającego własności rzeczywistego systemu. Oczywiście oznacza to, że „impedancja zastępcza systemu” jest wynikiem linearyzacji tego systemu w punkcie jego pracy. Temat ten zostanie rozwinięty w dalszej części rozdziału.

2.2.2 Stan równowagi systemu

W analizie normalnej pracy systemu, bez uwzględniania stanów awaryjnych i przejściowych, przyjmowane jest założenie, iż system elektroenergetyczny znajduje się w stanie równowagi (ustalonym).

Według Sacomanno [82], aby mówić o idealnym stanie równowagi należy przyjąć, że konfiguracja (układ połączeń) i parametry systemu (obciążenia elektryczne i mechaniczne) są stałe, a trójfazowa część systemu jest fizycznie symetryczna. Można, choć nie jest to konieczne przyjąć, że elementy systemu są liniowe, a zatem przebiegi prądów i napięć są sinusoidalne. W takiej sytuacji system elektroenergetyczny jest w stanie równowagi jeśli:

- napięcia wzbudzenia generatorów synchronicznych są stałe,
- wszystkie generatory mają tę samą prędkość obrotową (pracują synchronicznie),
- prędkość obrotowa generatorów nie zmienia się.

Stan ustalony w ścisłym tego słowa znaczeniu nigdy nie występuje. Wynika to ze zmiennej ilości, konfiguracji i mocy odbiorników jak również z aktualnej ilości i mocy aktualnie pracujących generatorów. Układy sterowania nadrzędne (na poziomie krajowym) jak i lokalne (w elektrowniach) pracują w trybie nadażnym (nadażają za zmianami mocy pobieranej) tak, by utrzymać stan zbliżony do stanu ustalonego [82]. Dlatego można mówić co najwyżej o istnieniu stanu quasiustalonego lub przyjąć możliwość istnienia stanu ustalonego w stosunkowo krótkich przedziałach czasu.

2.2.3 Zmienność częstotliwości podstawowej

Częstotliwość podstawowa systemu ulega powolnym zmianom w czasie wokół wartości znamionowej. Jest to związane ze zjawiskami elektromechanicznymi występującymi w systemie energetycznym [66, 82].

Pole elektromagnetyczne związane z pracą generatorów w jednym systemie działa podobnie jak wał sprężysty łączący dwa napędy, t.j. nie dopuszcza do istotnej różnicy prędkości obrotowej generatorów. Możliwe są jedynie fluktuacje prędkości poszczególnych generatorów wokół średniej prędkości obrotowej wszystkich. Ta średnia prędkość obrotowa jest częstotliwością podstawową f_{1S} systemu elektroenergetycznego (patrz punkt 2.1.2).

Wartość częstotliwości podstawowej systemu f_{1S} , zależy od bilansu mocy wytwarzanej i pobieranej. Zwiększenie mocy pobieranej, bez zwiększenia mocy generowanej, powoduje hamowanie generatorów i zmniejszanie ich prędkości obrotowej [82]. Dlatego jednym z głównych zadań nadrzędnego sterowania systemem energetycznym jest dostosowywanie mocy produkowanej do mocy pobieranej, a tym samym utrzymywanie częstotliwości podstawowej w pobliżu wartości znamionowej f_{1N} (50 Hz w Europie, 60 Hz w USA i Japonii).

Łączna bezwładność generatorów (tzw. masa wirująca) pełni rolę filtrującą i powoduje, że w systemach rozległych pracujących synchronicznie nie jest możliwa szybka zmiana częstotliwości podstawowej [66]. Typowe długości, w których analizowane są zmiany częstotliwości podstawowej, sięgają od sekundy do około 500 sekund [82]. Przykładowo według normy [117] w sieciach niskiego napięcia wartości częstotliwości podstawowej nie powinny przekraczać zakresu $f_{1N} \pm 1 \text{ Hz}^1$. W stanie normalnej pracy systemu odchylenia częstotliwości od wartości znamionowej są dużo mniejsze od 1 Hz.

2.2.4 Wahania niskoczęstotliwościowe napięcia

Pewnym utrudnieniem dla korzystania z założenia lokalnej stacjonarności sygnałów oraz istnienia stanu quasiustalonego mogą być wahania niskoczęstotliwościowe napięcia wywołujące zjawisko migotania źródeł światła (ang. *flicker*) [7]. Są to zmiany amplitudy sygnału napięcia o częstotliwościach od 0 do około 35 Hz. Mogą być one powodowane zmiennością czasową parametrów odbiorników dużej mocy takich jak np. piec łukowy czy zgniatacz lub uszkodzeniem bądź złym wyważeniem wirujących maszyn elektrycznych.

Tak szeroki zakres częstotliwości wahań napięcia (od zera herców) utrudnia wyznaczenie widma częstotliwościowego sygnałów, gdyż czyni sygnały energetyczne nieokresowymi w krótkich, w odniesieniu do okresu wahań niskoczęstotliwościowych, przedziałach czasu analizy. Zmienność czasowa parametrów odbiorników, objawiająca się wahaniami niskoczęstotliwościowymi napięcia, utrudnia także pomiar częstotliwości podstawowej. Poprzez

¹W przypadku systemów wydzielonych, np. na wyspach, dopuszczane są większe wahania częstotliwości do $\pm 4\%$ [118].

zjawisko modulacji zespolonej (amplitudy i fazy) [7] może ona powodować, że przedziały czasu pomiędzy kolejnymi przejściami sygnału przez zero będą się zmieniać. Często wykorzystywanym sposobem ograniczenia wpływu składowych niskoczęstotliwościowych na wyniki analizy DFT jest usunięcie z analizowanego fragmentu sygnału liniowego trendu wyznaczonego metodą regresji [5].

2.2.5 Odształcenie sygnałów

Kształt przebiegów napięć pochodzących z generatorów synchronicznych pracujących w elektrowniach powinien być sinusoidalny. W praktyce po wykonaniu analizy Fouriera sygnału napięcia w dowolnym punkcie sieci okazuje się, że sygnały te są mniej lub bardziej, ale zauważalnie odształcone od sinusoidy. W jeszcze większym stopniu dotyczy to przebiegów prądu.

Przyczyny odształcenia sygnałów

Przyjmijmy za sygnał wejściowy (pobudzenie) sinusoidalny przebieg napięcia, a za sygnał wyjściowy (odpowiedź) przebieg prądu. Odształcenie sygnału wyjściowego od kształtu sinusoidalnego po przejściu przez system elektroenergetyczny może być powodowane przez [3, 77]:

1. nieliniowość systemu,
2. zmianę połączeń (rekonfigurację) wewnątrz systemu w czasie analizy,
3. czasową zmienność parametrów elementów systemu (odbiorników, generatorów).

W stanie normalnej pracy (quasiustalonym) zmienność zastępczych parametrów systemu energetycznego jest powolna [66], a przebiegi prądu i napięcia można traktować jako lokalnie stacjonarne. Zmiany konfiguracji systemu (np. załączanie i odłączanie w losowych chwilach pojedynczych odbiorników małej mocy) można traktować jako zakłócenie o zerowej wartości oczekiwanej [82]. Główną przyczyną odształcenia sygnałów w tym stanie pracy pozostaje zatem nieliniowość elementów systemu.

Mechanizm odształcenia napięcia w wybranym punkcie sieci przez nieliniowości odbiorników jest następujący. Przyjmijmy, że generatory wytwarzają napięcie o kształcie sinusoidalnym. Nieliniowość odbiorników powoduje odształcenie prądu od sinusoidy. Przepływ harmonicznych prądu przez linie zasilające (obiekty liniowe) o niezerowej impedancji powoduje odłożenie się na nich napięć o częstotliwościach takich jak częstotliwości harmonicznych prądu. W ten sposób odształcenie manifestujące się w kształcie prądu przenosi się do innych punktów sieci w postaci odształconego napięcia. Odształcenie napięcia jest coraz mniejsze w miarę zbliżania się do generatora (źródła napięcia sinusoidalnego).

Aby zatem ograniczyć przenoszenie odształceń (zaburzeń) do innych punktów systemu, pożądane jest aby linie zasilające posiadały możliwie małą impedancję. Z drugiej strony w celu ograniczenia prądów zwarciovych, impedancja nie może być zbyt mała. Z punktu widzenia diagnostyki systemu, pożądana jest zatem możliwość określenia zastępczej impedancji systemu zasilającego, tak aby można było określić jak dużych zniekształceń napięcia można się spodziewać wybranym w punkcie sieci jeśli w innym punkcie przyłączony zostanie odbiornik nieliniowy i/lub niespokojny.

Rodzaje nieliniowości systemu

Nieliniowość systemu energetycznego zasadniczo ma dwojaki charakter. Możliwe jest wyróżnienie nieliniowości statycznej [82] związanej z układami regulacji napięcia i nieliniowością statyczną poszczególnych odbiorników oraz nieliniowości związanej z czasową zmiennością parametrów odbiorników [7, 90, 95].

Pierwszy rodzaj nieliniowości objawia się w nieliniowej zależności skutecznej wartości napięcia w funkcji wartości skutecznej prądu obciążenia. Zjawisko to wynika m.in. z nasycania się obwodów magnetycznych maszyn elektrycznych obciążonych prądem większym od znamionowego oraz z nieliniowych charakterystyk elementów półprzewodnikowych mocy stosowanych np. w prostownikach [3]. Należy tu wspomnieć także o zjawisku histerezy magnetycznej. Głównym źródłem statycznej nieliniowości są jednak nadrzędne układy regulacji napięcia w elektrowniach [82]. W miarę możliwości regulacji napięcia wzbudzenia generatorów starają się one utrzymać na mniej więcej stałym poziomie napięcie przy wzroście prądu obciążenia. Przy pewnym obciążeniu (zależnym od konkretnego zespołu turbina-generator) możliwości regulacji się kończą i wtedy wzrost obciążenia (prądu) powoduje znaczny spadek napięcia zasilania. Przykładową nieliniową charakterystykę napięciowo-prądową systemu pokazano na rysunku 2.7 na stronie 32.

Drugi rodzaj nieliniowości jest widoczny w przypadku przekształtników energoelektronicznych, których praca polega na okresowym przełączaniu (kluczowaniu) odbiorników liniowych, w określonych momentach przebiegu napięcia [3, 77]. Praca takiego urządzenia przy stałym obciążeniu sprowadza się do częstych (do kilkunastu razy na okres) i synchronicznych z przebiegiem napięcia zmian impedancji obciążenia. Odbiorniki tego typu zalicza się do odbiorników nieliniowych, ze względu na odkształcanie przebiegu prądu względem przebiegu napięcia. Bliższe prawdy byłoby stwierdzenie, że są to odbiorniki liniowe o zmiennych w czasie parametrach, których zmienność jest synchroniczna ze zmianami napięcia zasilania [96]. Częste lecz losowe, czyli niesynchronizowane z przebiegiem napięcia, zmiany parametrów (rezystancji) są widoczne także w przypadku pracy spawarek i pieców łukowych.

Praca odbiorników liniowych, o parametrach zmieniających się w czasie w sposób niesynchroniczny z przebiegiem napięcia zasilającego, powoduje także trzeci rodzaj nieliniowości, tzw. nieliniowość strukturalną systemu. Przez nieliniowość strukturalną rozumiane jest odkształcenie napięcia w pewnym punkcie sieci, złożonej z liniowych elementów, wywołane zmiennością czasową jednego z odbiorników. Zmienność czasowa tego odbiornika oraz niezerowe impedancje linii zasilających i źródeł powodują nieliniową modulację, zarówno amplitudy jak i fazy, przebiegu napięcia zasilającego odbiornik [7].

Odształcające elementy systemu

Elementy systemu energetycznego można klasyfikować według różnych kryteriów. Jedną z ważniejszych cech elementów systemu jest stopień odkształcenia przebiegów prądu lub napięcia od kształtu sinusoidalnego związany z ich nieliniowością.

Źródła energii elektrycznej można podzielić na te generujące przebieg napięcia o kształcie mało odkształconym od sinusoidy, dostarczające około 95% łącznej energii [3], jak np.:

- turbogeneratory synchroniczne w elektrowniach węglowych, gazowych i atomowych,
- hydrogeneratory synchroniczne w elektrowniach wodnych,

oraz na źródła generujące napięcie silnie odkształcone od sinusoidy, takie jak:

- generatory siłowni wiatrowych (konwersja częstotliwości prostownik/inwerter),
- baterie słoneczne (generują napięcie stałe, przekształcane potem na przemienne),
- silniki prądu stałego pracujące w trybie generatorowym (np. lokomotywy podczas hamowania oddają energię do sieci poprzez układy prostowników).

Odbiorniki energii elektrycznej można również podzielić na odbiorniki liniowe oraz o pomijalnie małej nieliniowości to:

- grzałki i grzejniki rezystancyjne (np. piece elektryczne, czajniki elektryczne),
- żarówki (w przybliżeniu liniowe, nieliniowość objawia się w czasie włączania),
- linie energetyczne (kablone i napowietrzne),
- baterie kondensatorów kompensujących moc bierną,
- transformatory (w stanie normalnej pracy prąd magnesowania jest na ogół mniejszy od 5% znamionowego, a transformator pracuje w prawie liniowej części charakterystyki ze względu na przewymiarowanie na wypadek zwarcia [3]),
- silniki synchroniczne i asynchroniczne.

oraz odbiorniki silnie nieliniowe:

- piece łukowe (nieliniowe i losowo zmienne w czasie),
- lampy wyładowcze (światłówki),
- tyrystorowe ściemniacze oświetlenia,
- prostowniki jednofazowe (zasilacze komputerów, telewizorów, kuchenek mikrofalowych, ładowarek, drobnej elektroniki),
- przełączane prostowniki napędów silników trakcyjnych (jednofazowe),
- prostowniki trójfazowe (sześć, dwunasto i więcej-pulsowe),
- inwertery i falowniki,
- przemienniki częstotliwości (cykolkonwertery),
- statyczne kompensatory mocy biernej sterowane tyrystorowo,
- uszkodzone silniki trójfazowe (np. zwarcie lub przerwa w jednej fazie).

Podsumowując, odkształcenia sygnałów obserwowanych jako harmoniczne, w normalnym stanie pracy systemu, są powodowane głównie przez odbiorniki energoelektroniczne. Pozostałe wymienione elementy nie wpływają wtedy znacząco na zniekształcenia. Przykładowo prąd magnesowania transformatora obciążonego znamionowo jest pomijalny. Jedynie w czasie załączania/odłączania lub podczas pracy z obciążeniem większym od znamionowego transformator może znacząco zwiększyć swój udział w generacji harmonicznych [3].

Większość nieliniowych odbiorników energoelektronicznych, jak np. prostowniki, nie jest przyłączonych bezpośrednio do linii zasilającej lecz przez transformatory obniżające napięcie. Transformatory te mają za zadanie również ograniczenie przenikania harmonicznych w głąb systemu elektroenergetycznego. Dotyczy to zwłaszcza transformatorów o uzwojeniach trójkąt–gwiazda lub trójkąt–zygzak. Użycie dodatkowych transformatorów zasilających odkształcające (nieliniowe) odbiorniki zmniejsza wpływ ich nieliniowości na odkształcenie prądów i napięć w innych punktach systemu czyli w pewnym sensie zmniejsza również wypadkową nieliniowość systemu [3].

2.3 Identyfikacja systemu elektroenergetycznego

Przez identyfikację systemu elektroenergetycznego autor rozumie wybór modelu systemu oraz estymację parametrów tego modelu na podstawie wyników eksperymentu identyfikacyjnego. Identyfikowane mogą być pojedyncze elementy systemu (odbiorniki, transformatory, linie, generatory), większe fragmenty systemu lub nawet cały system.

2.3.1 Założenie lokalnej stacjonarności sygnałów

Ze względu na czasową zmienność parametrów systemu i sygnałów prądu i napięcia zazwyczaj przyjmowane jest założenie o lokalnej stacjonarności sygnałów oraz o lokalnej, czasowej niezmienności parametrów systemu. Założenie to jest bardzo ogólne, gdyż dopuszcza zarówno bardzo krótkie jak i długie okresy niezmienności parametrów. Dzięki temu może być ono zawsze spełnione, przy czym czasami okres niezmienności parametrów systemu jest na tyle krótki, że utrudnia lub nawet uniemożliwia stosowanie pewnych metod identyfikacji i niektórych klas modeli. W literaturze [3, 66, 82] istnieje opinia, iż ze względu na powolne zmiany zastępczych parametrów całego systemu widzianego z jednego punktu w większości przypadków można przyjmować nawet kilkusekundowe okresy, w których sygnały można traktować jako stacjonarne.

2.3.2 Wybór sygnałów pobudzających

Identyfikacja systemu lub jego elementów odbywa się w oparciu o sygnały wejściowe (pobudzenia) i wyjściowe (odpowiedzi). W przypadku dwójników pasywnych najczęściej za sygnał pobudzający przyjmowane jest napięcie, natomiast za odpowiedź prąd. W przypadku analizy fragmentów systemu aktywnego (zawierających źródła energii) najczęściej pobudzeniem jest zmiana prądu wywołana zmianą obciążenia, na które system odpowiada zmianą napięcia (np. przejście z biegu jałowego do stanu obciążenia znamionowego przez załączenie odbiornika). Wtedy za sygnały pobudzenia i odpowiedzi przyjmowane są sygnały przyrostów (zmian) napięcia i prądu. Mogą być to np. przyrosty wartości skutecznych, harmonicznych bądź gęstości widmowych lub czasowe przebiegi zmian.

Rodzaj i jakość pobudzenia jest najważniejszym, oprócz wybranego modelu, czynnikiem wpływającym na dokładność identyfikacji. Np. w celu identyfikacji liniowego obiektu statycznego wystarczy pobudzenie go sygnałem stałym. W wyniku otrzymaną wartość parametru wiążącego wyjście z wejściem. Dla osiągnięcia dobrych wyników identyfikacji obiektu klasy LTI należy go pobudzić sygnałem szerokopasmowym. W przypadku obiektów nieliniowych, do wyznaczenia charakteru nieliniowości, konieczne jest także pobudzenie obiektu w wielu różnych punktach jego nieliniowej charakterystyki statycznej [74]. W zależności od przyjętego modelu, identyfikacja może być przeprowadzana na podstawie bardzo prostych pobudzeń lub może wymagać starannie dobranych sekwencji sygnałów pobudzających.

Ważnym czynnikiem wpływającym na dokładność identyfikacji jest też moc pobudzenia, a dokładniej stosunek mocy sygnału do mocy zakłóceń oddziałujących na obiekt i układ pomiarowy w czasie eksperymentu. Im większy stosunek sygnału do szumu (SNR), tym mniejsza będzie wariancja wyników identyfikacji.

2.3.3 Wybór eksperymentu identyfikacyjnego

Informacje o badanym systemie energetycznym zbierane są podczas tzw. eksperymentu identyfikacyjnego, który polega na pobudzeniu systemu i jednoczesnej rejestracji pobudzenia i odpowiedzi systemu. Rodzaje eksperymentów identyfikacyjnych można podzielić na czynne i bierne [69]

Eksperyment czynny

Pobudzenie systemu sygnałami kontrolowanymi i zadawanymi przez eksperymentatora nazywane jest eksperymentem czynnym [79, 94]. Wymaga ono zastosowania generatorów sygnałów pobudzających. W identyfikacji systemu elektroenergetycznego stosuje się generatory harmonicznym tzw. HGD (ang. *Harmonic Generation Devices*) [93, 98]. Są to sterowane energoelektronicznymi kluczami odbiorniki R lub C, odpowiednio dużej mocy, przetwarzające energię niesioną przez podstawową harmoniczną w celu wygenerowania szerokiego pasma harmonicznym zwanego również wstrzykiwaniem harmonicznym (ang. *harmonic current injection*) [3].

Pomiary zastępczej impedancji przeprowadzane są najczęściej w miejscach, w których w naturalnych warunkach pracy istnieje znaczny poziom harmonicznym, gdyż właśnie tam szczególnie ważna jest diagnostyka systemu. Wstrzykiwanie harmonicznym w tych miejscach może powodować anulowanie niektórych harmonicznym, co skutkuje obniżeniem SNR i pogarsza dokładność identyfikacji. Jednym z rozwiązań tego problemu jest generowanie składowych częstotliwościowych prądu nieobecnych w danym punkcie sieci, np. tylko nieparzystych harmonicznym częstotliwości 25 Hz [3].

Inną trudnością są koszty i rozmiary generatorów dostosowanych do sieci średnich i wysokich napięć. Dla przykładu HGD zbudowany w Electricity Council Centre w Anglii w Anglii dla sieci 132 kV dysponuje mocą 180 kW i musi być przewożony przez specjalnie przygotowany do tego celu samochód dostawczy [3].

Zaletami HGD są powtarzalność pobudzeń, możliwość uzyskania wysokiego SNR oraz możliwość działania jak odbiornik symetryczny w systemach trójfazowych.

Eksperyment bierny

Alternatywnym, nieinwazyjnym, podejściem do identyfikacji jest tzw. eksperyment bierny, który wykorzystuje zmiany łączeniowe w systemie (jak załączenie baterii kondensatorów lub transformatora) [41, 73] lub naturalną zmienność obciążenia systemu [16, 79, 69].

Załączanie baterii kondensatorów generuje szerokie spektrum harmonicznych, jednak stan przejściowy trwa bardzo krótko i zależy od chwili komutacji względem przebiegu napięcia. Prądy wywołane takim przełączeniem są niesymetryczne [3].

Załączanie transformatora generuje wysokie wartości harmonicznych prądu aż do 7 kHz, utrzymujących się przez kilka sekund. Prądy te są jednak również niesymetryczne i zależą od momentu załączenia względem przebiegu napięcia [3].

Wykorzystanie naturalnej zmienności obciążenia może dać dobre rezultaty w przypadku istnienia w punkcie pomiaru obciążenia, którego działanie powoduje znaczące zmiany harmonicznych prądu obciążenia. Nieliniowość obciążenia, czyli jego zdolność odkształcania przebiegu prądu od sinusoidy, jest również pożądana, gdyż generuje szerokie pasmo harmonicznych prądu, które inaczej mogłyby być w punkcie pomiaru nieobecne [22]. W przypadku małej zmienności obciążenia, sygnały rejestrowane podczas normalnej pracy systemu mogą zawierać zbyt mało informacji na temat systemu [79]. W swoich dotychczasowych badaniach autor pracy, analizował możliwość wykorzystania sygnałów rejestrowanych podczas normalnej pracy systemu (w eksperymencie biernym) do jego identyfikacji [16]. Wyniki badań pokazują, że odpowiednia analiza statystyczna oraz odpowiednie algorytmy selekcji i odrzucania wyników pozwalają estymować oraz zmniejszyć do akceptowalnego poziomu wariancję estymatorów zastępczej impedancji systemu [111].

2.3.4 Problem nieznaności źródeł napięcia

System energetyczny jest obiektem aktywnym, gdyż zawiera on źródła podstawowej harmonicznej napięcia (generatory elektrowni). Zawiera on również źródła wyższych harmonicznych. Podczas identyfikacji systemu nieznane są wartości tych źródeł, lecz ich obecności nie można pominąć w modelowaniu systemu, gdyż skutkowałoby to znacznymi błędami nawet po minimalnej zmianie punktu pracy systemu, co wykazał autor w [21]. Istnienie tych źródeł można uwzględnić sprowadzając obiekt aktywny (czynny) do obiektu pasywnego [30, 91].

Najczęściej robi się to poprzez przyjęcie sygnałów pobudzających i odpowiedzi innych niż dla dwójników pasywnych, czyli nie wprost napięcia $v(t)$ i prądu $i(t)$ lecz ich zmian. W dziedzinie czasu są to przebiegi zmian napięcia (odpowieź) $y(t) = v(t - \Delta t) - v(t)$ oraz zmian prądu (pobudzenie) $x(t) = i(t) - i(t - \Delta t)$, a w dziedzinie częstotliwości są to przyrosty składowych napięcia $Y(\omega) = V_2(\omega) - V_1(\omega)$ oraz prądu $X(\omega) = I_1(\omega) - I_2(\omega)$.

Można powiedzieć, że na zmianę harmonicznych pobudzenia system energetyczny reaguje odpowiednią zmianą harmonicznych odpowiedzi.

Z operacją przekształcenia systemu aktywnego w pasywny, poprzez przejście z analizy sygnałów na analizę przyrostów, wiąże się problem synchronizacji próbkowania z częstotliwością podstawową. Kwestia ta będzie poruszona dalej w sekcji 2.5.2.

Znaczące błędy estymacji impedancji zastępczej systemu, wynikające głównie z wykorzystania w identyfikacji ilorazu przyrostów przy braku wspomnianej synchronizacji, były bezpośrednią przyczyną opracowania przez autora metody koherentnego (synchronicznego) repróbkiwania sygnałów, będącą istotą niniejszej pracy.

2.3.5 Rozwój metod analizy systemu energetycznego

Ze względu na skomplikowaną naturę systemu elektroenergetycznego w jego analizie, a właściwie jego identyfikacji, stosowane były i nadal są mniejsze lub większe uproszczenia. Historycznie rzecz biorąc, dawniej nie było potrzeby uwzględniania nieliniowości systemu, gdyż ilość elementów nieliniowych była znikoma. Z tego powodu system elektroenergetyczny był traktowany jako obiekt klasy LTI (liniowy, niezmienny w czasie). Poniżej przedstawiono różne podejścia stosowane w analizie systemu elektroenergetycznego zaczynając od najstarszych i najprostszych.

Analiza stanu sinusoidalnego ustalonego

Przed upowszechnieniem się półprzewodnikowych układów mocy i energoelektronicznych odbiorników/przekształtników energii odkształcenia przebiegów prądów i napięć w stanach ustalonych można było traktować w przybliżeniu jako sinusoidalne. Było to równoznaczne z opisem systemu energetycznego jako obiektu LTI. Odbiorniki były opisywane za pomocą impedancji tylko dla częstotliwości podstawowej, gdyż uznawano, że za transport energii odpowiada tylko podstawowa harmoniczna. Napięcia i prądy były charakteryzowane przez wartości skuteczne bądź amplitudy oraz przesunięcia fazowe pomiędzy nimi.

Analiza częstotliwościowa

Wzrastająca liczba elementów nieliniowych systemu, powodujących odkształcenie przebiegów od kształtu sinusoidalnego, wymusiła analizę częstotliwościową. Opracowanie² w roku 1965 algorytmu FFT [29] w dobie komputerów o małych mocach obliczeniowych umożliwiło i rozpowszechniło analizę częstotliwościową sygnałów okresowych, w tym także prądów i napięć systemu energetycznego znajdującego się w stanie quasiustalonym. Po dokonaniu rozkładu sygnałów prądów i napięć na składowe częstotliwościowe można było dla każdej składowej wyznaczyć liczbę zespoloną (impedancję) opisującą zależność pomiędzy składową prądu i napięcia. Wynikiem tej analizy były charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowa i fazowo częstotliwościowa systemu bądź jego elementów. Dalej jednak wyniki opisywały stan ustalony obiektu przy założeniu lokalnej stacjonarności (okresowości) analizowanych sygnałów.

Opis impedancyjny definiowany jest dla obiektów liniowych. W przypadku systemu nieliniowego, uzyskiwane z analizy częstotliwościowej wyniki, opisywały system jedynie w punkcie pracy. Jest tak dlatego, że za pomocą jednej charakterystyki częstotliwościowej nie da się opisać w pełni własności dynamicznych obiektu nieliniowego. Do opisania w pełni własności dynamicznego obiektu nieliniowego trzeba by wyznaczyć nieskończoną liczbę charakterystyk częstotliwościowych [74]. Pomimo tego, analiza Fouriera jest do dziś najczęściej stosowaną metodą analizy systemu elektroenergetycznego w stanie quasiustalonym [8, 57].

²A właściwie powtórne odkrycie FFT, gdyż wcześniej, około roku 1805, identyczną metodę zastosował w obliczeniach astronomicznych Carl Friedrich Gauss (1777–1855).

Analiza czasowo–częstotliwościowa

Konieczność uwzględnienia czasowej zmienności parametrów i zmian konfiguracji systemu elektroenergetycznego wymusiła sięgnięcie po metody analizy czasowo–częstotliwościowej. W zależności od prędkości zmian mogą to być różne metody jak np.: krótkoczasowe przekształcenie Fouriera [110] czyli STFT, przekształcenie Gabora [114] lub analiza falkowa [31].

Reprezentacja falkowa jest najogólniejszym z wymienionych sposobem reprezentacji czasowo–częstotliwościowej sygnałów. Jej szczególnymi przypadkami może być reprezentacja sygnału okresowego za pomocą szeregu Fouriera lub reprezentacja sygnału niestacjonarnego za pomocą ważonej sumy krótkotrwałych funkcji bazowych np. klasy B–spline.

Ze względu na możliwość różnego podziału osi czasu na fragmenty w zależności od analizowanego przedziału częstotliwości, analiza falkowa jest doskonałym narzędziem do analizy stanów przejściowych [32, 64].

Wyniki analizy czasowo–częstotliwościowej są stosunkowo łatwe do interpretacji. W porównaniu z analizą Fouriera dochodzi tutaj dodatkowa zmienna — czas. Analiza ta wymaga jednak dużo większej, niż przy analizie FFT, mocy obliczeniowej komputera, a jej wyniki zajmują więcej pamięci niż wyniki analizy Fouriera.

Analiza falkowa natrafia także na problemy interpretacyjne, związane z tym, że funkcje bazowe używane w tej analizie nie są związane z konkretną częstotliwością lecz raczej z pewnym ich zakresem, przez co trudno jest używać określenia impedancja w odniesieniu do ilorazu falkowych reprezentacji napięć i prądów. Podobny problem interpretacyjny dotyczy zresztą także analizy Fouriera przy stosowaniu okien o kształcie innym niż prostokątne. Zastosowanie nieprostokątnych okien czasowych powoduje rozłożenie energii danej składowej częstotliwościowej na szereg sąsiednich częstotliwości, czyli tzw. rozmycie widma [115].

2.4 Modele systemu elektroenergetycznego

Wybór modelu jest pierwszym krokiem w identyfikacji systemu. Matematyczny model systemu opisuje zależność pomiędzy sygnałami pobudzającymi i odpowiedzią na dane pobudzenia. Identyfikacja ma na celu wyznaczenie parametrów tego modelu tak, aby jego odpowiedź na pobudzenie najlepiej, według przyjętego kryterium, przybliżała odpowiedź rzeczywistego systemu na takie samo pobudzenie.

Można by sądzić, że prosty model będzie gorzej odzwierciedlał zachowanie systemu elektroenergetycznego niż model skomplikowany. Tak jest w istocie, pod warunkiem, że parametry obydwu modeli, prostego i bardziej złożonego, zostały wyznaczone z jednakową, wysoką dokładnością. Jednak często zdarza się, iż ze względu na niemożliwość zastosowania wymaganego pobudzenia, parametry skomplikowanych modeli są wyznaczone mniej dokładnie, co za tym idzie ich wykorzystanie może prowadzić do większych błędów niż w przypadku poprawnie zidentyfikowanych prostych modeli.

W niniejszej sekcji nie będzie uwzględniana czasowa zmienność systemu energetycznego, ze względu przyjęcie założenia o lokalnej stacjonarności sygnałów i lokalnej niezmienności parametrów systemu. Uwzględnienie zmienności czasowej parametrów rzeczywistego systemu energetycznego, wymaga cyklicznego powtarzania identyfikacji systemu. Zmienność parametrów zastępczych systemu jest na tyle powolna, że na ogół wystarcza wyznaczanie współczynników modeli nawet w kilkuminutowych odstępach [3, 66, 82].

Dalej przedstawione zostaną modele stosowane do opisu systemu elektroenergetycznego, wraz z oceną możliwości ich identyfikacji przy dostępnych, w warunkach rzeczywistych, pobudzeniach.

2.4.1 Modele liniowe

Niektóre obiekty nieliniowe mogą być modelowane i analizowane jako obiekty liniowe. Przybliżenia liniowe są usprawiedliwione w następujących przypadkach:

- gdy funkcja opisująca obiekt (odbiornik lub system) tylko nieznacznie różni się od funkcji liniowej, czyli składnik liniowy jest dominujący. Przykładem takich obiektów mogą być: wzmacniacz operacyjny (nieprzesterowany), transformator (pracujący w stanie ustalonym, przy obciążeniu znamionowym bądź mniejszym, o blachach ze stali magnetycznie twardej);
- gdy wystarczający jest opis obiektu nieliniowego w jego punkcie pracy. Mówi się o tzw. linearyzacji obiektu w punkcie pracy. Opis taki będzie poprawny jedynie w bliskim otoczeniu punktu pracy. Błędy wynikające z liniowego przybliżenia będą coraz większe w miarę oddalania się od punktu pracy, dla którego wyznaczono parametry modelu;
- gdy obiekt jest pasywny, t.j. nie zawiera źródeł energii.

W przypadku identyfikacji obiektów dynamicznych, model musi uwzględniać częstotliwościowe własności obiektu. Wtedy dla każdej częstotliwości f wyznaczana jest widmowa, zespolona impedancja $Z(f)$ wiążąca składową prądu $I(f)$ ze składową napięcia $V(f)$:

$$Z(f) = \frac{V(f)}{I(f)} \quad (2.14)$$

To, czy przybliżenie liniowe jest w danym przypadku odpowiednie, zależy od dopuszczalnego poziomu błędów popełnianych w wyniku linearyzacji. Maksymalny błąd, wynikający z przybliżenia statycznej charakterystyki przetwarzania funkcją liniową, nazywany jest błędem nieliniowości. Graficzną ilustrację linearyzacji charakterystyki nieliniowej przedstawia rysunek 2.4.

Model liniowy nie jest odpowiedni do opisu aktywnego systemu energetycznego, lecz można go z powodzeniem stosować do opisu rozmaitych pasywnych odbiorników.

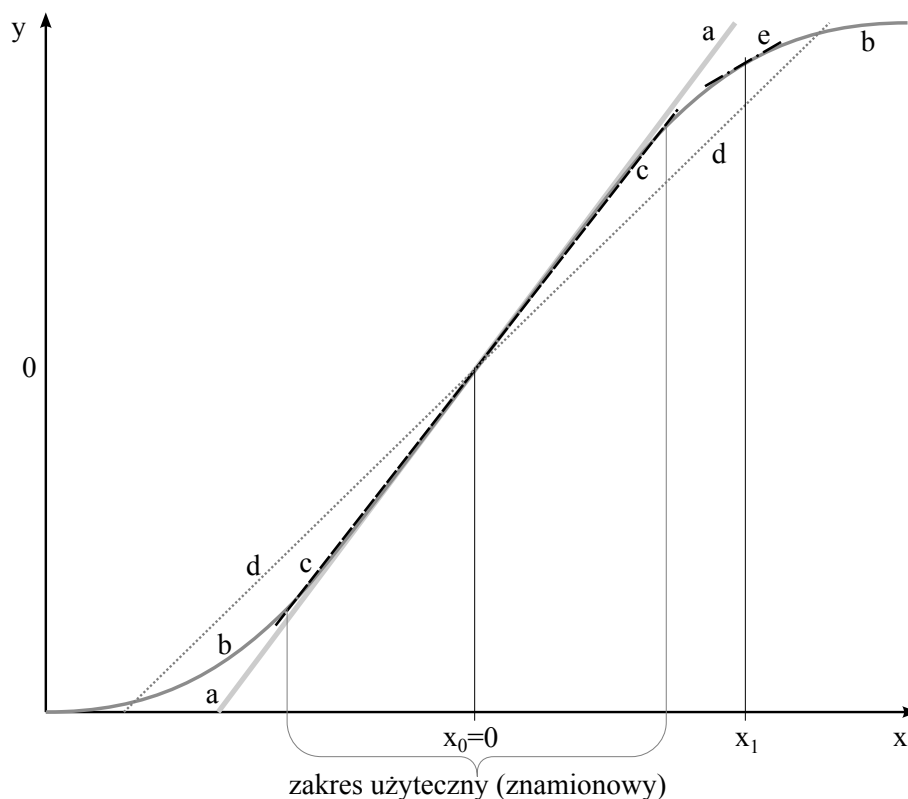
Model liniowy (2.14), składający się z jednego zespolonego parametru dla każdej częstotliwości, pokazano na rysunku 2.5 a.

2.4.2 Modele Thevenina i Nortona

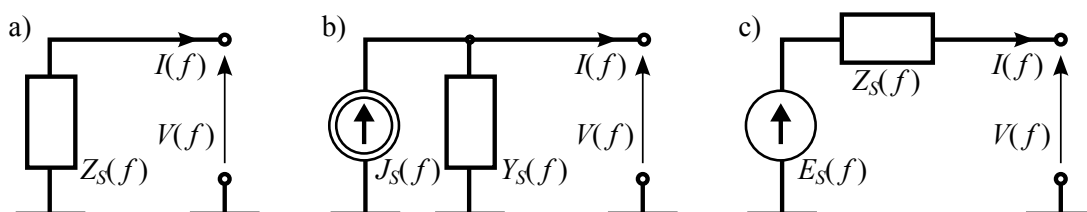
System energetyczny jest obiektem aktywnym, gdyż zawiera on źródła podstawowej harmonicznej napięcia (generatory). Nieliniowe elementy badanego systemu odkształcają przebieg prądu (generują harmoniczne prądu), a poprzez niezerowe impedancje linii odkształcają także, choć w mniejszym stopniu, przebieg napięcia. Zniekształcone napięcia zasilania mogą być reprezentowane w dziedzinie częstotliwości jako źródła podstawowej oraz wyższych harmonicznych [3].

Możliwe jest przyjęcie modelu składającego się z zależnej od częstotliwości impedancji (lub admitancji) oraz źródeł napięć (lub prądów) harmoniczných. Postać taką posiadają: zastępczy obwód Thevenina składający się z szeregowego połączenia źródła napięcia zastępczego $E_S(f)$ i zastępczej impedancji $Z_S(f)$ (rys. 2.5 c) oraz jego prądowy odpowiednik — obwód Nortona, składający się z równoległego połączenia zastępczej admitancji $Y_S(f)$ oraz źródła prądu $J_S(f)$ (rys. 2.5 b) [13].

Modele te należą do klasy modeli LTI. Pierwszy parametr modelu Thevenina czyli zastępcza impedancja $Z_S(f)$ wyznaczana jest dla każdej częstotliwości f na podstawie przyrostów składowych częstotliwościowych napięcia $\Delta V(f)$ i prądu $\Delta I(f)$ pomiędzy dwoma



Rysunek 2.4: Przykład linearyzacji statycznej nieliniowej charakterystyki przetwarzania: a — porządkana charakterystyka obiektu idealnego (liniowego); b — charakterystyka obiektu rzeczywistego (nieliniowego); c — linearyzacja użytecznego (prawie liniowego) zakresu wejścia wokół punktu pracy $x_0 = 0$, małe błędy w zakresie użytecznym; d — linearyzacja dla zakresu wykraczającego poza zakres użyteczny, bardzo duże błędy; e — linearyzacja poza zakresem użytecznym wokół punktu pracy x_1 , małe błędy w bliskim otoczeniu x_1 .



Rysunek 2.5: Liniowe, niezmiennicze czasowo, modele systemu elektroenergetycznego bez obciążenia. Pokazano schematy zastępcze dla każdej częstotliwości f : a) model liniowy o jednym współczynniku; b) model Nortona o dwóch współczynnikach; c) model Thevenina, równoważny modelowi Nortona.

stanami (punktami pracy) systemu wynikającymi ze zmian obciążenia w punkcie pomiaru, przy założeniu niezmienności parametrów badanego systemu w czasie pomiaru. Wyznacza się ją według zależności:

$$Z_S(f) = -\frac{\Delta V(f)}{\Delta I(f)} = \frac{V_2(f) - V_1(f)}{I_1(f) - I_2(f)}, \quad (2.15)$$

gdzie $V_1(f)$ i $I_1(f)$ to zespolone składowe napięcia i prądu w pierwszym stanie (punkcie pracy) systemu, a $V_2(f)$ i $I_2(f)$ to zespolone składowe napięcia i prądu w drugim stanie systemu (po zmianie punktu pracy). Rozkład przebiegów napięcia i prądu na składowe częstotliwościowe uzyskuje się poprzez DFT.

Odpowiedź napięciową modelu Thevenina na pobudzenie prądowe w dziedzinie częstotliwości opisuje zależność:

$$V(f) = E_S(f) - I(f)Z_S(f). \quad (2.16)$$

Po wyznaczeniu impedancji zastępczej według (2.15) i przekształceniu powyższego równania (2.16) można wyznaczyć także drugi parametr modelu czyli napięcie zastępczego źródła Thevenina $E_S(f)$.

W eksperymentach czynnych, za pierwszy stan przyjmuje się najczęściej aktualny punkt pracy systemu, a stan drugi czas w którym działa generator zaburzeń (HGD). Pierwszy stan jest zatem stanem odniesienia dla stanu zaburzonego przez HGD. W eksperymentach biernych opartych na zmianach łączeniowych, pierwszy stan to stan przed załączeniem lub odłączeniem odbiornika, sekcji, itp. a stan drugi to stan po załączeniu lub odłączeniu odbiornika. W eksperymentach biernych opartych o naturalną zmienność obciążenia za oba stany przyjmowane są następujące po sobie przedziały czasu, niezależnie od poziomu zmian harmonicznego prądu obciążenia pomiędzy dwoma stanami. Należy wtedy stosować algorytmy selekcji wyników, służące do odrzucania fragmentów sygnałów, w których naturalna zmienność obciążenia była zbyt mała do wyznaczenia parametrów z pożądaną dokładnością.

Wykorzystanie przyrostów harmonicznego napięć i prądów, zamiast wprost ich wartości harmonicznego, eliminuje problem nieznanego, również estymowanego, wartości napięcia zastępczego źródła Thevenina, czyli powoduje przekształcenie obiektu aktywnego w obiekt pasywny.

W dziedzinie czasu, zgodnie z przyjętymi na początku rozdziału oznaczeniami, za sygnał pobudzający $x(t)$ przyjmowany jest sygnał zmian prądu obciążenia $i(t)$, a za odpowiedź $y(t)$ sygnał zmian napięcia $v(t)$:

$$x(t) = i(t) - i(t - \Delta t), \quad (2.17)$$

$$y(t) = v(t - \Delta t) - v(t), \quad (2.18)$$

gdzie Δt całkowitą wielokrotnością okresu podstawowej harmonicznego.

Równanie opisujące system w dziedzinie czasu ciągłego przyjmuje postać całki splotowej odpowiedzi impulsowej $h(t)$ systemu i sygnału pobudzającego $x(t)$:

$$y(t) = \int h(\tau)x(t - \tau)d\tau. \quad (2.19)$$

Transformata Fouriera $H(\omega)$ odpowiedzi impulsowej $h(\tau)$ systemu jest transmitancją liniowego przybliżenia rzeczywistego (nieliniowego) systemu elektroenergetycznego czyli jego zastępczą widmową impedancją $Z_S(f)$.

W postaci dyskretnej równanie opisujące model Thevenina przyjmuje postać:

$$y(k) = \sum h(l)x(k-l), \quad (2.20)$$

a sygnały próbkowane pobudzenia i odpowiedzi postaci:

$$x(k) = i(k) - i(k-C), \quad (2.21)$$

$$y(k) = v(k-C) - v(k), \quad (2.22)$$

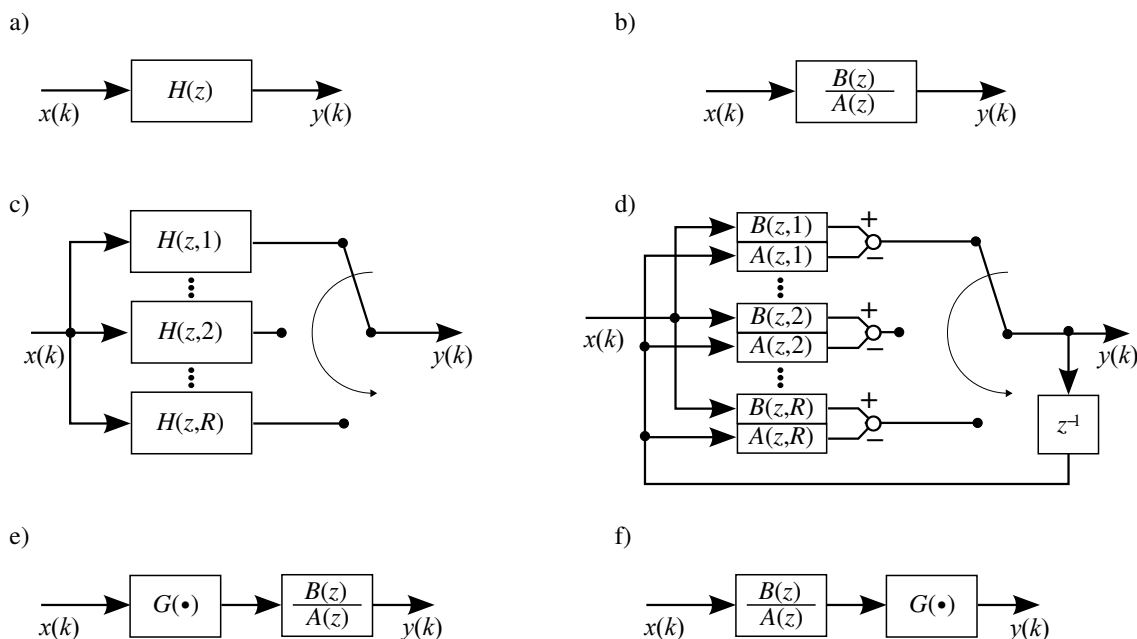
gdzie k jest numerem próbki, C jest liczbą próbek pomiędzy pierwszym a drugim stanem systemu.

Jeżeli kolejnym krokiem w identyfikacji systemu jest DFT, to liczba C powinna być równa całkowitej wielokrotności próbek przypadających na jeden okres sygnału, a sygnały powinny być próbkowane tak by zapewnić całkowitą, niezmienną ilość próbek na okres, czyli koherentnie.

Modele Thevenina i Nortona są najczęściej stosowanymi w praktyce reprezentacjami systemu energetycznego [3, 6, 9, 30, 42, 54, 69, 79, 94].

2.4.3 Modele liniowe, okresowo zmienne w czasie (LPTV)

Nieliniowy obiekt, na który działa okresowe pobudzenie, może być opisany za pomocą liniowego modelu o współczynnikach zmieniających się w czasie synchronicznie ze zmianami pobudzenia [58]. Analogicznie, system energetyczny znajdujący się w stanie ustalonym, zasilany napięciem okresowym, można opisać modelem LPTV czyli liniowym, okresowo zmiennym w czasie [92, 96].



Rysunek 2.6: Modele obiektów dynamicznych: a) model LTI opisany filtrem FIR (struktura MA); b) model LTI opisany filtrem IIR (struktura ARMA); c) model LPTV opisany filtrami FIR; d) model LPTV opisany filtrami IIR; e) system Hammersteina; f) system Wienera. $G(\bullet)$ oznacza statyczną nieliniowość obiektu (funkcję nieliniową); z^{-1} jest operatorem opóźnienia o jedną próbkę.

Całkowe równanie modelu LPTV zawiera okresowo zmienne w czasie jądro splotu:

$$y(t_0) = \int_{-\infty}^{t_0} h(\tau, \mu(t_0))x(\tau)d\tau . \quad (2.23)$$

Funkcja $\mu(t_0)$ jest funkcją piłokształtną o okresie równym okresowi pobudzenia obiektu. Odpowiedź impulsowa $h(\tau, \mu(t_0))$ zależy nie tylko od przesunięcia τ , ale również od aktualnej chwili czasowej t_0 .

Identyfikacja aktywnego systemu energetycznego wymaga, by sprowadzić go do postaci pasywnej, analogicznie jak w przypadku modelu Thevenina, poprzez przejście z analizy sygnałów na analizę ich zmian (przyrostów). Po dyskretyzacji czasowej model będzie składał się z pewnego skończonego zbioru odpowiedzi impulsowych. Może on przyjąć postać banku filtrów FIR czyli zmiennej w czasie odpowiedzi impulsowej (model nieparametryczny o strukturze MA):

$$y(k) = \sum_{l=0}^L h(l, k \bmod R)x(k-l) , \quad (2.24)$$

lub postać banku filtrów IIR o zmiennych w czasie współczynnikach (model parametryczny o strukturze ARMA):

$$y(k) = \sum_{l=0}^L b(l, k \bmod R)x(k-l) - \sum_{m=1}^M a(m, k \bmod R)y(k-m) , \quad (2.25)$$

gdzie R jest całkowitą liczbą próbek przypadających na jeden okres sygnału.

Model LPTV może być też przedstawiony w postaci tzw. operatora cykloparametrycznego czyli macierzy, której kolumny zawierają cykliczne odpowiedzi impulsowe obiektu charakterystyczne dla kolejnych przedziałów czasu okresu sygnału pobudzającego [58].

Model LPTV składa się więc z zestawu przełączanych filtrów FIR (rys. 2.6c) lub IIR (rys. 2.6d), których współczynniki są wyznaczane dla różnych położenia na przebiegu napięcia w punkcie pomiaru. Możliwe jest to dzięki zastosowaniu generatora pobudzeń generującego impulsy prądu synchronizowane z zadaną fazą napięcia (np. przy przejściu przez zero lub w szczycie). Rejestrując odpowiedzi systemu na impulsy prądu pojawiające się w wybranych miejscach przebiegu napięcia wyznacza się dla każdego z tych położenia podsystem LTI opisujący chwilowe własności systemu. Okresowość pobudzenia (przebiegu napięcia) pozwala na powtórzenie rejestracji co okres w celu uśrednienia wyników i zmniejszenia wariancji estymatorów parametrów. Czas trwania (zanikania) odpowiedzi impulsowej ogranicza ilość możliwych do wyznaczenia po sobie podsystemów LTI do nie więcej niż kilkunastu na okres pobudzenia [95]. W symulacjach systemu z modelem LPTV tak rzadkie przełączanie filtrów ograniczałoby znacząco częstotliwość próbkowania sygnałów do częstości przełączania filtrów. W przypadku przyjęcia większej częstotliwości próbkowania symulowanych sygnałów, w sygnałach odpowiedzi pojawiłyby się zauważalne nieciągłości w momentach przełączania podsystemów LTI [16]. Dlatego podsystemy LTI powinny być interpolowane w celu uzyskania ich większej liczby (np. 100 podsystemów na okres pobudzenia), co pozwoli na zwiększenie częstości ich przełączania.

Struktury FIR lub IIR pozwalają na przybliżenie dowolnej odpowiedzi impulsowej przyczynowego systemu [75]. Struktura FIR (MA) jest szczególnym przypadkiem struktury IIR (ARMA) gdy $\forall_m a(m, k \bmod R) = 0$. Wybór struktury modelu w postaci wiąże raczej się z praktycznymi możliwościami identyfikacji, ilością dostępnej pamięci, itp.

W pomiarach cyfrowych również modele nieparametryczne przyjmują postać ciągu współczynników. Staroszczyk w publikacji [92] podaje rzędy modeli pozwalające na opis dynamiki systemu energetycznego. Dla modeli IIR (ARMA) są to rzędy 20 do 40, a dla modeli FIR (MA) są to rzędy (długości odpowiedzi impulsowej) 200 do 400. Należy tu wspomnieć o praktycznych trudnościach związanych z identyfikacją i stabilnością modeli ARMA tak wysokich rzędów.

Wadą modeli LPTV o strukturze FIR jest duża ilość współczynników potrzebnych do opisanie odpowiedzi impulsowej. Biorąc pod uwagę, że model LPTV składa się z wielu podsystemów LTI, z których każdy musi być zidentyfikowany na podstawie pobudzenia obiektu w innej miejscu okresu sygnału pobudzającego oraz, że redukcja wpływu zakłóceń pomiarowych wymaga uśrednienia większej ilości wyników, czas rejestracji sygnałów do identyfikacji modelu LPTV typu FIR byłby stosunkowo długi. Nie zawsze jednak jest możliwe przyjęcie założenia lokalnej stacjonarności sygnałów w tak długich okresach czasu. Zaletą modelu LPTV typu FIR jest możliwość łatwej interpolacji współczynników filtrów FIR w dziedzinie częstotliwości dzięki zastosowaniu FFT i IFFT. Dzięki interpolacji możliwe jest wyznaczenie wielu pośrednich podsystemów LTI na podstawie zaledwie kilku już zidentyfikowanych.

Model LPTV typu IIR ma zaletę jaką jest niewielka ilość jego współczynników potrzebnych do opisu podsystemu LTI. Współczynniki transmitancji (2.7) pojedynczego podsystemu LTI wyznacza się rozwiązując nadokreślony układ równań liniowych:

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ y(k-2) \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(k) & x(k-1) & \dots & -y(k-1) & -y(k-2) & \dots \\ x(k-1) & x(k-2) & \dots & -y(k-2) & -y(k-3) & \dots \\ x(k-2) & x(k-3) & \dots & -y(k-3) & -y(k-4) & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \end{bmatrix}. \quad (2.26)$$

Estymator najmniejszej sumy kwadratów (LS) uzyskany przez rozwiązanie (SVD) powyższego układu równań jest obciążony, ze względu na korelację elementów macierzy wejść uogólnionych poprzez umieszczenie w niej próbek odpowiedzi $y(k)$. Istnieją jednak metody identyfikacji, jak np. metoda zmiennych instrumentalnych, pozwalające wyeliminować obciążenie takiego estymatora [67].

Dzięki interpolacji modelu LPTV ARMA możliwe jest ograniczenie liczby niezbędnych rejestracji potrzebnych do wyznaczenia współczynników pojedynczych podsystemów LTI. Pewną trudnością jest jednak konieczność przekształcenia współczynników opisujących podsystemy LTI (2.7) do postaci zer i biegunów, w celu ich interpolacji. Interpolacja prowadzona bezpośrednio na współczynnikach b i a prowadzi do niestabilnych struktur ARMA (IIR) [92].

Trudnością w identyfikacji modeli LPTV jest konieczność zapewnienia pobudzeń, na które odpowiedzi są znacząco krótsze od długości okresu sieci. Wynika to z przyjęcia założenia o zmienności parametrów obiektu (przełączania liniowych podsystemów) podczas pojedynczego okresu. Im więcej podsystemów LTI ma zostać zidentyfikowanych, tym krótsze powinny być odpowiedzi, na pojedyncze pobudzenia. Konieczność pobudzenia systemu w ściśle określonych momentach przebiegu napięcia wymusza stosowanie sterowanych układów pobudzających system (HGD) czyli wymusza eksperyment czynny.

Opis LPTV nie jest kompletnym opisem nieliniowego systemu. Opisuje on system w jednym punkcie na statycznej charakterystyce nieliniowej systemu elektroenergetycznego czyli w pewnym punkcie jego pracy. Odzwierciedla on dobrze lokalne własności odkształcania sygnałów, lecz nie daje informacji o reakcji systemu na istotną zmianę mocy obciążenia (np. podczas zwarcia).

2.4.4 Modele z zewnętrzną dynamiką

Pod nazwą modeli z zewnętrzną dynamiką są znane modele składające się z niezależnych podsystemów: statycznego obiektu nieliniowego oraz liniowego obiektu dynamicznego. Do klasy tej należą: system Hammersteina (rys. 2.6e) z jednym statycznym obiektem nieliniowym przed obiektem dynamicznym, system Wienera (rys. 2.6f) zawierający jeden nieliniowy obiekt statyczny po obiekcie dynamicznym. Oprócz tego wykorzystywane są ich modyfikacje: system Hammersteina–Wienera zawierający dwa obiekty nieliniowe, przed i po obiekcie dynamicznym jak również system Wienera–Hammersteina zawierający dwa obiekty dynamiczne, przed i po obiekcie nieliniowym.

Modele z zewnętrzną dynamiką można opisać poniższą zależnością:

$$y(k) = G(x(k-1), x(k-2), \dots, y(k-1), y(k-2), \dots), \quad (2.27)$$

gdzie $G(\bullet)$ jest funkcją nieliniową. W zasadzie możliwe jest przyjęcie dowolnej funkcji nieliniowej, jednak w przypadku, gdy tylko jest to możliwe przyjmuje się funkcję najlepiej oddającą charakter nieliniowości obiektu. W przypadku braku wiedzy o obiekcie przyjmuje się najczęściej funkcję $G(\bullet)$ postaci wielomianu [72]. Wynikiem identyfikacji są współczynniki modelu dynamiki oraz współczynniki funkcji aproksymującej statyczną nieliniowość. Model dynamiki może przyjąć postać struktury MA lub ARMA, a aproksymator funkcji nieliniowej może być realizowany na wiele sposobów, w tym. aproksymację średniokwadratową, sieci neuronowe czy logikę rozmytą [74].

Zasadniczą trudnością w identyfikacji modeli z zewnętrzną dynamiką jest dobór pobudzenia [45]. Identyfikacja charakteru (kształtu) statycznej nieliniowości, wymaga rejestracji odpowiedzi systemu w wielu, oddalonych od siebie punktach pracy. W przypadku identyfikacji systemu energetycznego konieczne byłoby przynajmniej przybliżone osiągnięcie stanów biegu jałowego, pracy znamionowej i zwarcia, co w praktyce jest niemożliwe.

Stosowanie modeli z zewnętrzną dynamiką pozwala na opisanie statycznej nieliniowości systemu, ale nie odzwierciedla szybkich (w obrębie jednego okresu) zmian parametrów systemu (jak to ma miejsce w przypadku modeli LPTV).

2.4.5 Modele z wewnętrzną dynamiką

Bardziej ogólnym opisem dynamicznych układów nieliniowych są nieliniowe równania stanu:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(k+1) &= \mathbf{F}(\mathbf{s}(k) + x(k)) \\ y(k) &= \mathbf{G}(\mathbf{s}(k)). \end{aligned} \quad (2.28)$$

Opis taki jest zalecany w przypadku identyfikacji obiektów nieliniowych o większej ilości wejść i wyjść. Jeżeli zmienne stanu \mathbf{s} są obserwowalne, to ze względu na mniejszą

ilość obliczeń i mniejszy stopień skomplikowania, modele takie można zaliczyć do klasy modeli z zewnętrzną dynamiką.

W większości realnych przypadków zmienne stanu są niedostępne dla pomiarów i wtedy modele te zaliczane są do klasy modeli z wewnętrzną dynamiką. Wysoki stopień trudności przy identyfikacji takich modeli powoduje, że najczęściej wykorzystywane są modele znacznie prostsze [45].

Dla poprawnej identyfikacji nieliniowych obiektów dynamicznych pobudzenia muszą być wybierane wyjątkowo ostrożnie. Jednak nawet wtedy przestrzeń sygnałów wejściowych najczęściej będzie zawierała wiele punktów pracy, które odpowiadają brakowi pobudzeń, a tym samym brakowi wiedzy o zachowaniu obiektu w tych punktach [74].

2.4.6 Własności modeli

Modele można porównywać stosując różne kryteria. W praktycznych zastosowaniach kryteriami wyboru modelu mogą nie być adekwatność modelu i teoretyczne możliwości oferowane przez model, lecz raczej możliwość jego poprawnej identyfikacji w warunkach rzeczywistych. Wybór modelu zależy także od jego planowanego zastosowania. Wykorzystanie bardziej zaawansowanych modeli powinno być odpowiednio uzasadnione, ze względu na trudności w ich identyfikacji.

Zastosowania

Modele z zewnętrzną lub wewnętrzną dynamiką, zawierające opis nieliniowości statycznej systemu, pozwalają na przeprowadzenie symulacji dla dowolnego punktu pracy definiowanego przez moc obciążenia lub wartość skuteczną prądu obciążenia. Zastosowaniem tego typu modeli jest symulacja pracy systemu pod różnym obciążeniem.

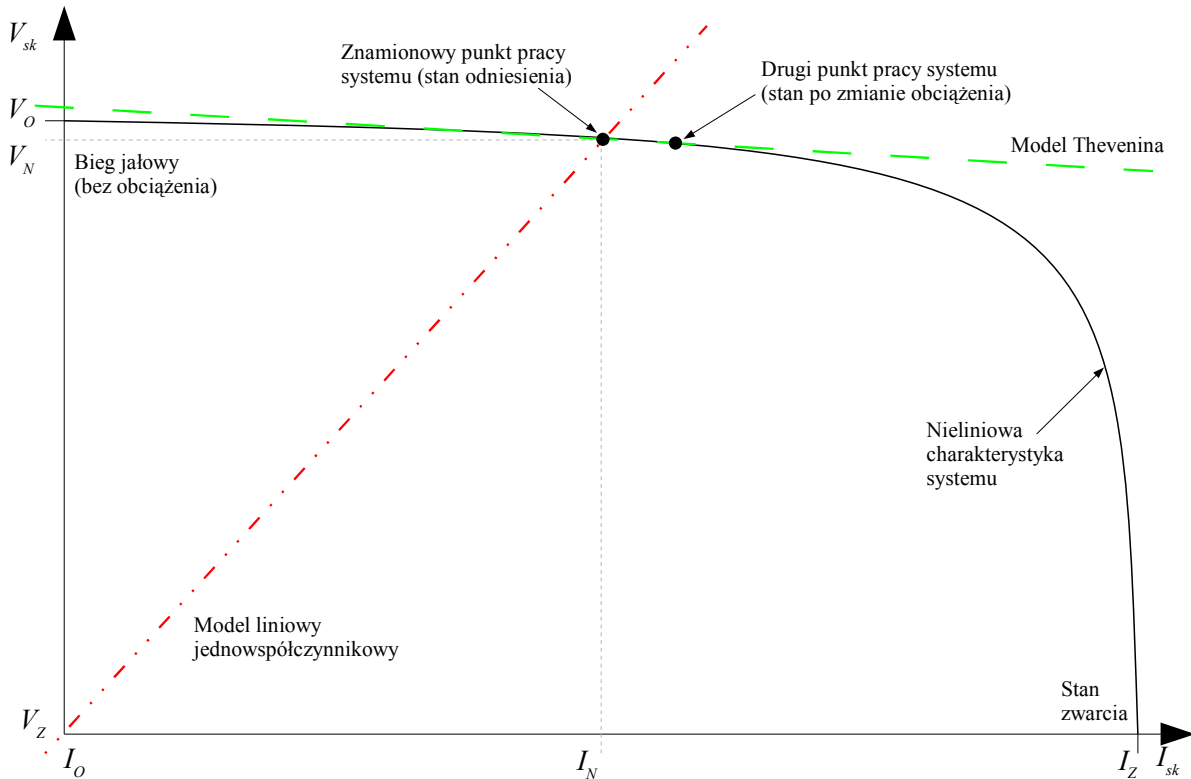
Modele LPTV pozwalają natomiast poprawnie ocenić odkształcenie i zasymulować efekt mieszania harmonicznych napięcia po zmianie zawartości harmonicznych prądu obciążenia (przy zachowaniu mocy obciążenia zbliżonej do tej dla jakiej model ten wyznaczono). Modele LPTV mogą być wykorzystane np. do predykcji emisji harmonicznych w algorytmach sterowania aktywnymi filtrami harmonicznych.

Model Thevenina ma ograniczone zastosowanie jako model do symulacji pracy systemu w warunkach innych niż te, dla których został wyznaczony [21]. Model ten nie pozwala na dokładne odzwierciedlenie efektu mieszania harmonicznych, potrafi jednak ten efekt przybliżyć, dla jednego punktu pracy, poprzez istnienie źródeł napięć harmonicznych. Model ten daje jednak wartości impedancji zastępczych opisujących system w punkcie pracy, dla którego został wyznaczony. Nadaje się on np. do oceny podatności systemu na przenoszenie się zaburzeń o danej częstotliwości do innych punktów sieci, do oceny udziału dostawcy i odbiorcy energii w pogorszeniu jakości energii, a także dla celów planowania rozbudowy istniejącego systemu. Zastosowaniem tego modelu jest zatem głównie diagnostyka systemu.

Modele liniowe (jednowspółczynnikowe) są odpowiednie jedynie do opisu obiektów pasywnych czyli w zasadzie tylko niektórych klas odbiorników energii elektrycznej.

Zakres użyteczności

Zakresy użyteczności wybranych modeli dla różnych przedziałów nieliniowej statycznej charakterystyki systemu pokazano na rysunku 2.7.



Rysunek 2.7: Przykładowa statyczna, nieliniowa charakterystyka napięciowo-prądowa systemu energetycznego. Zaznaczono punkt pracy określony przez znamionowy prąd obciążenia I_N oraz ch-kę liniowego modelu Thevenina, wyznaczonego na podstawie dwóch punktów pracy (znamionowego i bliskiego znamionowemu) oznaczonych kropkami.

W przypadku modeli LPTV identyfikacja systemu jest dokonywana dla wielu wartości chwilowych przebiegu mierzonego napięcia na podstawie rejestracji odpowiedzi systemu na krótkie impulsy prądowe generowane przez HGD. Najczęściej modele te wyznaczone są dla obciążenia bliskiego znamionowemu, choć mogą być wyznaczone także w innych warunkach. W tej sytuacji przyrosty napięć i prądów tworzą pewne otoczenie punktu pracy. Uzyskana w ten sposób informacja na temat nieliniowości obiektu pozwala na pewno na lepsze odzwierciedlenie pracy rzeczywistego systemu po zmianie zawartości harmonicznych pobudzenia niż w przypadku użycia modelu Thevenina, lecz tylko w otoczeniu tego punktu pracy.

Aby przeprowadzić symulację poza w.w. punktem pracy konieczna byłaby ekstrapolacja modelu LPTV poprzez ekstrapolację zer i biegunów podsystemów LTI. Wymagało by to ich wcześniejszego przybliżenia (interpolacji lub aproksymacji) pewną określoną funkcją. Funkcje sklepane, choć skutecznie wykorzystane do interpolacji zer i biegunów [96], nie nadają się do ekstrapolacji, ze względu na tzw. minimalne wsparcie funkcji bazowych (termin wyjaśniono w rozdziale 4.3.2). Z tego powodu konieczne jest przyjęcie innej postaci funkcji przybliżającej położenia zer i biegunów, np. wielomianu. W praktyce ekstrapolacja wielomianowa jest użyteczna tylko przy niskich rzędach wielomianów [35]. Ekstrapolacja zer i biegunów podsystemów LTI modelu LPTV mogłaby doprowadzić do uzyskania niestabilnych struktur IIR.

W przypadku modelu Thevenina oddalenie się od punktu pracy nieliniowego obiektu, dla którego model wyznaczono, także powoduje błędy. Jednak tutaj ekstrapolacja modelu

funkcją liniową jest stabilna i przewidywalna, w odróżnieniu od ekstrapolacji wielomianami wyższych rzędów. Ponadto ekstrapolacja dotyczy tu wprost punktów pracy systemu (charakterystyki napięciowo-prądowej), a nie zer i biegunów transmitancji (modelu). Według autora taka ekstrapolacja prowadzi do mniejszych błędów niż ekstrapolacja modeli LPTV [21].

Do symulacji pełnego zakresu obciążenia odpowiednie się modele z zewnętrzną i wewnętrzną dynamiką. Nie będą one jednak dobrze opisywać odkształcenia sygnałów powodowanymi szybkimi zmianami struktury wewnętrznej obiektu.

Możliwości identyfikacji

Modele LPTV, ze względu na konieczność wielokrotnego i powtarzalnego pobudzania systemu w czasie pojedynczego okresu sieci, wymagają przeprowadzania eksperymentu czynnego i stosowania synchronizowanych z przebiegiem napięcia generatorów pobudzeń o ściśle określonym kształcie. Nie jest praktycznie możliwa identyfikacja modelu LPTV na podstawie naturalnej zmienności obciążenia.

Identyfikacja modeli nieliniowych, jak modele Hammersteina, Wienera czy nieliniowe równania stanu, jest trudna [74]. Poprawna identyfikacja systemu opisanego nieliniowymi modelami wymaga osiągnięcia przez system stanów zwarcia i biegu jałowego oraz co najmniej kilku stanów pośrednich. Pierwszy stan jest dla systemu niebezpieczny i sztuczne wymuszanie go mogło by się skończyć awarią systemu, natomiast dla osiągnięcia stanu biegu jałowego należałoby odłączyć obciążenia systemu w punkcie pomiaru, co jest często niemożliwe [21]. Eksperyment bierny sprowadziłby się więc do oczekiwania na stany awaryjne systemu, a eksperyment czynny musiałby wykorzystywać generator wielkiej mocy, porównywalnej z mocą zwarcia. Wykorzystanie do identyfikacji nieliniowości niezbyt odległych od siebie punktów pracy na charakterystyce napięciowo-prądowej mogłoby doprowadzić do dużych błędów symulacji w zakresie, w którym ekstrapolowano wyznaczoną nieliniową charakterystykę obiektu.

Identyfikacja modelu Thevenina również może natrafić na problem związany z niewystarczająco odległymi od siebie punktami pracy systemu, wykorzystywanymi jako źródło informacji o systemie. Małe przyrosty harmonicznych, wynikające z bliskich sobie punktów pracy, powodują duże błędy wyznaczania liniowej charakterystyki według wzoru (2.15) [16] (patrz punkt 2.5.3).

Przy małej zmienności obciążenia sygnały napięcia i prądu mogą być na tyle ubogie w informacje o systemie, że jedyny model możliwy do poprawnej identyfikacji to model liniowy (jednowspółczynnikowe). Nawet tak prosty model jest wrażliwy na wąskie pasmo sygnałów pobudzających. Pobudzający sygnał ubogi w harmoniczne nie pozwoli na poprawną identyfikację systemu w szerokim zakresie częstotliwości czyli na dokładne określenie dynamiki systemu.

W większości przypadków symulacja zachowania systemu w stanie zwarcia jest właściwie jedynym praktycznym zastosowaniem w pełni nieliniowego modelu systemu, ponieważ system, ze względu na czasową zmienność parametrów, powinien być identyfikowany cyklicznie w niedługich odstępach czasu (rzędu kilku minut). Wtedy zadowalającym przybliżeniem może być nawet jego linearyzacja w punkcie pracy.

W tabeli 2.1 zestawiono cechy wymienionych wyżej modeli systemu energetycznego ze względu na możliwości ich praktycznego zastosowania.

Model	Zalety	Wady
Liniowy	Najłatwiejsza identyfikacja możliwa w przypadku prawie dowolnych pobudzeń (szerokopasmowych)	Nie nadaje się do opisu systemów aktywnych, ogromne błędy symulacji przy zmianie punktu pracy
Thevenina, Nortona	W miarę łatwa identyfikacja, stabilne zachowanie podczas interpolacji	Błędy symulacji przy znaczącej zmianie punktu pracy, trudności identyfikacji przy małej zmienności obciążenia
LPTV	Dobrze opisują odpowiedź obiektu po zmianie zawartości harmonicznego wymuszenia	Konieczność stosowania eksperymentu czynnego do identyfikacji, bardzo złe własności ekstrapolacyjne
Z zewnętrzną dynamiką	Opisują system w pełnym zakresie zmian obciążenia, nie opisują szybkich zmian struktury systemu	Praktyczne trudności wygenerowaniem pobudzeń potrzebnych do identyfikacji modeli
Z wewnętrzną dynamiką	Opisują system w pełnym zakresie zmian obciążenia, odpowiednie dla systemów o dużej liczbie wejść i wyjść	Praktyczne trudności wygenerowaniem pobudzeń potrzebnych do identyfikacji modeli

Tabela 2.1: Porównanie wybranych modeli systemu elektroenergetycznego.

2.4.7 Modele parametryczne, strukturalne i black–box

Autor pracy preferuje wykorzystanie do opisu systemu energetycznego nieparametrycznych modeli typu black–box, w postaci charakterystyk częstotliwościowych. Niektóre z wymienionych wcześniej modeli są w literaturze [92] traktowane jako modele parametryczne, ze względu na niewielką ilość wykorzystywanych parametrów. Są to np. te modele, w których dynamika opisywana jest strukturą ARMA (IIR). Zdaniem autora wykorzystanie modeli parametrycznych może prowadzić do poważnych błędów oceny własności częstotliwościowych systemu energetycznego ze względu na zastosowanie zbyt niskiego rzędu modelu, co w dziedzinie częstotliwości objawi się jako uśrednienie wyników dla różnych zakresów częstotliwościowych lub zastosowanie zbyt wysokiego rzędu modelu co będzie skutkowało korelacją wyznaczanych parametrów i znacznymi błędami [36]. A jak wiadomo określenie rzędu obiektu jakim jest system energetyczny nie jest łatwe. Należy dodać, że w różnych punktach obserwowana (mierzalna) dynamika systemu może być różna. Modele nieparametryczne pozwalają na stosunkowo łatwą interpretację oraz umożliwiają na odrzucenie wyników dla pasm częstotliwościowych, które nie były pobudzone w wystarczającym stopniu. Wymienione modele parametryczne i nieparametryczne są modelami typu black–box, czyli nie mówiącymi o wewnętrznej budowie (strukturze systemu).

Alternatywą dla modeli typu black–box są modele strukturalne [7, 98], które przybliżają strukturę rzeczywistego systemu energetycznego za pomocą odpowiedniego połączenia elementów (często liniowych R, L lub C oraz źródeł napięcia) reprezentujących bardziej istotne elementy systemu. Wybrane elementy takiego modelu mogą być również nieliniowe. Parametry takiego modelu mają znaczenie fizyczne. Wartość konkretnych parametrów modelu odpowiada wartości konkretnych elementów systemu (np. indukcyjność uzwojeń transformatora). Z tego względu modele strukturalne należy zaliczyć do modeli parametrycznych.

Zastosowania modeli strukturalnych oraz modeli typu black–box są różne. Modele strukturalne wnoszą informację o rzeczywistych parametrach konkretnych elementów systemu energetycznego. Pozwalają np. stwierdzić na ile wartości tych parametrów zmieniły się od czasu zainstalowania urządzenia bądź na ile zgadzają się z danymi znamionowymi

lub ustalonymi w momencie projektowania systemu. Stosowanie modeli parametrycznych wymaga jednak znajomości budowy systemu, czyli konieczne jest posiadanie dostępu do dokumentacji technicznej systemu. Modele typu black–box mówią o lokalnych własnościach systemu, czyli tylko jak system może zareagować na określone pobudzenie. Nie wnoszą informacji o wartościach poszczególnych elementów systemu. Nie wymagają jednak wiedzy o strukturze wewnętrznej systemu. Z tego względu są uniwersalne i mogą być zastosowane w urządzeniu pomiarowym, którym pomiary będą przeprowadzane w różnych punktach systemu energetycznego.

2.5 Identyfikacja systemu energetycznego opisanego modelem Thevenina

W niniejszej pracy do opisu systemu energetycznego przyjęto model Thevenina/Nortona. Spośród innych modeli ten właśnie wybrano ze względu na:

zastosowanie modelu: model jest wykorzystywany do oceny aktualnego stanu systemu, a nie do symulacji pracy systemu w różnych punktach pracy;

dostępność pobudzeń: identyfikacja może być przeprowadzana na podstawie wyników eksperymentów biernych, a więc bez stosowania specjalizowanych generatorów pobudzeń;

łatwość interpretacji wyników: w wyniku identyfikacji wyznaczany jest model liniowy, najlepiej przybliżający nieliniowy system w punkcie pracy, a wyniki są dostępne w postaci zastępczej widmowej impedancji systemu.

2.5.1 Metoda gęstości widmowych

Do identyfikacji systemu opisanego modelem Thevenina wykorzystano nieparametryczną metodę gęstości widmowych. Ma ona tę zaletę w stosunku do metod parametrycznych, takich jak metoda najmniejszych kwadratów, że możliwa jest niezależna estymacja impedancji zastępczej dla częstotliwości wybranej ze zbioru częstotliwości charakterystycznego dla DFT [20].

Metoda gęstości widmowych służy do estymacji transmitancji obiektów liniowych. W tym wypadku estymator transmitancji wiąże zmianę prądu ze zmianą napięcia w punkcie pomiaru i odpowiada widmowej impedancji zastępczej systemu aktywnego (2.15). Wyznacza się go zgodnie z zależnością:

$$\hat{Z}_S(\omega) = \frac{\hat{G}_{xy}(\omega)}{\hat{G}_x(\omega)}, \quad (2.29)$$

gdzie $\hat{G}_x(\omega)$ jest estymatorem widmowej gęstości mocy sygnału pobudzającego $x(t) = i(t) - i(t - \Delta t)$, a $\hat{G}_{xy}(\omega)$ jest estymatorem wzajemnej gęstości widmowej sygnałów pobudzającego $x(t)$ i odpowiedzi $y(t) = v(t - \Delta t) - v(t)$. Δt jest całkowitą wielokrotnością okresu podstawowej harmonicznej sygnałów. W odróżnieniu od wzoru (2.15) estymator impedancji (2.29) posiada własność filtrowania zakłóceń nieskorelowanych [5, 67].

Estymaty gęstości widmowych są wyznaczane metodą uśrednionego periodogramu Welch [97, 107], gdyż nieuśrednione estymatory widmowej gęstości mocy posiadają niekorzystne własności statystyczne [51]. Długość okna czasowego dla pojedynczej realizacji estymatora gęstości widmowej przyjęto równą od dwóch do pięciu okresów podstawowej harmonicznej co dawało rozdzielczość częstotliwościową gęstości widmowych od 25 do 10 Hz. Jako okno czasowe wybrano okno Hanninga. Badania symulacyjne pokazały, że jego stosowanie daje najmniejsze błędy estymacji impedancji zastępczej w większości przypadków. Mniejsze błędy dla okna prostokątnego uzyskano jedynie w badaniach symulacyjnych, w których analizie FFT poddawano dokładnie całkowitą wielokrotność okresów sygnałów czyli częstotliwość generowanego sygnału wynosiła dokładnie $f_1 = f_{1N} = 50$ Hz. Jednak już dla sygnałów synchronicznie repróbrowanych mniejsze błędy estymacji impedancji zastępczej systemu uzyskano z oknem Hanninga niż z prostokątnym [22].

Źródła błędów obciążenia metody gęstości widmowych

Istnieją założenia, których spełnienie gwarantuje brak obciążenia estymat transmitancji wyznaczonych metodą gęstości widmowych. Niespełnienie tych założeń prowadzi do pojawienia się błędów obciążenia estymatora [5].

Błędy obciążenia estymatorów transmitancji uzyskanych metodą gęstości widmowych (2.29) mogą pochodzić od szeregu źródeł takich jak:

1. sama metoda estymacji transmitancji, gdyż

$$E[\hat{Z}_S(\omega)] = E\left[\frac{\hat{G}_{xy}(\omega)}{\hat{G}_x(\omega)}\right] \neq \frac{E[\hat{G}_{xy}(\omega)]}{E[\hat{G}_x(\omega)]},$$

2. nieliniowość lub czasowa zmienność badanego obiektu,
3. obciążenie estymatorów $\hat{G}_{xy}(\omega)$ i $\hat{G}_x(\omega)$ gęstości widmowych,
4. szum pomiarowy na wejściu obiektu, ale za punktem rejestracji sygnału wejściowego,
5. inne sygnały skorelowane z sygnałem wejściowym a wpływające na sygnał wyjściowy.

Szczegółowa analiza wymienionych błędów estymatora (2.29) została przeprowadzona w [5]. Tu warto wspomnieć, że błąd obciążenia powodowany metodą estymacji jest z reguły znacznie mniejszy od błędów losowych (wariancji) estymatora transmitancji.

Bardzo istotny jest również fakt, iż nawet w przypadku niespełnienia założenia o liniowości badanego obiektu estymator (2.29) jest najlepszą aproksymacją liniową, w sensie najmniejszych kwadratów, nieliniowego obiektu w punkcie pracy [68, 5].

Obciążenie estymatorów gęstości widmowych jest szczególnie widoczne w otoczeniu ekstremów rzeczywistej gęstości widmowej. Zwiększając rozdzielczość częstotliwościową estymatorów gęstości widmowej można ograniczyć ten błąd obciążenia do akceptowalnego poziomu.

Losowa niepewność estymacji transmitancji metodą gęstości widmowych

Pomimo uśredniania estymat gęstości widmowych $G_{xy}(\omega)$, $G_x(\omega)$, $G_y(\omega)$ zgodnie z metodą uśrednionego periodogramu Welch [107], niewystarczające wartości gęstości widmowych w pewnych zakresach częstotliwości, powodują zwiększenie niepewności pomiaru

w tych zakresach. Zdarza się również, że dla pewnych częstotliwości nie istnieje związek pomiędzy sygnałem wejściowym i wyjściowym.

Dla oceny niepewności estymacji impedancji w funkcji częstotliwości można wykorzystać zależności pozwalające na określenie przedziału ufności dla estymatora transmitancji [5], co autor pokazał w pracy [20]:

$$|\hat{Z}_S(\omega) - Z_S(\omega)|^2 \leq \hat{r}^2(\omega) = \frac{2}{n-2} F_{2,n-2;\alpha} [1 - \hat{\gamma}_{xy}^2(\omega)] \frac{\hat{G}_y(\omega)}{\hat{G}_x(\omega)}, \quad (2.30)$$

gdzie $\hat{\gamma}_{xy}^2(\omega)$ jest estymatorem z próby funkcji koherencji zwyczajnej pomiędzy sygnałami $x(t)$ i $y(t)$, n jest liczbą stopni swobody estymatorów gęstości widmowych, $F_{2,n-2;\alpha}$ jest kwantylem rzędu $1 - \alpha$ (odpowiada on poziomowi ufności $1 - \alpha$) zmiennej losowej o rozkładzie F Snedecora o 2 i $n - 2$ stopniach swobody. Wartości rozkładu F Snedecora można znaleźć w tablicach statystycznych.

Estymowana funkcja koherencji zwyczajnej opisana jest zależnością:

$$\hat{\gamma}_{xy}^2(\omega) = \frac{|\hat{G}_{xy}(\omega)|^2}{\hat{G}_x(\omega)\hat{G}_y(\omega)}. \quad (2.31)$$

Przedziały ufności dla modułu i argumentu impedancji Z_S można wyznaczyć według poniższych zależności:

$$|\hat{H}(\omega)| - \hat{r}(\omega) \leq |H(\omega)| \leq |\hat{H}(\omega)| + \hat{r}(\omega) \quad (2.32)$$

oraz

$$\arg(\hat{H}(\omega)) - \arcsin\left(\frac{\hat{r}(\omega)}{|\hat{H}(\omega)|}\right) \leq \arg(H(\omega)) \leq \arg(\hat{H}(\omega)) + \arcsin\left(\frac{\hat{r}(\omega)}{|\hat{H}(\omega)|}\right). \quad (2.33)$$

2.5.2 Źródła błędów identyfikacji systemu energetycznego

Wpływ niekoherentnego próbkowania

Gęstości widmowe $G_x(\omega)$, $G_{yx}(\omega)$ sygnałów (2.18) wyjściowego $y(t)$ i wejściowego $x(t)$ wyznaczone są z pomocą algorytmu FFT gdy długość analizowanego fragmentu wynosi $N = 2^K$ gdzie $K \in \mathbb{N}$ lub DFT w przeciwnym wypadku.

Niekoherentne czyli niesynchroniczne z częstotliwością sieci próbkowanie powoduje rozmycie widma sygnałów napięcia $v(t)$ i prądu $i(t)$ oraz błędy wyznaczania przebiegów przyrostów czasowych $y(t)$ i $x(t)$. Błędy te wynikają z odejmowania od siebie fragmentów sygnałów $v(t)$ i $i(t)$ różniących się fazą początkową i zazwyczaj przekładają się na znaczące błędy wyznaczania impedancji zastępczej Z_S systemu (patrz punkt 2.5.3 lub [16]).

Aby uniknąć rozmycia widma fragmenty sygnałów napięcia $v(t)$ i prądu $i(t)$ poddawane analizie powinny mieć długość równą całkowitej wielokrotności okresu składowej podstawowej T_1 napięcia $v(t)$. Aby uniknąć błędów związanych z różną fazą początkową odejmowanych od siebie fragmentów przebiegów $v(t)$ i $i(t)$ odstęp Δt pomiędzy odejmowanymi fragmentami również powinien być całkowitą wielokrotnością okresu T_1 . Ponadto, ze względu na czasową zmienność rzeczywistego systemu, odejmowane od siebie fragmenty sygnałów powinny być stosunkowo krótkie oraz jak najmniej oddalone od siebie. Najlepiej aby analizowane fragmenty sygnałów, reprezentujące dwa stany systemu, następowały

tuż po sobie [91]. W publikacji [111] autorzy sugerują wykorzystanie fragmentów dwóch stanów quasiustalonych, z wyłączeniem stanu przejściowego wywołanego np. przez załączenie dużego odbiornika, czyli odległych od siebie o kilka okresów. Także w tym wypadku początki fragmentów powinny zaczynać się w tej samej fazie sygnału napięcia.

W dziedzinie czasu dyskretnego sprowadza się to do zapewnienia synchronicznego próbkowania, w którym na jeden okres podstawowej harmonicznej T_1 przypada dokładnie M próbek sygnału oraz przyjęcia odstępu czasowego Δt pomiędzy odejmowanymi fragmentami sygnałów $v(t)$ i $i(t)$ będącego całkowitą wielokrotnością M [91].

Autor niniejszej pracy zaproponował [19, 18, 22] alternatywne do synchronicznego próbkowania rozwiązanie problemu niekoherentnego próbkowania sygnałów, nie wymagające sprzętowej synchronizacji częstotliwości próbkowania z częstotliwością sieci. Polega ono na późniejszym, programowym, koherentnym repróbkowaniu niekoherentnie spróbkowanych sygnałów. Pozwala ono na ograniczenie błędów estymacji impedancji zastępczej systemu elektroenergetycznego oraz częstotliwościowych parametrów sygnałów energetycznych, przeprowadzonej na podstawie sygnałów zarejestrowanych uniwersalnymi rejestratorami, które zazwyczaj nie oferują synchronicznego próbkowania.

Wpływ zakłóceń pomiarowych i kwantowania

Na estymację parametrów modelu systemu wpływ mają zakłócenia pomiarowe. W zasadzie można mówić o addytywnych zakłóceniach elektromagnetycznych oddziałujących na analogową część toru pomiarowego oraz o tzw. szumie kwantowania wynikającym z ograniczonej rozdzielczości przetworników A/C. Najczęściej usprawiedliwione jest przyjęcie założenia o normalnym rozkładzie prawdopodobieństwa elektromagnetycznych zakłóceń addytywnych. Szum kwantowania z kolei jest opisywany rozkładem jednostajnym. Istotne jest, iż obydwie wymienione zakłócenia posiadają zerową wartość oczekiwaną. Wpływają one zatem na powiększenie wariancji estymatorów impedancji, ale nie powodują ich obciążenia (pod warunkiem, że nie są skorelowane z sygnałem pobudzającym) [5].

Ocenę wpływu zakłóceń addytywnych i szumu kwantowania na dokładność pomiaru impedancji zastępczej systemu autor przedstawił w [20]. Badania symulacyjne przeprowadzono przy założeniu, że odchylenie standardowe szumu kwantowania wynosiło $4/3$ przedziału kwantowania 12 bitowego przetwornika A/C. Widoczne, t.j. około 2–3-krotne, rozszerzenie szerokości przedziałów ufności (2.32, 2.33) czyli zwiększenie wariancji estymatorów impedancji występowało dla częstotliwości większych od 4 kHz. Badania symulacyjne wykazały, że kwantowanie z rozdzielczością 16-bitów, nie powoduje istotnego zwiększenia wariancji wyników estymacji impedancji.

Wpływ niestacjonarności sygnałów w czasie pomiaru

Dyskretne przekształcenie Fouriera (w postaci DFT lub FFT), będące podstawą wyznaczania gęstości widmowych sygnałów, powinno być przeprowadzane na całkowitej wielokrotności długości okresów podstawowej składowej sygnału. Sygnał niestacjonarny jest sygnałem nieokresowym, a zatem nie da się go opisać dokładnie za pomocą szeregu Fouriera. Niestacjonarność sygnałów w czasie analizy Fouriera powoduje rozmycie widma, podobne do tego wywołanego przez składową o częstotliwości innej od częstotliwości prążków widma FFT (np. interharmonicznej) lub wywołanej użyciem nieprostokątnego okna

czasowego [97]. Zmienność zastępczych parametrów systemu energetycznego podczas normalnej pracy jest na tyle powolna, że analizowane sygnały można uznać za okresowe w krótkich okresach analizy [66, 95].

Wpływ przekładników pomiarowych

Pasma częstotliwości, dla których można wyznaczać zastępczą impedancję systemu, jest w dużej mierze ograniczone przez własności dynamiczne przekładników napięciowych i prądowych. Ograniczona dynamika przekładników powoduje, że błędy przetwarzania zależą od częstotliwości. Przekładniki są konstruowane tak, by najmniejsze błędy pojawiały się dla częstotliwości znamionowej systemu [108]. Norma EN 61000-4-7:1993, dotycząca metod pomiaru harmonicznym, przytacza wyniki badania 40 przekładników napięciowych. Okazuje się, że wraz z wzrostem wartości napięcia znamionowego coraz mniej przekładników spełnia wymagania normy dotyczące poziomu błędów względnych (max. 5% lub 5°) dla zakresu do 2500 Hz. Trudniejsze jest także dotrzymanie błędu kąтового niż amplitudowego. Przykładowo dla napięcia 400 kV wymagania te spełnia zaledwie 40% badanych przekładników napięciowych. Ogólne wnioski wskazują, że pomiary napięć niskich są wiarygodne w zakresie do około 2500 Hz, w sieciach średniego napięcia bezpiecznym zakresem częstotliwości jest zakres do 700 Hz, a w sieciach najwyższych napięć wiarygodnie można wyznaczać jedynie pierwsze pięć harmonicznym napięcia. Błędy przekładników prądowych, również mocno zależą od częstotliwości, ale są na ogół mniejsze niż błędy przekładników napięciowych [116].

W sytuacjach wymagających wysokiej precyzji wyznaczania harmonicznym zalecane jest stosowanie dzielników napięciowych rezystancyjnych lub pojemnościowych zamiast przekładników indukcyjnych [116].

Błędy wprowadzane przez przekładniki można próbować ograniczyć stosując analogowe korektory dynamiczne lub korekcję po stronie cyfrowej (po wyznaczeniu odwrotnej charakterystyki przekładników). Oba rozwiązania są niedoskonałe. Pierwsze, może być trudne ze względu na konieczność realizacji analogowych układów o dynamicznych charakterystykach odwrotnych do charakterystyki przekładników. Drugie rozwiązanie czyli korekcja cyfrowa jest łatwiejsza (np. rozwiązanie typu lookup-table), ale powoduje wzmocnienie szumów kwantowania w pewnych zakresach częstotliwości. Oba rozwiązania wzmacniają, w pewnych zakresach pasma, zakłócenia przedostające się pomiędzy przekładnikiem a korektorem, powodując zmniejszenie SNR czyli stosunku sygnału do szumu w tych zakresach.

Korekcja dynamiczna wpływu przekładników wychodzi poza ramy niniejszej pracy i nie została w niej omówiona.

Wpływ zmienności parametrów systemu w czasie pomiaru

Przyjęty w pracy model Thevenina posiada dwie zespolone niewiadome: $Z_S(\omega)$ oraz $E_S(\omega)$ dla każdej częstotliwości. Do ich wyznaczenia potrzebne jest zbudowanie układu co najmniej dwóch równań o dwóch niewiadomych. Ze względu na to iż pomiar odbywa się w jednym punkcie, do utworzenia dwóch równań postaci (2.16) konieczne jest wykonanie dwóch pomiarów oraz założenie o tym, że obie niewiadome miały stałe wartości podczas obu pomiarów. Aby układ równań miał rozwiązanie, równania muszą być liniowo niezależne. W praktyce do wyznaczenia impedancji zastępczej $Z_S(\omega)$ wybiera się dwa następujące

po sobie fragmenty sygnałów prądu i napięcia, pomiędzy którymi zaobserwowano wystarczający przyrost (zmianę) wybranej składowej prądu. Te dwa fragmenty sygnałów odpowiadają dwóm stanom systemu energetycznego, przed i po zmianie obciążenia. Na podstawie tych dwóch fragmentów budowany jest układ dwóch równań liniowych.

Zmienność obciążenia jest więc źródłem informacji o badanej części systemu. Jest pożądaną aby była ona możliwie duża. Natomiast zmienność systemu w czasie pomiaru powoduje błędy wyznaczania (obciążenie estymat) impedancji zastępczej.

Gdyby jednak założenie o niezmienności systemu w czasie pomiaru było spełnione tylko w przybliżeniu, np. tylko dla określonego pasma częstotliwości i/lub w krótkich odcinkach czasu, wtedy na podstawie obserwacji napięcia i prądu w tylko jednym punkcie obserwator nie byłby w stanie stwierdzić czy zmiana napięcia lub prądu została wywołana zmianą systemu po stronie obciążenia czy po stronie badanej. Jeśli zmiana nastąpiła tylko po stronie badanej, wtedy wynikiem pomiaru będą parametry zastępcze obciążenia.

Zmiana parametrów może mieć także miejsce po obu stronach punktu pomiaru jednocześnie. Wtedy błędy wyznaczania impedancji zastępczej będą zależały od stosunku zmian zastępczej impedancji obciążenia do zmian zastępczej impedancji badanej części systemu. Im ten stosunek będzie większy tym błędy pomiaru impedancji zastępczej systemu będą mniejsze. Symulacyjne badania, w których przyjęto liniowe modele systemu i obciążenia, potwierdziły, że przy stosunku zmian impedancji równym 20 błędy estymacji impedancji zastępczej systemu dla wybranej częstotliwości są nie większe niż 5%.

Sposobem wyeliminowania powyższych błędów pomiaru impedancji zastępczej systemu jest zatem zapewnienie niezmienności parametrów badanego systemu w czasie pomiaru. Częściowo jest to zapewnione przez sam system, którego zmienność czasowa jest powolna w porównaniu ze zmiennością czasową pojedynczych obciążeń (takich jak np. zakład przemysłowy) będących źródłem pobudzenia [66, 82], a czas pojedynczego pomiaru nie przekracza kilku sekund. Drugim sposobem jest taki wybór miejsca pomiaru, aby badaniu podlegała część o jak najmniejszej zmienności, a elementy o dużej zmienności znalazły się po stronie obciążenia. Można to osiągnąć np. wykonując pomiar po stronie wtórnej transformatora zasilającego obciążenie zmienne w czasie [20]. Po stronie badanej także mogą znajdować się odbiorniki zmienne w czasie, jednak ich zmienność będzie zredukowana przez istnienie dodatkowych transformatorów zasilających te odbiorniki (patrz punkt 2.2.5).

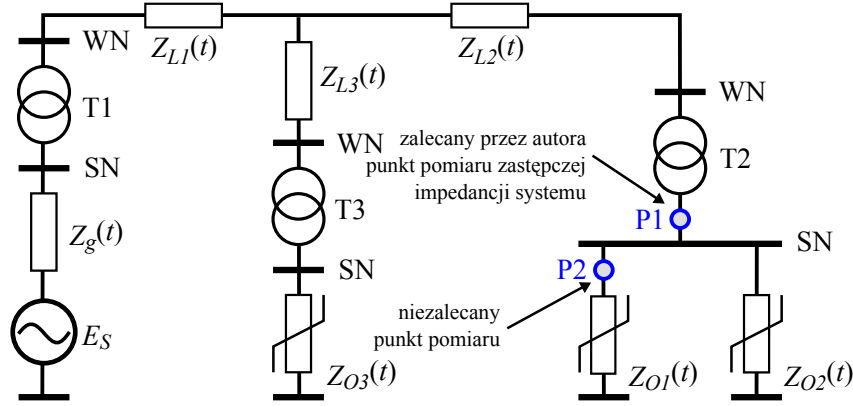
W sytuacji gdy pomiar ma się odbywać w rozdzielni zasilającej kilka odbiorników pomiar powinien być wykonany na szynach rozdzielni (punkt P1 na rysunku 2.8), a nie na szynach zasilających tylko jeden z tych odbiorników (punkt P2 na rysunku 2.8).

Innym sposobem ograniczenia błędów estymacji impedancji systemu, związanych ze zmiennością czasową systemu w czasie pomiaru, jest stosowanie eksperymentów czynnych. Sposób ten nie eliminuje zmienności strony badanej lecz dzięki wykorzystaniu HGD umożliwia zwiększenie stosunku zmian impedancji obciążenia do zmian impedancji systemu.

2.5.3 Analiza wrażliwości metody identyfikacji

Ze względu na wykorzystanie przyrostów składowych częstotliwościowych w równaniu (2.15) lub przyrostów gęstości widmowych sygnałów w równaniu (2.29) dokładność pomiaru impedancji silnie zależy od wielkości zmian prądu obciążenia systemu. Im mniejsza jest zmiana prądu, tym większy będzie błąd wyznaczenia impedancji $Z_S(\omega)$.

W pracy [16] autor przeprowadził analizę wrażliwości metody wyznaczania impedancji



Rysunek 2.8: Wpływ wyboru miejsca pomiaru na obszar podlegający badaniu. Z_{O1}, Z_{O2}, Z_{O3} to zmienne w czasie impedancje odbiorników. Dla wyznaczenia impedancji zastępczej systemu zalecana jest rejestracja sygnałów w punkcie P1. Wyznaczane są wtedy zastępcze parametry systemu począwszy od transformatora T2 aż do generatora E_S wraz z odbiornikiem Z_{O3} . Przy rejestracji sygnałów w punkcie P2 wyznaczane są zastępcze parametry systemu jak w punkcie P1 wraz z równoległe przyłączonym odbiornikiem Z_{O2} , który wprowadza niepożądaną zmienność po stronie badanej.

zastępczej na błędy wyznaczania przyrostów składowych napięcia i prądu. Przeprowadzona analiza zostanie tutaj przytoczona. Analiza polega na ocenie wpływu niezależnego zaburzenia licznika lub mianownika zależności (2.15) na błędy wyznaczania impedancji. Jest to postępowanie podobne jak przy ocenie uwarunkowania zadania obliczeniowego [35].

Przyjmując, że przyrost prądu $\Delta I(\omega)$ został zmierzony z błędem bezwzględnym $\varepsilon_{\Delta I}(\omega)$ (obydwie wielkości to liczby zespolone), można zapisać mianownik zależności (2.15) jako $\Delta I(\omega) + \varepsilon_{\Delta I}(\omega)$. Błąd względny pomiaru impedancji Z_S dla pulsacji ω wyraża zatem się zależnością:

$$\delta Z_S(\omega) = \frac{Z'_S(\omega) - Z_S(\omega)}{Z_S(\omega)} = \frac{\frac{\Delta V(\omega)}{\Delta I(\omega) + \varepsilon_{\Delta I}(\omega)} - \frac{\Delta V(\omega)}{\Delta I(\omega)}}{\frac{\Delta V(\omega)}{\Delta I(\omega)}} = \frac{\varepsilon_{\Delta I}(\omega)}{\Delta I(\omega) + \varepsilon_{\Delta I}(\omega)}. \quad (2.34)$$

Otrzymany błąd względny jest również liczbą zespoloną, której moduł lub argument określają odpowiednio błąd względny pomiaru modułu lub pomiaru argumentu impedancji $Z_S(\omega)$. Co więcej, zaburzenie jedynie modułu $\Delta I(\omega)$ generuje błąd względny zarówno modułu jak i argumentu impedancji $Z_S(\omega)$. Analogicznie, zaburzenie argumentu $\Delta I(\omega)$ powoduje powstanie błędu względnego modułu i argumentu $Z_S(\omega)$. Można zauważyć, że dla dużych wartości $\Delta I(\omega)$ błąd względny (2.34) będzie w przybliżeniu równy $\varepsilon_{\Delta I}(\omega)/\Delta I(\omega)$. Niestety dla $|\Delta I(\omega)| \approx |\varepsilon_{\Delta I}(\omega)|$ i kąta pomiędzy wektorami $\Delta I(\omega)$ i $\varepsilon_{\Delta I}(\omega)$ bliskiego π błąd może osiągać bardzo duże wartości.

Analogiczne rozumowanie można przeprowadzić dla zakłóconego licznika zależności (2.15). Prowadzi ono do wniosku, że błąd względny licznika $\varepsilon_{\Delta V}(\omega)$ przenosi się na błąd względny wyznaczania impedancji $Z_S(\omega)$ ze wzmocnieniem równym jedności, zgodnie z zależnością:

$$\delta Z_S(\omega) = \frac{Z'_S(\omega) - Z_S(\omega)}{Z_S(\omega)} = \frac{\frac{\Delta V(\omega) + \varepsilon_{\Delta V}(\omega)}{\Delta I(\omega)} - \frac{\Delta V(\omega)}{\Delta I(\omega)}}{\frac{\Delta V(\omega)}{\Delta I(\omega)}} = \frac{\varepsilon_{\Delta V}(\omega)}{\Delta V(\omega)} = \delta V(\omega). \quad (2.35)$$

Co więcej, zaburzenie jedynie modułu $\Delta V(\omega)$ skutkuje powstaniem błędu względnego tylko i wyłącznie modułu impedancji $Z_S(\omega)$. Zaburzenie argumentu $\Delta V(\omega)$ powoduje powstanie jedynie błędu względnego argumentu $Z_S(\omega)$.

Z przeprowadzonej analizy wynika, że na dokładność wyznaczania impedancji zastępczej systemu największy wpływ ma wartość zmian składowych prądu pomiędzy dwoma stanami pracy systemu energetycznego.

Przeprowadzona przez autora analiza wrażliwości wyznaczania impedancji według zależności (2.29), czyli metodą gęstości widmowych, prowadzi do wyników identycznych jak powyższe.

Rozdział 3

Estymacja częstotliwości podstawowej systemu energetycznego

3.1 Definicje częstotliwości

Termin częstotliwość podstawowa sygnału jest używany w literaturze [4, 87] w odniesieniu do własności sygnału okresowego. Napięcie systemu energetycznego jest przebiegiem okresowym w sytuacji gdy system energetyczny znajduje się w stanie idealnej równowagi [82] (patrz punkt 2.2.2). Ze względu na ciągłe zmiany obciążenia, rekonfigurację systemu, itd. sygnał napięcia jest tylko w przybliżeniu sygnałem okresowym, a długość jego okresu, a zatem również jego częstotliwość podstawowa, ulega zmianom.

W tym miejscu autor rozprawy proponuje wprowadzenie terminu częstotliwości podstawowej systemu elektroenergetycznego (sic!) w odróżnieniu od chwilowej częstotliwości podstawowej napięcia sieci energetycznej. Autor celowo używa terminu częstotliwość w odniesieniu do systemu energetycznego, a nie do sygnału napięcia, dla podkreślenia różnicy pomiędzy chwilową wartością częstotliwości sygnału napięcia sieci, zależną m.in. od czasowej zmienności lokalnych odbiorników energii, a częstotliwością globalną, zależną od globalnego stosunku produkowanej i pobieranej energii elektrycznej [82].

Częstotliwość chwilowa f_1 napięcia sieci określana może być np. jako odwrotność czasu pomiędzy dwoma kolejnymi przejściami podstawowej harmonicznej napięcia przez zero w tę samą stronę. Tak zdefiniowana częstotliwość jest silnie związana z własnościami lokalnych odbiorników energii elektrycznej, których praca może powodować modulację fazy napięcia i/lub prądu. Przez to wahania tej częstotliwości mogą być stosunkowo duże i częste, zgodne z wahaniami fazy sygnału badanego.

Częstotliwość podstawową f_{1S} systemu energetycznego autor utożsamia ze średnią prędkością obrotową generatorów synchronicznych zasilających sieć elektroenergetyczną. Informacja o prędkościach obrotowych generatorów jest praktycznie niedostępna, dlatego wartość częstotliwości podstawowej systemu może być estymowana wyłącznie na podstawie analizy sygnałów w miejscu pomiaru.

Różnica pomiędzy częstotliwością chwilową napięcia f_1 w punkcie pomiaru, a częstotliwością globalną f_{1S} systemu energetycznego, jakkolwiek najczęściej niewielka, jest bardzo istotna z punktu widzenia niniejszej pracy, a szczególnie estymacji zastępczej impedancji systemu.

Wyniki (niepublikowane) badań symulacyjnych, przeprowadzonych przez autora roz-

prawy, potwierdziły niekorzystny wpływ modulacji fazy sygnałów prądu i napięcia w miejscu pomiaru na wyniki estymacji zastępczej impedancji sieci jeśli badane sygnały były repróbrowane synchronicznie z wartościami chwilowej częstotliwości napięcia mierzonego.

Modulacja fazy napięcia i prądu w miejscu pomiaru może wynikać np. ze zmieniającej się w czasie indukcyjności przyłączonego w tym miejscu obciążenia. Faza sygnału prądu może być wtedy zmodulowana w innym stopniu. Modulacja fazy napięcia przekłada się na okresową zmienność estymat częstotliwości chwilowej f_1 . Algorytm reprobrowania dostosowuje chwile reprobrowania sygnałów do wartości estymowanej, chwilowej częstotliwości napięcia, tak by zminimalizować rozmycie jego widma. Dla sygnału napięcia metoda ta realizuje swoje zadanie bardzo dobrze. Widmo sygnału napięcia po reprobrowaniu staje się praktycznie pozbawione efektu rozmycia, gdyż sygnał jest ten reprobrowany w sposób idealnie koherentny. Przy analizie tylko jednego sygnału byłby to efekt pożądany. Niestety, jeżeli faza prądu była zmodulowana w innym stopniu niż faza napięcia, to w widmie zreprobrowanego sygnału prądu pojawi się dodatkowy efekt rozmycia, gdyż prąd będzie próbrowany w sposób daleki od koherentnego. Powoduje to znaczące błędy estymacji impedancji zastępczej systemu energetycznego.

Inaczej jest w przypadku, gdy algorytm reprobrowania działa w oparciu o rzeczywistą wartość częstotliwości napięcia generowanego w systemie energetycznym czyli częstotliwość podstawową systemu f_{1S} . Wtedy widma sygnałów po reprobrowaniu pozostają rozmyte w stopniu wynikającym z wahań fazy napięcia i prądu, redukcji ulega tylko rozmycie związane z odchyłką częstotliwości podstawowej systemu f_{1S} od wartości znamionowej częstotliwości f_{1N} , a wyniki estymacji impedancji zastępczej systemu są znacznie bliższe wartościom prawdziwym (modelowym).

Jak zatem rozróżnić wartość częstotliwości chwilowej f_1 sygnału napięcia od częstotliwości systemu energetycznego f_{1S} , jeśli częstotliwość systemu ma być estymowana jedynie na podstawie sygnału napięcia? Rozwiązaniem tego problemu jest fakt iż częstotliwość systemu (prędkość obrotowa generatorów ulega bardzo powolnym zmianom [66, 82]. Mała prędkość zmian jest związana m.in. z wielką ilością odbiorników energii przyłączanych i odłączanych w losowych momentach czasu od systemu. Tak duża ich ilość powoduje, że prawdopodobieństwo nagłej, znaczącej zmiany mocy pobieranej w systemie jest niewielkie. Drugą przyczyną małej prędkości zmian częstotliwości systemu jest stabilizujący wpływ momentu bezwładności wszystkich generatorów, mówi się nawet o tzw. „masie wirującej” generatorów. Z pomocą przychodzi także norma [119], która definiuje pojęcie „power frequency” jako stosunek całkowitej ilości okresów sygnału (pozbawionego wyższych harmonicznych) zaobserwowanych w czasie 10 sekund do łącznego czasu trwania tej całkowitej ilości okresów. Dzięki długiemu czasowi uśredniania (10 sekund) wyników definicja ta jest bliższa w.w. terminowi częstotliwości podstawowej systemu. Można w przybliżeniu powiedzieć, że taki czas uśredniania wyeliminuje z wyników składowe zmienne o częstotliwościach wyższych od 0,1 Hz.

Większość metod estymacji częstotliwości spotykanych w literaturze dotyczy estymacji chwilowej wartości częstotliwości. Pożądaną cechą wielu z tych metod jest krótki czas wyznaczania częstotliwości [88]. W niektórych metodach czas ten jest nawet krótszy od pojedynczego okresu podstawowej harmonicznej. Krótki czas odpowiedzi algorytmu jest potrzebny np. do sterowania przekaźnikami zabezpieczeniowymi. Algorytmy zabezpieczeń analizują zmiany wartości wybranego parametru energii elektrycznej (np. wartość częstotliwości). Po przekroczeniu przez wartość parametru dopuszczalnego zakresu, zabezpieczenie zostaje uruchomione [80]. W diagnostyce systemu, inaczej niż w automatyce

zabezpieczeniowej, czas odpowiedzi algorytmu jest mniej istotny niż dokładność pomiaru.

W przypadku niniejszej pracy pożądana jest estymacja częstotliwości podstawowej systemu f_{1S} wolnej od zakłóceń związanych ze zmiennością fazy pochodzącej od zmienności czasowej lokalnych odbiorników energii. Zadanie to jest rozwiązywane przez estymację częstotliwości chwilowej f_1 sygnału napięcia i późniejsze uśrednienie jej estymat za okres 10 sekund, zgodnie z zaleceniami normy [119].

3.2 Przegląd metod estymacji częstotliwości

Problem oceny częstotliwości sygnałów jest obecny w wielu dziedzinach techniki. Ogólnie metody pomiaru częstotliwości można podzielić na metody estymujące częstotliwość średnią za pewien okres obserwacji sygnału oraz na metody śledzenia częstotliwości, których okres adaptacji do zmieniającej się częstotliwości jest krótszy od okresu badanego sygnału [53].

W analizie stanu systemu elektroenergetycznego częstotliwość systemu f_{1S} ma szczególne znaczenie gdyż mówi o niezrównoważeniu bilansu mocy produkowanej i pobieranej [4]. Z tego względu opracowano wiele metod estymacji i śledzenia częstotliwości napięcia sieci elektroenergetycznej. Można wyróżnić następujące klasy metod:

1. Metody oparte o transformatę Fouriera (DFT i FFT) oraz jej odmiany, np. wykorzystujące interpolację widma dyskretnego, tak by z dużą dokładnością znaleźć położenie maksimum widma, mówiące o częstotliwości podstawowej składowej [23, 39]. Jako bazę funkcji interpolujących lub aproksymujących można przyjąć: wielomiany, funkcje sklepane oraz transformaty Fouriera okien czasowych używanych w analizie DFT [4, 23, 85]. Ze względu na pracę blokową są one odpowiednie do określania średniej częstotliwości za okres analizy sygnału, a nie do śledzenia zmian częstotliwości. Odmianą tych metod wykorzystywaną dla śledzenia częstotliwości sygnałów niestacjonarnych jest między innymi krótkoczasowe przekształcenie Fouriera STFT [110] oraz inne transformaty całkowe [83, 110], których wyniki należy również interpolować, ze względu na znaczące rozmycie widma będące wynikiem braku synchronizacji długości analizy (często krótszej niż okres sygnału) z sygnałem badanym.
2. Metody oparte na detekcji przejść przez zero sygnału ZC (ang. *zero crossing*) polegające na zliczaniu czasu pomiędzy przejściami sygnału przez zero w tę samą stronę [19, 84]. Dla zmniejszenia błędów powodowanych zakłóceniami oraz istnieniem harmonicznych w sygnale sygnał badany najczęściej jest filtrowany co wprowadza dodatkowe, często niepożądane, opóźnienia w reakcji na zmiany badanej częstotliwości. W przypadku małej zawartości harmonicznych metodą ograniczenia wpływu zakłóceń pomiarowych mogą być modyfikacje metody ZC jak np. metoda, znana jako IZC (ang. *integrating zero crossing*), wykorzystująca całkowanie sygnału badanego o zerowej wartości średniej [4] w celu uśrednienia zakłóceń. Dodatkowo, dla zwiększenia dokładności wyznaczania długości okresu sygnału, stosowane są interpolacja lub aproksymacja próbek sygnału w otoczeniu przejścia przez zero [18].
3. Metody oparte na dekompozycji ortogonalnej sygnału, śledzące częstotliwość chwilową będącą pochodną fazy uogólnionej, która jest wyznaczana na podstawie wartości chwilowych składowych rzeczywistej i urojonej napięcia. Do dekompozycji wykorzystywane są filtry ortogonalne (czasem adaptacyjne) [71] lub transformacja Hilberta,

przekształcającą badany sygnał w sygnał analityczny [26]. Metody te pozwalają na szybką (trwającą mniej niż okres sygnału) adaptację do rzeczywistej wartości częstotliwości sygnału [88, 56].

4. Metody optymalizacyjne, których działanie polega na minimalizacji kryterium jakości (najczęściej jest to suma kwadratów odchyłek) dopasowania modelu sygnału do sygnału rzeczywistego. Przy nieliniowych modelach sygnału konieczne jest stosowanie procedur optymalizacji nieliniowej, które pomimo że oferują dużą dokładność, są kosztowne obliczeniowo [14, 100]. W przypadkach nieliniowych ilość iteracji algorytmu konieczna do osiągnięcia minimum funkcji celu jest zmienna i nie da się jej z góry określić. Z tego powodu nie są to metody odpowiednie do śledzenia częstotliwości. Spotykane są także ich modyfikacje, polegające na linearyzacji nieliniowego modelu sygnału przez rozwinięcie go w szereg Talora [40]. Pozwala to na zastosowanie liniowego estymatora LS i znalezienie wyniku przez jednokrotne rozwiązanie układu równań liniowych.
5. Estymatory rekursywne do których należą estymator RLS oraz filtr Kalmana. Filtr Kalmana może posiadać nieskończoną pamięć lub zapominać najstarsze wyniki w sposób wykładniczy [38]. Estymatory rekursywne minimalizują kryterium jakości będące funkcją różnic między wartościami próbek sygnału, a wartościami próbek jego modelu. Kryterium jakości jest często podobne jak w metodach optymalizacyjnych, ale w przypadku estymacji rekursywnej kolejne iteracje nie wiążą się ze stopniowym zbliżaniem do optimum w oparciu o pewien stały zestawie danych (fragment sygnału), lecz każda iteracja uwzględnia nową informację dostępną z pobraniem kolejnej próbki sygnału. Wynik estymacji jest korygowany po przyjęciu kolejnej próbki. Są to estymatory liniowe, dlatego ilość operacji arytmetycznych w każdej iteracji jest stała. W śledzeniu częstotliwości szczególnie często wykorzystywany jest filtr Kalmana, który w odróżnieniu od estymatora RLS nie zakłada niezmienności parametrów sygnału [115]. W przypadku nieliniowych modeli sygnału i pomiaru (jak dla sygnału sinusoidalnego) stosuje się linearyzację równań pozwalającą na stosowanie liniowych estymatorów, co prowadzi do tzw. rozszerzonego filtra Kalmana. Możliwe jest również przyjęcie modelu sygnału w postaci procesu autoregresji (AR) i estymacja jego współczynników liniowym filtrem Kalmana. Takie postępowanie prowadzi do estymacji widma częstotliwościowego badanego sygnału, a zatem możliwe jest też określenie częstotliwości składowych [1].

Oprócz wyżej wymienionych, najczęściej stosowanych, metod estymacji częstotliwości opracowano także wiele innych, oryginalnych rozwiązań tego problemu. Opis niektórych z nich można znaleźć w [37, 63, 113]. Zestawienia i porównania metod estymacji częstotliwości można znaleźć m.in. w pracach [53, 84].

3.3 Wybrane metody estymacji częstotliwości

W dalszej części rozdziału przedstawiono szczegółowo zasady działania dwóch metod estymacji częstotliwości, które znalazły zastosowanie w niniejszej pracy. Pierwsza z nich, metoda oparta na detekcji chwil przejść przez zero sygnału, była używana w pierwotnej wersji metody koherentnego repróbkowania. Druga z nich, filtr Kalmana, zastąpiła pierwszą z metod w finalnej wersji proponowanej metody koherentnego repróbkowania.

3.3.1 Estymacja blokowa — pomiar czasu pomiędzy przejściami przez zero

Jest to podstawowa metoda wyznaczania częstotliwości. Była ona wykorzystywana w pierwotnej wersji prezentowanej metody repróbkowania [19]. Estymata \hat{f}_1 częstotliwości f_1 jest odwrotnością czasu pomiędzy chwilami C_1, C_2 kolejnych przejść sygnału przez zero w górę:

$$\hat{f}_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{C_2 - C_1}. \quad (3.1)$$

Metoda ta jest odpowiednia dla sygnałów o dominującej podstawowej harmonicznej oraz zawierających niewielką ilość zakłóceń. W praktyce prawie zawsze konieczna jest dolno lub pasmowoprzepustowa filtracja sygnału przed wyznaczaniem długości jego okresu [4, 18]. Wspomniana filtracja zapobiega występowaniu wielokrotnych przejść sygnału przez zero wywołanych przez zakłócenia i wyższe harmoniczne.

Dla uzyskania wysokiej dokładności estymacji częstotliwości z reguły nie jest wystarczające określenie czasów przejścia przez zero z dokładnością do okresu próbkowania¹ T_S . Zwiększenie dokładności wyznaczania czasów przejść przez zero sygnału można osiągnąć przez interpolację lub aproksymację wybranej ilości próbek w otoczeniu przejścia przez zero. Funkcje przybliżające to najczęściej funkcja liniowa, wielomiany do 3 rzędu lub funkcja sinusoidalna. Wybór funkcji przybliżających jest uzależniony od ilości zakłóceń w sygnale oraz od ilości próbek na okres podstawowej składowej sygnału.

W pracy [18] autor przedstawił porównanie dokładności określania chwil przejść przez zero metodami: interpolacji liniowej 2 próbek, interpolacji sześcienną 4 próbek i aproksymacji liniowej 4 próbek w otoczeniu wartości 0. Badane były sygnały próbkowane tak, że na okres podstawowej harmonicznej sygnału przypadało 100 próbek. Sygnały były poddane dolnoprzepustowej filtracji FIR przez co były pozbawionych zakłóceń i wyższych harmonicznych. Największą, spośród badanych metod, dokładność uzyskano stosując interpolację sześcienną czterech próbek otaczających poziom zero (2 próbki poniżej 0 i 2 próbki powyżej).

Początkowo algorytm repróbkowania, przedstawiany w niniejszej pracy, wykorzystywał właśnie tę metodę estymacji częstotliwości [19, 22]. Z punktu widzenia koherentnego repróbkowania wadą tej metody jest jej praca blokowa czyli fakt, iż metoda operuje na blokach sygnału, a nie na pojedynczych próbkach. Powoduje ona nieciągłości estymat częstotliwości po przyjęciu kolejnego bloku próbek, co skutkuje gwałtownymi zmianami okresu repróbkowania. W pewnych sytuacjach powodowało to, że wyniki estymacji impedancji zastępczej wyznaczonej na podstawie repróbkowanych sygnałów były gorsze niż uzyskane na podstawie sygnałów oryginalnych (nierepróbkowanych).

Wady tej metody pozbawione są metody śledzące zmiany częstotliwości np. oparte o filtr Kalmana, opisane w dalszej części rozdziału.

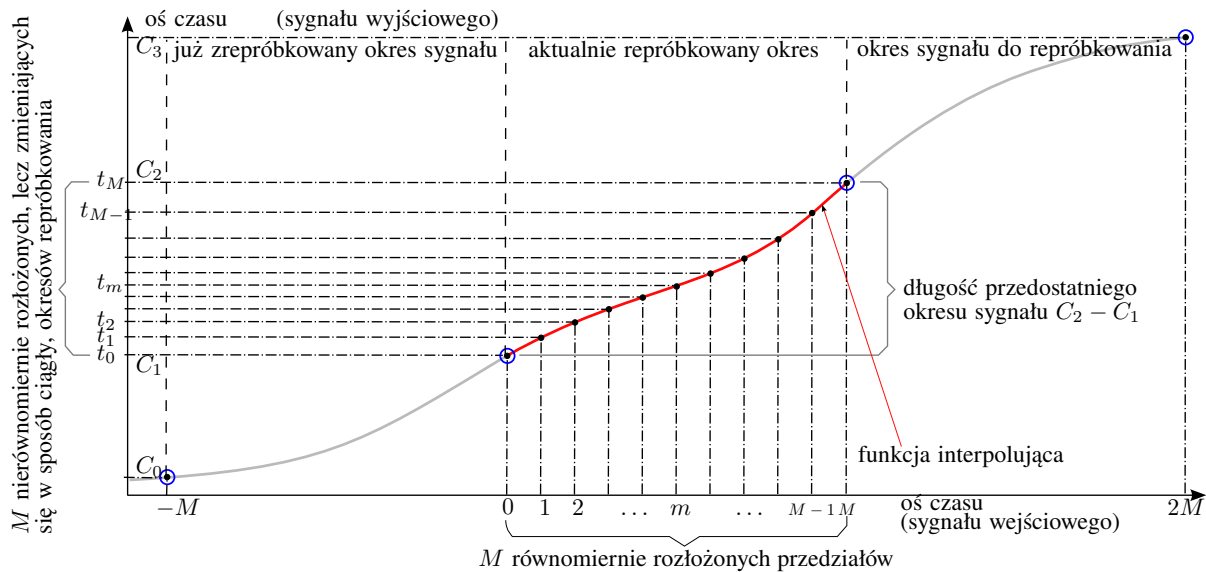
Zachowanie ciągłości estymat częstotliwości przy przetwarzaniu blokowym

W publikacji [19] autor pracy zaproponował sposób uciągłania estymat okresu próbkowania poprzez kawałkami sześcienną interpolację Hermite'a (ang. *piecewise cubic Hermite interpolation*) długości okresów sygnału napięcia. Dzięki odpowiedniemu doborowi warunków interpolacji (patrz punkt 4.2.3) zachowano ciągłość estymat okresu repróbkowania

¹Chyba, że okres próbkowania T_S jest bardzo mały.

oraz jego pierwszej i drugiej pochodnej po przejściu do kolejnego przedziału interpolacji (kolejnego okresu sygnału) [18]. Za wartości pochodnych funkcji interpolującej na brzegach przedziału interpolacji przyjęto przybliżenia pochodnych funkcji interpolowanej ilorazami różnicowymi.

Zgodnie z założeniami operacja repróbkiowania powinna dawać dokładnie M próbek na okres wyjściowego sygnału, przy czym w przypadku zmieniającej się płynnie częstotliwości badanego sygnału okres repróbkiowania T_{Sout} może się zmieniać w sposób ciągły. Oznacza to, że sygnał badany może być repróbkiowany w nierównomiernie rozłożonych chwilach czasu. Aby to uzyskać funkcja interpolująca była dzielona na M równych przedziałów, których rzuty na oś czasu stawały się wartościami okresów próbkowania T_{Sout} (rysunek 3.1). Dzięki takiemu postępowaniu wartości okresu repróbkiowania zmieniały się w sposób ciągły aż do drugiej pochodnej.



Rysunek 3.1: Ilustracja zaproponowanej przez autora metody wyznaczania nierównomiernie rozłożonych w czasie, lecz zmieniających się w sposób ciągły okresów reprobkowania.

Ze względów przedstawionych dalej, w obecnej wersji prezentowanej metody reprobkiowania, autor wykorzystał filtr Kalmana do estymacji częstotliwości chwilowej napięcia.

3.3.2 Estymacja rekursywna — Filtr Kalmana

Filtr Kalmana jest rekursywnym estymatorem zmiennych stanu obiektu dynamicznego. Poprzez swoją rekursywność pozwala na śledzenie zmian wektora (zmiennych) stanu $\mathbf{s}(n)$ w czasie na podstawie obserwacji wartości sygnałów $\mathbf{x}(n)$. Jest to estymator optymalny, w takim sensie, że jeżeli na system oddziałują zakłócenia o rozkładzie normalnym i zerowej wartości oczekiwanej, wtedy filtr Kalmana minimalizuje błąd średniokwadratowy (MSE) estymowanych parametrów [52]. Dzięki opisowi procesu (obiektu lub sygnału) w postaci równań stanu filtr Kalmana jest estymatorem bardzo uniwersalnym i stosowanym w wielu praktycznych problemach [115]. Jest on między innymi z powodzeniem stosowany do śledzenia zmieniającej się częstotliwości sygnału [1, 60, 99].

Rozszerzony filtr Kalmana został zastosowany przez autora niniejszej pracy do wyznaczania częstotliwości chwilowej f_1 napięcia systemu elektroenergetycznego, której znajo-

mość jest niezbędna dla realizacji koherentnego repróbkiowania sygnałów [70].

Wybór tego algorytmu estymacji częstotliwości podyktowany był głównie tym iż filtr Kalmana nie operuje na blokach sygnału, lecz aktualizacja estymaty częstotliwości następuje po przyjęciu każdej kolejnej próbki. Pozwala to na wyrównanie w czasie obciążenia procesora realizującego algorytm koherentnego repróbkiowania, powoduje, że estymaty częstotliwości nie zmieniają się w sposób skokowy lecz ciągły i czyni bardziej przejrzystym algorytm repróbkiowania.

Co więcej w odróżnieniu od niektórych innych metod estymacji częstotliwości (np. metod optymalizacji nieliniowej jak DFP, BFGS czy Levenberga–Marquardta [10, 24, 78, 109]) filtr Kalmana cechuje się mniejszą złożonością obliczeniową i gwarantuje stałą ilość operacji arytmetycznych wykonywanych w każdej estymacji. W metodach optymalizacji nieliniowej.

Modele procesu wykorzystywane przez filtr Kalmana

Poniżej podano Wektorowy filtr Kalmana pozwala na śledzenie wektora zmiennych stanu $\mathbf{s}(n)$ procesu (obiektu lub sygnału) opisanego liniowymi równaniami stanu:

$$\mathbf{s}(n) = \mathbf{A}\mathbf{s}(n-1) + \mathbf{B}\nu(n), \quad (3.2)$$

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{H}\mathbf{s}(n) + \xi(n), \quad (3.3)$$

gdzie równanie (3.2) jest nazywane równaniem procesu. Wektor poszukiwanych zmiennych stanu $\mathbf{s}(n)$ ma wymiar $p \times 1$. $\mathbf{A}(n)$ i $\mathbf{B}(n)$ są znanymi macierzami o wymiarach $p \times p$ i $p \times r$. Sygnałem pobudzającym jest $\nu(n)$ czyli tzw. szum procesu o rozkładzie normalnym i znanej macierzy kowariancji $\mathbf{Q}(n) = E[\nu(n)\nu(n)^T]$. $\mathbf{x}(n)$ jest wektorem obserwowanych sygnałów (wyjść) procesu, a wektor $\mathbf{s}(n)$ zawiera parametry (zmiennie stanu) modelowanego procesu. W przypadku estymacji parametrów sygnału $x(t)$, sygnałem wyjściowym procesu jest obserwowany sygnał $x(n)$ (w niniejszej pracy jest to sygnał napięcia), a sygnałem pobudzającym jest, zgodnie z modelem Gaussa–Markova [52, 67], zakłócenie $\xi(n)$.

Równanie (3.3) jest modelem pomiaru, gdzie $\mathbf{H}(n)$ jest znaną macierzą wyjścia o wymiarze $m \times p$, a $\mathbf{x}(n)$ jest wektorem wartości mierzonych sygnałów wyjść w chwili n o wymiarze $M \times 1$. ξ jest nieznanym szumem pomiaru o wymiarze $M \times 1$. Kolejne realizacje ξ są od siebie losowo niezależne i posiadają zerowe wartości oczekiwane. W tej samej chwili n zakłócenia na różnych wyjściach mogą być ze sobą związane, związek ten opisuje macierz kowariancji $\mathbf{C}(n)$.

Istnieje wiele problemów, w których jedno z równań stanu (równanie procesu lub równanie pomiaru) bądź oba te równania są nieliniowe:

$$\mathbf{s}(n) = \mathbf{a}(\mathbf{s}(n-1)) + \mathbf{B}\nu(n), \quad (3.4)$$

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{h}(\mathbf{s}(n)) + \xi(n). \quad (3.5)$$

Jednym z takich problemów jest problem estymacji częstotliwości sygnału harmonicznego (np. napięcia sieci), w którym model pomiaru jest nieliniową funkcją zmiennych stanu (np. częstotliwości podstawowej sygnał, amplitud i faz harmonicznych).

W takim przypadku można skorzystać z tzw. rozszerzonego filtra Kalmana, w którym równania stanu są linearyzowane poprzez zastąpienie nieliniowych funkcji $\mathbf{a}(\mathbf{s}(n-1))$ oraz

$\mathbf{h}(\mathbf{s}(n))$ ich rozwinięciami w szereg Taylora w otoczeniu estymat $\mathbf{s}(n-1)$ i $\mathbf{s}(n)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(\mathbf{s}(n-1)) &\approx \mathbf{a}(\mathbf{s}(n-1|n-1)) \\ &+ \left. \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{s}(n-1)} \right|_{\mathbf{s}(n-1)=\hat{\mathbf{s}}(n-1|n-1)} (\mathbf{s}(n-1) - \hat{\mathbf{s}}(n-1|n-1)), \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{s}(n)) \approx \mathbf{h}(\hat{\mathbf{s}}(n|n-1)) + \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{s}(n)} \right|_{\mathbf{s}(n)=\hat{\mathbf{s}}(n|n-1)} (\mathbf{s}(n) - \hat{\mathbf{s}}(n|n-1)). \quad (3.7)$$

Po oznaczeniu Jakobianów z dwóch powyższych równań poprzez $\mathbf{A}(n-1)$ i $\mathbf{H}(n)$ zlinearyzowane równania procesu (3.4) i pomiaru (3.5) przyjmują postać:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(n) &= \mathbf{A}(n-1)\mathbf{s}(n-1) + \mathbf{B}\nu(n) + \left(\mathbf{a}(\hat{\mathbf{s}}(n-1|n-1)) - \mathbf{A}(n-1)\hat{\mathbf{s}}(n-1|n-1) \right), \\ \mathbf{x}(n) &= \mathbf{H}(n)\mathbf{s}(n) + \xi(n) + \left(\mathbf{h}(\hat{\mathbf{s}}(n|n-1)) - \mathbf{H}(n)\hat{\mathbf{s}}(n|n-1) \right). \end{aligned}$$

Jak widać po linearyzacji równań stanu uzmiennieniu uległy macierze \mathbf{H} i \mathbf{A} będące teraz Jakobianami nieliniowych funkcji \mathbf{h} i \mathbf{a} .

Algorytm rozszerzonego filtra Kalmana

Poniższy algorytm rozszerzonego filtra Kalmana został wykorzystany w niniejszej pracy do śledzenia chwilowej częstotliwości napięcia sieci elektroenergetycznej.

Oznaczając przez $\hat{\mathbf{s}}(n|n-1)$ prognozę stanu wyznaczoną na podstawie estymat stanów $0, 1, \dots, n-1$, a przez $\hat{\mathbf{s}}(n|n)$ skorygowaną prognozę (wynikową estymatę) wyznaczoną na podstawie estymat stanów z chwil $0, 1, \dots, n-1$ oraz estymaty $\hat{\mathbf{s}}(n|n-1)$ można wyprowadzić kolejność postępowania w kolejnych iteracjach algorytmu [52].

1. Wyznaczenie Jakobianów funkcji $\mathbf{a}(\mathbf{s})$ i $\mathbf{h}(\mathbf{s})$:

$$\mathbf{A}(n-1) = \left. \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{s}(n-1)} \right|_{\mathbf{s}(n-1)=\hat{\mathbf{s}}(n-1|n-1)} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{H}(n) = \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{s}(n)} \right|_{\mathbf{s}(n)=\hat{\mathbf{s}}(n|n-1)} \quad (3.9)$$

2. Predykcja stanu:

$$\hat{\mathbf{s}}(n|n-1) = \mathbf{a}(\hat{\mathbf{s}}(n-1|n-1)) \quad (3.10)$$

3. Predykcja macierzy kowariancji stanu:

$$\mathbf{M}(n|n-1) = \mathbf{A}(n-1)\mathbf{M}(n-1|n-1)\mathbf{A}^T(n-1) + \mathbf{B}\mathbf{Q}\mathbf{B}^T \quad (3.11)$$

4. Wyznaczenie wzmocnienia Kalmana:

$$\mathbf{K}(n) = \mathbf{M}(n|n-1)\mathbf{H}^T(n) \left(\mathbf{W}\mathbf{C}(n) + \mathbf{H}(n)\mathbf{M}(n|n-1)\mathbf{H}^T(n) \right)^{-1} \quad (3.12)$$

5. Korekcja estymaty stanu:

$$\hat{\mathbf{s}}(n|n) = \hat{\mathbf{s}}(n|n-1) + \mathbf{K}(n) \left(\mathbf{x}(n) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{s}}(n|n-1)) \right) \quad (3.13)$$

6. Korekcja macierzy kowariancji stanu:

$$\mathbf{M}(n|n) = \frac{1}{W} \left(\mathbf{M}(n|n-1) - \mathbf{K}(n)\mathbf{H}(n)\mathbf{M}(n|n-1) \right) \quad (3.14)$$

Inicjalizacja działania algorytmu wymaga przyjęcia wartości macierzy kowariancji szumu procesu \mathbf{Q} i szumu pomiaru \mathbf{C} oraz początkowych wartości wektora stanu $\mathbf{s}(-1)$, macierzy błędu średniokwadratowego estymatora $\mathbf{M}(-1|-1)$ oraz współczynnika wykładniczego zapominania W (przyjęcie $W = 1$ jest równoznaczne z brakiem zapominania czyli tzw. nieskończoną pamięcią).

Macierze \mathbf{Q} i \mathbf{C} często przyjmuje się diagonalne, a na ich przekątnych umieszcza się wariancje poszczególnych zakłóceń. Wariancję szumu pomiaru σ_x^2 określa się na podstawie znajomości specyfiki eksperymentu i toru pomiarowego, a wariancje zmiennych stanu σ_s^2 często dobiera się empirycznie, na podstawie powtarzanych eksperymentów identyfikacyjnych oraz informacji o badanym procesie. Często są to wartości małe, rzędu 0,0001 lub mniej.

Integralną częścią filtra Kalmana jest wewnętrzna ocena błędu estymacji stanu. Miarą błędu jest macierz $\mathbf{M}(n)$ kowariancji estymatora zawierająca błędy średniokwadratowe estymowanych parametrów [52].

Elementy początkowego wektora stanu $\mathbf{s}(-1)$ powinny być bliskie rzeczywistym wartościom parametrów procesu w chwili rozpoczęcia działania algorytmu identyfikacji. W wielu przypadkach wartości parametrów procesu nie są jednak znane nawet w przybliżeniu (np. początkowy kąt fazowy w identyfikacji parametrów sygnału). Wtedy za $\mathbf{s}(-1)$ przyjmuje się dowolne wartości oraz macierz błędów średniokwadratowych o dużych wartościach na przekątnej, np. $\mathbf{M}(-1|-1) = 100\mathbf{I}$. Pozwala to filtrowi Kalmana w stosunkowo małej ilości iteracji zbliżyć się do aktualnych wartości parametrów. Z upływem czasu, w każdej iteracji, następuje korekta (zmniejszenie) błędów w macierzy $\mathbf{M}(n)$. W efekcie z czasem maleje zbieżność estymat zmiennych stanu do ich prawdziwych wartości w przypadku gwałtownych zmian zmiennych stanu. Aby poprawić tę zbieżność należy zastosować wykładnicze zapominanie wyników przez przyjęcie współczynnika zapominania $W < 1$ [38] lub można zastosować resetowanie macierzy \mathbf{M} po zarejestrowaniu nagłej zmiany zmiennych stanu widocznej w postaci zwiększonego błędu predykcji stanu [60].

Śledzenie częstotliwości napięcia sieci energetycznej

Śledzenie częstotliwości sygnału wymaga przyjęcia modelu sygnału oraz modelu zmian jego parametrów. W pracy przyjęto model sinusoidalny, który w opinii autora wystarczająco dobrze odzwierciedla własności napięcia sieci energetycznej²:

$$x(n) = X \sin(\omega_N n T_S + \varphi(n)) \quad (3.15)$$

gdzie $\mathbf{s}(n) = [X \ \varphi \ \omega_o]^T$ jest wektorem stanu procesu (sygnału). Powyższy model zakłada niezmienną wartość amplitudy X . Zmienność pulsacji $\omega = \omega_N + \omega_o$ wokół wartości znamionowej ω_N jest obserwowana jako zmienność kąta fazowego harmonicznym $\varphi(n)$.

²W uzasadnionych przypadkach możliwe jest przyjęcie bardziej skomplikowanych modeli.

Za model zmian parametrów obserwowanego sygnału (model procesu) przyjęto model liniowy:

$$X(n) = X(n-1) \quad (3.16)$$

$$\varphi(n) = \varphi(n-1) + T_S \omega_o(n-1) \quad (3.17)$$

$$\omega_o(n) = \omega_o(n-1) + \nu(n). \quad (3.18)$$

gdzie T_S jest okresem próbkowania sygnału $x(t)$. W zapisie macierzowym model ten ma postać:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(n) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(n-1) + \mathbf{B}\nu(n) \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T_S \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{s}(n-1) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \nu(n). \end{aligned} \quad (3.19)$$

Przyjęty model sygnału (3.15) determinuje nieliniowy model (równanie) pomiaru:

$$x(n) = h(\mathbf{s}(n)) + \xi(n) = X \sin(\omega_N n T_S + \varphi(n)) + \xi(n), \quad (3.20)$$

a jego linearyzacja polega na wyznaczaniu w każdej iteracji Jakobianu funkcji $h(\mathbf{s}(n))$ czyli jej pochodnych po wszystkich zmiennych. W tym wypadku Jakobian $\mathbf{H}(n)$ przyjmuje postać:

$$\mathbf{H}(n) = \begin{bmatrix} \sin(\omega_N n T_S + \varphi(n)) \\ X \cos(\omega_N n T_S + \varphi(n)) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

Po przyjęciu modeli pomiaru i procesu oraz inicjalizacji zmiennych należy wykonywać algorytm określony zależnościami (3.8–3.14). Każda iteracja (pojedyncze wykonanie równań algorytmu) prowadzi do nowej estymaty częstotliwości chwilowej sygnału, wyznaczonej na podstawie poprzednich próbek sygnału i uaktualnionej w oparciu o wartość nowo przyjętej próbki sygnału.

3.4 Ocena częstotliwości systemu przez uśrednianie częstotliwości chwilowej

W celu wyznaczenia częstotliwości podstawowej f_{1S} systemu na podstawie estymat częstotliwości chwilowej uzyskanej przez filtrację Kalmana należy uśrednić wyniki uzyskane za okres T_u dziesięciu sekund zgodnie z normą [119]. Do uśredniania estymat częstotliwości chwilowej $f_1(n)$ można stosować biegnącą średnią (MA), która może być implementowana jako filtr FIR.

W sytuacji gdy częstotliwość próbkowania F_S jest duża (rzędu kilkunastu–kilkudziesięciu kiloherców) i okres uśredniania jest długi (10 sekund), to aby estymować częstotliwość podstawową systemu $f_{1S}(n)$ po przyjęciu każdej kolejnej próbki sygnału należałoby obliczyć średnią:

$$\hat{f}_{1S}(n) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{f}_1(n) = \frac{1}{K} S, \quad (3.22)$$

a to wymagałoby wykonania $K = F_S T_u$ dodawań i jednego dzielenia. Wykonywanie tylu operacji co okres próbkowania, przy wysokiej częstotliwości próbkowania, stanowiłoby to duże obciążenie dla procesora.

Alternatywą jest proponowana przez autora metoda uśredniania polegająca na modyfikowaniu sumy S z wzoru (3.22), wymagająca jedynie dwóch dodawań i jednego dzielenia na okres próbkowania sygnału. Oznaczając przez \mathbf{F} wektor będący buforem cyklicznym zawierającym K ostatnich estymat częstotliwości chwilowej czyli $\hat{f}_1(n-K) \dots \hat{f}_1(n-1)$. Algorytm uśredniania można zrealizować w postaci następujących kroków:

1. Wyznaczenie estymowanej częstotliwości podstawowej systemu:
2. częstotliwość!podstawowa systemu

$$\hat{f}_{1S}(n) = \hat{f}_{1S}(n-1) + \frac{1}{K} \left(\hat{f}_1(n) - \mathbf{F}(k\%K) \right) \quad (3.23)$$

3. Aktualizacja wektora częstotliwości chwilowych:

$$\mathbf{F}(k\%K) = \hat{f}_1(n) \quad (3.24)$$

Operacja $\%$ oznacza dzielenie modulo.

Aby zainicjować algorytm, początkowo za wartość $\hat{f}_{1S}(-1)$ oraz wartości elementów wektora \mathbf{F} najlepiej jest przyjąć wartość częstotliwości znamionowej f_{1N} .

3.5 Podsumowanie

Stosując w algorytmie repróbkiwania rozszerzony filtra Kalmana do śledzenia częstotliwości chwilowej oraz zaproponowaną wyżej metodę jej uśredniania można zapewnić warunki repróbkiwania sygnału koherentnego z częstotliwością podstawową systemu f_{1S} . Wyznaczone estymaty częstotliwości chwilowej sygnału napięcia są źródłem cennej, dodatkowej informacji o stanie systemu elektroenergetycznego.

Rozdział 4

Metody interpolacji, aproksymacji i repróbkiwania

Metoda repróbkiwania będąca istotą niniejszej pracy w głównej mierze oparta jest na metodach aproksymacyjnych i interpolacyjnych, dlatego wydaje się konieczne przedstawienie teoretycznych podstaw tychże metod jak również związanego z nimi nazewnictwa, które będzie stosowane w dalszej części pracy. Pozwoli to na zachowanie spójności i jednoznaczności opisu.

W pierwszej części rozdziału zostaną przedstawione wybrane metody interpolacji w ujęciu klasycznym, a następnie metody interpolacji i aproksymacji w ujęciu sygnałowym (filtracyjnym) oraz ich porównanie. W dalszej części zdefiniowane zostanie zadanie repróbkiwania oraz przedstawione trzy jego najczęściej spotykane warianty.

4.1 Zadania aproksymacji i interpolacji

Zadanie aproksymacji polega na znalezieniu pewnej funkcji aproksymującej (przybliżającej) inną funkcją ciągłą (aproksymowaną) [10]. Oczywiście aby zadanie aproksymacji było jednoznaczne należy przyjąć kryterium jakości dopasowania funkcji aproksymującej do funkcji aproksymowanej, jak również przyjąć pewne założenia co do aproksymującej.

Interpolację sygnału dyskretnego lub funkcji ciągłej można przedstawić jako próbę odtworzenia informacji brakującej t.j. wartości sygnału lub funkcji pomiędzy węzłami interpolacji [25]. Węzły interpolacji są chwilami, w których znane są wartości sygnału lub funkcji interpolowanej. Interpolacja sprowadza się do znalezienia funkcji spełniającej warunki interpolacji, czyli przechodzącej przez określone punkty sygnału lub funkcji interpolowanej o znanych wartościach. Znaleziona funkcja nazywana jest funkcją interpolującą.

Interpolacja jest zatem szczególnym przypadkiem aproksymacji [78]. Jest ona ważnym narzędziem matematycznym wykorzystywanym w niemalże każdej dziedzinie techniki. Ze względu na gwałtowny rozwój miernictwa cyfrowego, które wykorzystuje przetwarzanie A/C i dalej na analizę sygnałów w postaci dyskretnej, interpolacja stała się jednym z podstawowych narzędzi współczesnej metrologii.

W przypadku interpolacji funkcji można przyjąć dowolne pozycje węzłów, pod warunkiem, że funkcja interpolowana jest w tych węzłach określona. Interpolacja funkcji, jest wykorzystywana w celu zastąpienia lub przybliżenia skomplikowanej obliczeniowo funkcji inną, łatwiejszą do wykorzystania postacią [35].

Częstszym zadaniem jest interpolacja punktów lub zdyskretyzowanych w czasie sygnałów danych w postaci próbek, najczęściej wyników pomiarowych. Węzły mają wtedy narzucone z góry położenia. Szczególnym przypadkiem interpolacji punktów jest interpolacja z węzłami równoodległymi [44, 35]. Jest to przypadek bardzo często spotykany w przetwarzaniu sygnałów pomiarowych, które są z reguły próbkowane (dyskretyzowane w czasie) ze stałą częstotliwością nazywaną częstotliwością próbkowania. Z takim też przypadkiem mamy do czynienia w niniejszej pracy.

Stosowane są różne klasy funkcji interpolujących, jak np.: wielomiany algebraiczne, funkcje wymierne, wielomiany trygonometryczne, funkcje sklepane.

4.2 Klasyczna interpolacja wielomianowa

Najpopularniejszą klasą funkcji ciągłych wykorzystywanych w interpolacji jest klasa wielomianów algebraicznych jednej zmiennej. Wielomian stopnia N jest definiowany następująco:

$$W_{[N]}(t) = a_N t^N + a_{N-1} t^{N-1} + \dots + a_2 t^2 + a_1 t + a_0. \quad (4.1)$$

Popularność wielomianów algebraicznych wynika m.in. z możliwości łatwego wyznaczenia pochodnych i całek wielomianu, zwięzłego opisu, wymagającego $N+1$ współczynników dla opisanego wielomianu stopnia N , oraz łatwości, numerycznej stabilności i szybkości obliczania wartości wielomianu według schematu Hornera [10]. Ostatnia cecha jest szczególnie ważna podczas repróbkiwania, ze względu na konieczność wielokrotnego obliczania wartości funkcji interpolującej.

Obliczanie wartości wielomianu według schematu Hornera odbywa się następująco. Jeśli wielomian (4.1) stopnia N przedstawimy w postaci:

$$W_{[N]}(t) = (\dots (a_N t + a_{N-1})t + \dots + a_1)t + a_0, \quad (4.2)$$

wtedy jego wartość można wyznaczyć w sposób iteracyjny:

$$\begin{aligned} W_{[N]} &= a_N \\ W_{[n]} &= W_{[n+1]}t + a_n, \quad \text{dla } n = N-1, N-2, \dots, 0. \end{aligned} \quad (4.3)$$

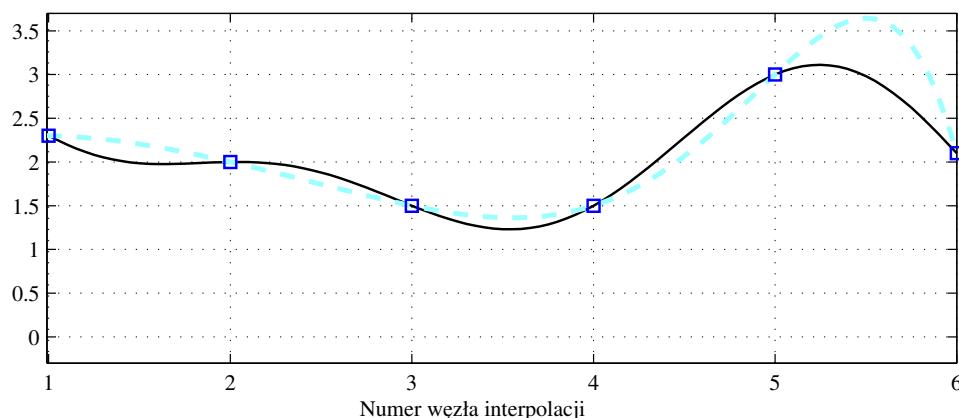
Istnieje kilka rodzajów zadań interpolacyjnych, w których funkcjami interpolującymi są wielomiany. Zadania te różnią się warunkami, które musi spełniać funkcja interpolująca.

4.2.1 Interpolacja Lagrange'a

Interpolacja Lagrange'a jest podstawowym i najbardziej znanym rodzajem zadania interpolacyjnego. Polega na znalezieniu funkcji $y(t)$ klasy $W(t)$ przechodzącej przez $N+1$ punktów o znanych współrzędnych (x_n, t_n) gdzie $n = 0, 1, \dots, N$ czyli spełniającej warunek interpolacji:

$$y(t_n) = x_n \quad \text{dla } n = 0, 1, \dots, N. \quad (4.4)$$

Liczby t_n uporządkowane tak, że $t_0 < t_1 < \dots < t_N$, nazywane są węzłami interpolacji [25]. Z kolei liczby x_n są wartościami w węzłach interpolacji. Mogą być to wartości funkcji lub sygnału $x(t)$ w dyskretnych chwilach czasu t_n . Funkcja $y(t)$ nazywana jest funkcją interpolującą lub krócej interpolantem. Przykład interpolacji wielomianem algebraicznym pokazano na rysunku 4.1.



Rysunek 4.1: Przykład interpolacji wielomianowej. Gruba ciągła linia to funkcja interpolowana $x(t)$ (sygnał oryginalny), przerywana gruba linia to funkcja interpolująca $y(t)$. Kwadraty to wartości x_n funkcji $x(t)$ w węzłach interpolacji t_n .

Rozwiązanie zadania interpolacji

Warunek interpolacji wielomianowej dla wielomianu postaci (4.1) przechodzącego przez $N + 1$ punktów (t_n, x_n) można zapisać w postaci układu równań liniowych:

$$\begin{aligned} a_N t_N^N + a_{N-1} t_N^{N-1} + \dots + a_2 t_N^2 + a_1 t_N + a_0 &= x_N \\ &\dots \\ a_N t_1^N + a_{N-1} t_1^{N-1} + \dots + a_2 t_1^2 + a_1 t_1 + a_0 &= x_1 \\ a_N t_0^N + a_{N-1} t_0^{N-1} + \dots + a_2 t_0^2 + a_1 t_0 + a_0 &= x_0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Jeśli tylko położenia węzłów nie powtarzają się, tzn. $t_n \neq t_r$ dla $n \neq r$, to układ (4.5) ma jednoznaczne rozwiązanie czyli istnieje dokładnie jeden wielomian stopnia co najwyżej N spełniający warunek (4.4). Dowód można znaleźć m.in. w [35, 49].

W sytuacji gdy funkcja $x(t)$, której wartości są znane w $N+1$ punktach (x_n, t_n) , zostaje przybliżana wielomianem $W_{[D]}(t)$ stopnia $D < N$, to wielomian ten może nie przechodzić przez punkty (x_n, t_n) . Nie jest to zatem interpolacja, lecz aproksymacja średniokwadratowa funkcji $x(t)$.

Układ równań (4.5) może być zapisany w postaci macierzowej, odpowiedniej dla obliczeń numerycznych:

$$\begin{bmatrix} t_N^N & t_N^{N-1} & \dots & t_N & 1 \\ t_{N-1}^N & t_{N-1}^{N-1} & \dots & t_{N-1} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ t_1^N & t_1^{N-1} & \dots & t_1 & 1 \\ t_0^N & t_0^{N-1} & \dots & t_0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_N \\ a_{N-1} \\ \vdots \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_N \\ x_{N-1} \\ \vdots \\ x_1 \\ x_0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

lub krócej

$$\mathbf{V}\mathbf{w} = \mathbf{x}.$$

Macierz \mathbf{V} ma charakterystyczną strukturę, znaną jako macierz Vandermonde'a. Dla dużych N układ z taką macierzą jest źle uwarunkowany, co jest najistotniejszą wadą interpolacji wielomianowej [44]. Ze względu na skończoną precyzję obliczeń numerycznych,

należy się liczyć z dużymi błędami interpolacji wielomianowej przy ($N > 10$) oraz z tzw. efektem Rungego [35].

Układ równań (4.6) można efektywnie rozwiązać np. stosując dekompozycję LU [49].

Wielomian interpolacyjny Lagrange'a

W tym miejscu, na przykładzie wielomianu Lagrange'a, bardzo krótko zostanie poruszona idea funkcji bazowych, które stanowią podstawę reprezentacji analizowanych w niniejszej pracy sygnałów napięcia i prądu.

Zależność (4.1) może zostać uogólniona do postaci liniowej kombinacji funkcji bazowych:

$$L_{[N]}(t) = a_N \phi_N(t) + \dots + a_n \phi_n(t) + \dots + a_2 \phi_2(t) + a_1 \phi_1(t) + a_0, \quad (4.7)$$

gdzie $\phi_N(t), \dots, \phi_n(t), \dots, \phi_0(t)$ są funkcjami (wielomianami) bazowymi.

Najłatwiej spełnić warunek interpolacji (4.4) wybierając funkcje bazowe równe jedności tylko w jednym punkcie (n -tym węźle interpolacji), w pozostałych węzłach równe zero, a pomiędzy węzłami przyjmujące dowolne¹, skończone wartości:

$$\phi_j(t_n) = \begin{cases} 1, & \text{dla } j = n \\ 0, & \text{dla } j \neq n \end{cases}. \quad (4.8)$$

Z powyższego wynika postać wielomianu bazowego stopnia co najwyżej n :

$$\phi_j(t) = \frac{(t - t_0) \dots (t - t_{n-1})(t - t_{n+1}) \dots (t - t_N)}{(t_j - t_0) \dots (t_j - t_{n-1})(t_j - t_{n+1}) \dots (t_j - t_N)} = \frac{\prod_{n=0 \dots N, n \neq j} (t - t_n)}{\prod_{n=0 \dots N, n \neq j} (t_j - t_n)}. \quad (4.9)$$

Wyznaczanie wartości wielomianu w postaci Lagrange'a (4.7) można przeprowadzić korzystając z iteracyjnego algorytmu Aitkena [78].

W sytuacji gdy potrzebne jest wielokrotne powtarzanie interpolacji tych samych danych, ale z uwzględnieniem coraz to większej liczby węzłów korzystając z wzoru Lagrange'a, za każdym powtórzeniem konieczne jest wykonanie wszystkich obliczeń od początku. Wady tej jest pozbawiony jest wzór interpolacyjny Newtona [49, 78].

Oszacowanie błędu interpolacji

W metrologii nie mniej ważne od uzyskiwanego wyniku jest oszacowanie błędu jakim obarczony jest wynik. W przypadku interpolacji w przedziale $[a; b]$ błąd interpolacji definiowany jest jako odległość wielomianu interpolującego $W_{[N]}(t)$ od funkcji interpolowanej $x(t)$ czyli:

$$\varepsilon(t) = x(t) - W_{[N]}(t). \quad (4.10)$$

Pomijając wyprowadzenie, które można znaleźć w [35], maksymalny błąd bezwzględny interpolacji w przedziale $[t_0; t_N]$ można oszacować jako:

$$\varepsilon(t) \leq \frac{\Gamma_{N+1}}{(N+1)!} (t - t_0)(t - t_1) \dots (t - t_N), \quad (4.11)$$

¹Aby ograniczyć efekt Rungego czyli oscylacje funkcji interpolującej pomiędzy węzłami, funkcje bazowe powinny między węzłami również mało oscylować. Niestety w przypadku wielomianu interpolacyjnego Lagrange'a warunek ten nie jest spełniony, a oscylacje wielomianu rosną ze wzrostem jego rzędu.

gdzie

$$\Gamma_{n+1} = \sup_{t \in [t_0; t_N]} |x^{(N+1)}(t)| \quad (4.12)$$

jest kresem górnym modułu $(N + 1)$ -szej pochodnej funkcji $x(t)$ w przedziale $[t_0; t_N]$.

Jak widać do oszacowania błędu interpolacji metodą Lagrange'a niezbędna jest znajomość pochodnych funkcji interpolowanej $x(t)$, czyli inaczej znajomość zależności analitycznej opisującej funkcję $x(t)$. W przypadku interpolacji danych pomiarowych, zdyskretyzowanych w dziedzinie czasu i amplitudy oraz zawierających zakłócenia, oszacowanie błędu interpolacji może być mało precyzyjne, ze względu na błędy wyznaczania wartości pochodnych mierzonego sygnału. Oszacowania pochodnych można dokonać przyjmując pewne założenia co do charakteru analizowanego sygnału lub danych albo korzystając z przybliżenia pochodnych sygnału lub danych za pomocą ilorazów różnicowych.

4.2.2 Interpolacja Taylora

Ten rodzaj interpolacji pojawia się najczęściej podczas interpolacji i linearyzacji funkcji $x(t)$ w otoczeniu punktu t_0 , w którym znane są wartość funkcji oraz D jej pochodnych. Warunek interpolacji Taylora to:

$$f^{(d)}(t_0) = x^{(d)}(t_0) \quad \text{dla } d = 0, 1, \dots, D. \quad (4.13)$$

Funkcją interpolującą jest w tym wypadku wielomian Taylora postaci:

$$W_T(t) = \sum_{d=0}^D x^{(d)}(t_0) \frac{(t - t_0)^d}{d!}, \quad (4.14)$$

znany również jako rozwinięcie funkcji $x(t)$ w szereg Taylora w otoczeniu punktu t_0 [25]. Rozwinięcie to stosowane jest między innymi do linearyzacji nieliniowych równań stanu w rozszerzonym filtrze Kalmana, który w niniejszej pracy wykorzystany został do śledzenia częstotliwości chwilowej sygnału napięcia (punkt 3.3.2).

4.2.3 Interpolacja Hermite'a

Jest ogólniejszym niż dwa poprzednie zadaniem interpolacji, który można stosować gdy znane są wartości interpolowanej funkcji $x(t)$ oraz jej D pochodnych w $N + 1$ węzłach. Warunek interpolacji jest wtedy następujący:

$$f^{(d)}(t_n) = x^{(d)}(t_n) \quad \text{dla } n = 0, 1, \dots, N \quad d = 0, 1, \dots, D \quad (4.15)$$

i oznacza, że w węzłach zarówno wartości funkcji interpolującej jak i jej D pochodnych są równe odpowiednio wartościom funkcji interpolowanej i jej pochodnych.

Przy tak zdefiniowanym warunku interpolacji funkcja interpolująca jest wielomianem stopnia co najwyżej $(N + 1)(D + 1) - 1$. W przypadku gdy $D = 0$ mamy do czynienia z interpolacją Lagrange'a, a w przypadku gdy $N = 0$ z interpolacją Taylora.

Interpolacja Hermite’a kawałkami sześcienna

Jest połączeniem interpolacji Hermite’a z interpolacją funkcjami sklejanymi (opisanymi w kolejnej sekcji). Może być przeprowadzona dla dużej ilości węzłów oraz w przypadku, gdy kolejne wartości funkcji $x(t)$ w węzłach nie są znane z góry, lecz pojawiają się np. wraz z wykonywaniem kolejnych pomiarów wartości chwilowej sygnału $x(t)$.

Polega ona na interpolacji w przedziałach określonych przez dwa sąsiadujące ze sobą węzły t_n i t_{n+1} wielomianami trzeciego stopnia $W_i(t)$, tak, że przy zmianie przedziałów zachowana jest ciągłość zarówno funkcji interpolującej jak i jej pierwszej pochodnej [112]. Tak określone warunki interpolacji można zapisać następująco:

$$\begin{aligned} W_{n-1}(t \rightarrow t_n^-) &= x(t_n) = W_n(t \rightarrow t_n^+) && \text{oraz} \\ W'_{n-1}(t \rightarrow t_n^-) &= x'(t_n) = W'_n(t \rightarrow t_n^+) && \text{dla } n = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (4.16)$$

przy czym $(t \rightarrow t_n^-)$ oznacza t zmierzające do t_n z lewej strony.

Ten rodzaj interpolacji był wykorzystywany w pierwotnej, operującej na blokach sygnału, postaci prezentowanej metody repróbkiwania do wyznaczania nowych punktów repróbkiwania oryginalnego sygnału (patrz punkt 3.3.1).

Dalsze informacje na temat interpolacji klasycznej wielomianowej oraz trygonometrycznej dostępne są m.in. w [10, 35, 49, 78].

4.3 Klasyczna interpolacja funkcjami sklejanymi

Wspomniana wyżej wada interpolacji wielomianowej, była przyczyną poszukiwania innych klas funkcji nadających się do interpolacji dużej liczby punktów. Oczekiwania te spełniły funkcje sklepane (ang. *splines*). Szczególnie dziś, w dobie szybkich komputerów, interpolacja funkcjami sklejanymi wykorzystywana jest bardzo często podczas repróbkiwania sygnałów i obrazów dyskretnych [101].

4.3.1 Określenie funkcji sklepanej

Mając $N + 1$ punktów t_n takich, że $t_0 < t_1 < \dots < t_n < \dots < t_N$, możemy za ich pomocą podzielić przedział interpolacji $[t_0; t_N]$ na N podprzedziałów $\Delta_n = [t_n; t_{n+1}]$ gdzie $n = 0, 1, \dots, N - 1$. Funkcja $S_{[D]}(t)$ jest nazywana funkcją sklejaną stopnia D jeśli:

1. $S_{[D]}(t)$ jest wielomianem stopnia co najwyżej D w każdym podprzedziale Δ_n gdzie $n = 0, 1, \dots, N - 1$,
2. $S_{[D]}(t)$ oraz jej pochodne stopnia $1, 2, \dots, D - 1$ są ciągłe w całym przedziale $[t_0; t_N]$.

Punkty t_n są nazywane węzłami funkcji sklepanej.

Tak więc w każdym z podprzedziałów Δ_n funkcja $S_{[D]}(t)$ jest wielomianem postaci:

$$W_{[D],n}(t) = w_{D,n}t^D + w_{D-1,n}t^{D-1} + \dots + w_{1,n}t + w_{0,n} \quad \text{dla } n = 0, 1, \dots, N - 1, \quad (4.17)$$

co oznacza, że opis funkcją sklejaną wymaga użycia $D + 1$ współczynników $w_{d,n}$ na każdy podprzedział Δ_n . Do opisanie funkcją sklejaną stopnia D przedziału $[t_0; t_N]$ niezbędne jest użycie $(D + 1)N$ współczynników.

4.3.2 Funkcje sklepane trzeciego stopnia

Ze względu na wystarczającą gładkość, stosunkowo zwarty opis oraz stosunkowo małe nakłady związane z ich wyznaczeniem w praktyce najczęściej stosowane są funkcje sklepane stopnia trzeciego CS (ang. *cubic splines*). W prezentowanej w rozprawie metodzie koherentnego repróbkiowania sygnałów energetycznych autor wykorzystał funkcje sklepane stopnia trzeciego do przybliżenia badanych sygnałów.

Funkcje bazowe trzeciego stopnia

Podczas obliczeń numerycznych wygodny jest zapis funkcji sklepanej w postaci kombinacji liniowej funkcji bazowych. Dla węzłów równoodległych można napisać:

$$t_n = t_0 + nq, \quad q = \frac{t_N - t_0}{N}, \quad n = 0, 1, \dots, N. \quad (4.18)$$

Dla równoodległych węzłów, funkcja bazowa trzeciego stopnia dla $n = -1, 0, \dots, N, N+1$ definiowana jest następująco:

$$\phi_{[3],n}(t) = \frac{1}{6q^3} \begin{cases} 0 & \text{dla } t \in (-\infty; t_{n-2}] \\ (t - t_{n-2})^3 & \text{dla } t \in [t_{n-2}; t_{n-1}] \\ q^3 + 3q^2(t - t_{n-1}) + 3q(t - t_{n-1})^2 - 3(t - t_{n-1})^3 & \text{dla } t \in [t_{n-1}; t_n] \\ q^3 + 3q^2(t_{n+1} - t) + 3q(t_{n+1} - t)^2 - 3(t_{n+1} - t)^3 & \text{dla } t \in [t_n; t_{n+1}] \\ (t_{n+2} - t)^3 & \text{dla } t \in [t_{n+1}; t_{n+2}] \\ 0 & \text{dla } t \in [t_{n+2}; +\infty) \end{cases}. \quad (4.19)$$

Funkcja bazowa (4.19) jest klasy C^2 dla $t \in \mathbb{R}$. Poza przedziałem $(t_{n-2}; t_{n+2})$ jest tożsamościowo równa zeru. Jest to zarazem najkrótsza z możliwych (ang. *minimal support*) wielomianowa funkcja sklepane trzeciego stopnia, tzn. posiada ona najmniejszą liczbę węzłów o niezerowych wartościach. Wartości funkcji bazowej $\phi_{[3],n}(t)$ oraz jej dwóch pochodnych w węzłach t_n $n = -2, \dots, 2$ podano w tabeli 4.1. Kształt sklepanych funkcji bazowych stopni od 0 do 4 pokazano na rysunku 4.4.

	t_{n-2}	t_{n-1}	t_n	t_{n+1}	t_{n+2}
$\phi_{[3],n}(t)$	0	1/6	4/6	1/6	0
$\phi'_{[3],n}(t)$	0	1/2q	0	-1/2q	0
$\phi''_{[3],n}(t)$	0	1/q ²	-2/q ²	1/q ²	0

Tabela 4.1: Wartości bazowej funkcji sklepanej trzeciego stopnia oraz jej pochodnych.

Warunki brzegowe i ciągłość interpolacji

Funkcja sklepane stopnia trzeciego $S_{[3]}(t)$ zależy od $N + 3$ warunków, podczas gdy do interpolacji w przedziale $[t_0; t_N]$ wykorzystywana jest informacja o wartościach w $N + 1$ węzłach. Istnieją zatem 2 stopnie swobody funkcji $S_{[3]}(t)$, dla których trzeba określić dodatkowe warunki. Najczęściej są to warunki postaci:

$$S'_{[3]}(t \rightarrow t_0^+) = \zeta'_d, \quad S'_{[3]}(t \rightarrow t_N^-) = \zeta'_u, \quad (4.20)$$

lub

$$S''_{[3]}(t \rightarrow t_0^+) = \zeta''_d, \quad S''_{[3]}(t \rightarrow t_N^-) = \zeta''_u. \quad (4.21)$$

W przypadku interpolacji funkcji $x(t)$ stałym ζ'_d, ζ'_u lub ζ''_d, ζ''_u przypisywane są najczęściej wartości odpowiednio pierwszej lub drugiej pochodnej funkcji interpolowanej na brzegach przedziału interpolacji, o ile pochodne te są w tych punktach określone i znane. Możliwe jest też przypisanie tym wartościom dowolnych liczb rzeczywistych. W przypadku przypisania $\zeta''_d = 0, \zeta''_u = 0$ mówimy o tzw. splajnie naturalnym [44]. W sytuacji, gdy interpolacji poddawane są wyniki pomiarów w postaci próbek $x_n = x(t_n)$, wartości pochodnych funkcji interpolowanej przybliżane są za pomocą ilorazów różnicowych [35, 44]. Przybliżeniem pierwszej pochodnej może być iloraz różnicowy wstecz

$$x'(t_n) \simeq \frac{x(t_n) - x(t_n - q)}{q}, \quad (4.22)$$

wprzód

$$x'(t_n) \simeq \frac{x(t_n + q) - x(t_n)}{q}, \quad (4.23)$$

lub centralny

$$x'(t_n) \simeq \frac{x(t_n + q) - x(t_n - q)}{2q}, \quad (4.24)$$

gdzie q jest krokiem interpolacji (stałą odległością pomiędzy węzłami interpolacji) zdefiniowaną w (4.18).

Należy dodać, że wartości $\zeta'_u, \zeta'_d, \zeta''_u, \zeta''_d$ powinny być możliwie bliskie wartościom odpowiednich pochodnych funkcji interpolowanej na końcach przedziału interpolacji. Od tego bowiem zależy zbieżność funkcji interpolującej $S_{[3]}(t)$ do funkcji interpolowanej $x(t)$. W przypadku niewłaściwego doboru tych wartości zbieżność może być bardzo mała [2].

W wielu przypadkach, jak również w przypadku niniejszej pracy, istotne jest zapewnienie ciągłości funkcji interpolujących oraz jej pierwszych bądź pierwszych i drugich pochodnych na brzegach sąsiadujących przedziałów interpolacji określonych następująco: pierwszy przedział $[t_{-N}; t_0]$, kolejny przedział $[t_0; t_N]$, itd. Aby to zapewnić niezbędne jest spełnienie następujących warunków na granicach przedziałów:

$$S'_{[3],[t_{-N};t_0]}(t \rightarrow t_0^-) = S'_{[3],[t_0;t_N]}(t \rightarrow t_0^+), \quad (4.25)$$

$$S''_{[3],[t_{-N};t_0]}(t \rightarrow t_0^-) = S''_{[3],[t_0;t_N]}(t \rightarrow t_0^+), \quad (4.26)$$

gdzie $S_{[3],[t_{-N};t_0]}^{(d)}, S_{[3],[t_0;t_N]}^{(d)}$ są pochodnymi stopnia d interpolującej funkcji sklejanej $S_{[3]}$ w przedziałach odpowiednio $[t_{-N}; t_0], [t_0; t_N]$.

Wyznaczanie interpolującej funkcji sklejanej trzeciego stopnia

Korzystając z definicji funkcji bazowej (4.19) każdą funkcję sklejaną trzeciego stopnia można przedstawić w postaci kombinacji liniowej funkcji bazowych (4.19), znanej również pod nazwą B-form:

$$S_{[3]}(t) = \sum_{n=-1}^{N+1} w_n \phi_{[3],n}(t), \quad (4.27)$$

gdzie w_n są rzeczywistymi współczynnikami wagowymi. Zapis taki jest bardziej zwarty, wymaga mniej współczynników niż postać (4.17). Co więcej, wyznaczenie współczynników w_n jest stosunkowo łatwe.

Na podstawie wartości funkcji bazowej (tabela 4.1) można zapisać układ $N+1$ równań, który muszą spełniać współczynniki w_n :

$$w_{n-1} + 4w_n + w_{n+1} = x_n = x(t_n) \quad n = 0, 1, \dots, N. \quad (4.28)$$

Aby układ równań (4.28) miał jedno rozwiązanie należy dodać do niego jeszcze dwa równania np. określające wartości pierwszej pochodnej $S_{[3]}(t)$ w punktach t_0 i t_N [35]:

$$-\frac{3}{q}w_{-1} + \frac{3}{q}w_1 = \zeta'_d, \quad (4.29)$$

$$-\frac{3}{q}w_{N-1} + \frac{3}{q}w_{N+1} = \zeta'_u. \quad (4.30)$$

Po usunięciu zbędnych współczynników w_{-1} i w_{N+1} z równań (4.28–4.30), równania te można zapisać w postaci macierzowej dogodnej do obliczeń numerycznych:

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & & & & & & & & \\ 1 & 4 & 1 & & & & & & & 0 \\ & 1 & 4 & 1 & & & & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & & & & \\ & & & & 1 & 4 & 1 & & & \\ 0 & & & & & 1 & 4 & 1 & & \\ & & & & & & 2 & 4 & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{N-2} \\ w_{N-1} \\ w_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 + \frac{q}{3}\zeta'_d \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N-2} \\ x_{N-1} \\ x_N - \frac{q}{3}\zeta'_u \end{bmatrix}. \quad (4.31)$$

Macierz współczynników układu (4.31) ma strukturę trójdiagonalną, z dominującą główną przekątną. Układ taki, zgodnie z twierdzeniem Gershgorina, ma jednoznaczne rozwiązanie [105]. Istnieją efektywne algorytmy rozwiązywania układów równań z macierzą trójdiagonalną diagonalnie dominującą [10].

Przedstawiony sposób wykorzystywany był w pierwotnym, działającym na blokach sygnałów, wariacie algorytmu repróbkiowania, do wyznaczania wag (współczynników) $w(n)$ będących reprezentacją badanego (repróbkiowanego) sygnału $x(n)$ w przestrzeni funkcji sklejanym.

Obliczanie wartości funkcji sklejaney

Przedstawiona powyżej postać B-form funkcji sklejaney jest bardzo wygodna na etapie interpolacji (wyznaczania współczynników wagowych w_n) oraz do przechowywania jej w pamięci (wymaga do opisu funkcji najmniejszej ilości współczynników). Jest ona natomiast mniej wygodna na etapie wyznaczania wartości w wybranym punkcie. Wyznaczanie wartości funkcji interpolującej, jest najbardziej kosztownym obliczeniowo etapem repróbkiowania. Dlatego istotne jest by funkcje bazowe były najkrótsze z możliwych, gdyż zmniejsza to ilość koniecznych do wykonania obliczeń arytmetycznych.

W celu wyznaczania wartości interpolującej funkcji sklejaney (w niniejszej pracy jest to etap repróbkiowania opisany w punkcie 5.3.7) wygodne jest przekształcenie postaci B-form

do postaci znanej jako postać PP-form. W postaci PP-form każdy podprzedział Δ_n pomiędzy sąsiadującymi węzłami interpolacji t_n i t_{n+1} opisywany jest za pomocą kombinacji liniowej

$$\Xi_{[3],n}(t) = \sum_{p=-1}^2 w_{n+p} \phi_{[3],n+p}(t - pq) \quad \text{dla } n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4.32)$$

odpowiednio przesuniętych w czasie czterech wielomianów $\Phi_{[3],n+p}(t)$ definiujących funkcję bazową (4.19).

Opis funkcji sklejanej w postaci PP-form (4.32) wymaga więc $4N$ współczynników, które są pogrupowane po 4 współczynniki na podprzedział Δ_n . Wyznaczanie pojedynczej wartości funkcji sklejanej (4.32) polega na czterokrotnym wykonaniu schematu Hornera dla wielomianów definiujących bazową funkcję sklejaną (4.19) i podsumowaniu wyników z uwzględnieniem wag w_{n-1} do w_{n+2} .

Jak widać funkcje sklejane stosowane w interpolacji posiadają większość zalet wielomianów. Opis funkcji sklejanej w postaci B-form wymaga takiej samej ilości współczynników jak opis wielomianu. Wyznaczenie współczynników B-form wymaga rozwiązania podobnego jak w przypadku wielomianu układu równań, przy czym w interpolacji wielomianowej macierz układu jest źle uwarunkowana przy większych N (macierz o strukturze Vandermonde'a), natomiast w przypadku interpolacji funkcjami sklejanymi problem ten nie istnieje (macierz trójdzielna). Interpolacja funkcją sklejaną daje więc dobre rezultaty, nawet w przypadku dużej ilości węzłów, o czym nie może być mowy w przypadku interpolacji pojedynczym wielomianem.

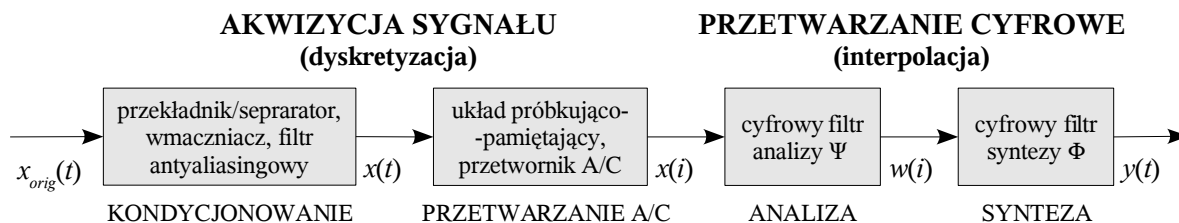
4.4 Aproksymacja i interpolacja przez filtrację

Oprócz przedstawionego wcześniej klasycznego podejścia do zadania interpolacji istnieje alternatywne podejście sygnałowe. Jeśli węzły interpolacji są równoodległe (jak ma to miejsce w przypadku repróbkiwania sygnałów próbkowanych ze stałą częstotliwością) wtedy klasyczne zadania interpolacji można bardzo efektywnie rozwiązywać na drodze filtracji cyfrowej [101, 62]. Takie podejście jest powszechnie stosowane w przypadku konwersji częstotliwości próbkowania dźwięku i skalowania obrazów cyfrowych. Realizacja aproksymacji bądź interpolacji za pomocą filtracji cyfrowej posiada również zalety jakimi są łatwość implementacji, brak konieczności pracy na blokach sygnałów oraz możliwość wykorzystania specyficznych rozwiązań oferowanych przez procesory sygnałowe.

Najważniejszą, z punktu widzenia niniejszej pracy, cechą odróżniającą podejście sygnałowe od podejścia klasycznego, jest możliwość ciągłej interpolacji (aproksymacji) przez filtrację sygnałów o nieograniczonej długości. Metody klasyczne mogą operować tylko na ciągach danych o skończonej długości. Dlatego w przypadku stosowania metod klasycznych do repróbkiwania sygnałów na bieżąco konieczne jest wykonywanie tych obliczeń na blokach sygnału oraz wykonywanie dodatkowych operacji zapewniających ciągłość funkcji interpolującej lub aproksymującej i jej pochodnych.

Interpolacja ciągłego dolnopasmowego sygnału $x(t)$ poddanego dyskretyzacji w czasie zgodnie z twierdzeniem Nyquista, może zostać przeprowadzona w oparciu o ciąg współczynników $w(i)$ opisujących pewien model sygnału $x(t)$. Współczynniki $w(i)$ wyznaczone są na etapie analizy, poprzedzającego etap syntezy, podczas którego obliczane są wartości funkcji $y(t)$ przybliżającej badany sygnał (reprezentowanej przez współczynniki $w(i)$) w wybranych chwilach, czyli przeprowadzana jest rekonstrukcja sygnału $x(t)$. W pewnych

szczególnych przypadkach współczynniki $w(i)$ mogą być wprost próbkami sygnału $x(i)$, wtedy etap analizy jest zbędny. Ideę takiej interpolacji pokazano na rysunku 4.2.



Rysunek 4.2: Idea aproksymacji sygnału poprzez filtrację. Dolnopasmowy sygnał $x(t)$ jest znany tylko w postaci ciągu próbek $x(i)$, które poddawane są analizie w postaci filtracji cyfrowej. W jej wyniku otrzymywane są współczynniki $w(i)$ opisujące model sygnału. Ciąg współczynników $w(i)$ wykorzystywany jest do syntezy (rekonstrukcji) sygnału $y(t)$.

Ze względu na tematykę i ramy niniejszej pracy rozważania te ograniczone zostały jedynie do interpolacji i aproksymacji spróbkowanych sygnałów dolnopasmowych. Aproxymacja sygnałów dolnopasmowych jest jednym z wielu sposobów przybliżania sygnałów ciągłych. Inne sposoby reprezentacji, przybliżania sygnałów opisane zostały w stosunkowo nowych opracowaniach związanych z uogólnioną teorią próbkowania i reprezentacją sygnałów [12, 28, 102, 101, 104].

4.4.1 Splot sygnałów

Splot sygnałów jest podstawową zależnością wykorzystywaną w filtracji sygnałów. Splot dwóch funkcji lub sygnałów opisany jest zależnością:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau, \quad (4.33)$$

co dla skrócenia zapisu może być zapisywane jako:

$$y(t) = x(t) * h(t) = (h * x)(t), \quad (4.34)$$

gdzie $x(t)$ jest sygnałem filtrowanym, a $h(t)$ jest odpowiedzią impulsową filtra nazywaną również jądrem splotu [115, 43]. Analogicznie dla sygnałów zdyskretyzowanych w czasie splot jest definiowany jako:

$$y(k) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x(i)h(k - i) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} h(i)x(k - i), \quad (4.35)$$

lub krócej:

$$y(k) = x(i) * h(i) = (h * x)(i). \quad (4.36)$$

Operacja splotu polega więc na całkowaniu bądź sumowaniu, w nieskończonych granicach, iloczynu sygnału pierwszego i odwróconego oraz przesuniętego w czasie o t lub o n próbek drugiego z sygnałów.

Równania splotu opisują mechanizm filtracji sygnałów analogowych i cyfrowych. Związany jest on z własnością przekształcenia Fouriera mówiącą, że jeżeli sygnały $y(t)$, $x(t)$

i $h(t)$ (lub ich dyskretne odpowiedniki) są związane w dziedzinie czasu równaniem splotu (4.34) to w dziedzinie częstotliwości są związane zależnością:

$$Y(f) = X(f)H(f), \quad (4.37)$$

gdzie f jest częstotliwością, a $Y(f)$, $X(f)$, $H(f)$ są transformatami Fouriera odpowiednio: sygnału wyjściowego, wejściowego i odpowiedzi impulsowej filtra.

Równania splotu (4.33, 4.35) wykorzystywane są do filtrowania sygnałów, czyli tłumienia lub wzmacniania wybranych składowych częstotliwościowych. Z punktu widzenia aproksymacji ważna jest przemienność argumentów czyli sygnału wejściowego x i odpowiedzi impulsowej h w równaniach (4.33, 4.35). Dzięki wspomnianej przemienności, dysponując próbkami $x(iT_S)$ sygnału $x(t)$ (spróbkowanego z okresem T_S) oraz analityczną (ciągłą) postacią odpowiedzi impulsowej $h(t)$ filtra, można wyznaczyć wartość sygnału wyjściowego $y(t)$ w chwili $t = kT_S + t_{del}$ obliczając splot dyskretny próbek sygnału $x(t)$ z próbkami odpowiedzi impulsowej $h(t)$ przesuniętej o czas t_{del} :

$$y(kT_S + t_{del}) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x(iT_S)h((k-i)T_S + t_{del}). \quad (4.38)$$

4.4.2 Interpolacja Sinc

Zgodnie z klasycznym wzorem interpolacyjnym Nyquista–Shannona dowolny, dolnopa-smowy sygnał $x(t)$ spróbkowany zgodnie z twierdzeniem o próbkowaniu² t.j. $f_S > 2f_g$ (f_S częstotliwość próbkowania, f_g górna, graniczna częstotliwość sygnału), można bezbłędnie zrekonstruować z jego próbek $x(i)$ korzystając z zależności:

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x(i)\text{sinc}(t - iT_S), \quad (4.39)$$

gdzie

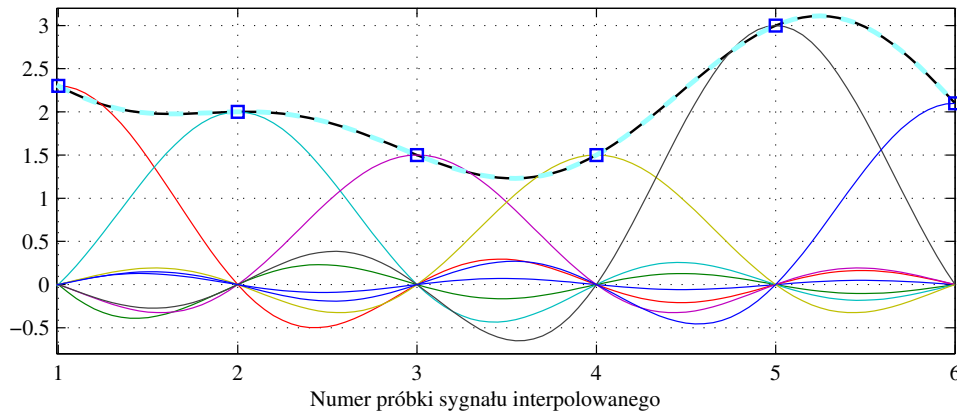
$$\text{sinc}(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } t = 0 \\ \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} & \text{dla } t \neq 0 \end{cases}. \quad (4.40)$$

Takie odtworzenie sygnału ciągłego z jego próbek nazywane jest perfekcyjną rekonstrukcją (PR). Przykład PR pokazano na rysunku 4.3. Ze względu na możliwość perfekcyjnej rekonstrukcji filtr $\text{sinc}(t)$ nazywany jest idealnym interpolatorem [12].

Interpolację Sinc można traktować jako szczególny przypadek aproksymacji pokazanej na rysunku 4.2 gdy współczynniki $w(i)$ opisujące sygnał $x(t)$ są równe jego próbkom $x(i)$, a funkcja analizy $\Psi(t)$ jest postaci $\delta(t)$ (Delta Diraca). Funkcją syntezy (rekonstrukcji) $\Phi(t)$ jest w tym wypadku funkcja (4.40).

Równanie (4.39) można interpretować jako, wspomnianą już wcześniej, liniową kombinację funkcji bazowych $\text{sinc}(t)$ (skrót od *sine cardinal*). Co więcej, można zauważyć, że funkcja $\text{sinc}(t)$ spełnia warunek nałożony na funkcję bazową wielomianu interpolacyjnego Lagrange'a (4.9) dla węzłów równoodległych, t.j. przyjmuje zerowe wartości we wszystkich poza jednym węzłach. Dlatego wartości wag $w(i)$ z jakimi w sumowaniu (4.39) uwzględniane są funkcje bazowe są wprost wartościami próbek sygnału $x(i)$. Jest to zatem

²Znanym również jako twierdzenie Whittakera–Nyquista–Kotelnikova–Shannona.



Rysunek 4.3: Przykład perfekcyjnej rekonstrukcji sygnału filtrem typu sinc. Gruba ciągła linia to sygnał oryginalny $x(t)$ (funkcja interpolowana), przerywana gruba linia to sygnał zrekonstruowany $y(t)$ (funkcja interpolująca). Kwadraty to próbki $x(i)$ sygnału $x(t)$. Cienkie ciągłe linie to przesunięte w czasie funkcje bazowe $\text{sinc}(t - iT_S)$ przemnożone przez współczynniki funkcji $w(i)$ równe wartościom próbek sygnału $x(i)$.

teoretycznie najlepsze narzędzie do interpolacji sygnałów przez filtrację. Przebieg czasowy oraz widmo funkcji $\text{sinc}(t)$ pokazano na rysunku 4.9 na stronie 76.

Transformatą Fouriera funkcji $\text{sinc}(t)$ jest okno prostokątne, co oznacza, że funkcja $\text{sinc}(t)$ jest odpowiedzią impulsową idealnego filtra dolnoprzepustowego, o nieskończenie wąskim pasmie przejściowym. A zatem pasmo sygnału po interpolacji (funkcji interpolującej) jest równe pasmu spróbkowanego sygnału wejściowego, ograniczone od góry częstotliwością f_g . To ograniczenie pasma odróżnia interpolację Sinc od interpolacji wielomianowej, dla której nie jest określone górne ograniczenie pasma funkcji interpolującej.

Interpolacja Sinc w praktyce

Największą wadą idealnego interpolatora jest nieskończony czas trwania gasnących oscylacji przebiegu funkcji $\text{sinc}(t)$. Wynika z niego konieczność obliczenia iloczynu skalarne nieskończenie długiej funkcji syntezy oraz nieskończenie długiego sygnału, a w przypadku dyskretnym wykonania nieskończenie wielu mnożeń.

Rzeczywiste obliczenia (filtracja) są zawsze ograniczone do sygnałów o skończonej długości, dotyczy to również długości odpowiedzi impulsowej. W praktyce stosowane są tzw. okienkowane filtry sinc (ang. *windowed sinc filters*) [89]. Ich odpowiedź impulsową uzyskuje się przez wymnożenie przebiegu funkcji $\text{sinc}(t)$ z funkcją okna czasowego.

Zastosowanie okna prostokątnego do obcięcia odpowiedzi impulsowej $\text{sinc}(t)$ powoduje znaczne odkształcenie charakterystyki amplitudowej wynikowego (okienkowanego) filtra od prostokątnej charakterystyki amplitudowej idealnego interpolatora. Pojawiają się w niej oscylacje wzmocnienia i tłumienia, a pasmo przejściowe przyjmuje niezerową szerokość (rysunek 4.9, strona 76).

Aby zredukować niekorzystne efekty użycia okna prostokątnego, stosuje się okna o kształcie innym niż prostokątne. Większość z nich charakteryzuje łagodne zmniejszanie swojej wartości do zera przy swoich końcach. Nieprostokątne okna czasowe, poprzez swoje zanikanie na brzegach, łagodzą skutki obcięcia odpowiedzi impulsowej [36]. Użycie takich okien powoduje zmniejszenie oscylacji charakterystyki amplitudowej filtra kosztem po-

szerzenia pasma przejściowego filtra, w stosunku do charakterystyki osiągananej z oknem prostokątnym.

Relatywnie długie filtry typu sinc (rzędu 60 i więcej) mają akceptowalne własności częstotliwościowe, lecz wyznaczanie wartości ich odpowiedzi impulsowej w tak wielu punktach jest czasochłonne. Dlatego w praktycznych zastosowaniach nie są one używane w tej postaci. Krótkie filtry typu sinc (rzędu mniej niż 8), mają złe własności częstotliwościowe, a czas ich wyznaczania nadal może być dłuższy niż np. wyznaczenie wartości funkcji sklejanej 3 stopnia [18].

Czas wyznaczania wartości odpowiedzi impulsowej typu sinc jest zależny od sposobu wyznaczania wartości funkcji sinus. Jest to realizowane w sposób sprzętowy lub częściej programowy. Popularnym sposobem jest przybliżenie wartości funkcji sinus sumą szeregu potęgowego o długości 5. Czas obliczania wartości okienkowanej odpowiedzi impulsowej, zostaje wydłużony o czas niezbędny do obliczenia wartości funkcji okna w wybranych punktach, a złożoność tego zadania zależy od wybranego rodzaju okna.

Ze względu na koszt obliczeniowy wyznaczania wartości funkcji sinc(t) w niektórych publikacjach proponowane jest tablicowanie wartości funkcji sinc(t) dla skwantowanych wartości argumentu t [106].

4.4.3 Aproksymacja i interpolacja B-spline

Interpolacja B-spline jest odpowiednikiem klasycznej interpolacji funkcją sklejaną. Funkcją syntezy (rysunek 4.2) jest tutaj bazowa funkcja sklejana. W literaturze związanej z przetwarzaniem sygnałów, zamiast określenia bazowa funkcja sklejana często używa się krótszego terminu B-spline (skrót od *basic spline*).

W podrozdziale tym używane będzie ogólniejsze od interpolacji pojęcie aproksymacji. Jak zostanie pokazane dalej, to czy sygnał $x(t)$ jest interpolowany czy tylko aproksymowany zależy od wyboru funkcji analizy i funkcji syntezy. Co więcej aproksymacja LS (*least-squares*) sygnału ciągłego $x(t)$ daje lepsze, w sensie błędu średniokwadratowego (4.49), dopasowanie do sygnału $x(t)$ niż jego interpolacja.

W przypadku interpolacji i aproksymacji B-spline sygnał $x(t)$ jest modelowany jako kombinacja liniowa funkcji bazowych typu B-spline. W interpolacji sinc, ze względu na własności funkcji bazowej sinc(t) współczynniki sygnału są wprost wartościami próbkowanego sygnału $x(i) = x(t)|_{t=iT_s}$. W aproksymacji B-spline, ze względu na kształt funkcji bazowej, wagi reprezentacji mają wartości inne niż próbki sygnału. Są one równe współczynnikom funkcji sklejanej i mogą one zostać wyznaczone albo poprzez rozwiązanie układu równań (4.31) bądź przez filtrację, czyli na etapie analizy (rysunek 4.2).

Definicja B-spline

B-spline czyli bazowa funkcja sklejana stopnia zerowego jest impulsem prostokątnym opisanym równaniem:

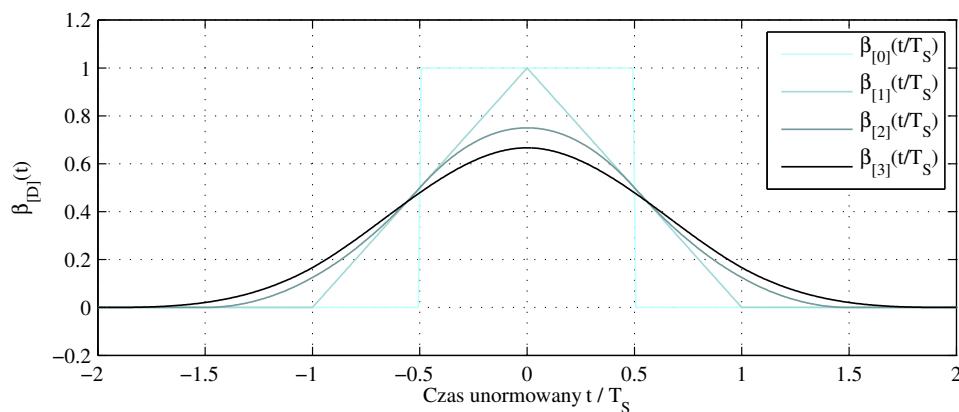
$$\beta_{[0]}(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } -\frac{1}{2} < t < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \text{dla } |t| = \frac{1}{2} \\ 0 & \text{dla pozostałych } t \end{cases} . \quad (4.41)$$

Funkcja bazowa $\beta_{[D]}(t)$ stopnia D jest definiowana jako $(D+1)$ -krotny splot bazowych

funkcji sklejanych stopnia zerowego czyli impulsów prostokątnych $\beta_{[0]}(t)$:

$$\beta_{[D]}(t) = (\beta_{[0]} * \beta_{[0]} * \dots * \beta_{[0]})(t). \quad (4.42)$$

Kształty bazowych funkcji sklejanych stopni od 0 do 4 pokazano na rysunku 4.4.

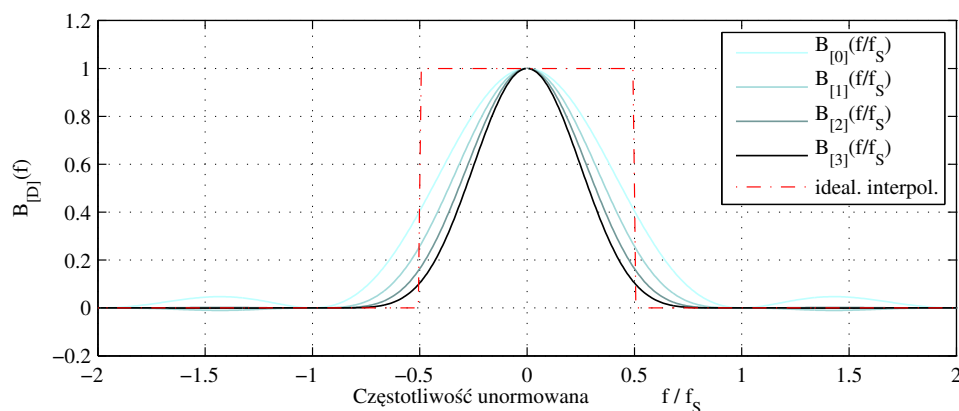


Rysunek 4.4: Kształt funkcji bazowych B-spline stopni od 0 do 4.

Transformata Fouriera funkcji bazowej $\beta_{[D]}(t)$ jest zatem $(D + 1)$ -krotnym iloczynem transformaty impulsu prostokątnego (4.41):

$$B_{[D]}(\omega) = \left(\frac{\sin(\omega/2)}{\omega/2} \right)^{D+1}. \quad (4.43)$$

Widmo funkcji bazowej przy stopniu D zmierzającym do nieskończoności jest zbieżne do odpowiedzi częstotliwościowej idealnego filtra dolnoprzepustowego, co zostało pokazane na rysunku 4.5.



Rysunek 4.5: Transformaty Fouriera funkcji B-spline stopni od 0 do 4. Przerywaną linią pokazano widmo idealnego filtra dolnoprzepustowego FDP, do której zbieżne jest widmo funkcji bazowej gdy jej stopień zmierza do nieskończoności.

Z równania (4.42) wynika następująca postać B-spline (bazowej funkcji sklejaney) stopnia trzeciego:

$$\beta_{[3]}(t) = \begin{cases} \frac{2}{3} - |t|^2 + \frac{|t|^3}{2} & \text{dla } 0 \leq |t| < 1 \\ \frac{(2-|t|)^3}{6} & \text{dla } 1 \leq |t| < 2 \\ 0 & \text{dla pozostałych } t \end{cases} \quad (4.44)$$

Można zauważyć podobieństwo powyższej definicji do (4.19). Po przyjęciu w (4.19) dowolnej wartości n , czasu odniesienia $t_n = 0$ oraz odległości między sąsiednimi węzłami $q = 1$ definicje (4.19) i (4.44) stają się tożsame.

Synteza w aproksymacji B-spline

Jednym z uogólnień teorii równomiernego próbkowania sygnałów dolnopasmowych jest możliwość zastąpienia próbek sygnału ciągiem współczynników (wag) opisujących model sygnału [104, 28]. Mogą to być np. współczynniki $w(i)$ funkcji sklejaney. Analogicznie jak w interpolacji z użyciem funkcji $\text{sinc}(t)$ synteza (rekonstrukcja) sygnału jest splotem odpowiedzi impulsowej cyfrowego filtra syntezy i ciągu współczynników opisujących model sygnału.

Cyfrowy filtr syntezy B-spline jest transformatą Z funkcji syntezy B-spline, a jego współczynniki $b_{[D]}(r)$ uzyskuje się przez próbkowanie funkcji syntezy w żądanych punktach:

$$b_{[D]}(r) = \frac{1}{\lambda} \beta_{[D]} \left(\frac{t}{\lambda} - \frac{t_{del}}{T_{Sin}} \right) \Big|_{t=r} \longleftrightarrow B_{[D]}(z) = \sum_{r \in Z} b_{[D]}(r) z^{-r}, \quad (4.45)$$

gdzie współczynnik $\lambda = \frac{F_{Sout}}{F_{Sin}}$ odpowiada na zmianę częstotliwości próbkowania wyjściowego sygnału, a $t_{del} \in [0; 1)$ za ułamkowe (mniejsze od okresu próbkowania T_{Sin}) opóźnienie wyjściowego sygnału. W najprostszym przypadku rekonstrukcji sygnału ze współczynników $w(i)$, bez zmiany częstotliwości próbkowania sygnału $x(t)$ i bez opóźnienia, otrzymujemy $\lambda = 1$ oraz $t_{del} = 0$, a punkty próbkowania funkcji bazowej B-spline są liczbami całkowitymi i wtedy $b_{[D]}(r) = \beta_{[D]}(t) \Big|_{t=r}$.

Przykładowo cyfrowy filtr syntezy B-spline stopnia trzeciego dla $t_{del} = 0$ i $\lambda = 1$ ma postać:

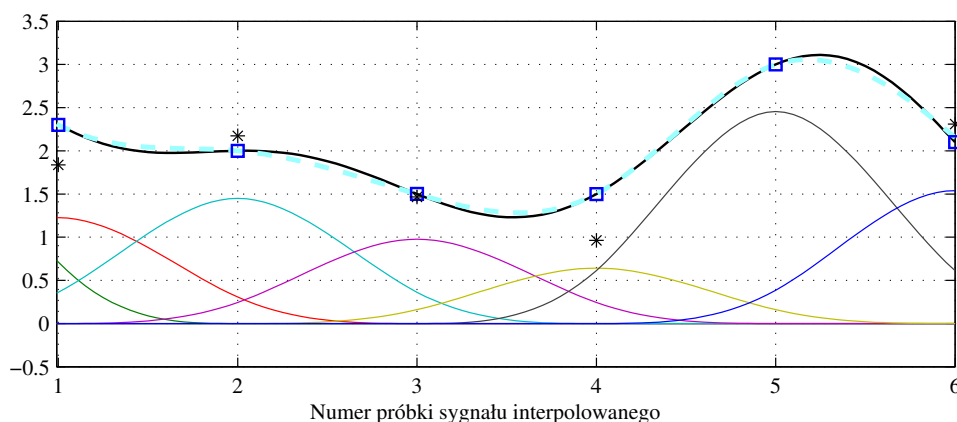
$$B_{[3]}(z) = \frac{1}{6}(z + 4 + z^{-1}), \quad (4.46)$$

a jego współczynniki $b_{[3]}(r)$ to wartości odpowiedzi impulsowej (4.44) dla $t = -1, 0, 1$.

Przykład rekonstrukcji (syntezy) sygnału $x(t)$ w postaci kombinacji liniowej funkcji bazowych B-spline trzeciego stopnia (ważonych współczynnikami $w(i)$ reprezentacji B-spline sygnału) pokazano na rysunku 4.6.

Wybór funkcji analizy: aproksymacja LS czy interpolacja?

Analiza, nazywana również prefiltracją, (rysunek 4.2) służy wyznaczeniu współczynników (wag) $w(i)$ opisujących ciągły, dolnopasmowy sygnał $x(t)$ bądź jego zdyskretyzowaną w czasie postać $x(i)$. Dobór funkcji analizy (prefiltra) nie jest sprawą oczywistą. Po dokonaniu wyboru funkcji syntezy, prefiltr może być dobierany tak, aby zespół operacji, analiza i synteza, spełniał pewne założenia. Może to być np. założenie interpolacji, t.j. $y(i) = x(i)$, lub założenie aproksymacji średniokwadratowej czyli minimalizacja błędu



Rysunek 4.6: Przykład rekonstrukcji sygnału jako kombinacji liniowej B-spline'ów. Gruba ciągła linia to sygnał oryginalny $x(t)$ (funkcja aproksymowana), przerywana gruba linia to sygnał zrekonstruowany $y(t)$ (funkcja aproksymująca). Kwadraty to próbki $x(i)$ sygnału $x(t)$. Cienkie ciągłe linie to przesunięte w czasie funkcje bazowe $\beta_{[3]}(t - iT_S)$ przemnożone przez współczynniki funkcji sklejaney $w(i)$. Gwiazdki to wartości współczynników $w(i)$.

średniokwadratowego. Dalsze rozważania wymagają wprowadzenia kilku założeń dotyczących analizowanych sygnałów jak również definicji kryteriów jakości aproksymacji.

Założmy, że zarówno funkcja aproksymowana (sygnał) $x(t)$ i aproksymująca $y(t)$ należą do przestrzeni L^2 rzeczywistych funkcji mierzalnych i całkownych z kwadratem. Funkcja interpolująca $y(t)$ należy przy tym do podprzestrzeni $V \subset L^2$, generowanej przez funkcje syntezy β (funkcje bazowe interpolacji B-spline). W tym wypadku V jest podprzestrzenią funkcji sklejaney stopnia co najwyżej D .

Metryka $\|\cdot\|$ (norma L^2) przestrzeni L^2 jest definiowana poprzez iloczyn skalarny funkcji:

$$\langle f, g \rangle = \langle f(t), g(t) \rangle = \int f(t)g(t)dt, \quad (4.47)$$

$$\|g\| = \sqrt{\langle g(t), g(t) \rangle} = \sqrt{\int |g(t)|^2 dt}. \quad (4.48)$$

Jako kryterium jakości (błąd) aproksymacji ciągłej funkcji $x(t)$ ciągłą funkcją $y(t)$ przyjmuje się normę (4.48) różnicy $g(t) = y(t) - x(t)$ definiowaną jako:

$$\|g\|_{L^2} = \sqrt{\int |g(t)|^2 dt}. \quad (4.49)$$

Kryterium jakości (błąd) $g(i) = y(i) - x(i)$ w dyskretnych punktach czasu iT_S jest dyskretna postać normy L^2 definiowana jako:

$$\|g\|_{l^2} = \sqrt{\sum_i |g(i)|^2}. \quad (4.50)$$

Operacja przybliżenia funkcji $x(t)$ funkcją $y(t)$ jest równoznaczna z odwzorowaniem funkcji $x(t)$ w podprzestrzeni V .

Aproxymacja średniokwadratowa czyli LS (*least-squares approximation*) dolnopasmowego sygnału $x(t)$, minimalizująca błąd $\|g\|_{L^2}$, ma miejsce gdy funkcja syntezy $\phi(t) \in V$,

a funkcja analizy $\psi_{LS}(t)$ jest biortonormalna do $\phi(t)$, to znaczy, że $\langle \psi(t - \tau), \phi(t) \rangle = \delta(\tau)$ [102]. Funkcja analizy Ψ_{LS} spełniająca warunek biortonormalności nazywana jest funkcją dualną do $\phi(t)$ i wyznaczana jest w sposób następujący:

$$\Psi_{LS}(\omega) = \Phi_{dual}(\omega) = \frac{\Phi(\omega)}{\Theta(\omega)}, \quad (4.51)$$

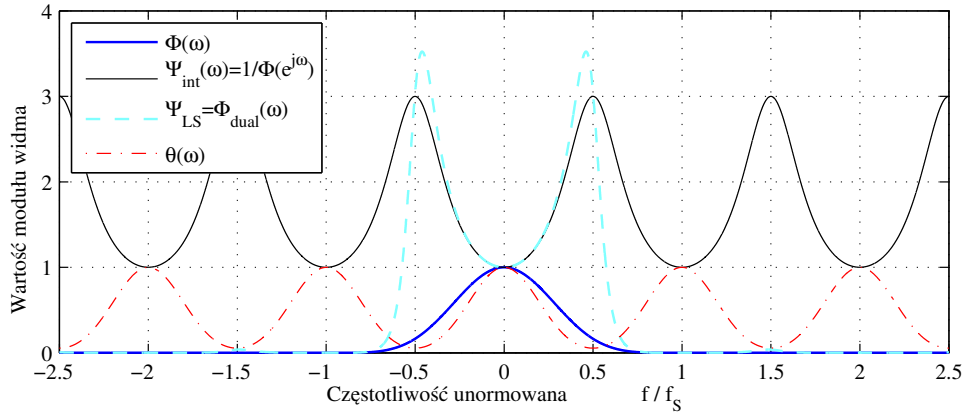
gdzie $\Theta(\omega)$ jest tzw. filtrem autokorelacji [12]:

$$\Theta(\omega) = \sum_i |\Phi(\omega + 2i\pi)|^2. \quad (4.52)$$

Interpolacja z kolei wymaga by sygnał $y(t)$ będący wynikiem analizy sygnału $x(i)$ i późniejszej syntezy spełniał założenia interpolacji, tzn. by w chwilach próbkowania $y(i) = x(i)$. Warunek ten jest spełniony gdy funkcja analizy (prefiltr) będzie filtrem odwrotnym do filtra syntezy czyli:

$$\Psi_{int}(\omega) = \Phi(e^{j\omega})^{-1} = \frac{1}{\sum_i \Phi(\omega + 2\pi i)}. \quad (4.53)$$

Transformaty Fouriera optymalnych prefiltrow interpolacji i aproksymacji B-spline pokazano na rysunku 4.7.



Rysunek 4.7: Transformaty Fouriera funkcji syntezy $\Phi(\omega) = B_{[3]}(\omega)$, a także odpowiadających jej optymalnych prefiltrow: aproksymacji $\Psi_{LS}(\omega)$ i interpolacji $\Psi_{int}(\omega)$ oraz filtra autokorelacji $\Theta(\omega)$.

W niniejszej pracy za kryterium dopasowania funkcji aproksymującej do badanego sygnału przyjęto błąd ciągły (4.49). Wynika to z faktu iż repróbkiwanie, będące zasadniczą częścią proponowanej metody, wymaga wyznaczania wartości funkcji aproksymującej $y(t)$ w dowolnych chwilach t_k , niekoniecznie równych chwilom próbkowania $t_i = iT_S$ sygnału wejściowego $x(t)$. Zatem lepszym rozwiązaniem jest minimalizacja ciągłego błędu $\|g\|_{L^2}$ kosztem niezerowej wartości błędu $\|g\|_{l^2}$ czyli aproksymacja LS, niż osiągnięcie zerowego błędu $\|g\|_{l^2}$ jedynie w momentach próbkowania badanego sygnału kosztem zwiększenia błędu $\|g\|_{L^2}$ pomiędzy chwilami próbkowania, jak to ma miejsce w interpolacji.

Błędy w aproksymacji B-spline

Odwzorowanie sygnału $x(t)$ nie zawierającego się w podprzestrzeni V sygnałem $y(t) \in V$ nie może być przeprowadzone bezbłędnie. Aproksymacja B-spline nie pozwala zatem w ogólnym przypadku na perfekcyjną rekonstrukcję.

Średniokwadratowy błąd aproksymacji B-spline wynika z nieidealności odpowiedzi częstotliwościowej toru przetwarzania $H(\omega) = \Psi(\omega)\Phi(\omega)$, czyli operacji analizy i syntezy. Błąd ten można traktować jako wypadkową oddziaływania następujących czynników [76]:

1. Niejednostkowe wzmocnienie toru przetwarzania w pasmie przepustowym. Jego skutkiem jest rozmywanie sygnału czyli tzw. *blurring*. Jego wpływ może być w znacznym stopniu, lecz nie całkowicie wyeliminowany przez odpowiedni dobór funkcji analizy.
2. Niezerowe wartości transformaty Fouriera ciągłej funkcji B-spline poza pasmem przepustowym. Ich skutkiem może być nakładanie się widm sygnału powtórzonych okresowo w wyniku operacji próbkowania czyli tzw. *aliasing*. Efekt aliasingu może wystąpić w przypadku próbkowania sygnału $x(t)$ z częstotliwością $f_S < 2f_g$. Efekt ten może również wystąpić w przypadku zwiększania częstotliwości próbkowania prawidłowo spróbkowanego sygnału $x(i)$. Wtedy dla odróżnienia od aliasingu używane jest określenie *imaging*.
3. Wpływ fazy repróbkiwania sygnału $x(i)$. Błąd ten zależy od położenia t_k próbki sygnału wyjściowego $y(k)$ względem położenia t_i próbek sygnału wejściowego $x(i)$. Dla przykładu podczas interpolacji najmniejszy, zerowy błąd występuje gdy $t_k = t_i$, natomiast największych błędów można się spodziewać pomiędzy następującymi po sobie próbkami sygnału wejściowego (interpolowanego) $x(i)$.

Wielkością charakteryzującą jakość działania operatora aproksymacji (czyli analizy i syntezy) w funkcji częstotliwości jest tzw. częstotliwościowe jądro przekształcenia całkowego, którego poniższy zapis jednoznacznie rozróżnia efekty rozmycia (*blurring*) i nakładania się widm (*aliasing*) [43]:

$$K(\omega) = \underbrace{|1 - H(\omega)|^2}_{\text{blurring}} + \underbrace{\sum_{i \neq 0} |H(\omega + 2\pi i)|^2}_{\text{aliasing}}. \quad (4.54)$$

W większości przypadków wystarczające jest oszacowanie średniego błędu aproksymacji κ^2 , niezależnego od fazy repróbkiwania sygnału $x(i)$. Błąd ten zależy zatem tylko od jądra (4.54) oraz od częstotliwościowej struktury $X(\omega)$ aproksymowanego sygnału:

$$E[\kappa^2] = \int |X(\omega)|^2 K(\omega) d\omega \quad (4.55)$$

Podobnie jak to ma miejsce w przypadku interpolacji typu sinc, błędy aproksymacji maleją wraz ze zmniejszaniem się okresu próbkowania sygnału T_S . W pracy [12] autorzy zaproponowali estymator średniego błędu aproksymacji będący dobrym przybliżeniem błędu $\|g\|_{L^2}$ w funkcji okresu próbkowania T_S :

$$\kappa(T_S) = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int |X(\omega)|^2 K(\omega T_S) d\omega}. \quad (4.56)$$

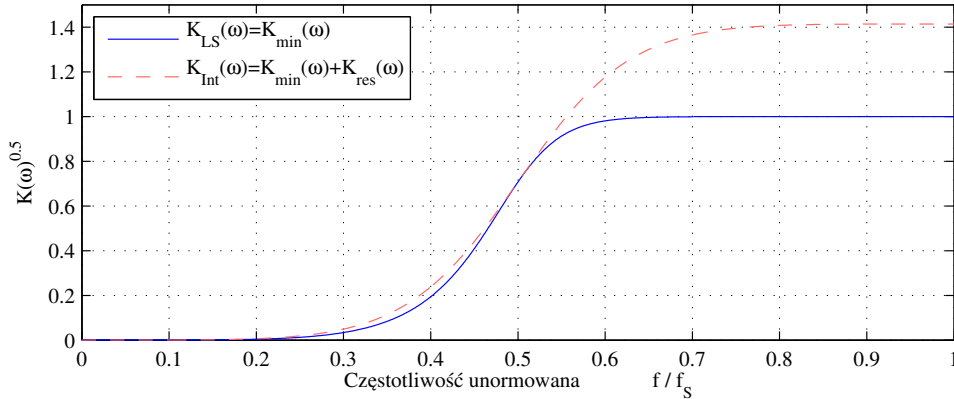
Dokładniejsza analiza szczególnych przypadków aproksymacji jest możliwa po uwzględnieniu we wzorze (4.54) idealnej (dualnej) i rzeczywistej funkcji analizy (prefiltra) [12]:

$$\begin{aligned} K(\omega) &= |1 - \Psi(\omega)^* \Phi(\omega)|^2 + |\Psi(\omega)|^2 \sum_{i \neq 0} |\Phi(\omega + 2i\pi)|^2 = \\ &= \underbrace{1 - \frac{|\Phi(\omega)|^2}{\Theta(\omega)}}_{K_{min}(\omega)} + \underbrace{\Theta(\omega) |\Psi(\omega) - \Phi_{dual}(\omega)|^2}_{K_{res}(\omega)}. \end{aligned} \quad (4.57)$$

W przypadku aproksymacji LS (projekcji ortonormalnej), t.j. gdy $\Psi(\omega) = \Phi_{dual}(\omega)$ jądro (4.57) redukuje się do minimalnego jądra $K_{min}(\omega)$. W pozostałych przypadkach resztowe jądro $K_{res}(\omega)$ przyjmuje niezerowe wartości. W przypadku interpolacji, gdy filtr analizy jest dany wzorem (4.53), jądro błędu przyjmuje postać [43]:

$$K_{int}(\omega) = \underbrace{1 - \frac{|\Phi(\omega)|^2}{\sum_i |\Phi(\omega + 2\pi i)|^2}}_{K_{LS}(\omega)=K_{min}(\omega)} + \underbrace{\left| \frac{\sqrt{\sum_i |\Phi(\omega + 2\pi i)|^2}}{\sum_i \Phi(\omega + 2\pi i)} - \frac{\Phi(\omega)}{\sqrt{\sum_i |\Phi(\omega + 2\pi i)|^2}} \right|^2}_{K_{res}(\omega)}. \quad (4.58)$$

Jądra aproksymacji i interpolacji B-spline czyli błędy amplitudowe toru złożonego z filtrów analizy i syntezy zostały pokazane na rysunku 4.8.



Rysunek 4.8: Pierwiastek kwadratowy częstotliwościowego jądra czyli błędów aproksymacji LS $\sqrt{K_{LS}(\omega)}$ i interpolacji $\sqrt{K_{int}(\omega)}$. Widać, że interpolację cechują większe błędy w zakresie od $0,3 F_S$ do $0,5 F_S$ niż aproksymację LS.

Optymalne prefiltry w praktyce

Stosowanie optymalnych prefiltrów, czy to interpolacji czy aproksymacji LS, jest co najmniej trudne, a czasami wręcz niemożliwe (np. gdy etap analizy jest realizowany w technice analogowej) [102].

W sytuacji przedstawianej w niniejszej pracy sygnał wejściowy $x(t)$ dostępny jest w postaci próbek $x(i)$, a zatem filtr analizy jest filtrem cyfrowym. W literaturze [11, 103] interpolacja sygnałów znanych w postaci dyskretnego ciągu próbek nazywana jest *quasi-interpolacją*.

Prefiltrem interpolacji B-spline trzeciego stopnia jest filtr o nieskończonej odpowiedzi impulsowej (IIR), opisany wzorem $P(z) = \frac{1}{B(z)} = \frac{6}{z+4+z^{-1}}$. Filtr ten jest niestabilny, jego bieguny leżą poza kołem o promieniu jednostkowym na płaszczyźnie zespolonej. To samo dotyczy prefiltrów interpolacji B-spline stopnia wyższego niż 1.

Praktycznym rozwiązaniem problemu niestabilności prefiltrowa $P(z)$ może być jego przekształcenie w kaskadę dwóch filtrów IIR: przyczynowego i antyprzyczynowego [75]. Wtedy współczynniki interpolującej funkcji sklejanej wyznacza się filtrując sygnał przez filtr przyczynowy, a następnie filtrując otrzymany wynik w odwrotnej kolejności przez filtr antyprzyczynowy [101]. Metoda ta jest odpowiednia dla sygnałów składających się ze skończonej ilości próbek (np. do interpolacji obrazów cyfrowych). Dlatego metoda ta nie nadaje się do filtracji sygnałów nieokreślonej długości na bieżąco.

Znalezienie współczynników prefiltrowa aproksymacji LS (funkcji dualnej do funkcji syntezy), jest trudniejsze i również nie gwarantuje stabilności otrzymanego filtra.

W opisywanej sytuacji praktycznym rozwiązaniem problemu jest znalezienie prefiltrowa $\Psi_{app}(\omega) = P_{app}(z)|_{z=e^{j\omega}}$, który przybliży (aproksymuje) charakterystykę amplitudową idealnego prefiltrowa $\Psi_{LS}(\omega) = \Phi_{dual}(\omega)$ [28]. Do określenia współczynników prefiltrowa odpowiednie są metody optymalizacyjne, a szczególnie metoda Levenberga–Marquardta [78].

Jeżeli energia sygnału aproksymowanego $x(t)$ jest równo rozłożona w częstotliwości, czyli $|X(\omega)| = 1$, to prefiltr $\Psi_{app}(\omega)$ powinien być dobrany tak, by minimalizował normę $\|\Psi_{app}(\omega) - \Psi_{LS}(\omega)\|$.

Jeśli energia sygnału $x(t)$ skoncentrowana jest w pewnym zakresie częstotliwości, wówczas minimalizacji powinien podlegać składnik $\int |X(\omega)|^2 \theta(\omega T_S) |\Psi_{app}(\omega) - \Psi_{LS}(\omega)|^2$, co sprowadza się do próby realizacji projekcji ortonormalnej w głównym zakresie częstotliwości [12, 11].

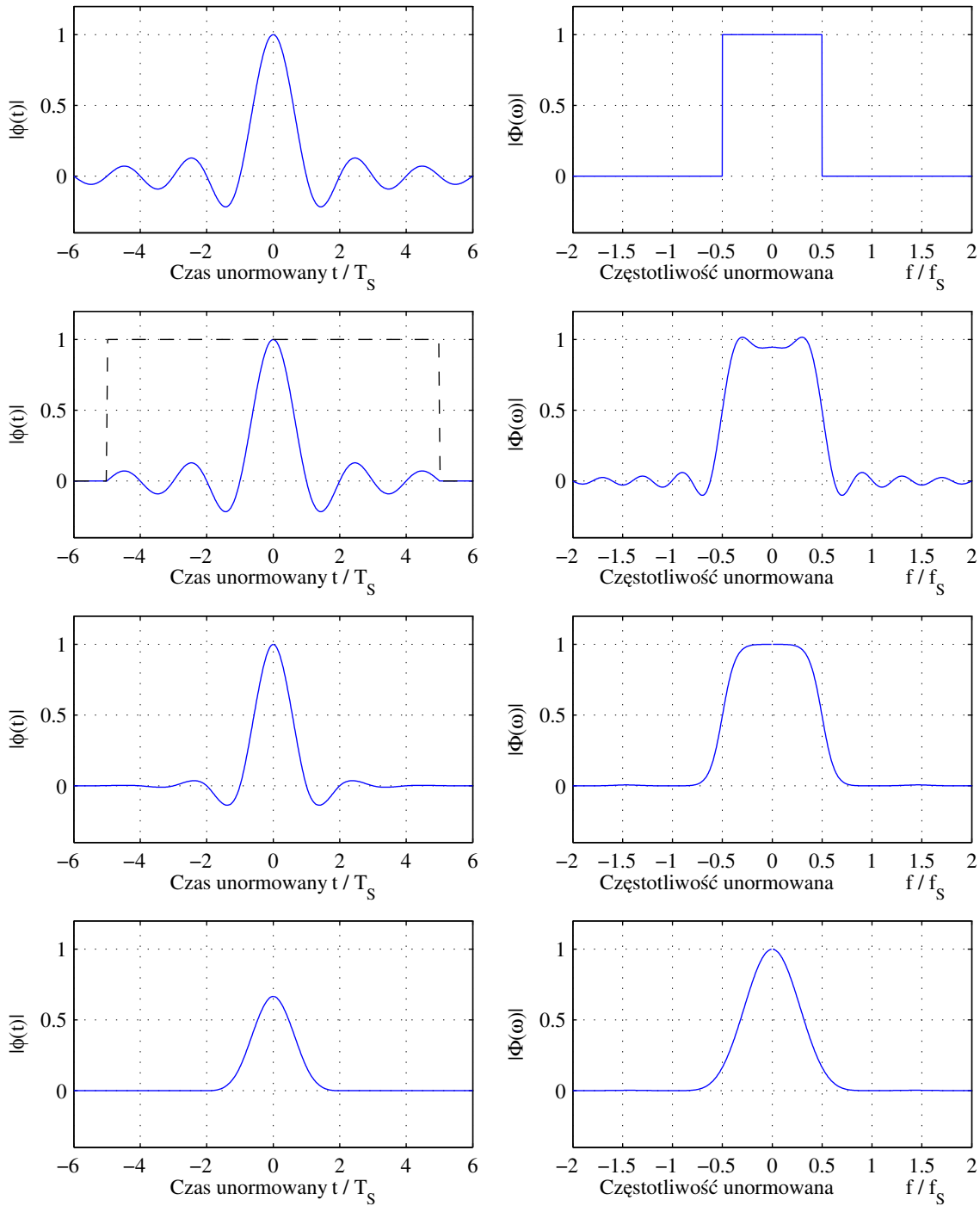
Gdy wiadomo, że energia sygnału $x(t)$ jest skoncentrowana w otoczeniu częstotliwości zerowej (co można powiedzieć o sygnałach energetycznych) warto zaprojektować prefiltr asymptotycznie optymalny rzędu $N_0 < N$, który będzie optymalny w otoczeniu częstotliwości zerowej [12]. Oznacza to spełnienie warunku:

$$P_{app}(e^{j\omega}) - \Psi_{LS}(\omega) = O(\omega^N), \quad (4.59)$$

który oznacza, że przy $\omega \rightarrow 0$ wyrażenie $\left| \frac{P_{app}(e^{j\omega}) - \Psi_{LS}(\omega)}{\omega^N} \right|$ jest ograniczone [10].

Łatwiejszym sposobem zbliżenia się do optymalności asymptotycznej może być użycie funkcji wagi (w dziedzinie częstotliwości), która spowoduje lepsze dopasowanie odpowiedzi częstotliwościowej projektowanego prefiltrowa $\Psi_{app}(\omega)$ do odpowiedzi prefiltrowa idealnego $\Psi_{LS}(\omega)$ w interesującym zakresie częstotliwości, kosztem gorszego dopasowania w pozostałych zakresach.

Prefiltry idealne typu IIR mogą być przybliżane filtrami o skończonej odpowiedzi impulsowej (FIR), ze względu na ich na stabilność i łatwość implementacji. Idealne prefiltry (filtry analizy) typu IIR wprowadzają do sygnału ujemne opóźnienie, kompensujące dodatnie opóźnienie sygnału wprowadzane przez filtr syntezy. Wtedy wypadkowe opóźnienie wprowadzane przez analizę i syntezę jest zerowe. Natomiast prefiltry $P_{app}(z)$ typu FIR wprowadzają dodatnie opóźnienie sygnału, tak więc opóźnienie całkowite jest niezerowe. W takim przypadku warunek interpolacji $y(iT_S) = x(iT_S)$ zmienia się w warunek $y(iT_S + \tau) = x(iT_S)$, gdzie $\tau = rT_S$, opóźnieniem całkowitym wprowadzanym przez filtry analizy i syntezy.



Rysunek 4.9: Porównanie wybranych funkcji syntezy w interpolacji. Ich postaci czasowe (po lewej) oraz ich odpowiedzi częstotliwościowe (po prawej). Od góry: funkcja sinc; iloczyn sinc i okna prostokątnego długości 10; cardinal-spline 3-go stopnia; B-spline 3-go stopnia.

4.4.4 Cardinal spline — związek pomiędzy Sinc i B-spline

Aby pokazać spójność klasycznej [86] i uogólnionej [104, 28] teorii próbkowania można wprowadzić funkcję bazową (syntezy) typu Cardinal spline .

Bazowa funkcja typu cardinal spline stopnia D definiowana jest jako:

$$\eta_{[D]}(t) = \sum_{r \in \mathbb{Z}} (b_{[D]})^{-1}(r) \beta_{[D]}(t - r) . \quad (4.60)$$

Widać, że funkcja (4.60) jest splotem odwrotności dyskretnego filtra syntezy (4.45) B-spline z nim samym, czyli inaczej splotem funkcji analizy z funkcją syntezy. Co więcej, funkcja ta ma kształt i własności podobne do funkcji $\text{sinc}(t)$, t.j. zeruje się dla całkowitych wartości argumentu, oprócz zera, w którym przyjmuje wartość 1. Dzięki temu współczynniki $w(i)$ opisujące model sygnału używane w syntezie (rekonstrukcji) sygnału są równe próbkom $x(i)$ tego sygnału, jak poniżej:

$$y(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x(i) \eta(t - iT_S) . \quad (4.61)$$

W odróżnieniu od $\text{sinc}(t)$ funkcja $\eta_{[D]}(t)$ zanika szybciej t.j. wykładniczo (rysunek 4.9, strona 76). Jednak w odróżnieniu od funkcji B-spline nie jest to już funkcja o ograniczonym czasie trwania (*compactly supported*). Ze wzrostem stopnia D funkcja $\eta_{[D]}(t)$ jest zbieżna do funkcji $\text{sinc}(t)$ [101].

4.5 Porównanie metod aproksymacji i interpolacji

Dla podsumowania rozważań dokonano krótkiego porównania zalet i wad niektórych przedstawionych w tym rozdziale metod interpolacji i aproksymacji. Wymienione zostały cechy uznane przez autora za najbardziej znaczące, wpływające na możliwości wykorzystania i przydatność tych metod w praktyce.

Z przytoczonego w tabeli 4.2 porównania metod wynika, że w przypadku ciągłego repróbkiowania sygnałów o nieznannej z góry długości najlepszym wyborem jest aproksymacja B-spline ze względu na pracę na pojedynczych próbkach oraz na minimalizację ciągłego błędu średniokwadratowego $\|g\|_{L^2}$, czyli ograniczenie błędów aproksymacji również pomiędzy próbkami aproksymowanego sygnału.

4.6 Zadanie repróbkiowania

Repróbkiowanie (ang. *resampling*) sygnału polega na wyznaczeniu wartości jego ciągłej reprezentacji, wyznaczonej na podstawie próbek sygnału, w chwilach czasowych innych niż chwile, w których badany sygnał był próbkowany.

O repróbkiowaniu można mówić jedynie gdy do dyspozycji mamy dyskretną reprezentację sygnału oryginalnego. Jeżeli byłby dostępny oryginalny sygnał ciągły, to wyznaczenie jego wartości w dowolnych chwilach czasu byłoby po prostu próbkowaniem. Praktycznie reprobkiowaniu są poddawane sygnały znane jedynie w postaci dyskretniej, bez znajomości sygnału oryginalnego. Aby to zadanie miało sens konieczne są pewne założenia co do sygnału oryginalnego, np. że pasmo sygnału zawiera się w przedziale częstotliwości $0 \dots F_S/2$ [65].

Metoda	Zalety	Wady
Interpolacja Lagrange'a	Ciągłość wszystkich pochodnych, łatwość implementacji	Duże oscylacje (efekt Rungego) i błędy interpolacji dla większej liczby węzłów
Interpolacja funkcją sklejaną stopnia N	Stabilność numeryczna, szybkie rozwiązanie układu równań dla stopnia $N < 5$	Ciągłość jedynie pierwszych $N - 1$ pochodnych, dla nieskończonych sygnałów konieczność pracy na blokach sygnału i specjalne warunki zachowania ciągłości funkcji sklejaney i pochodnych pomiędzy blokami
Interpolacja Hermite'a	Bardzo dobre dopasowanie do kształtu sygnału, ze względu na warunek równości pochodnych z pochodnymi sygnału w węzłach	j.w.
Interpolacja typu sinc przez filtrację	Teoretycznie możliwość perfekcyjnej rekonstrukcji sygnału	Dobre własności częstotliwościowe można osiągnąć tylko kosztem długiego czasu obliczeń
Interpolacja przez filtrację B-spline	Wszystkie zalety interpolacji funkcjami sklejanymi, praca z próbką na próbkę a nie na blokach próbek	Trudności w realizacji optymalnych prefiltrów i wprowadzenie opóźnienia fazowego przez realizowalne prefiltry FIR
Aproksymacja LS przez filtrację B-spline	Wszystkie zalety powyższej metody oraz najmniejszy ciągły błąd średniokwadratowy $\ g\ _{L^2}$ aproksymacji	Wszystkie wady powyższej metody i niezerowy błąd dyskretny $\ g\ _{l^2}$

Tabela 4.2: Porównanie wybranych metod interpolacji i aproksymacji sygnałów

Repróbkiwanie sprowadza się do dwóch kroków. W pierwszym kroku wyznaczana jest ciągła reprezentacja (aproksymacja) badanego sygnału dyskretnego. Kolejnym krokiem po znalezieniu funkcji aproksymującej jest obliczenie jej wartości w nowych chwilach czasu, należących do przedziału aproksymacji.

Można dokonać następującego podziału zadań repróbkiwania, ze względu na wartość współczynnika repróbkiwania $\lambda = \frac{F_{Sout}}{F_{Sin}}$ czyli stosunku wynikowej częstotliwości próbkowania do częstotliwości próbkowania sygnału wejściowego:

1. $\lambda = 1$, repróbkiwanie ze stałym współczynnikiem równym jednośc; stosowane do korekcji opóźnienia (przesunięcia czasowego) między sygnałami. Sytuacja taka występuje np. podczas wielokanałowej akwizycji danych w systemach z multipleksowaniem kanałów, czyli takich, które posiadają jeden wspólny układ próbkująco-pamiętający i nie pozwalają na równoczesne próbkowanie sygnałów w kilku kanałach;
2. $\lambda = \text{const} \neq 1$, repróbkiwanie ze stałym współczynnikiem różnym od jednośc, najczęściej liczbą wymierną; typowe zastosowanie to m.in. konwersja częstotliwości próbkowania sygnałów dźwięku (np. ze standardu CD Audio do standardu DAT), skalowanie obrazu statycznego i sekwencji wideo, konwersja częstotliwości sygnałów w telefonii komórkowej [47];
3. $\lambda = \text{var}$, repróbkiwanie ze zmiennym współczynnikiem; stosowane np. w celu uzyskania synchronizmu próbek z momentami przejść przez zero sygnału, w sytuacji gdy częstotliwość sygnału wejściowego ulega zmianom w czasie lub gdy nie ma synchronizacji pomiędzy częstotliwością próbkowania nadajnika i odbiornika (np. w tzw. *software radio* [65]).

W niniejszej pracy mamy do czynienia z ostatnim z wymienionych problemów repróbkowania.

4.7 Repróbkowanie przez filtrację B-spline

Zadanie polega na wyznaczeniu wartości sygnału $x(t)$ w zadanych chwilach czasu na podstawie wyznaczonych wcześniej współczynników $w(i)$ funkcji sklejanej modelującej sygnał $x(t)$. W zależności od wartości współczynnika $\lambda = \frac{F_{Sout}}{F_{Sin}}$ można wyróżnić trzy sytuacje, wspomniane w poprzedniej sekcji.

4.7.1 Ułamkowe opóźnienie sygnału

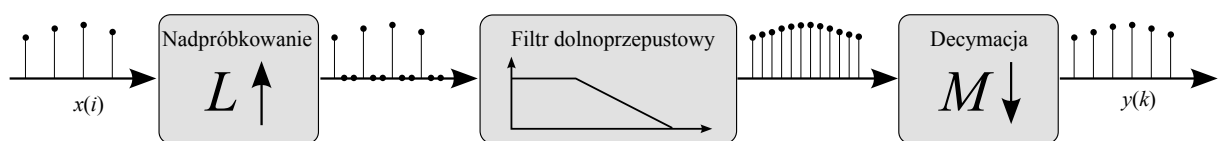
Pierwszy przypadek gdy $\lambda = 1$ ma zastosowanie właściwie tylko przy korekcie przesunięcia fazowego sygnałów lub przy rekonstrukcji sygnału wejściowego bez przesunięcia na podstawie współczynników $w(n)$. W tym wypadku współczynniki filtra syntezy to próbki odpowiedzi impulsowej filtra przesuniętej o wartość t_{del}/T_S o jaką należy skorygować położenie próbek wejściowego sygnału, spróbkowanego z czasowym T_S . W tym przypadku współczynniki te są $b_{[D]}(r)$ wartościami funkcji bazowej (4.42) odległymi o 1:

$$b_{[D]}(r) = \beta_{[D]} \left(r - \frac{t_{del}}{T_S} \right) \longleftrightarrow B_{[D]}(z) = \sum_{r \in Z} b_{[D]}(r) z^{-r} \quad (4.62)$$

Sygnał wyjściowy $x_{kor}(i)$, przesunięty o t_{kor} względem wejściowego $x(i)$, wyznaczany jest jako splot (4.35) sygnału $x(i)$ i R niezerowych wartości współczynników filtra (4.45). Widać również, że im krótsza jest funkcja bazowa $\beta_{[D]}(t)$, z tym mniejszej ilości współczynników będzie złożony filtr syntezy (rekonstruujący).

4.7.2 Konwersja częstotliwości próbkowania

Drugi przypadek $\lambda = \text{const} \neq 1$ jest spotykany najczęściej w konwersji częstotliwości próbkowania. Gdy λ nie jest liczbą całkowitą, należy znaleźć liczbę wymierną L/M o najmniejszym mianowniku, spełniającą $L/M = \lambda$. Repróbkowanie jest dzielone wówczas na trzy etapy pokazane na rysunku 4.10. Są to: zwiększenie częstotliwości próbkowania o współczynnik L (nadpróbkowanie), filtracja dolnoprzepustowa usuwająca nieporządne powtórzenia (obrazy) widma (imaging) w dziedzinie częstotliwości, a w końcu zmniejszenie częstotliwości próbkowania o współczynnik M (decymacja) [34].



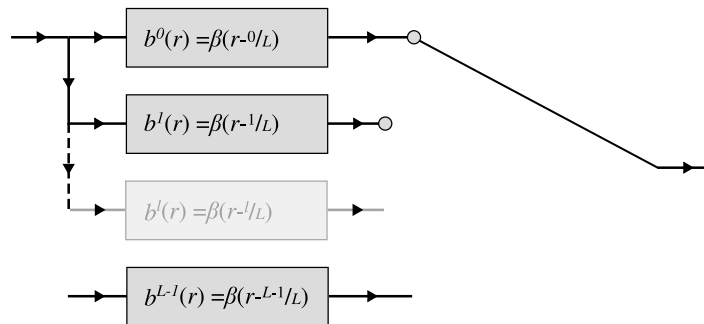
Rysunek 4.10: Idea repróbkowania ze stałym, wymiernym współczynnikiem $\lambda = \frac{L}{M}$.

Dla $\lambda \neq 1$ próbki sygnału wyjściowego są umiejscowione w czasie w różnych odstępach względem chwil, w których jest znany sygnał wejściowy. Pomimo iż przesunięcia (odstępki) są wielokrotnościami lub podwielokrotnościami okresu próbkowania sygnału wejściowego

T_S , to w trakcie repróbkiwania ich wartości powtarzają się okresowo. Możliwe jest zatem wyznaczenie L zestawów wartości odpowiedzi impulsowej filtra rekonstruującego, po jednym zestawie dla każdego przesunięcia:

$$b_{[D]}^l(r) = \beta_{[D]} \left(r - \frac{l}{L} \right) \longleftrightarrow B_{[D]}^l(z) = \sum_{r \in \mathbb{Z}} b_{[D]}^l(r) z^{-r} \quad l = 0, \dots, L-1 \quad (4.63)$$

Idea ta wykorzystana została w efektywnej realizacji algorytmu repróbkiwania dla wymiernego λ w postaci polifazowego interpolatora (rysunek 4.11) zbudowanego z zestawu równoległe pracujących lub przełączanych L filtrów. Przełączanie filtrów można rozpatrywać jako okresową zmianę współczynników filtra. Jest to zatem filtr LTV.



Rysunek 4.11: Efektywna realizacja repróbkiwania dla $\lambda = \frac{L}{M}$, czyli tzw. polifazowy interpolator. Kolejne położenia przełącznika nie muszą odpowiadać wyjściom z kolejnych filtrów.

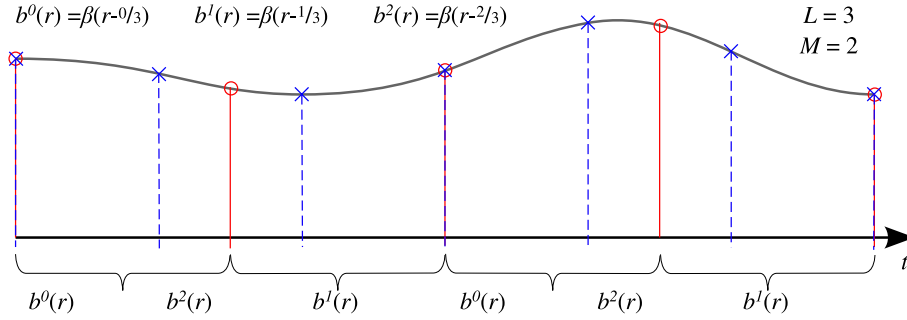
Gdy repróbkiwanie polega na zwiększeniu wyjściowej częstotliwości próbkowania ($\lambda > 1$) może zdarzyć się, że na jeden okres próbkowania sygnału wejściowego przypadnie więcej niż jedna próbka sygnału wyjściowego, co zostało zilustrowane na rysunku 4.12. Wymaga to powtórzonego obliczenia wartości sygnału wyjściowego dla tego samego fragmentu (zestawu próbek) sygnału wejściowego. Zatem przełącznik na rysunku 4.11. może zmienić swoją pozycję przed pobraniem kolejnej próbki sygnału.

Natomiast gdy repróbkiwanie polega na zmniejszeniu wyjściowej częstotliwości próbkowania ($\lambda < 1$) może zdarzyć się, że w niektórych okresach próbkowania sygnału wejściowego nie będzie wyznaczana ani jedna próbka sygnału wyjściowego, co zostało zilustrowane na rysunku 4.13. Wymaga to pominięcia części próbek sygnału wyjściowego wyznaczonych w strukturze polifazowej i pobrania kolejnej próbki sygnału wejściowego do bufora.

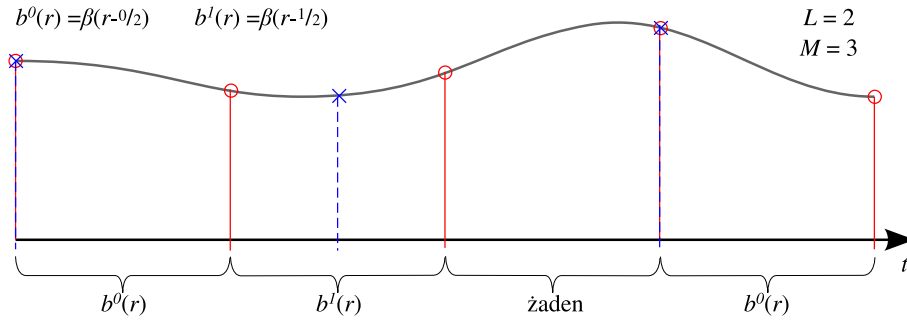
Ze względu na możliwość wystąpienia aliasingu (nałożenia się widm sygnału) w wyniku zmniejszenia częstotliwości próbkowania, należy przed operacją repróbkiwania ograniczyć górną częstotliwość sygnału f_g filtrem dolnoprzepustowym tak by $f_g < F_{Sout}/2$. Filtrację dolnoprzepustową można przeprowadzać bądź bezpośrednio na sygnale $x(i)$ bądź na współczynnikach funkcji sklejanej $w(i)$ modelującej sygnał. Operacje te są równoznaczne, gdyż sprowadzają się do splatania współczynników filtra analizy ze współczynnikami filtra dolnoprzepustowego, a kolejność w operacji splotu może być odwrócona [61, 115].

4.7.3 Repróbkiwanie w dowolnych momentach

Trzeci przypadek, gdy współczynnik λ jest zmienny w czasie, co jest cechą charakterystyczną koherentnego repróbkiwania sygnałów energetycznych, nie jest możliwy do



Rysunek 4.12: Zwiększanie częstotliwości próbkowania $\lambda = \frac{3}{2}$. Kółkami oznaczono próbki $x(i)$ oryginalnego sygnału wejściowego $x(t)$. Krzyżykami oznaczono próbki $y(k)$ sygnału wyjściowego. Poniżej osi czasu zaznaczono filtry wykorzystywane do obliczenia próbek sygnału wyjściowego $y(k)$ w obrębie pojedynczego okresu próbkowania oryginalnego sygnału $x(i)$. W niektórych okresach próbkowania sygnału $x(t)$ wyznaczana jest więcej niż jedna próbka sygnału $y(k)$.



Rysunek 4.13: Zmniejszanie częstotliwości próbkowania $\lambda = \frac{2}{3}$. Kółkami oznaczono próbki $x(i)$ oryginalnego sygnału wejściowego $x(t)$. Krzyżykami oznaczono próbki $y(k)$ sygnału wyjściowego. Poniżej osi czasu zaznaczono filtry wykorzystywane do obliczenia próbek sygnału wyjściowego $y(k)$ w obrębie pojedynczego okresu próbkowania oryginalnego sygnału $x(i)$. W niektórych okresach próbkowania sygnału $x(t)$ nie jest wyznaczana żadna próbka sygnału $y(k)$.

rozwiązania przy użyciu niezmiennego w czasie filtra syntezy. Wynika to z faktu, iż do wyznaczenia pojedynczej wartości sygnału wyjściowego y w chwili $kT_{Sin} + t_{del}$ przesuniętej względem najbliższej poprzedniej próbki $x(iT_{Sin})$ sygnału wejściowego o ułamkowe opóźnienie t_{del} , konieczne jest spróbkowanie odpowiedzi impulsowej filtra syntezy zgodnie z zależnością (4.45). Każda zmiana wartości t_{del} wymusza ponowne próbkowanie odpowiedzi impulsowej filtra syntezy. czas wyznaczania współczynników filtra syntezy może być znaczny. Zależy on od typu używanej funkcji syntezy.

Autorzy publikacji [65] proponują używanie stabilizowanych wartości odpowiednio gęsto spróbkowanej odpowiedzi impulsowej filtra, zamiast wyznaczania na nowo wartości odpowiedzi impulsowej filtra syntezy w każdej chwili repróbkowania. Wyznaczanie pojedynczej wartości sygnału wyjściowego y wymagałoby wtedy wybrania z tablicy zestawu wartości odpowiadających przesunięciu odpowiedzi impulsowej o wartość t_{del}/T_{Sin} względem najbliższego, wcześniejszego momentu próbkowania sygnału wyjściowego $x(iT_{Sin})$ oraz odległych od siebie o czas wynikający z wartości λ . Operacja taka będzie obciążona błędami wynikającymi ze skwantowania wartości odpowiedzi impulsowej filtra, co zostało

przeanalizowane w [106].

W obu przypadkach, wartości współczynników filtra syntezy (rekonstrukcji) muszą być zmieniane co każdą próbkę sygnału wyjściowego. Oznacza to użycie zmiennego w czasie filtra LTV.

W niniejszej pracy, ze względu na stosunkowo niewielką ilość operacji niezbędnych do wyznaczenia próbek sygnału wyjściowego tablicowanie nie jest stosowane. Wartość sygnału obliczana jest jako ważona suma wartości czterech³ wielomianów opisujących pojedynczy przedział sygnału wejściowego. Ilość niezbędnych operacji jest stosunkowo niewielka ze względu na wartość współczynnika $\lambda \approx 1$ oraz użycie najkrótszej możliwej funkcji bazowej jak również brak nadpróbkiwania i decymacji.

W niniejszej pracy współczynnik zmiany częstotliwości próbkiwania λ przyjmuje wartości bardzo bliskie jedności, a dodatkowo amplitudy harmonicznym w sygnałach energetycznych maleją szybko ze wzrostem rzędu harmonicznym. Powoduje to, że aliasing, pojawiający się w przypadku zmniejszania częstotliwości próbkiwania, jest praktycznie niezauważalny. Ponadto, ze względu na ograniczone pasmo przenoszenia toru repróbkiwania (patrz punkt 7.1.3), na wejściu toru pomiarowego można stosować analogowe filtry dolnoprzepustowe o częstotliwości odcięcia niższej od $0,36$ do $0,5 F_{Sin}$. Zastosowanie filtra antyaliasingowego o częstotliwości odcięcia $0,36 F_{Sin}$ gwarantuje brak aliasingu dla $\lambda \approx 1$.

4.8 Zastosowanie DFT w analizie sygnałów repróbkiwanych ze zmiennym krokiem

Pewne wątpliwości czytelnika może budzić idea zastosowania DFT do sygnałów zreprobkiwanych ze zmiennym okresem próbkiwania. Wszak ograniczenie błędów estymacji widm DFT sygnałów było głównym celem opracowania przez autora metody koherentnego reprobkiwania. W tym miejscu autor uzasadnia swoje stanowisko.

Istnieją publikacje, np. [27, 81], przedstawiające metody analizy częstotliwościowej sygnałów nierównomiernie próbkiwanych. Metody te sprowadzają się z grubsza do aproksymacji nierównomiernie rozłożonych w czasie próbek szeregiem harmonicznym. Jednak w przypadku koherentnego reprobkiwania mamy do czynienia z sytuacją zgoła przeciwną. Sygnały badane o zmiennej częstotliwości podstawowej są reprobkiwane ze zmiennym krokiem czasowym (okresem reprobkiwania), jednak dobranym w taki sposób, że po reprobkiwaniu można je uznać za spróbkiwane ze stałą częstotliwość próbkiwania równą całkowitej wielokrotności niezmienniej częstotliwości znamionowej sygnału.

Poniżej zostaną podane przykłady szczególnych przypadków koherentnego reprobkiwania, które uzasadniają użycie DFT do analizy sygnałów zreprobkiwanych i które mogą zostać uogólnione na inne przypadki. Na wstępie rozważań przyjęte będą założenia. Po pierwsze zakładamy, iż mamy do czynienia z sygnałem harmonicznym, którego dokładna wartość częstotliwości podstawowej jest znana. Wartość częstotliwości może być stała bądź może zmieniać się w czasie ze stałą prędkością lub w dowolny inny, ciągły sposób. Pozostałe parametry sygnału nie ulegają zmianom w czasie (czyli pomijając zmienność częstotliwości podstawowej sygnał jest stacjonarny). Po drugie zakładamy użycie idealnego interpolatora $\text{sinc}(t)$ umożliwiającego perfekcyjną rekonstrukcję sygnału.

³dla B-spline'a trzeciego stopnia

Rozważmy następujące przypadki:

1. Sygnał badany ma stałą częstotliwość, różną od wartości znamionowej. Częstotliwość próbkowania jest stała, dobrana do wartości częstotliwości znamionowej tak, by na okres sygnału przypadła stała liczba M próbek. Ze względu na odchyłkę częstotliwości sygnału od wartości znamionowej próbkowanie jest przeprowadzone ze stałym krokiem lecz niekoherentne, co skutkuje rozmyciem widma DFT wyznaczonego z M próbek, gdyż na M próbek nie przypada dokładnie jeden okres sygnału. Koherentne repróbowanie w tej sytuacji spowoduje rozsuniecie w czasie próbek sygnału tak, by M próbek opisywało dokładnie jeden okres sygnału. Próbkowanie tak samo jak przed repróbowaniem będą równo rozłożone w czasie (repróbowanie równomierne). Jest to równoznaczne z konwersją częstotliwości próbkowania o stały współczynnik λ lub z przeskalowaniem osi częstotliwości widma DFT. W tym wypadku częstotliwość próbkowania sygnału wyjściowego jest stała, a interpretacja wyników DFT jest jasna.
2. Częstotliwość badanego sygnału jest liniowo rosnąca (lub malejąca) od wartości znamionowej. Sygnał jest próbkowany ze stałą częstotliwością, zakładając że na jeden jego znamionowy okres przypada dokładnie M próbek. Rosnąca częstotliwość sygnału powoduje, że M jego próbek nie opisuje jednego okresu⁴ sygnału. W takiej sytuacji koherentne repróbowanie (czyli synchroniczne ze zmieniającą się, znaną częstotliwością sygnału) powinno w efekcie dać próbki sygnału, pomiędzy którymi odległości będą się liniowo zmniejszać. Skutkiem repróbowania z liniowo malejącą częstotliwością (dostosowaną do częstotliwości chwilowej sygnału) będzie uniezależnienie się od zmieniającej się częstotliwości chwilowej sygnału. Okres sygnału zreprobowanego koherentnie ma zawsze jednakową długość. Można to stwierdzić po wyrysowaniu próbek zreprobowanego sygnału ze stałym krokiem na osi czasu.
3. Częstotliwość badanego sygnału zmienia się w sposób dowolny lecz gładki (wszystkie pochodne częstotliwości są ciągłe). Próbkowanie sygnału jest prowadzone ze stałą częstotliwością t.j. niekoherentnie. Poprzez uogólnienie powyższych przypadków można domniemywać⁵, że jeżeli sygnał zostanie zreprobowany synchronicznie ze znaną, zmieniającą się częstotliwością sygnału to będzie to równoznaczne z uniezależnieniem sygnału od zmieniającej się częstotliwości podstawowej oraz, że wyeliminuje to rozmycie widma DFT.

Jako argument za poprawnością stosowania DFT do analizy reprobowanych nierównomiernie sygnałów można przytoczyć fakt, iż koherentne repróbowanie jest programowym odpowiednikiem koherentnego próbkowania sygnału ciągłego, które jest zalecane przez normę [116] dotyczącą metod pomiaru harmonicznym. Norma ta mówi, że po koherentnym próbkowaniu sygnału analizę widma należy przeprowadzić stosując procedury DFT lub FFT. Oczywiście programowe repróbowanie B-spline ma pewne ograniczenia jak i pewne zalety (wymienione we wstępie rozprawy) w stosunku do koherentnego próbkowania. Wadą jest nieperfekcyjna rekonstrukcja badanego sygnału. W nieunikniony sposób wpływa ona na błędy estymacji widma sygnału. Odpowiednio zaprojektowany filtr analizy

⁴O ile w sytuacji zmieniającej się częstotliwości sygnału jest usprawiedliwione nazywanie okresem odległości między przejściami sygnału przez zero w tą samą stronę.

⁵Nie jest to ścisły dowód matematyczny, a jedynie logiczne wnioskowanie i uogólnienie.

(prefiltr) pozwala na ograniczenie błędów do akceptowalnego poziomu. W niniejszej pracy błędy amplitudowe estymacji widma, powodowane nieperfekcyjną rekonstrukcją sygnału, nie przekraczają wartości 0,5% w zakresie od 0 do 0,36 częstotliwości próbkowania, co pokazano w punkcie 7.1.3.

Potwierdzeniem prezentowanego przez autora podejścia może być również praca [27] dotycząca analizy częstotliwościowej nierównomiernie próbkowanych sygnałów. Jako przykład autorzy podają pomiary tętniczego skurczowego i rozkurczowego ciśnienia krwi. Stwierdzają iż, aby uniknąć zniekształcenia widma DFT spowodowanego zmiennym rytmem pracy serca (częstotliwością skurczów), należy próbować ciśnienie synchronicznie (koherentnie) z częstotliwością uderzeń serca. Jest to bezpośrednia analogia do koherentnego próbkowania sygnałów energetycznych.

Ostatecznym potwierdzeniem powyższych stwierdzeń są widma DFT repróbkiowanych koherentnie sygnałów, o zmieniającej się płynnie częstotliwości podstawowej, przedstawione w rozdziale 7. Prezentowane widma charakteryzują się znacznie mniejszym rozmyciem niż widma DFT sygnałów próbkowanych ze stałą częstotliwością lecz niekoherentnie.

Rozdział 5

Algorytm koherentnego repróbkiwania sygnałów

Po dokonaniu w poprzednich rozdziałach niezbędnego wprowadzenia teoretycznego, w obecnym rozdziale przedstawiony zostanie sposób działania metody koherentnego repróbkiwania sygnałów energetycznych.

5.1 Cel działania metody

Celem działania metody jest wyznaczenie, w określonych chwilach czasu, zwanych chwilami repróbkiwania, wartości funkcji przybliżających sygnały wejściowe, spróbkiwane ze stałym krokiem T_{Sin} . Chwile repróbkiwania są dobierane w taki sposób aby ograniczyć rozmycie widma DFT sygnałów wyjściowych, przez zapewnienie stałej ilości M próbek na jeden okres sygnałów wyjściowych. Przedstawione działanie nazywane jest koherentnym (synchronicznym) repróbkiwaniem sygnałów spróbkiwanych wcześniej w sposób niekoherentny sygnałów.

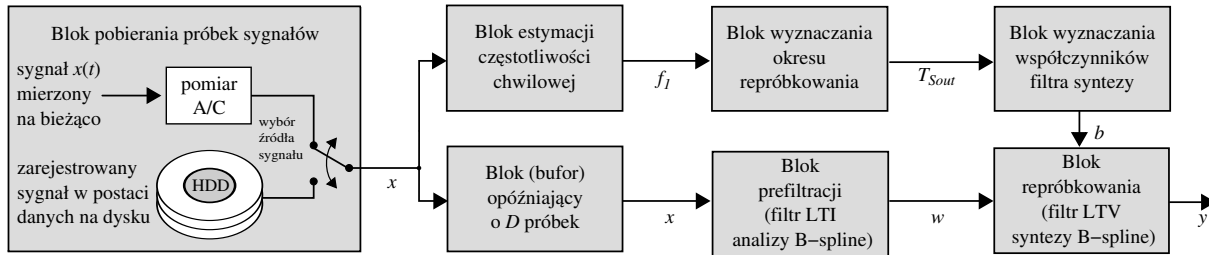
Kryterium dopasowania funkcji przybliżających badane sygnały to kryterium średniokwadratowe polegające na minimalizacji błędu średniokwadratowego $\|g\|_{L^2}$ (4.49).

W celu ograniczenia rozmycia widma DFT sygnałów o zmiennej częstotliwości, repróbkiwanie prowadzone jest ze zmienną w czasie częstotliwością repróbkiwania F_{Sout} będącą M -krotnością aktualnej wartości estymowanej częstotliwości podstawowej \hat{f}_{1S} systemu elektroenergetycznego (lub estymowanej chwilowej częstotliwości podstawowej sygnału \hat{f}_1 w przypadku analizy jednego sygnału).

5.2 Źródło analizowanych sygnałów

Przyjęto założenie, że badane sygnały napięcia i prądu są przetwarzane do postaci cyfrowej przez analogowo-cyfrowy tor przetwarzania, pracujący ze stałą częstotliwością próbkowania F_{Sin} , będącą M -krotną wielokrotnością znamionowej częstotliwości napięcia sieci $f_{1N} = 50$ Hz. Sygnały są zatem próbkowane niekoherentnie (niesynchronicznie) względem zmieniającej się częstotliwości podstawowej systemu elektroenergetycznego $f_{1S}(t)$.

Stała częstotliwość próbkowania F_{Sin} sygnałów jest typowa dla zdecydowanej większości cyfrowych systemów akwizycji danych. Sprzętowa synchronizacja częstotliwości próbkowania z częstotliwością badanych przebiegów jest spotykana w drogim, specjalistycznym



Rysunek 5.1: Schemat blokowy metody koherentnego repróbkiwania.

sprzęcie, bądź wymaga rozbudowania posiadanego rejestratora o pętle synchronizacji fazowej. Nie każdy system akwizycji danych umożliwia dołączenie zewnętrznego źródła sygnału wyzwalającego próbkowanie.

Wszystkie badane sygnały mogą być próbkowane w tych samych chwilach jeśli tor przetwarzania posiada wiele układów próbkująco–pamiętających bądź sekwencyjnie, w następujących po sobie chwilach czasu, gdy tor przetwarzania posiada jeden układ próbkująco–pamiętający i multiplekser. Proponowany algorytm repróbkiwania umożliwia także korektę opóźnień międzykanałowych widocznych w systemach z multipleksowaniem kanałów.

Próbki badanych sygnałów mogą być przesyłane bezpośrednio na wejście algorytmu koherentnego repróbkiwania bądź rejestrowane w pamięci lub na dysku twardym w celu ich późniejszego repróbkiwania.

5.3 Realizacja algorytmu

Algorytm realizowany jest w nieskończonej pętli, którą poprzedza jednokrotne wykonanie części inicjalizującej. W skład pętli głównej algorytmu koherentnego repróbkiwania wchodzi następujące bloki funkcjonalne:

1. Blok pobierania próbek sygnałów.
2. Blok estymacji częstotliwości chwilowej.
3. Blok wyznaczenia okresu repróbkiwania (uśredniania częstotliwości chwilowej).
4. Blok opóźniający sygnały.
5. Blok prefiltracji (analizy) sygnałów.
6. Blok wyznaczenia współczynników filtra syntezy.
7. Blok repróbkiwania (syntezy) sygnałów.

Schemat blokowy metody koherentnego repróbkiwania przedstawia rysunek 5.1.

Dla uproszczenia rozważań, w dalszej części, opisane zostanie działanie algorytmu repróbkiującego tylko jeden sygnał napięcia $v(t)$, którego próbki będą oznaczone przez $x(n)$. Uogólnienie dla większej ilości repróbkiowanych sygnałów (np. sygnału prądu lub sygnałów prądów i napięć z trzech faz jednocześnie) uzyskiwane jest wprost przez powielenie ilości zmiennych oraz bloków funkcjonalnych: prefiltracji, repróbkiwania i opóźniających.

5.3.1 Blok pobierania próbek sygnału

Próbki sygnału $x(n)$ poddawane przetwarzaniu mogą być pobierane przez algorytm wprost z przetwornika A/C bądź z pliku na dysku twardym komputera PC.

W pierwszym przypadku algorytm musi spełniać warunki pracy czasu rzeczywistego (realtime). Oznacza to, że czas przetwarzania pojedynczej próbki sygnału musi być nie dłuższy od czasu dostępności tej próbki. W przypadku niespełnienia tego wymagania nie przetworzone próbki sygnału zostaną nadpisane nowszymi i wystąpi utrata części danych.

W drugim przypadku dane są dostępne w pamięci masowej, a zatem czas przetwarzania nie jest ograniczony krótkim czasem dostępności pojedynczej próbki. Algorytm może być zatem implementowany na wolniejszym sprzęcie lub pracować pod kontrolą systemu nie spełniającego wymogów czasu rzeczywistego. Prędkość pobierania danych z pliku jest wtedy uzależniona od czasu przetwarzania.

5.3.2 Blok śledzenia chwilowej częstotliwości napięcia

Śledzenie chwilowej częstotliwości podstawowej $f_1(t)$ napięcia sieci jest realizowane za pomocą rozszerzonego filtra Kalmana, którego algorytm przedstawiono w punkcie 3.3.2. Przyjęto sinusoidalny model (3.15) badanego sygnału napięcia $x(n)$ oraz liniowy model procesu (3.16). Wynikiem linearyzacji nieliniowego modelu pomiaru (3.20) jest Jakobian (3.21).

Przyjęto następujący sposób inicjalizacji algorytmu. Wartości zmiennych stanu $\mathbf{s}(-1) = [X \ \varphi \ \omega_o]^T$ przyjęto równe odpowiednio $[1, 0, 0]$, gdyż wartości sygnału napięcia są normalizowane (dzielone przez jego wartość znamionową).

Ze względu na małą czasową zmienność parametrów sygnału napięcia sieci, opisywaną przez macierz kowariancji szumu procesu \mathbf{Q} , przyjęto wartość tej macierzy równą $10^{-6} \mathbf{I}$. Macierz kowariancji szumu pomiaru \mathbf{C} ma w przypadku jednego sygnału wymiar 1×1 . W wyniku badań eksperymentalnych przyjęto jej wartość równą 0,000016. Wartość ta powinna być dobierana odpowiednio (proporcjonalnie) do wariancji zakłóceń pomiarowych występujących w punkcie rejestracji napięcia sieci. W celu poprawienia zbieżności w czasie inicjalizacji algorytmu jako macierz kowariancji stanu \mathbf{M} przyjęto równą $0,1 \mathbf{I}$. Jako wartość współczynnika zapominania przyjęto $W = 0,999$.

Blok śledzenia częstotliwości w każdym obiegu głównej pętli przyjmuje kolejną próbkę sygnału napięcia i na podstawie jej oraz próbek poprzednich wyznacza nową estymatę częstotliwości chwilowej napięcia \hat{f}_1 .

5.3.3 Blok wyznaczania okresu repróbkowania

Zgodnie z definicją częstotliwości podstawowej systemu podanej w punkcie 3.1 i z zaleceniami normy [119], estymacja częstotliwości podstawowej systemu $\hat{f}_{1S}(t)$ wymaga uśrednienia za okres 10 sekund estymat częstotliwości chwilowej $\hat{f}_1(t)$ napięcia (uzyskanych wcześniej przez filtrację Kalmana).

Dla zmniejszenia ilości obliczeń koniecznych do uśredniania zastosowano zależności (3.23) i (3.24) opisane w punkcie 3.4.

Ostatecznie zmienny w czasie okres repróbkowania T_{Sout} jest równy:

$$T_{Sout}(t) = \frac{1}{M \hat{f}_{1S}(t)} = T_{Sin}(t) \frac{\hat{f}_{1N}}{f_{1S}(t)}, \quad (5.1)$$

gdzie M jest zadaną ilością próbek na okres sygnału i jest równe F_{Sin}/f_{1N} .

5.3.4 Blok opóźniający sygnały

Czas opóźnienia sygnałów przed poddaniem ich repróbkiwaniu jest dobrany tak by skompensować czas uśredniania T_{usr} częstotliwości chwilowej napięcia wynoszący 10 sekund. Czas opóźnienia jest nieco krótszy od 10 sekund, gdyż prefiltracja (FIR) (analiza) sygnałów wprowadza dodatkowe opóźnienie równe połowie długości d prefiltrowa (filtra analizy) $P(z)$ przemnożonej przez okres próbkiwej wejścia T_{Sin} .

Bloki opóźniające zrealizowano jako buforów cyklicznych o odpowiedniej długości. Zatem długość buforów opóźniających w próbkach wynosi $D = T_{usr}F_{Sin} - \lfloor \frac{d}{2} \rfloor$, gdzie $\lfloor \bullet \rfloor$ oznacza zaokrąglenie w dół do liczby całkowitej.

5.3.5 Blok prefiltracji (analizy) sygnałów

Prefiltracja ma za zadanie przekształcenie sygnału dostępnego w postaci ciągu próbek na jego reprezentację B-spline czyli ciąg wag. Od postaci (charakterystyki) prefiltrowa $P(z)$ zależy także jakie kryterium dopasowania funkcji interpolującej do próbek sygnału jest realizowane przez algorytm. Ze względów opisanych w punkcie 4.4.3 na stronie 72 autor zdecydował się na realizację aproksymacji LS zamiast interpolacji badanego sygnału. Wybór ten wymusza postać prefiltrowa dualną do filtra syntezy B-spline.

Prefiltrowa dualne do funkcji syntezy B-spline są opisane niestabilnymi strukturami IIR (patrz punkt 4.4.3). Z tego względu charakterystykę prefiltrowa dualnego aproksymowano charakterystyką filtra FIR. Współczynniki p prefiltrowa FIR $\Psi_{app}(\omega)$, aproksymującego prefiltrowa idealny $\beta_{dual}(\omega)$ (dualny do filtra syntezy B-spline $\beta(\omega)$), wyznaczono metodą optymalizacji parametrycznej metodą Levenberga-Marquardta [78, 109] przyjmując za kryterium jakości

$$Q = \int_0^{\omega_s} \left(\theta(\omega) (\Psi_{app}(\omega) - \beta_{dual}(\omega)) \right)^2 d\omega . \quad (5.2)$$

$\theta(\omega)$ jest zaproponowaną przez autora funkcją wagową

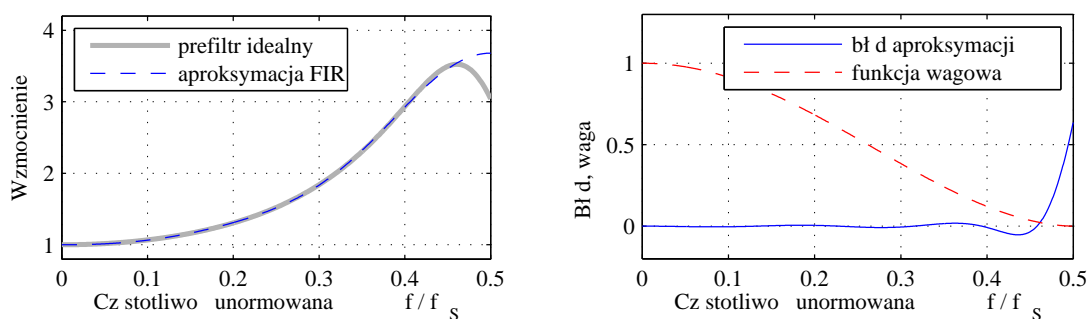
$$\theta(\omega) = \left(\frac{\cos(\omega)}{2} + \frac{1}{2} \right)^{\frac{9}{10}} \quad (5.3)$$

przyjmującą wartości z zakresu $[0; 1]$, zmniejszającą błąd dopasowania charakterystyki prefiltrowa w obszarze niskich częstotliwości. Za rząd d prefiltrowa FIR wystarczająco dobrze przybliżającego prefiltrowa idealny IIR przyjęto empirycznie wyznaczoną wartość $d = 8$. Wyniki aproksymacji prefiltrowa oraz funkcję wagi pokazano na rysunku 5.2.

Blok prefiltracji posiada własny bufor cykliczny, w którym przechowywane jest 9 ostatnich próbek sygnału poddawanych prefiltracji.

5.3.6 Blok wyznaczania współczynników filtra syntezy

Do wyznaczania wartości sygnału wyjściowego $y(k)$ przybliżającego wejściowy sygnał w chwilach czasu (chwilach repróbkiwania) wypadających pomiędzy próbkami $x(n)$ wejściowego sygnału, konieczne jest najpierw wyznaczanie współczynników b zmiennego w czasie filtra syntezy B-spline, przez próbkiwanie jego odpowiedzi impulsowej $\beta(t)$.



Rysunek 5.2: Po lewej: charakterystyki częstotliwościowe prefiltrów: idealnego $\beta_{dual}(\omega)$ oraz jego aproksymacji filtrem FIR $\Psi_{app}(\omega)$. Po prawej: bezwzględny błąd aproksymacji $\Psi_{app} - \beta_{dual}$ oraz kształt funkcji wagowej $\theta(\omega)$ (5.3).

Próbkowanie przesuwanej o wartość t_{del}/T_{Sin} ciągłej odpowiedzi impulsowej $\beta(t)$ filtra syntezy $B(z)$, zgodnie z zależnością (4.45) jest równoważne z przesunięciem filtrowanego sygnału $x(n)$ o czas t_{del} [65, 47, 48, 34, 104]. Możliwe jest zatem obliczenie wartości funkcji aproksymującej sygnał $x(n)$ (zrekonstruowanie go) w dowolnych chwilach znajdujących się pomiędzy chwilami próbkowania nT_{Sin} sygnału $x(t)$ na podstawie jego próbek $x(n)$ zebranych w chwilach nT_{Sin} (czyli nieprzesuniętych).

Próbkowanie odpowiedzi impulsowej $\beta(t)$ filtra syntezy pokazano na rysunku 5.3. Symbolem kwadrat oznaczono tam chwilę, w której wyznaczana jest wartość sygnału wyjściowego. Chwila ta jest opóźniona o czas t_{del} względem poprzedzającej ją próbki $x(nT_{Sin})$ sygnału wejściowego $x(t)$ (oznaczonej kółkiem). Do obliczenia wartości sygnału odpowiedź impulsowa przesuwana jest o czas t_{del} (tak by jej środek wypadł w chwili repróbkowania). Następnie wyznaczane są wartości odpowiedzi impulsowej filtra syntezy w punktach, w których spróbkowany jest sygnał wejściowy (odległych o T_{Sin}) oznaczonych na rysunku przez gwiazdki. Wartości te stają się współczynnikami b cyfrowego filtra syntezy $B(z)$.

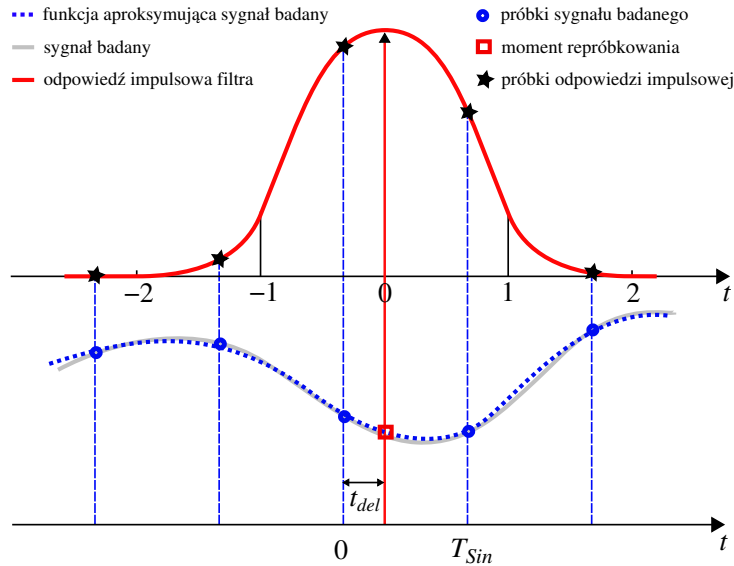
Aby uniknąć przepięcia zakresu zmiennych chwile repróbkowania t_m są określane w postaci ułamkowego opóźnienia t_{del} względem najbliższej poprzedzającej ją chwili próbkowania nT_{Sin} sygnału badanego $x(t)$. Ułamkowe opóźnienie t_{del} przyjmuje wartości z zakresu $[0; T_{Sin})$.

Ze względów opisanych w punkcie 2.2.3 odchyłki częstotliwości podstawowej f_{1S} systemu energetycznego od wartości znamionowej f_{1N} są podczas normalnej pracy systemu energetycznego bardzo małe. Zatem współczynnik zmiany częstotliwości próbkowania $\lambda = \frac{F_{Sout}}{F_{Sin}}$ jest bliski jedności. Przyjęcie $\lambda = 1$ zapewnia stałą ilość niezerowych wartości próbkowanej odpowiedzi impulsowej filtra syntezy i pozwala na przyjęcie stałej ilości jego współczynników. Wtedy współczynniki filtra syntezy są równe:

$$b(r) = \beta\left(r - \frac{t_{del}}{T_{Sin}}\right) \quad \text{dla } r = -2, \dots, 2. \quad (5.4)$$

5.3.7 Blok repróbkowania (syntezy) sygnałów

Blok repróbkowania wyznacza wartości funkcji aproksymującej próbki badanego sygnału w nowych momentach zwanych chwilami repróbkowania. Chwile repróbkowania są od siebie odległe o zmienny w czasie okres repróbkowania $T_{Sout}(t)$, aktualizowany po przyjęciu każdej kolejnej próbki badanego sygnału $x(n)$.



Rysunek 5.3: Ilustracja wyznaczania współczynników b filtra syntezy $B(z)$ poprzez próbkowanie jego odpowiedzi impulsowej $\beta(t)$ opóźnionej o czas t_{del} od poprzedzającej próbki sygnału wejściowego.

Wyznaczenie wartości funkcji aproksymującej sygnał $x(n)$ w chwili $t_0 = nT_{Sin} + t_{del}$ odbywa się na drodze filtracji sygnału prefiltrowanego $w(n)$ (współczynników reprezentacji B-spline sygnału $x(n)$) filtrem B-spline o zmiennych w czasie współczynnikach $b(r)$ obliczanych według (5.4):

$$y(t_0) = \sum_{r=0}^4 w((n-r)T_{Sin})b(r). \quad (5.5)$$

Ze względu na zmienny okres repróbkiwania T_{Sout} mogą mieć miejsce przypadki gdy pomiędzy aktualną i poprzednio przyjętą próbką sygnału wejściowego znajdują się zero, jedna lub dwie próbki sygnału wyjściowego¹.

Algorytm repróbkiwania musi uwzględniać powyższe przypadki. Jest to realizowane przez sprawdzanie czy ułamek opóźnienie t_{del} chwili repróbkiwania od poprzedzającej próbki sygnału zawiera się w jednym okresie repróbkiwania sygnału wejściowego T_{Sin} . Dopóki warunek jest prawdziwy następuje repróbkiwanie a następnie zwiększenie wartości t_{del} o wyznaczoną wartość okresu repróbkiwania T_{Sout} . Gdy warunek nie jest spełniony następuje pobranie kolejnej próbki sygnału wejściowego (do bufora cyklicznego filtra syntezy) i zmniejszenie wartości t_{del} o okres próbkowanie sygnału wejściowego T_{Sin} .

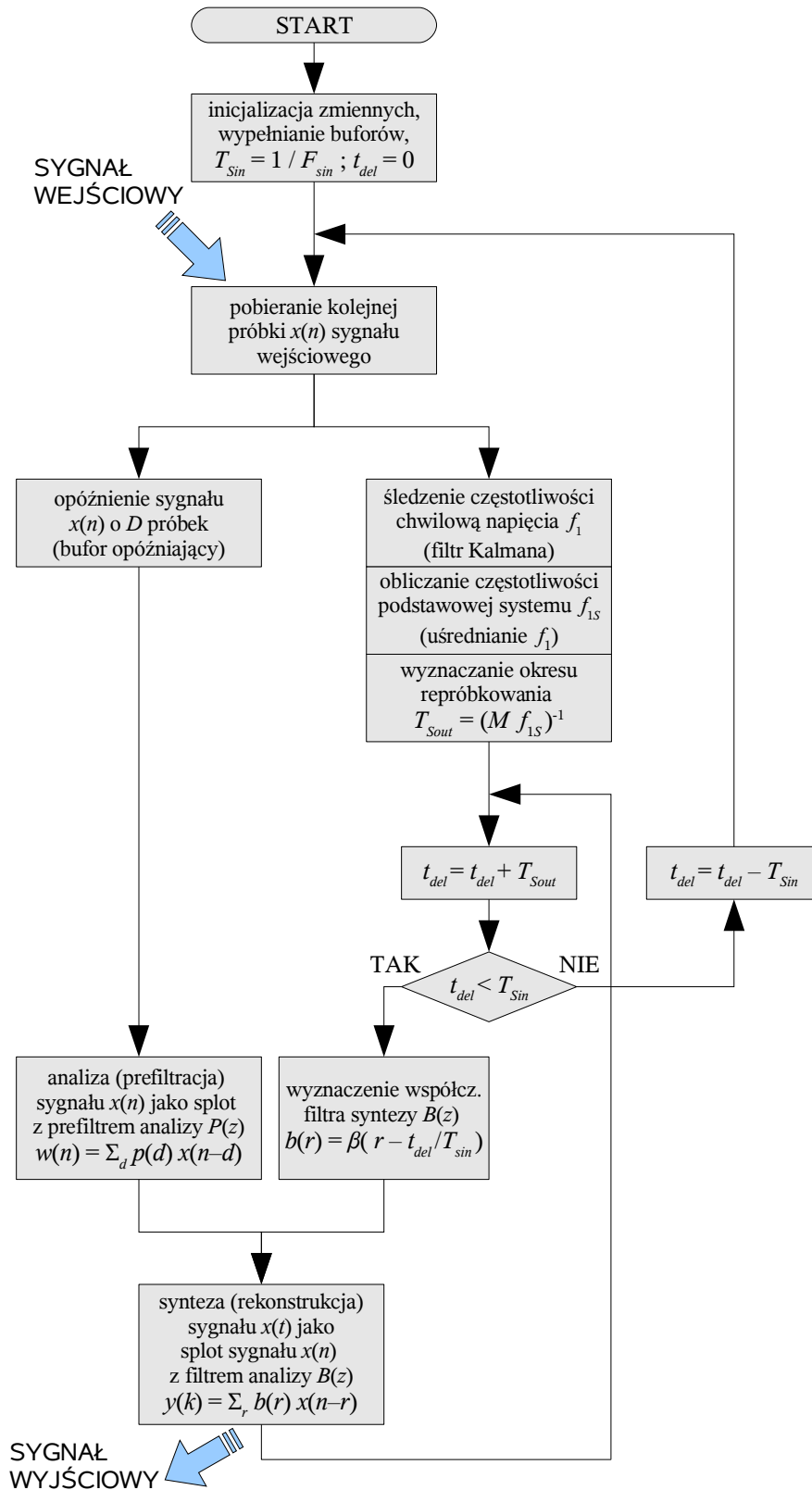
Sposób działania algorytmu przedstawiono na rysunku 5.4 na stronie 92.

5.4 Sposób inicjalizacji algorytmu

Inicjalizacja algorytmu polega na inicjalizacji zmiennych bądź to wartościami znamionowymi (np. bufor chwilowych częstotliwości sygnału napięcia za ostatnie 10 sekund) bądź

¹Inne przypadki, np. więcej niż dwie próbki sygnału wyjściowego przypadające na jeden okres próbkowania sygnału wejściowego są możliwe tylko dla $\lambda > 2$.

zerami (bufory opóźniające sygnału). Dzięki temu od razu następuje wejście do głównej pętli. Przez pierwsze 10 sekund repróbowanie może działać niewłaściwie ze względu na niepoprawne wartości estymat częstotliwości chwilowej f_1 , wpisane do bufora podczas inicjalizacji. Po 10 sekundach bufory opóźniające sygnałów zostaną wypełnione poprawnymi wartościami próbek sygnałów, a bufor zawierający estymaty częstotliwości chwilowej rzeczywistymi estymatami częstotliwości napięcia.



Rysunek 5.4: Algorytm koherentnego repróbokowania.

Rozdział 6

Implementacja metody koherentnego repróbkiwania

6.1 Implementacja na komputer PC

Implementacja metody koherentnego repróbkiwania na komputer PC miała na celu zbudowanie poprawnie pracującego algorytmu koherentnego repróbkiwania oraz weryfikację przyjętych założeń teoretycznych. Dodatkowym celem było zbadanie skuteczności działania metody w ograniczaniu błędów estymacji parametrów sygnałów i systemu energetycznego zarówno symulowanych jak i rzeczywistych. Poprawna praca algorytmu na sygnałach o znacznej długości, rzędu miliona próbek, miała potwierdzić przydatność algorytmu do pracy ciągłej.

6.1.1 Środowisko Matlab

Implementacja prezentowanej metody na komputer PC wykorzystywała środowisko Matlab/Simulink. Środowisko to, ze względu na dużą ilość istniejących funkcji i rozszerzeń, pozwala na szybkie programowanie aplikacji wykonujących złożone obliczenia matematyczne oraz łatwą wizualizację ich działania bez konieczności własnoręcznego implementowania wykorzystywanych metod numerycznych.

Algorytm napisano w postaci M-pliku w języku Matlab. Poszczególne bloki funkcjonalne algorytmu zostały napisane jako zewnętrzne M-funkcje co umożliwiło ich testowanie niezależne od całego algorytmu. Środowisko Matlab/Simulink zostało także użyte do symulacji pracy systemu energetycznego w rozmaitych warunkach (np. systemu liniowego lub zawierającego nieliniowe elementy, systemu o parametrach zmieniających się w czasie pomiaru, tzw. systemu miękkiego o zmiennej częstotliwości zależnej od obciążenia, itd.), w celu wygenerowania przebiegów prądów i napięć, niezbędnych do testowania algorytmu.

6.1.2 Źródła sygnałów testowych

Do badania algorytmu wykorzystano zarówno sygnały pochodzące z symulowanego w Matlabie i Simulinku systemu energetycznego jak i sygnały pochodzące z rzeczywistego systemu energetycznego. Analizowane sygnały dostępne były w plikach. W zależności od źródła sygnału mogły być to pliki .mat (sygnały symulowane) lub pliki binarne zawierające 16-bitowe liczby całkowite (sygnały rzeczywiste).

6.1.3 Precyzja obliczeń

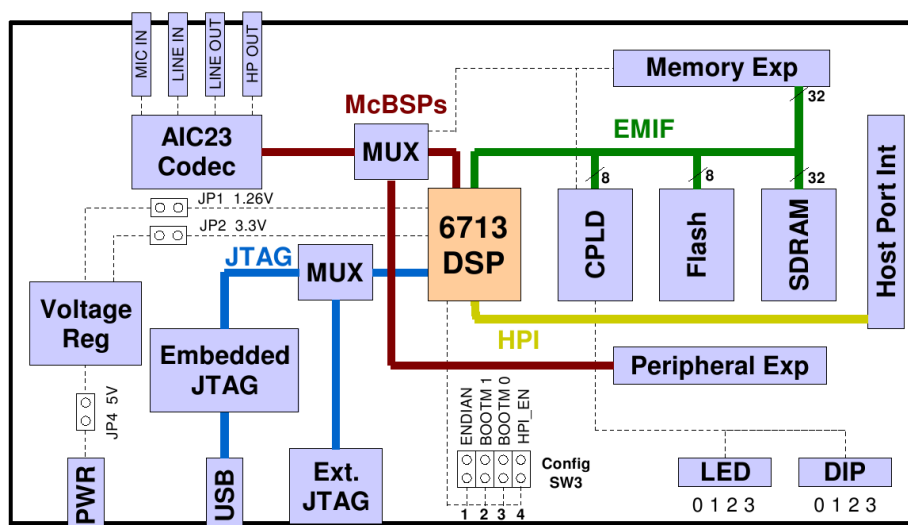
Algorytm wykorzystuje domyślny format danych Matlaba czyli liczby zmiennoprzecinkowe podwójnej precyzji (double). Poszczególne bloki funkcjonalne uzupełniono o możliwość prowadzenia obliczeń pojedynczej precyzji (float). Ocena działania algorytmu przy różnej precyzji obliczeń miała na celu wybór docelowej precyzji obliczeń implementacji algorytmu na procesor sygnałowy jeszcze przez przystąpieniem do realizacji tego zadania. Możliwe było także kwantowanie i dodawanie zakłóceń do sygnałów badanych.

6.2 Implementacja na procesor sygnałowy

Celem implementacji zaproponowanego w niniejszej pracy algorytmu koherentnego repróbkiwania na procesorze sygnałowym (ang. *Digital Signal Processor — DSP*) było sprawdzenie możliwości pracy ciągłej algorytmu w czasie rzeczywistym. Udana realizacja algorytmu pracującego w czasie rzeczywistym miała potwierdzić przydatność proponowanej metody do zastosowania w rzeczywistych systemach akwizycji danych.

6.2.1 Platforma sprzętowa — zestaw startowy DSK6713

Jako platformę sprzętową wykorzystano zestaw uruchomieniowy (ang. *starter kit*) DSK6713 firmy Texas Instruments wyposażony w zmiennoprzecinkowy procesor sygnałowy TMS320C6713. Karta ta oprócz procesora sygnałowego została wyposażona w układy zewnętrzne, niezbędne do natychmiastowego rozpoczęcia pracy nad oprogramowaniem. Są to: zewnętrzna pamięć SDRAM (16MB) oraz FLASH, przetwornik A/C i C/A w postaci kodeka audio TLV320AIC23, interfejsy komunikacyjne JTAG oraz USB, złącze kart rozszerzeń, złącze dostępu do pamięci hosta HPI, złącze rozszerzonej pamięci. Schemat karty przedstawiono na rysunku 6.1 zapożyczonym z dokumentacji [120]. Oprócz tego DKS6713 zawiera jeden programowalny układ logiczny (CPLD), który spełnia rolę logiki łączącej wszystkie układy zestawu DSK6713.



Rysunek 6.1: Schemat blokowy zestawu uruchomieniowego DSK6713 zapożyczony z [120].

Procesor sygnałowy

Procesor TMS320C6713 na karcie DSK6713 jest taktowany zegarem 225 MHz i jego moc obliczeniowa wynosi 1350 MFLOPS i 1800 MIPS. Jest on w stanie wykonać 450 milionów operacji mnożenia i dodawania na sekundę (MMACS).

Rdzeń procesora jest zmiennoprzecinkowy, 32-bitowy i wykorzystuje opracowaną przez Texas Instruments architekturę VLIW (ang. *Very Long Instruction Word*) o długości słowa równej 32 bajty. Taka długość słowa pozwala na dostarczenie maksymalnie ośmiu 32 bitowych instrukcji do ośmiu jednostek funkcjonalnych w jednym takcie zegara. Pozwala to na równoczesne wykonanie do ośmiu instrukcji asemblera. Dane mogą być przesyłane i adresowane jako bajty, półsłowa (16 bitów) i słowa (32 bity).

Jednostki funkcjonalne są podzielone na dwa jednakowe zestawy. Każdy zestaw jednostek ma przypisane 16 z 32 32-bitowych rejestrów ogólnego zastosowania. Oprócz dostępu do własnych rejestrów każdy zestaw ma dostęp za pomocą specjalnej magistrali (tzw. crossbar) do rejestrów przeciwnego zestawu. Taki podział procesora pozwala operować na dwóch strumieniach danych (sygnałach) jednocześnie. Jednostki funkcjonalne obu zestawów to: .S1, .S2, .L1, .L2 — odpowiedzialne za generalną arytmetykę, operacje logiczne i instrukcje warunkowe, .M1, .M2 — to jednostki mnożące, .D1, .D2 — to jednostki odpowiedzialne za wymianę danych między rejestrami i pamięcią (pozwalają na wiele trybów adresowania w tym liniowe i cykliczne oraz na ładowanie 64 bitów jednocześnie). Wszystkie jednostki operują zarówno na liczbach stało jak i zmiennoprzecinkowych.

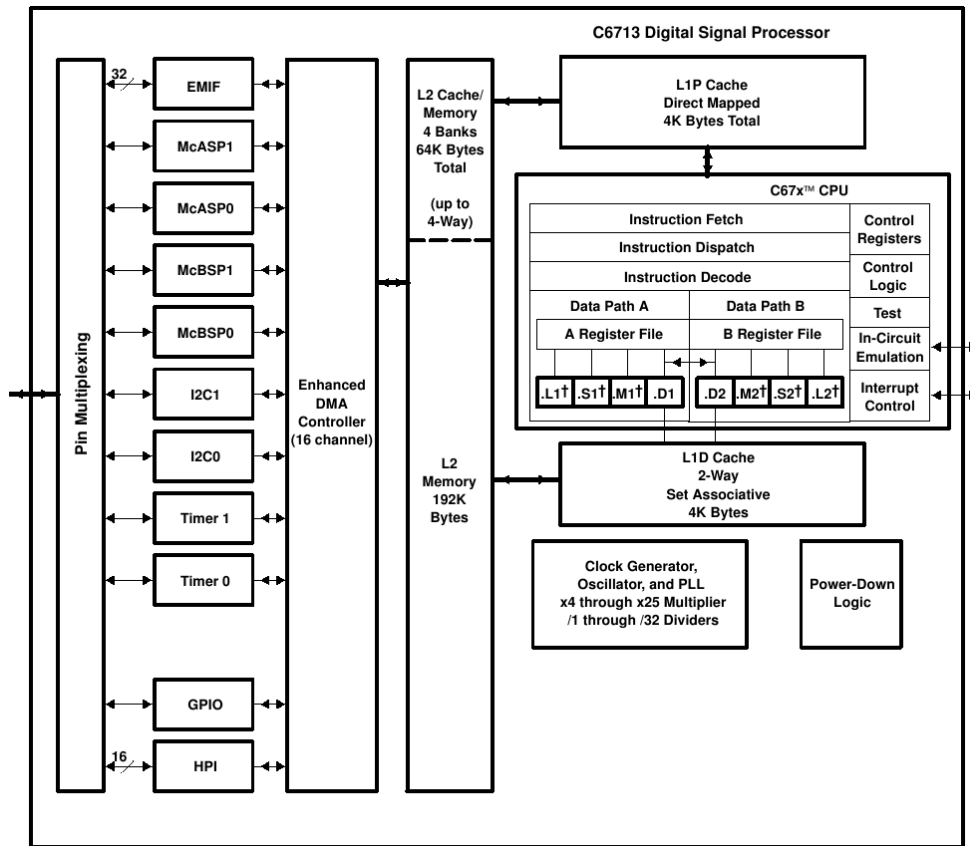
W wymianie danych z otoczeniem pośredniczy dwupoziomowa pamięć podręczna tzw. cache. Cache pierwszego poziomu jest podzielony na 4 KB pamięci programu i 4 KB pamięci danych (architektura Harvard). 256 KB cache drugiego może być skonfigurowane programowo jako pamięć ogólna (danych i programu) lub jako cache. Można też część wykorzystać jako bezpośrednio mapowaną pamięć, a resztę jako cache. Pamięć cache to szybka pamięć statyczna (SRAM).

Procesor jest wyposażony w szereg interfejsów wejścia/wyjścia. Są to: dwa wielokanałowe szeregowe porty audio (McASP), dwa wielokanałowe buforowane porty szeregowe (McBSP) pośredniczące w wymianie danych z kodekiem audio na płycie, dwa interfejsy wymiany danych między układami scalonymi (I2C), jeden moduł we/wy ogólnego zastosowania (GPIO), dwa uniwersalne timery, interfejs dostępu do pamięci hosta oraz interfejs pamięci zewnętrznej pozwalający na użycie różnych rodzajów pamięci zewnętrznej bez układów pośredniczących. Wszystkie te układy wejścia/wyjścia są przyłączone do 16 kanałowego rozszerzonego kontrolera bezpośredniego dostępu do pamięci (EDMA), który pozwala na przesyłanie danych pomiędzy urządzeniami zewnętrznymi a pamięcią bez udziału rdzenia DSP.

Wymienione wyżej elementy procesora TMS320C6713 pokazano na rysunku 6.2 zapożyczonym z dokumentacji [121].

Kodek TLV320AIC23

Za obsługę sygnałów analogowych na płycie DSK6713 odpowiada 16 bitowy kodek (koder/dekoder czyli przetwornik A/C i C/A) audio TLV320AIC23. Jest to układ scalony zawierający po dwa przetworniki A/C i dwa przetworniki C/A zbudowane jako wielobitowe przetworniki typu sigma-delta z nadpróbkowaniem i cyfrowymi filtrami interpolującymi. Oferują one zatem rozdzielczość od 16 do 32 bitów (niestety interpolowaną) i mogą pra-



Rysunek 6.2: Schemat blokowy procesora TMS320C6713 zapożyczony z [121].

ować z częstotliwością próbkowania do 96 kHz. Wybór częstotliwości próbkowania może być dokonany z pewnego zestawu wartości (8, 32, 44,1, 48 i 96 kHz) typowych dla zastosowań audio. Zastosowanie takiego kodeka nie jest najlepszym rozwiązaniem w systemie akwizycji danych, ze względu na wybór częstotliwości próbkowania oraz na niemożliwość wyłączenia filtrów interpolujących, ale tylko taki zestaw uruchomieniowy był dostępny podczas powstawania tej pracy.

Komunikacja JTAG z komputerem PC

Komunikacja z komputerem PC odbywa się za pomocą protokołu JTAG działającego na fizycznym interfejsie USB. Niestety maksymalna prędkość przesyłu danych przez ten interfejs jest (prawdopodobnie celowo) ograniczona do około 15 kB/s. Jest to prędkość niewystarczająca do przesyłania do komputera dwóch sygnałów próbkowanych najniższą dostępną dla kodeka TLV320AIC23 częstotliwością 8 kHz oraz rozdzielczością 16 bitów. Płyta DSK6713 udostępnia zewnętrzny interfejs JTAG oferujący większą prędkość transferu danych, lecz dostarczane z zestawem DSK6713 oprogramowanie ma zablokowaną obsługę zewnętrznego interfejsu JTAG. Pozwala ono tylko na komunikację przez USB.

6.2.2 Kompilator i środowisko programowania

Wykorzystanie tak skomplikowanej budowy wewnętrznej procesora sygnałowego wymaga użycia kompilatora, który potrafi optymalizować wynikowy kod pod kątem wykorzystania architektury konkretnego DSP. Firma Texas Instruments oferuje środowisko programistyczne Code Composer Studio zintegrowane z niezbędnymi narzędziami jak: preprocesor, kompilator, linker, assembler i inne. Kompilator jest nadal rozwijany i obecnie potrafi wykorzystać większość funkcji udostępnianych przez najnowsze procesory sygnałowe firmy Texas Instruments.

DSP/BIOS — system operacyjny czasu rzeczywistego

Dla przyspieszenia cyklu produkcji gotowych rozwiązań z wykorzystaniem DSP z rodziny TMS320Cxxxx producent opracował mini system operacyjny czasu rzeczywistego nazwany DSP/BIOS, którego funkcjonalność została wykorzystana w aplikacji algorytmu koherentnego repróbkiowania.

DSP/BIOS oferuje między innymi podział aplikacji na różne rodzaje wątków: przerwania sprzętowe (HWI) i przerwania programowe (SWI), wątki (threads) i zadania (tasks). Wątki posiadają różne priorytety oraz są szeregowane przez jądro systemu i mogą być wyłączone. Biblioteki programistyczne w C/C++ oferują pełny interfejs (API) pozwalający na pracę z wątkami, synchronizację (semafony, mutexy, blokady, itp.) wymianę danych między wątkami (mailboxy, pipy, strumienie, itp.).

Firma Texas Instruments zaproponowała standardowy sposób pisania sterowników dla urządzeń i układów zewnętrznych wykorzystywanych przez DSP/BIOS. Wraz z pakietem Code Composer Studio producent dostarcza sterowniki do niektórych urządzeń (w tym do układów znajdujących się na DKS6713). Użycie tych sterowników pozwala na oszczędzenie czasu programisty i uniknięcie błędów związanych z niskopoziomą obsługą układów zewnętrznych. Dostarczone sterowniki zostały również wykorzystane w opisywanej aplikacji.

6.2.3 Implementacja algorytmu

Wybór języka programowania był ograniczony do języków C++, C oraz assembler, oferowanych przez środowisko programistyczne Code Composer Studio.

Assembler procesorów sygnałowych serii C6xxx jest bardzo skomplikowany i wymaga dużego doświadczenia w programowaniu, m.in. ze względu na konieczność właściwego szeregowania instrukcji, które jest niezbędne do optymalnego wykorzystania jednostek funkcjonalnych rdzenia DSP i zapewnienia równoległego wykonywania instrukcji.

Z drugiej strony obiektowość oferowana przez język C++ była zbędna w przypadku proponowanego algorytmu, a realizacja algorytmu w wersji obiektowej byłaby, według autora, niepotrzebną komplikacją. Niezbędna funkcjonalność obiektowa jest dostępna są także w języku C w postaci struktur danych. Język C umożliwia też wstawianie fragmentów kodu w języku assembler.

Zestaw oprogramowania Code Composer Studio zawiera też optyimizer, który umożliwia optymalizację kodu generowanego przez kompilator C/C++ pod kątem wykorzystania specyficznych rozwiązań sprzętowych oferowanych przez DSP.

Ze względu na wymienione wyżej cechy dostępnych języków jako język aplikacji wybrano C. Aplikacja działała pod kontrolą mini systemu operacyjnego DSP/BIOS.

Struktura aplikacji, wymiana danych z otoczeniem

Początkowo zaprogramowano szkielet aplikacji (tzw. framework) pozwalający na przesyłanie danych z wejścia analogowego na wyjście analogowe kodeka lub z pliku na dysku hosta (komputera PC na którym uruchomione było środowisko Code Composer Studio) do innego pliku na dysku hosta oraz w sposób mieszany, z kodeka na dysk bądź z dysku na kodek.

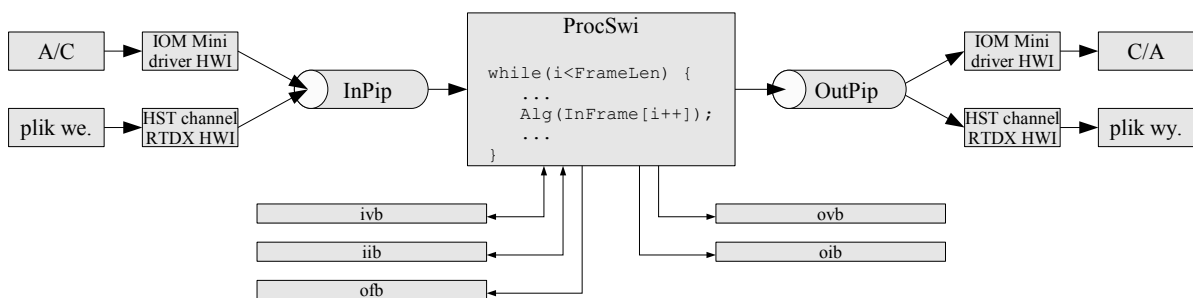
Szkielet aplikacji wykorzystuje sterownik (tzw. IOM mini driver) kodeka TLV320AIC23 dostarczony przez producenta oraz tzw. host channels czyli rozwiązanie programowe pozwalające jako źródła sygnałów wykorzystać pliki na dysku hosta. Oba rozwiązania przesyłają dane za pomocą tzw. rur czyli pipe'ów. Pipe to rodzaj bufora składającego się z co najmniej dwóch ramek danych. Każda ramka ma określoną długość, lecz możliwe jest przesłanie nie wypełnionej do końca ramki. Mechanizm korzystania z pipe'ów jest następujący: każdy pipe ma dwie strony, z jednej znajduje się tzw. pisarz, który wypełnia pustą ramkę a następnie wysyła ją przez obiekt typu pipe. Z drugiej strony pipe'a znajduje się czytelnik, który odbiera pełne ramki z obiektu pipe i zwraca puste ramki po odczytaniu ich zawartości. W niniejszym przypadku, w czasie testów algorytmu, wykorzystywano dwa obiekty typu pipe. Pierwszy z nich to pipe wejściowy (InPip), którego pisarzem był sterownik kodeka lub sterownik host channels. Czytelnikiem pipe wejściowego było przerwanie programowe (ProcSwi), w którym miał pracować algorytm repróbkiwania. Drugim obiektem typu pipe był pipe wyjściowy (OutPip), który przesyłał dane przetworzone przez algorytm. Jego pisarzem było przerwanie ProcSwi, a czytelnikiem sterownik urządzenia wyjściowego (kodeka lub host channels). Przesyłanie sygnału pomiędzy urządzeniami zewnętrznymi a pamięcią DRAM jest realizowane przez sterowniki producenta i wykorzystuje buforowany port szeregowy (McBSP) oraz bezpośredni dostęp do pamięci (EDMA). W celu uniknięcia utraty danych pojedyncze próbki sygnałów pomiędzy kodekiem a ramkami obiektów InPip i OutPip są przesyłane w przerwaniach sprzętowych o najwyższym priorytecie. Przy wykorzystaniu tylko dwóch ramek obiekt typu pipe jest odpowiednikiem tzw. podwójnego bufora często stosowanego w systemach akwizycji danych.

Dla zwiększenia wydajności transfer danych polega na przesyłaniu całych ramek danych, a nie pojedynczych próbek. Transfer danych odbywa się poprzez kanał EDMA, bez udziału procesora. Synchronizacja wątków oraz transferu danych polega na tym iż przerwanie programowe ProcSwi realizujące główne obliczenia jest wywoływane dopiero gdy dostępna jest pełna ramka danych wejściowych oraz pusta ramka na dane wyjściowe. Do synchronizacji został wykorzystany obiekt typu mailbox i mechanizmy oferowane przez DSP/BIOS. Po wywołaniu przerwania ProcSwi następuje przetwarzanie kolejnych próbek sygnałów z ramki wejściowej i umieszczanie wyników w ramce wyjściowej.

Taki synchroniczny schemat wejścia wyjścia jest odpowiedni jeśli stosunek ilości danych wejściowych i wyjściowych nie ulega zmianom. Był on odpowiedni podczas testowania implementacji filtra Kalmana, gdzie na jedną próbkę napięcia wejściowego przypadała jedna estymata częstotliwości chwilowej napięcia.

Ze względu na asynchronizm algorytmu koherentnego repróbkiwania (tzn. zmienną częstotliwość repróbkiwania przy stałej częstotliwości próbkowania wejścia) powyższy model musiał zostać zmodyfikowany tak by sygnałem wyzwalającym przerwanie programowe ProcSwi było otrzymanie pełnej ramki wejścia. Ramki wyjścia były wypełniane asynchronicznie z przybywaniem ramek wejściowych. Algorytm repróbkiwania ma w wyniku dawać dane cyfrowe co czyni bezużytecznym wykorzystanie kodeka jako wyjścia sygnału. W przy-

padku repróbki wyjściem powinien być plik bądź bufor, w którym składowane będą próbki będące wynikiem repróbki sygnału badanego. W tym wypadku zagregowana prędkość transmisji danych wyjściowych powinna być nieco większa niż zagregowana prędkość transmisji danych wejściowych (przy założeniu, że częstotliwość sygnałów waha się nieznacznie wokół wartości znamionowej). Niestety ze względu na ograniczoną prędkość transferu danych do komputera (patrz punkt 6.2.1) autor zdecydował się na wykorzystanie dużych buforów cyklicznych umieszczonych w pamięci DRAM dostępnej na DSK6713. Przygotowano pięć buforów cyklicznych, mieszczących po 60 sekund sygnałów wejściowych (próbki z częstotliwością 8 kHz). Bufory te przeznaczono na badane sygnały napięcia (ivb) i prądu (iib), estymaty częstotliwości (ofb) oraz wynikowe (zreprobkowane) sygnały napięcia (ovb) i prądu (oib). Wypełnianie buforów sygnałów wyjściowych jest asynchroniczne względem wypełnienia buforów wejściowych zgodnie z mechanizmem opisanym w punkcie 5.3.7. Schemat przepływu danych w aplikacji DSP przedstawiono na rysunku 6.3.



Rysunek 6.3: Schemat przepływu danych w aplikacji metody koherentnego repróbki sygnałów energetycznych na DSP.

Sygnały badane były albo pobierane z przetwornika A/C (kodek TLV320AIC23) bądź były wstępnie umieszczane w buforach cyklicznych w pamięci SDRAM DSK6713 za pomocą programu Matlab. Wyniki repróbki i estymacji częstotliwości były pobierane z buforów cyklicznych w pamięci DSK6713 i przesyłane do pamięci komputera PC (hosta) za pomocą toolboxa Link for Code Composer Studio programu Matlab. Funkcje tego toolboxa pozwalają na wyznaczanie adresów zmiennych w pamięci karty DKS6713 jak również na zapis i odczyt danych spod określonych adresów. Dzięki tym funkcjom możliwe było testowanie działania algorytmu zaimplementowanego na DSP na dokładnie takich samych sygnałach jak użyte do testowania implementacji na komputerze PC, bez wpływu próbki i kwantowania.

Implementacja obliczeń

Część obliczeniowa została napisana w postaci funkcji Alg() operującej na pojedynczych próbkach sygnałów wejściowych. Funkcja Alg() realizuje algorytm pokazany na rysunku 5.4. Funkcja ta wywoływana jest w pętli znajdującej się wewnątrz przerwania ProcSwi, aż do przetworzenia wszystkich próbek zawartych w aktualnej ramce. Funkcja ta w jednym wywołaniu zwraca 0, 1 lub 2 próbki sygnałów wyjściowych do buforów ovb i oib oraz zawsze jedną estymatę częstotliwości do bufora ofb.

Do obliczeń macierzowych wykorzystano funkcje udostępnione przez firmę Texas Instruments w bibliotece DSPLib. Biblioteka ta zawiera typowe funkcje wykorzystywane w przetwarzaniu sygnałów jak filtracja, FFT, algebra liniowa. Funkcje DSPLib są ręcznie zakodowane w assemblerze procesorów serii c67xx i zoptymalizowane, przez co wykorzystują maksymalnie możliwości równoległego wykonania instrukcji oferowane przez architekturę procesora. Funkcje te mogą być wywoływane z poziomu C/C++ lub assemblera. Algorytm wykorzystuje też typowe funkcje matematyczne (dzielenie przez zmienną, odwrotność i funkcje trygonometryczne) udostępnione przez bibliotekę FastRTS67x. Funkcje te także zostały zakodowane i ręcznie zoptymalizowane w assemblerze, w celu jak najlepszego wykorzystania architektury c67xx.

Filtracje FIR w algorytmie wykorzystują własne (lokalne) bufory cykliczne. Bufory te zostały zaimplementowane przez autora jako struktury składające się ze wskaźnika do tablicy danych, wskaźnika zapisu, odczytu oraz maski bitowej określającej cykliczne adresowanie. Długości tablic są całkowitymi potęgami liczby 2 a maski są używane do cyklicznego adresowania elementów tablicy. Odwołanie do kolejnego elementu tablicy polega na inkrementacji indeksu elementów tablicy (wskaźnika) i wykonaniu operacji logicznego iloczynu indeksu i maski bitowej, czyli na maskowaniu określonych bitów. W ten sposób, po wyjściu poza obszar tablicy, indeks jest od razu zerowany i wskazuje ponownie na jej pierwszy element. Jest to najwydajniejszy odpowiednik sprzętowego cyklicznego adresowania w języku C. Sprzętowe, cykliczne adresowanie wymaga zakodowania niektórych fragmentów programu w assemblerze [122].

6.2.4 Praca w czasie rzeczywistym — analiza obciążenia DSP

Środowisko Code Composer Studio udostępnia narzędzia pozwalające na ocenę obciążenia procesora. Są to Load graph czyli wykres całkowitego obciążenia oraz Execution Graph pokazujący czas zajmowany przez poszczególne wątki aplikacji.

Największe obciążenie dla procesora stanowi estymacja chwilowej częstotliwości (filtr Kalmana). Jednakże niezależnie od ilości reprobkiwanych sygnałów estymacja częstotliwości przeprowadzana jest tylko na jednym sygnale, zatem zwiększanie ilości reprobkiwanych sygnałów nie powinno znacząco zwiększać obciążenia DSP. W razie zbyt dużego obciążenia procesora filtrem Kalmana można filtr Kalmana wywoływać na decymowanym sygnale t.j. raz na kilka próbek sygnału wejściowego. Może być to konieczne przy większych częstotliwościach próbkowania.

Dalsze ograniczenie obciążenia można osiągnąć wymuszając określoną ilość iteracji w pętłach (poprzez dyrektywy preprocesora `#pragma MUST_ITERATE` oraz `#pragma UNROLL`) oraz implementując w assemblerze cykliczne adresowanie elementów buforów cyklicznych. Dodatkowy zysk jest możliwy przy prefiltracji blokowej całych ramek danych, a nie pojedynczych próbek. Przy pracy blokowej konieczne są dodatkowe działania w celu zachowania ciągłości wyników prefiltracji [122].

Testowanie algorytmu było prowadzone w konfiguracji Debug, bez jakiegokolwiek optymalizacji i z włączoną symboliczną informacją dla debuggera. W tej konfiguracji wyniki badania algorytmu reprobkiującego dwa sygnały (napięcia i prądu) rejestrowane z częstotliwością próbkowania 8 kHz wykazały obciążenie procesora na poziomie 39,5%. Reprobkiwanie tylko jednego sygnału ograniczyło obciążenie do 32,7%. Wartości te otrzymano w Load Graph. Execution Graph wykazał, że czas zajmowany przez przerwanie ProcSwi

wynosił około 33,3% dla dwóch sygnałów i około 24% dla jednego sygnału¹. Można z tego wyciągnąć wniosek, że w czasie będącym różnicą całkowitego czasu operacji, a czasem wykonywania przerwania ProcSwi, realizowana była transmisja danych pomiędzy kodekiem a DSP oraz między DSP i pamięcią SDRAM jak również operacje wykonywane przez system operacyjny DSP/BIOS.

Po włączeniu najwyższego poziomu optymalizacji i usunięciu z generowanego kodu symbolicznych informacji dla debuggera obciążenie całkowite spadło do 27,7% dla dwóch sygnałów oraz do 28,4% dla jednego sygnału². Czas wykonania ProcSwi wyniósł w obu przypadkach około 16,6%.

Dalsze, ręczne optymalizacje polegające na rozwinięciu pętli o znanej z góry ilości iteracji spowodowało zmniejszenie obciążenia całkowitego do poziomu 24,8% (czas wykonania ProcSwi wyniósł około 12,5% czasu procesora) dla dwóch sygnałów.

Na obecnym etapie prac związanych z optymalizacją istnieje realna możliwość reprób-kowania w czasie rzeczywistym 6-ciu sygnałów jednocześnie (3 sygnały napięcia i 3 sygnały prądu sieci trójfazowej) próbkowanych z częstotliwością do około 10 kHz.

Dalsze możliwości przyspieszenia działania algorytmu jest możliwe poprzez:

- Ograniczenie długości ramek przesyłanych przez obiekty typu PIP pomiędzy kodekiem a pamięcią DSP, umożliwia ich alokację w pamięci podręcznej pierwszego poziomu, czyli takiej do której DSP ma najszybszy dostęp.
- Implementację blokowej prefiltracji badanych sygnałów.
- Zmniejszenie ilości danych przesyłanych do i z pamięci SDRAM. Obecnie znacząca ilość transferowanych danych do i z buforów w pamięci SDRAM służyła jedynie testowaniu algorytmu i w ostatecznej wersji może być pominięta.

6.2.5 Wykorzystanie pamięci

Ilość pamięci zajmowanej przez niezbędne do pracy bufory zależy głównie od częstotliwości próbkowania i ilości reprób-kowanych sygnałów.

Największą ilość pamięci zajmują: bufor używany do uśredniania częstotliwości chwilowej, ze względu na czas uśredniania równy 10 sekund oraz bufory opóźniające o długości mniejszej od niego o ilość współczynników filtra analizy (prefiltra) czyli o 9. W przypadku dwóch sygnałów próbkowanych z częstotliwością 8 kHz zapisywanych w pamięci DSP jako liczby float (1 liczba to 4 bajty) i uśrednianiu za okres 10 sekund bufory te zajmują:

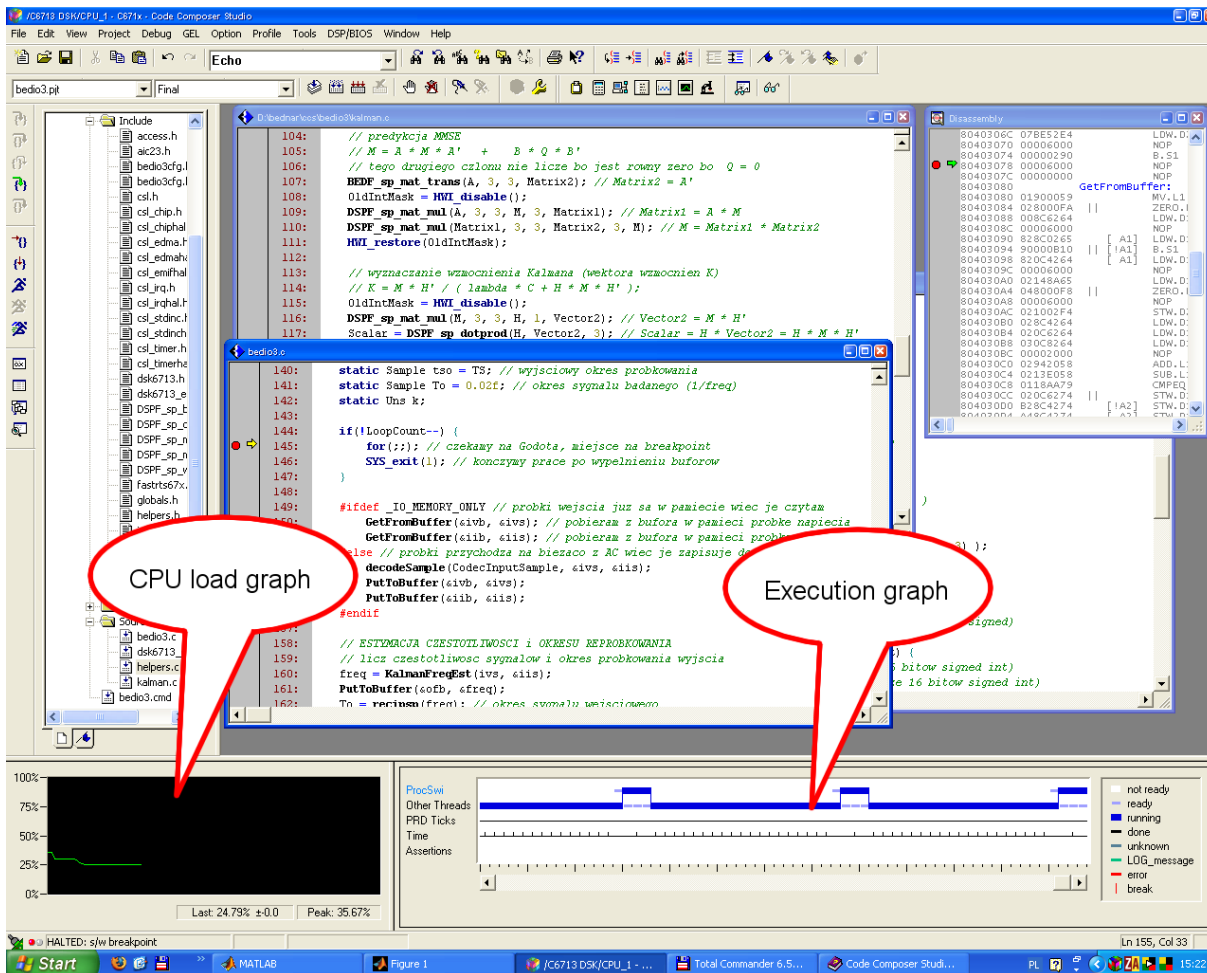
$$4 \cdot (8000 \cdot 10 + 2 \cdot (8000 \cdot 10 - 9)) = 959\,928 \text{ bajtów}$$

Pozostałe bufory niezbędne do działania algorytmu zajmują niewielką ilość pamięci. Są to dla dwóch sygnałów 2 bufory cykliczne dla prefiltrów o długości 16 próbek³ oraz dwa bufory cykliczne dla filtrów analizy o długości 8 próbek (dla 5 współczynników filtra analizy). Dodatkowa pamięć niezbędna do działania wykorzystywana jest na macierze i wektory

¹Wartości są podane w przybliżeniu wynikającym z ustawionej rozdzielczości zegara systemowego.

²Efekt optymalizacji kodu jest interesujący, gdyż w jej wyniku mniej czasu zajmuje procesorowi przetworzenie dwóch sygnałów niż tylko jednego sygnału.

³16 jest najbliższą potęgą liczby 2 większą od 9 czyli od ilości współczynników prefiltra, długości buforów równe 2^n są konieczne ze względu na cykliczne adresowanie.



Rysunek 6.4: Obciążenie DSP podczas repróbkiwania dwóch sygnałów: prądu i napięcia próbkowanych z częstotliwością 8 kHz (algorytm zoptymalizowany). U dołu, po lewej pokazano Load Graph, pokazujący całkowite obciążenie, a po prawej Execution Graph pokazujący czas zajmowany przez poszczególne wątki aplikacji.

wykorzystywane przez filtr Kalmana oraz stałe i tablice współczynników filtrów używane przez algorytm repróbkiwania. Ilość pamięci zajmowanych przez nie autor oszacował na około 500 bajtów.

Faza testowania algorytmu wykorzystywała buforów zawierające próbki sygnałów wejściowych, wyjściowych oraz estymat częstotliwości. Dla dwóch sygnałów było to 5 buforów, każdy z nich przechowywał około⁴ 30 sekund sygnałów. Daje to, przy w.w. parametrach akwizycji, 4 800 000 bajtów.

Całkowita ilość pamięci wykorzystywanej przez algorytm repróbkiwania dla w.w. parametrów akwizycji dwóch sygnałów wynosi około 6 MB (przy użyciu 30–to sekundowych buforów wykorzystywanych do testowania algorytmu) lub tylko 1 MB (bez dodatkowych buforów).

⁴Nie można z góry określić ile próbek zajmie sygnał wyjściowy repróbkiwany ze zmienną częstotliwością F_{Sout} .

Rozdział 7

Własności metody repróbkiowania i wyniki jej zastosowania

7.1 Własności metody koherentnego repróbkiowania

Proponowana w rozprawie metoda koherentnego repróbkiowania nie jest sama w sobie metodą pomiaru konkretnej wielkości fizycznej. Stosowanie jej pozwala jednak ograniczyć błędy pomiarów niektórych wskaźników jakości energii oraz częstotliwościowych parametrów systemu energetycznego wyznaczonych innymi metodami pomiarowymi.

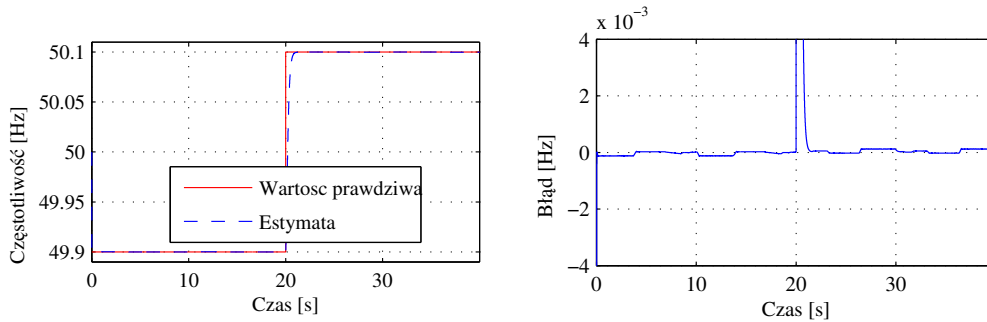
Jakość działania proponowanej metody można ocenić na dwóch polach. Pierwszym polem jest dokładność estymacji częstotliwości chwilowej, gdyż ona przekłada się dalej na jakość repróbkiowania. Drugim jest ocena zmniejszenia rozmycia widma DFT sygnału wynikająca z jego koherentnego repróbkiowania.

7.1.1 Własności estymatora częstotliwości chwilowej

Dla określenia własności estymatora częstotliwości chwilowej dokonano oceny wpływu parametrów algorytmu i toru pomiarowego oraz oceny wpływu parametrów badanego sygnału na wyniki estymacji. W badaniach wykorzystano symulowany sygnał testowy pozwalający ocenić zarówno własności statyczne jak i dynamiczne estymatora. Sygnałem podstawowym była sinusoida o jednostkowej amplitudzie i częstotliwości $f_1 = f_{1N} - 0,1 = 49,9$ Hz. W 30-tej sekundzie następowała skokowa zmiana częstotliwości sygnału na $f_1 = f_{1N} + 0,1 = 50,1$ Hz (rysunek 7.1). Wartością startową estymaty częstotliwości była wartość znamionowa $f_{1N} = 50$ Hz.

Wyznaczono następujące parametry opisujące działanie estymatora częstotliwości:

1. Czas T_{start} od startu algorytmu do momentu, od którego błędy estymacji $f_1 - \hat{f}_1$ będą się zawierać w zakresie $\pm 0,001$ Hz.
2. Czas T_{skok} od skokowej zmiany częstotliwości w 30 sekundzie do momentu, od którego błędy estymacji $f_1 - \hat{f}_1$ będą się zawierać w zakresie $\pm 0,001$ Hz.
3. Maksymalny błąd bezwzględny $\max(\Delta f_{ust})$ w stanie ustalonym, t.j. po dwóch sekundach od uruchomienia algorytmu.
4. Odchylenie standardowe $\sigma_{f_{ust}}$ estymat częstotliwości chwilowej w stanie ustalonym.



Rysunek 7.1: Własności dynamiczne estymatora częstotliwości (po lewej) i błędy estymacji częstotliwości (po prawej) dla trzeciej konfiguracji testowej z tabeli 7.1.

Wpływu parametrów algorytmu, kwantowania i szumu na wyniki estymacji

Wskaźniki jakości estymacji wyznaczono dla kilkunastu konfiguracji testowych będących kombinacjami wymienionych niżej parametrów.

- Precyzja obliczeń: podwójna (double) lub pojedyncza (float).
- Kwantowanie: brak kwantowania, kwantowanie 16-to, kwantowanie 12-to bitowe.
- Zawartość szumu WGN¹: brak szumu, szum WGN(0; 0, 1%) lub szum WGN(0; 1%).

Przeprowadzone badania wykazały, że własności dynamiczne algorytmu praktycznie nie zależą od precyzji obliczeń, kwantowania oraz szumu losowego. Zależą one od przyjętych w algorytmie filtra Kalmana wartości macierzy \mathbf{M} , \mathbf{C} oraz współczynnika zapominania W . Za to błąd w stanie ustalonym mocno zależy od konfiguracji testu, a zwłaszcza od precyzji obliczeń, ze względu na kumulację błędów numerycznych. Wyniki badań estymatora częstotliwości podano w tabeli 7.1. Analiza błędów prowadzi do wniosku, że w przypadkach rzeczywistych (dla kwantowanego sygnału z zakłóceniem) błąd w stanie ustalonym zależy głównie od zakłóceń pomiarowych, a mniej od precyzji obliczeń lub od kwantowania. Przy zakłóceniu o odchyleniu standardowym równym 0,1% amplitudy sygnału zmniejszenie precyzji obliczeń powoduje około dwukrotne zwiększenie błędów. Przy zakłóceniu o odchyleniu standardowym równym 1% amplitudy sygnału (co jest sytuacją całkiem prawdopodobną w rzeczywistości) wpływ precyzji obliczeń oraz kwantowania jest już pomijalnie mały w porównaniu z wpływem zakłóceń pomiarowych.

Wpływ składowej stałej, harmoniczných i szumu na wyniki estymacji

Dokonano także oceny wpływu zniekształceń typowych dla sygnałów energetycznych na działanie estymatora częstotliwości. Ze względu na znaczny poziom zniekształceń w przeprowadzanych badaniach, przyjęto pojedynczą precyzję obliczeń oraz założono 16-to bitowe kwantowanie sygnału. Do badanego sygnału podstawowego dodawano składowe harmoniczne rzędów 2, 3, 5, 7. Kąty fazowe harmoniczných przyjęto odpowiednio -60° , -25° , 45° , 70° . Procentowy udział harmoniczných w sygnale, odniesiony do amplitudy podstawowej harmoniczných, równy był dopuszczalnym poziomom zniekształceń napięcia w sieciach

¹Tutaj WGN(μ_x ; σ_x) oznacza biały szum Gaussa (ang. *white gaussian noise*) wartości oczekiwanej μ_x i odchyleniu standardowym równym σ_x amplitudy sygnału.

Konfiguracja:	1	2	3	4	5	6	7	8
Precyzja:	double	double	single	double	single	double	single	single
Kwantowanie:	brak	16-bit	16-bit	16-bit	16-bit	16-bit	16-bit	12-bit
σ_x szumu:	0%	0%	0%	0,1%	0,1%	1%	1%	1%
T_{start} [s]	0,031 ÷ 0,033							
T_{skok} [s]	0,91 ÷ 0,95							
$\max(\Delta f_{ust})$ [Hz]	1e-11	7e-7	0,00013	0,00013	0,0002	0,0010	0,0011	0,0011
$\sigma_{f_{ust}}$ [Hz]	1,9e-12	1,3e-7	2,2e-5	2,8e-5	6,5e-5	2,7e-4	2,8e-4	2,8e-4

Tabela 7.1: Wskaźniki jakości działania Filtra Kalmana jako estymatora częstotliwości zależne od parametrów algorytmu, kwantowania i zakłóceń losowych.

przemysłowych, których wartości określono w normie [118]. W każdej konfiguracji testowej sygnał badany zawierał harmoniczne rzędów 3, 5, 7.

Estymator częstotliwości badano dla różnych kombinacji poniższych parametrów:

- Klasa sieci: określała udział harmonicznych w sygnale. Dla harmonicznych rzędów 2, 3, 5, 7, są to odpowiednio udziały 2%, 3%, 3%, 3% dla sieci klasy pierwszej oraz 2%, 5%, 6%, 5% dla sieci klasy drugiej.
- Parzyste harmoniczne: brak parzystych harmonicznych w sygnale (czyli tylko harmoniczne rzędów 3, 5, 7) lub harmoniczna rzędu 2 oraz rzędów 3, 5, 7. [118].
- Składowa stała: brak składowej stałej lub składowa stała o wartości 2% amplitudy składowej podstawowej.
- Zawartość szumu WGN: brak szumu, szum WGN(0; 0,1%) lub szum WGN(0; 1%).

Na podstawie wyników (tabela 7.2) można wyciągnąć wniosek, że o błędach estymacji częstotliwości w stanie ustalonym decyduje największy składnik odkształcający sygnał od sinusoidy, niezależnie czy jest to szum czy harmoniczne parzyste, nieparzyste lub składowa stała. Ponadto składniki zakłócające mają mały wpływ na czas T_{skok} i znacznie większy, lecz nie wykazujący regularności, wpływ na czas T_{start} .

Konfiguracja:	9	10	11	12	13	14	15	16
Klasa sieci:	1	1	1	1	1	2	2	2
2-ga harm.:	brak	brak	brak	jest	brak	jest	brak	jest
Skł. stała:	brak	brak	brak	brak	jest	brak	jest	jest
σ_x szumu:	0%	0,1%	1%	1%	1%	1%	1%	1%
T_{start} [s]	0,0057	0,0058	0,0057	0,057	0,042	0,0046	0,0037	0,067
T_{skok} [s]	0,93 ÷ 0,97					0,97 ÷ 1,02		
$\max(\Delta f_{ust})$ [Hz]	0,0013	0,0013	0,0014	0,0016	0,0017	0,0025	0,0024	0,0026
$\sigma_{f_{ust}}$ [Hz]	0,0005	0,0005	0,0006	0,0007	0,0011	0,0010	0,0013	0,0011

Tabela 7.2: Wskaźniki jakości działania Filtra Kalmana jako estymatora częstotliwości w zależności od zniekształcenia badanego sygnału.

Porównanie z innymi metodami estymacji częstotliwości

Aby ocenić obiektywnie jakość działania wykorzystanego w pracy estymatora częstotliwości należy przedstawione wcześniej wyniki odnieść do wyników uzyskiwanych innymi metodami. Kusljević w [56] porównuje wyniki działania proponowanego przez niego estymatora częstotliwości wykorzystującego metodę największej wiarygodności (ML) [74, 52] z wynikami metody opartej o dekompozycję ortogonalną sygnału, proponowanej przez Sidhu w [88]. Wymienione zostały błędy uzyskane w badaniach symulacyjnych. Symulowany był sygnał sinusoidalny, próbkowany z częstotliwością 600 Hz, a więc niższą niż w niniejszej pracy. Sygnał nie był kwantowany. Częstotliwość sygnału przyjęto równą 48 Hz podczas gdy wartość początkowa estymaty częstotliwości była równa 50 Hz. Do sygnału został dodany zakłócenie w postaci białego szumu Gaussa o odchyleniu standardowym równym 0,1% amplitudy, czyli takie jak w konfiguracjach testowych 4 i 5 (tabela 7.1).

Dla porównania z wynikami estymacji częstotliwości uzyskanymi w niniejszej pracy wybrano wyniki wyznaczone metodą ML dla współczynników zapominania 0,5 i 0,95 oraz wyniki metody Sidhu. Odniesiono je do wyników estymacji częstotliwości chwilowej filtrem Kalmana z konfiguracji testowych takich jak 4 i 5 z tabeli 7.1 przy czym częstotliwość sygnału przed skokiem przyjęto równą 48 Hz, tak jak w [56]. Wyniki porównania prezentowanych metod przedstawiono w tabeli 7.3.

Metoda parametry	ML $W = 0,95$	ML $W = 0,5$	Sidhu	Kalman $W = 0,999$	Kalman $W = 0,991$	Kalman $W = 0,971$
T_{skok} [s]	—	—	—	1,29	0,14	0,038
T_{start} [s]	0,18	0,028	0,025	0,063	0,040	0,020
$\max(\Delta f_{ust})$ [Hz]	0,003	0,017	0,025	0,00012	0,003	0,023

Tabela 7.3: Porównanie własności Filtra Kalmana i innych metod estymacji częstotliwości prezentowanych w [56]. ML to metoda zaproponowana przez Kusljevića. Sidhu oznacza metodę zaproponowaną przez Sidhu w [88], a Kalman oznacza metodę wykorzystaną w niniejszej pracy. W jest wartością współczynnika zapominania.

Autorzy prac [56] i [88] kładą nacisk na krótkie czasy odpowiedzi algorytmów przedstawiając ich zastosowanie np. w układach zabezpieczeń generatorów. Autor niniejszej pracy za ważniejszy parametr uznał dokładność estymacji częstotliwości. Nawet biorąc pod uwagę zupełnie inne zastosowania wymienionych metod można uznać uzyskane w niniejszej pracy wyniki za satysfakcjonujące. Przy ustawieniach stosowanych w algorytmie repróbkiowania, czyli dla $W = 0,999$, błąd $\max(\Delta f_{ust})$ w stanie ustalonym jest o ponad rząd wielkości mniejszy niż dla metod przedstawionych w [56]. Natomiast dla $W = 0,991$ błąd $\max(\Delta f_{ust})$ jest taki sam jak dla metody ML z $W = 0,95$, przy czym czas T_{start} jest 4,5 raza krótszy, a czas T_{skok} krótszy o około 60% niż w metodzie ML. Dla $W = 0,971$ błąd $\max(\Delta f_{ust})$ jest nieznacznie mniejszy niż dla metody Sidhu. Czas T_{start} jest wtedy krótszy o 20%, a czas T_{skok} jest o połowę dłuższy niż dla metody Sidhu.

Autorzy publikacji [26] również dokonali porównania metod estymacji częstotliwości wykorzystujących całkowite przekształcenia czasowo–częstotliwościowe: Hilberta, STFT, Wignera–Ville’a, Pseudo–Wignera–Ville’a. Autorzy podali wartości względnego błędu skutecznego (tzw. RMS error) estymacji częstotliwości chwilowej sygnałów modulowanych częstotliwościowo za pomocą różnych funkcji modulujących (sinus, trójkąt, prostokąt, piła). Ze względu na powolne, podczas normalnej pracy systemu energetycznego, zmiany

częstotliwości podstawowej, zacytowane tu zostaną błędy jedynie dla modulacji sinusoidalnej. Względne błędy skuteczne dla metod estymacji (w kolejności jak wyżej) wynosiły 5%, 2%, 8% i 1,5%. Wartości uzyskanych błędów są daleko większe od uzyskanych przez autora rozprawy. Trzeba pamiętać, że przytoczone wartości to błędy skuteczne otrzymane w stanie dynamicznym (modulacja częstotliwości sygnału badanego), a nie w stanie ustalonym. Ze względu na inne miary błędów stosowane w tym porównaniu nie można przedstawionych wyników odnieść do wyników uzyskanych w niniejszej pracy. Co więcej autorzy [26] nie podali wartości parametrów badań symulacyjnych istotnych podczas porównania, jak np. głębokość i częstotliwość modulacji, częstotliwość próbkowania, itd.

7.1.2 Wpływ repróbkiwania na poprawę dokładności wyznaczania widma DFT

Wpływ koherentnego repróbkiwania na poprawę dokładności wyznaczania widma DFT sygnału $x(t)$ próbkowanego niekoherentnie z częstotliwością F_{Sin} można ocenić przez porównanie widm wyznaczonych na podstawie próbek sygnału nierepróbkiwanego $x(n)$ oraz zrepróbkiwanego koherentnie $y(i)$ z częstotliwością repróbkiwania F_{Sout} .

Oznaczmy przez $X_a(m) = X_a(mF_\Delta)$ wyznaczone bezbłędnie widmo sygnału $x(t)$, spróbkiwane z krokiem dyskretyzacji częstotliwości F_Δ . Przez $X_i(m)$ oznaczmy widmo DFT sygnału spróbkiwanego w sposób idealnie koherentny, do którego wyznaczenia użyto obliczeń podwójnej precyzji; przez $X_n(m)$ widmo DFT sygnału spróbkiwanego niekoherentnie oraz przez $X_r(m)$ widmo sygnału zrepróbkiwanego koherentnie. Za testowy sygnał przyjęto sygnał $x(t) = \sin(2\pi f_1 t)$. Jego widmo $X_a(f)$ przyjmuje wartość 1 dla częstotliwości f_1 i 0 dla wszystkich pozostałych.

Miary jakości estymacji widma DFT

Przyjęto następujące miary jakości estymacji widma:

1. Jako miarę tłumienia w widmie DFT składowych częstotliwościowych nieobecnych w sygnale badanym $x(t)$ przyjęto sumę modułów wszystkich prążków oprócz prążka odpowiadającego podstawowej harmonicznej:

$$S = \frac{1}{M} \sum_{m=0, m \neq \frac{f_1}{F_\Delta}}^{M-1} |X(m)|, \quad (7.1)$$

gdzie m jest numerem prążka widma DFT, a $F_\Delta = F_S/M$ jest krokiem dyskretyzacji widma, M jest ilością próbek na podstawie której wyznaczono widmo. Krok dyskretyzacji widma F_Δ zależy od częstotliwości próbkowania F_S , która może być równa częstotliwości próbkowania wejścia F_{Sin} dla sygnałów nie repróbkiwanych lub częstotliwości repróbkiwania F_{Sout} dla sygnałów repróbkiwanych.

2. Za miarę rozmycia pojedynczego prążka przyjęto stosunek (wyrażony w decybelach) średniego modułu dwóch prążków sąsiadujących z prążkiem najwyższym do modułu najwyższego prążka $X(f_1)$ do:

$$R = \frac{|X(m-1)| + |X(m+1)|}{2|X(m)|} \quad \text{gdzie} \quad m = \frac{f_1}{F_\Delta}. \quad (7.2)$$

W widmie DFT sygnału monoharmonicznego, który został próbkowany lub zrepróbkiowany koherentnie stosunek ten powinien być bliski zeru.

3. Miarą błędu estymacji amplitudy składowych częstotliwościowych obecnych w sygnale jest różnica między modulem prążka DFT odpowiadającego podstawowej harmonicznej a wartością amplitudy tej harmonicznej. Błąd względny estymacji amplitudy składowych częstotliwościowych określony jest następująco:

$$\delta A = \left| \frac{X(m) - X_a(m)}{X_a(m)} \right| \quad \text{gdzie} \quad m = \frac{f_1}{F_\Delta} . \quad (7.3)$$

Przeprowadzone testy

Dokładność reprezentacji numerycznej sygnału oraz dokładność obliczeń w bloku estymacji częstotliwości oraz repróbkiowania wpływają na dokładność wyznaczania widma DFT. Ze względu na stosunkowo dużą ilość możliwych kombinacji przeprowadzono analizę wybranych przypadków, które w sposób wystarczający wyjaśniają zależności wiążące dokładności obliczeń i reprezentacji numerycznej z dokładnością wyznaczania widma. Sygnały poddawane analizie DFT były wycinane oknem prostokątnym. Dodatkowo pokazano wyniki zastosowania okna Hanninga w analizie DFT zamiast koherentnego repróbkiowania sygnałów (procedura taka w szczególnych przypadkach jest dopuszczona przez normę [116]). We wszystkich przypadkach operacje prefiltracji oraz repróbkiowania wykonano z podwójną precyzją, gdyż wyniki badań pokazały znikome różnice w wynikach uzyskanych dla prefiltracji i repróbkiowania z dokładnością float i double.

Testowe konfiguracje algorytmu repróbkiowania wraz z charakteryzującymi je wskaźnikami jakości estymacji widma DFT zostały wymienione w tabeli 7.4. Uzyskane w różnych konfiguracjach widma DFT pokazano na rysunku 7.2.

Dodatkowo konfiguracje testowe (X_r : 8 i X_n : 2 oraz 4) posłużyły do oceny wyznaczania widma sygnału poliharmonicznego $x(t) = \sum_h A_h \sin(2\pi h f_1 t + \varphi_h) + n(t)$ składającego się z szumu oraz pięciu składowych częstotliwościowych (czterech harmonicznym i jednej interharmonicznym, której częstotliwość nie pokrywa się z częstotliwością żadnego prążka widma DFT). Szum $n(t)$ jest szumem białym, o rozkładzie normalnym i odchyleniu standardowym $\sigma_n = 0,0001$ co odpowiada około 3,3 przedziału kwantowania z rozdzielczością 16-tu bitów. Przeprowadzono testy dla stałej częstotliwości podstawowej sygnału $f_1 = 49,97$ Hz. Oceniono także wpływ czasowego uśredniania widma na poprawę estymacji widma [5, 36]. We wszystkich przypadkach zastosowano pojedynczą precyzję obliczeń oraz kwantowanie sygnału wejściowego $x(t)$. Rysunek 7.3 prezentuje uzyskane wyniki.

Badania praktyczne algorytmu zaimplementowanego w DSP przeprowadzono dla dwóch przypadków. W przypadku idealnym wartości sygnałów zapisane jako liczby zmiennoprzecinkowe float wprost w pamięci DSP. Drugi przypadek uwzględniał kwantowanie sygnału z rozdzielczością 16 bitów przez przetwornik A/C karty DSK6713. Wszystkie obliczenia w DSP prowadzone były na liczbach pojedynczej precyzji (float).

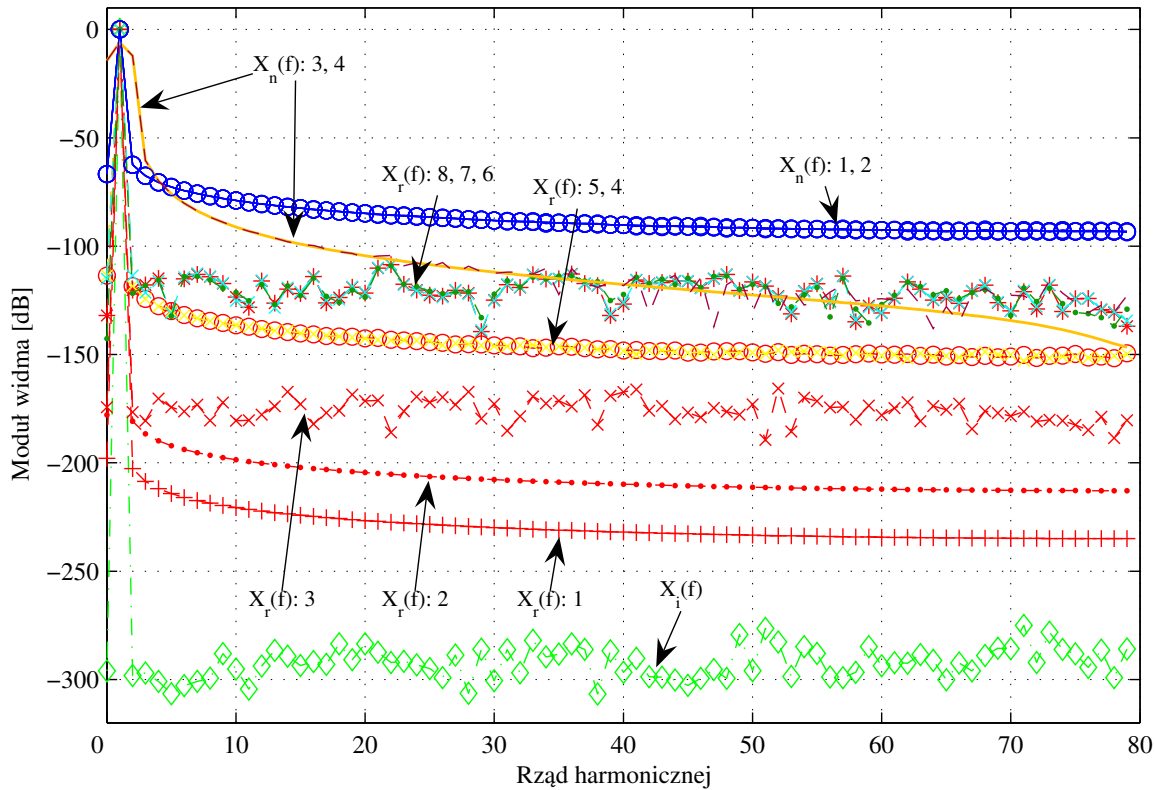
Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych badań można wyciągnąć następujące wnioski dotyczące tłumienia w widmie DFT badanego sygnału:

Widmo	Dokładność obliczeń w estymacji częstotliwości	Precyzja reprezentacji sygnału wejściowego	Tłumienie S	Rozmycie R	Błąd δA
$X_i(f)$	—	double	290 dB	1,40e-15	1,11e-15 %
$X_r(f): 1$	idealna	double	223 dB	1,02e-10	5,60e-5 %
$X_r(f): 2$	double	double	201 dB	1,01e-9	5,64e-5 %
$X_r(f): 3$	double	float	174 dB	1,70e-9	5,64e-5 %
$X_r(f): 4$	float	double	139 dB	1,64e-6	5,62e-5 %
$X_r(f): 5$	float	float	139 dB	1,64e-6	5,62e-5 %
$X_r(f): 6$	idealna	int16	119 dB	4,43e-7	5,44e-5 %
$X_r(f): 7$	double	int16	119 dB	6,10e-7	5,47e-5 %
$X_r(f): 8$	float	int16	119 dB	1,92e-6	5,45e-5 %
$X_n(f): 1$	—	double	83 dB	6,08e-4	2,10e-4 %
$X_n(f): 2$	—	int16	83 dB	6,08e-4	2,12e-4 %
$X_n(f): 3$	— (Hanning)	double	45 dB	0,437	0,496 %
$X_n(f): 4$	— (Hanning)	int16	45 dB	0,437	0,496 %

Tabela 7.4: Porównanie wskaźników dokładności wyznaczania widma DFT testowego sygnału $x(t) = \sin(2\pi f_1 t)$, gdzie $f_1 = 49,97$ Hz, w zależności od precyzji obliczeń w Filtrze Kalmana i dokładności reprezentacji sygnału wejściowego. W przypadkach pierwszym i ostatnich czterech nie estymowano częstotliwości, gdyż przypadku $X_i(f)$ sygnał $x(t)$ był próbkowany koherentnie więc nie było potrzeby repróbkiwania, a w przypadkach $X_n(f)$ 1 do 4 sygnał $x(t)$ był próbkowany niekoherentnie, ale mimo tego nie był repróbkiwany. Widma $X(f)$ wyznaczono na podstawie fragmentu sygnału $x(t)$ o długości 160 próbek (1 okres sygnału przy próbkowaniu koherentnym) dla częstotliwości próbkowania równej 8000 Hz. We wszystkich przypadkach oprócz dwóch ostatnich stosowano prostokątne okno czasowe. int16 oznacza, że sygnał wejściowy był kwantowany z rozdzielczością 16 bitów. Samo repróbkiwanie przeprowadzono z podwójną precyzją (double).

1. Tłumienie S nieistniejących składowych w widmie DFT sygnału próbkowanego koherentnie sięga 290 dB (sygnał i obliczenia podwójnej precyzji). Poziom tłumienia związany jest z dokładnością reprezentacji numerycznej liczb oraz operacji arytmetycznych i nie może być większe od błędu reprezentacji czyli około (-) 313 dB dla liczb podwójnej precyzji;
2. Repróbkiwanie sygnału spróbkowanego niekoherentnie, przy znanej częstotliwości sygnału, daje tłumienie S około 223 dB, a przy częstotliwości estymowanej z podwójną precyzją, tłumienie S zmniejsza się do 201 dB.
3. Pojedyncza precyzja reprezentacji sygnału lub estymacji częstotliwości powodują dalsze pogorszenie (zmniejszenie tłumienia S), przy czym gorzej jest w przypadku mniej dokładnej estymacji częstotliwości niż mniej dokładnej reprezentacji sygnału (odpowiednio 139 dB i 174 dB). Błędy reprezentacji liczb pojedynczej precyzji będące granicą tłumienia w tym wypadku są rzędu (-) 139 dB.
4. Wprowadzenie operacji kwantowania z rozdzielczością 16 bitów sygnału powoduje dalsze zmniejszenie tłumienia do poziomu około 119 dB i to niezależnie od dokładności estymacji częstotliwości (włączając także przypadek $X_r: 6$, w którym prawdziwa częstotliwość sygnału była znana).
5. Tłumienie S nieistniejących składowych w widmie sygnału próbkowanego niekoherentnie i mimo to nie repróbkiwanego jest gorsze (mniejsze) niż w przypadku sygna-

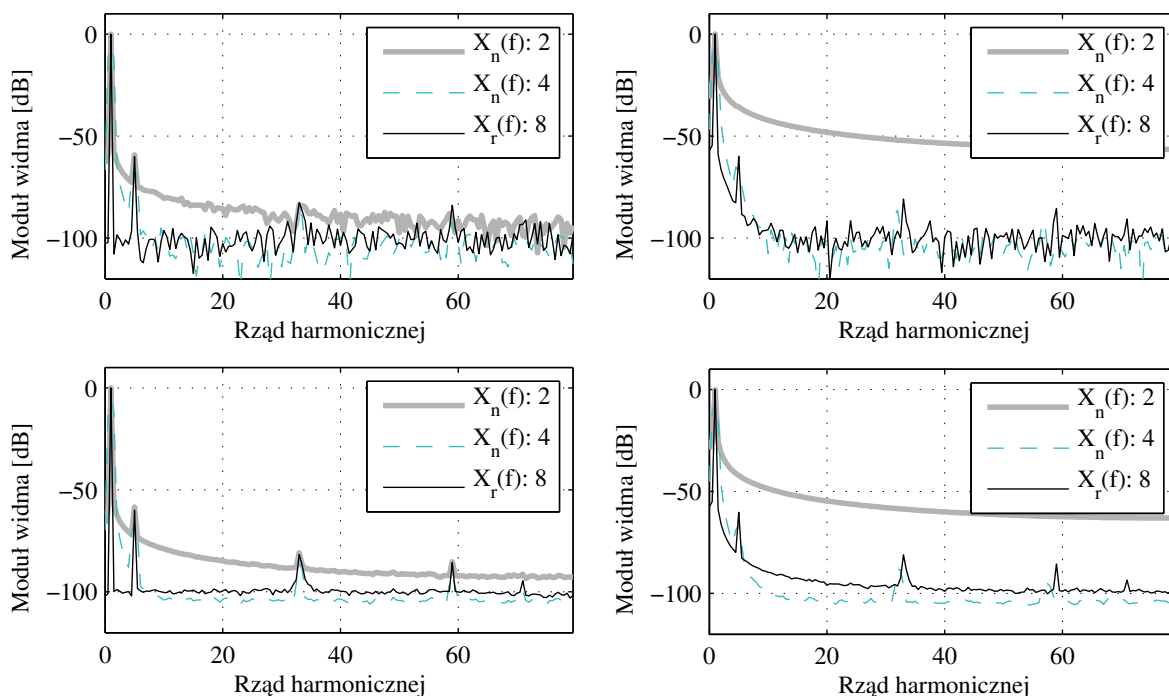


Rysunek 7.2: Widma sygnału testowego $x(t) = \sin(2\pi 49,97t)$ wyznaczone dla konfiguracji testowych wymienionych w tabeli 7.4.

łów koherentnie repróbkiwanych i utrzymuje się na poziomie około 83 dB niezależnie od dokładności reprezentacji sygnału².

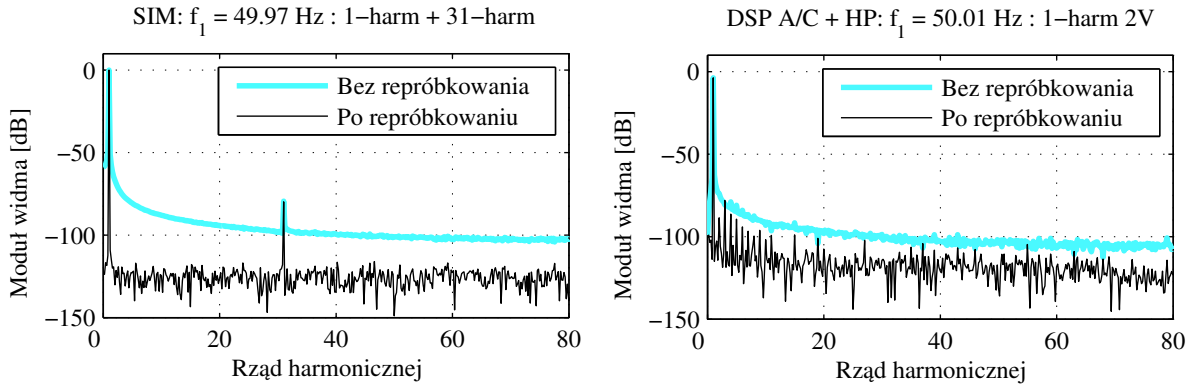
6. Ze względu na planowane zastosowanie metody koherentnego repróbkiwania do sygnałów rzeczywistych, które podczas akwizycji zawsze podlegają kwantowaniu (w większości obecnych systemów akwizycji danych z rozdzielczością 16 bitów) tłumienie S na poziomie 119 dB można przyjąć za górną granicę skuteczności proponowanej metody repróbkiwania.
7. Wykorzystanie okien czasowych innych niż prostokątne, zamiast koherentnego repróbkiwania, przy analizie DFT, nie przynosi tak dobrych rezultatów jak koherentne repróbkiwanie sygnału. Na rysunku 7.2 można zauważyć, że w widmach $X_n(f): 3, 4$ (wyznaczone bez repróbkiwania, ale z oknem Hanninga) nieistniejące składowe sygnału są lepiej tłumione już powyżej 5 harmonicznej niż w widmach $X_n(f): 1, 2$ (wyznaczone z oknem prostokątnym). Pomimo tego prążek podstawowej składowej jest dużo szerszy niż dla okna prostokątnego, co skutkuje wartością średniego tłumienia nieistniejących składowych na poziomie 45 dB (niezależnie od precyzji obliczeń i reprezentacji sygnału). Jest to najgorszy wynik w teście. Należy podkreślić, że silny wpływ okna nieprostokątnego na szerokość prążka jest widoczny przy każdej składowej częstotliwościowej, co dalej pogarsza wyniki uzyskiwane z oknem np. Hanninga. Przykład takiej sytuacji autor przedstawił w [18].

²Wartość tłumienia S



Rysunek 7.3: Widma poliharmonicznego sygnału testowego $x(t) = \sum_h A_h \sin(2\pi h f_1 t + \varphi_h)$ z szumem o odchyleniu standardowym 0,0001. $h = [1 \ 5 \ 33,17 \ 59 \ 71]$, $A_h = [1 \ 0,001 \ 0,0001 \ 0,00005 \ 0,00002]$ oraz $\varphi_h = [\pi/2 \ 0 \ 0 \ \pi/2 \ \pi/2]$ dla wybranych konfiguracji testowych z tabeli 7.4. W lewej kolumnie pokazano wyniki dla sygnału o stałej częstotliwości $f_1 = 49,97$ Hz, a w prawej dla sygnału o częstotliwości f_1 liniowo malejącej od 50 Hz do 48 Hz. Górny wiersz pokazuje widma nieuśrednione, obliczone na podstawie 320 próbek sygnału (około 2 okresów), a dolny pokazuje widma uśrednione z 50-ciu następujących po sobie fragmentów o długości 320 próbek (razem około 2 sekund).

8. Porównanie widm $X_r(f)$ (repróbkiwanego sygnału kwantowanego 16-bitowo, obliczenia pojedynczej precyzji) oraz $X_n(f)$ (sygnału kwantowanego 16-bitowo i nie repróbkiwanego) pokazuje, że w po przeprowadzeniu repróbkiwania błąd δ wyznaczania amplitudy podstawowej harmoniczej maleje czterokrotnie, a rozmycie $R(f_1)$ prążka podstawowej harmoniczej zmniejszyło się około 316 razy.
9. Na rysunku 7.3 widać, że koherentne repróbkiwanie poprzez zwiększenie tłumienia S pozwala na łatwe odseparowanie istniejących składowych częstotliwościowych od składowych nieobecnych w sygnale. Lepsze wyniki, w przypadku koherentnego próbkowania/repróbkiwania uzyskuje się po uśrednieniu widm z kolejnych następujących po sobie fragmentów sygnału jednakowej długości. W przypadku sygnałów próbkowanych niekoherentnie, których częstotliwość podstawowa zmienia się w czasie uśredniania, uśrednianie może powodować dodatkowe rozmycie widma i znaczące błędy estymacji kątów fazowych składowych częstotliwościowych sygnału.
10. Wprowadzenie zmiennej podstawowej częstotliwości f_1 sygnału, znacznie różniącej się od wartości znamionowej f_{1N} powoduje dalsze zwiększenie rozmycia widma X_n : 2 sygnału nierepróbkiwanego, do poziomu uniemożliwiającego wyróżnienie w nim składowych częstotliwościowych innych niż podstawowej. Zastosowanie okna Hanninga ułatwia znalezienie w widmie składowych, ale odbywa się to kosztem rozmy-



Rysunek 7.4: Ilustracja wyników koherentnego repróbkiwania sygnału przez procesor sygnałowy. Wykres po lewej przedstawia wyniki dla sygnału składającego się z harmonicznych 1-ej i 31-ej o częstotliwości podstawowej $f_1 = 49,97$ Hz, niekwantowanego, zapisanego przed repróbkiwaniem bezpośrednio w pamięci DSP jako liczby float. Wykres po prawej pokazuje wyniki dla sygnału sinusoidalnego o częstotliwości $f_1 = 50,01$ Hz pochodzącego z generatora funkcji HP 33120A i podanego na wejście przetwornika A/C karty DSK6713.

cia poszczególnych prążków widma X_n : 4. Operacja repróbkiwania nie wpływa na zwiększenie rozmycia prążków widma (rysunek 7.3) czyli nie zmniejsza możliwości rozróżnienia składowych sygnału o zbliżonych do siebie częstotliwościach.

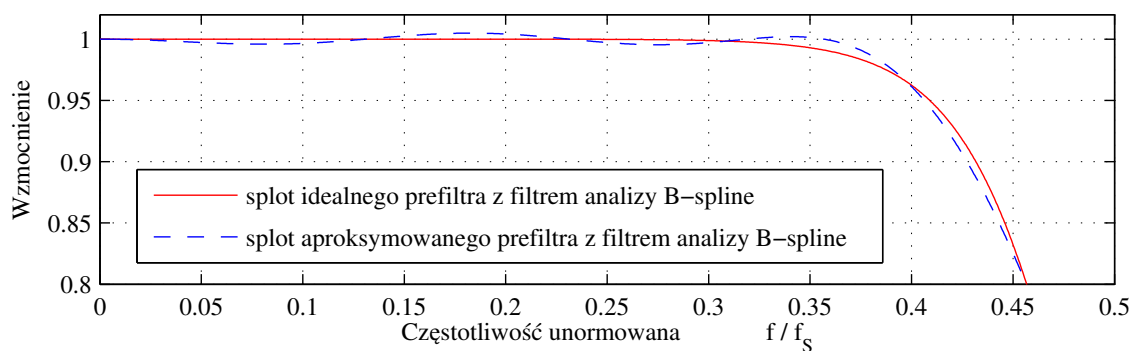
11. Przy znacznej odchyłce częstotliwości podstawowej od wartości znamionowej, brak koherentnego próbkiwania lub repróbkiwania powoduje błędną ocenę częstotliwości wyższych harmonicznych i może powodować nieprawidłową ocenę rzędów harmonicznych, co widać w prawej dolnej części rysunku 7.3.
12. Błąd estymacji modułu interharmonicznej o częstotliwości $f = 33,17f_1$ jest najmniejszy w widmie sygnału zrepróbkiwanego i wynosi on 10% dla widma X_r : 8, 60% dla widma X_n : 4 (z oknem Hanninga) i około 1100% dla widma X_n : 2 (z oknem prostokątnym).
13. Skuteczność działania metody koherentnego repróbkiwania, zaimplementowanej w procesorze sygnałowym, dla sygnału pochodzącego z przetwornika A/C, jest zbliżona do skuteczności uzyskanej dla sygnałów symulowanych, kwantowanych, repróbkiwanych w programie Matlab z pojedynczą precyzją (rysunek 7.4).

7.1.3 Własności częstotliwościowe toru repróbkiwania

Splot filtra analizy (prefiltra) z filtrem syntezy B-spline określa własności dynamiczne (częstotliwościowe) toru repróbkiwania czyli odchyłkę od jednostkowego wzmocnienia toru. Za dopuszczalny błąd określający użyteczne pasmo zrepróbkiwanego sygnału autor przyjął odchyłkę równą $\pm 0,5\%$. Przy współczynnikach prefiltra wykorzystanych w niniejszej pracy (punkt 5.3.5) wzmocnienie toru repróbkiwania utrzymuje się w granicach $1 \pm 0,5\%$ w zakresie od 0 do $0,37 F_{Sin}$. Z tego powodu, za użyteczne pasmo analizowanych sygnałów można przyjąć zakres do $0,37$ częstotliwości próbkiwania i odpowiednio do tej wartości dobrać pasmo przenoszenia filtra antyalisingowego pacującego na wejściu

toru akwizycji danych. Ograniczenie pasma badanego sygnału poniżej połowy częstotliwości próbkowania chroni także przez zjawiskiem aliasingu, które mogłoby wystąpić się w sytuacji gdy wyjściowa częstotliwość próbkowania F_{Sout} jest mniejsza od wejściowej częstotliwości próbkowania F_{Sin} .

Charakterystykę amplitudowo–częstotliwościową toru repróbkowania (splotu filtrów analizy i syntezy) pokazano na rysunku 7.5.



Rysunek 7.5: Wzmocnienie całego toru repróbkowania przy zastosowaniu idealnego prefiltra lub jego aproksymacji FIR wykorzystanej w niniejszej pracy.

7.2 Koherentne repróbkowanie w estymacji parametrów sygnałów energetycznych

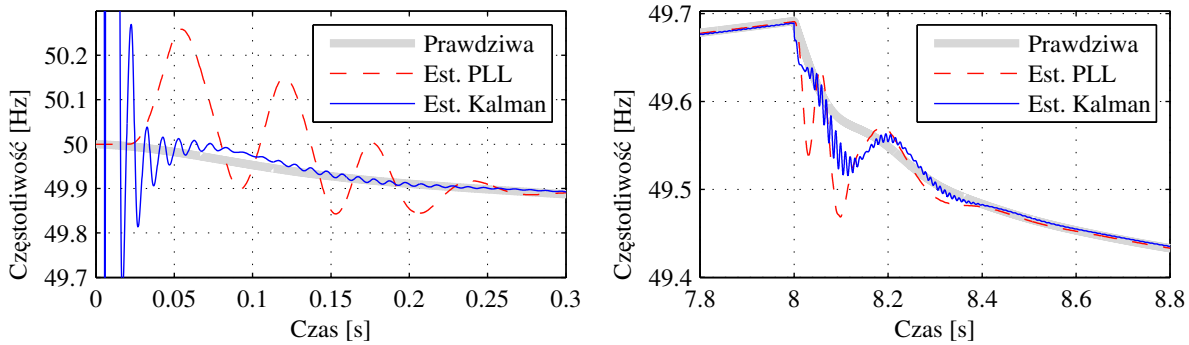
Na potwierdzenie prawdziwości tezy postawionej na początku rozprawy pokazane zostaną przykłady pokazujące pozytywny wpływ koherentnego repróbkowania niekoherentnie spróbkowanych sygnałów na ograniczenie błędów wyznaczania częstotliwościowych parametrów sygnałów energetycznych.

7.2.1 Estymacja częstotliwości chwilowej

Estymator częstotliwości chwilowej sygnału (filtr Kalmana), choć jest integralnym składnikiem algorytmu koherentnego repróbkowania, może być traktowany jako źródło dodatkowej, cennej wiedzy o stanie systemu elektroenergetycznego. Gasnące oscylacje chwilowej częstotliwości f_1 o prędkościach zmian większych niż 0,02 Hz/s mogą być skutkiem dużej zmiany w konfiguracji systemu, np. odłączenia elektrowni lub uszkodzenie ważnej linii przesyłowej [46]. Wartość częstotliwości podstawowej systemu f_{1S} (t.j. uśrednionej za 10 sekund częstotliwości f_1) mówi o globalnym stosunku mocy wytwarzanej produkowanej do mocy pobieranej w systemie. Przekroczenie przez częstotliwość f_{1S} pewnych wartości granicznych i/lub stały trend granicznych systemu może świadczyć o stanie awaryjnym (np. globalnym przeciążeniu).

Ilustracją jakości działania estymatora częstotliwości może być przykład śledzenia częstotliwości napięcia w symulowanym tzw. „miękkim” systemie energetycznym o jednym generatorze, którego obciążenie zostało skokowo zwiększone o 28% po ośmiu sekundach od startu symulacji (rysunek 7.6). Sygnał napięcia nie zawierał zakłóceń pomiarowych,

a estymacja wykorzystywała podwójną precyzję (double) zarówno obliczeń jak i wartości sygnału.



Rysunek 7.6: Ilustracja śledzenia filtrem Kalmana częstotliwości napięcia tzw. „miękiego“ symulowanego systemu energetycznego. Lewy wykres przedstawia szybkość nadążania estymatora za wartością prawdziwą częstotliwości tuż po starcie algorytmu estymacji, a prawy po skokowym zwiększeniu obciążenia generatora i spowodowanej tym nagłej zmiany częstotliwości.

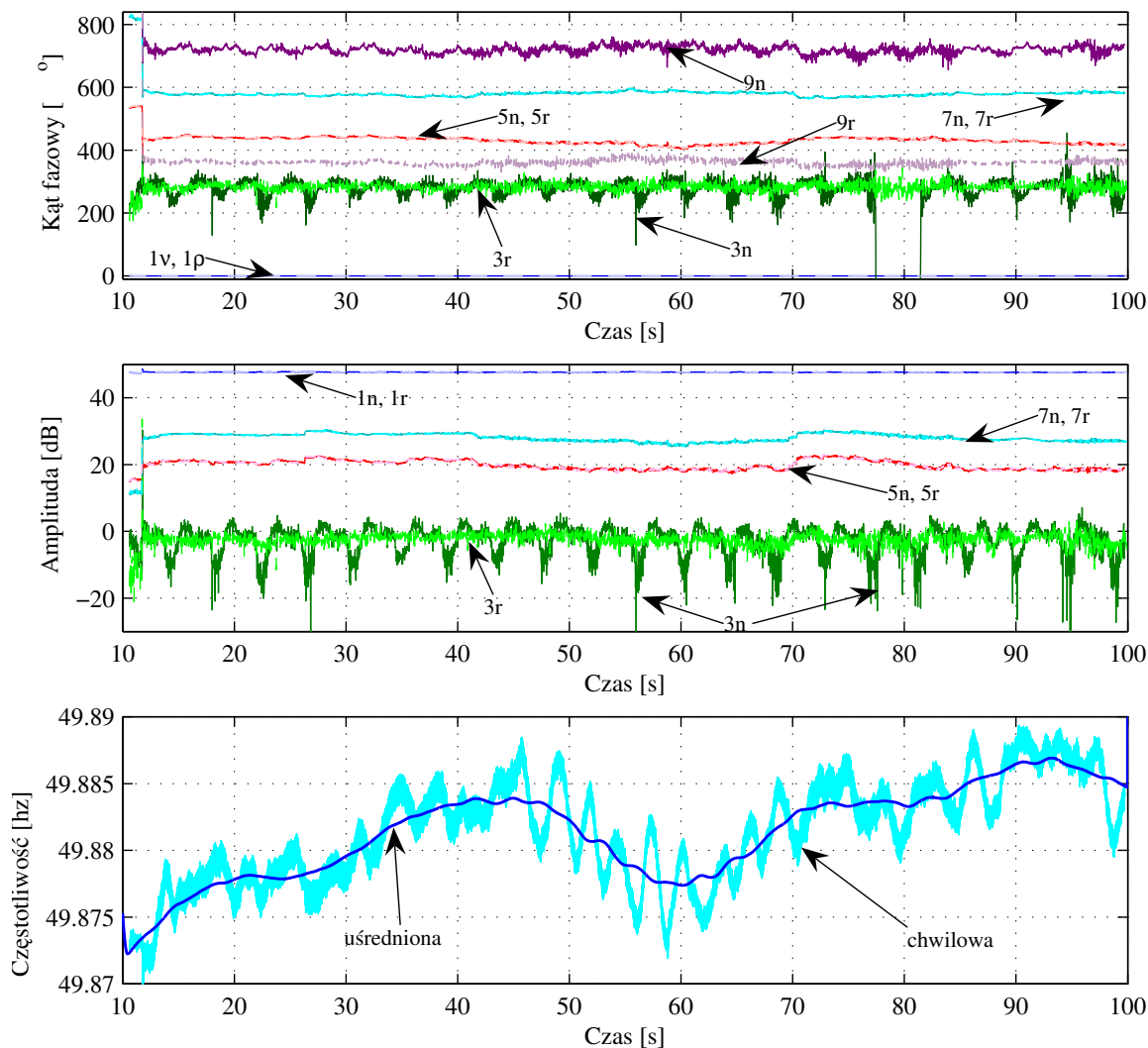
7.2.2 Śledzenie harmonicznyc

Typowym zastosowaniem nowoczesnych analizatorów jakości energii jest śledzenie harmonicznyc sygnałów czyli zarówno zmian ich modułów jak i kątów fazowyc. Śledzenie czasowyc zmian kątów fazowyc harmonicznyc jest szczególnie wrażliwe na brak synchronizacji próbkowania badanego sygnału z jego częstotliwością podstawową. Analiza zmian harmonicznyc jest utrudniona ze względu na zmienny składnik kąta fazowego będący całą częstotliwością chwilowej, a obecny z powodu braku niekoherentnego próbkowania sygnału.

Dokonano analizy czasowyc zmian amplitud i kątów fazowyc harmonicznyc (tzw. śledzenia harmonicznyc), zarejestrowanego na przyłączy 15 kV, sygnału prądu pobieranego przez odbiorcę przemysłowego. Częstotliwość podstawowa badanego sygnału zmieniała się w czasie, a jej średnia wartość wyniosła 49,88 Hz w okresie analizy 100 sekund. Częstotliwość próbkowania sygnału wynosiła 12800 Hz. Oznacza to, że sygnał był próbkowany niekoherentnie. Porównano wyniki śledzenia harmonicznyc sygnału bez repróbkiwania oraz koherentnie zrepróbkiwanego.

Parametry śledzonych harmonicznyc były wyznaczane na podstawie współczynnikóv otrzymanyc z STFT czyli krótkoczasowego przekształcenia Fouriera, . Długości okna analizy STFT wynosiła $M = 256$ (czyli jeden okres sygnału o częstotliwości 50 Hz). Prostokątne okno analizy STFT było przesuwane w każdym kroku o kolejne M próbek. Wyniki śledzenia harmonicznyc pokazano na rysunku 7.7.

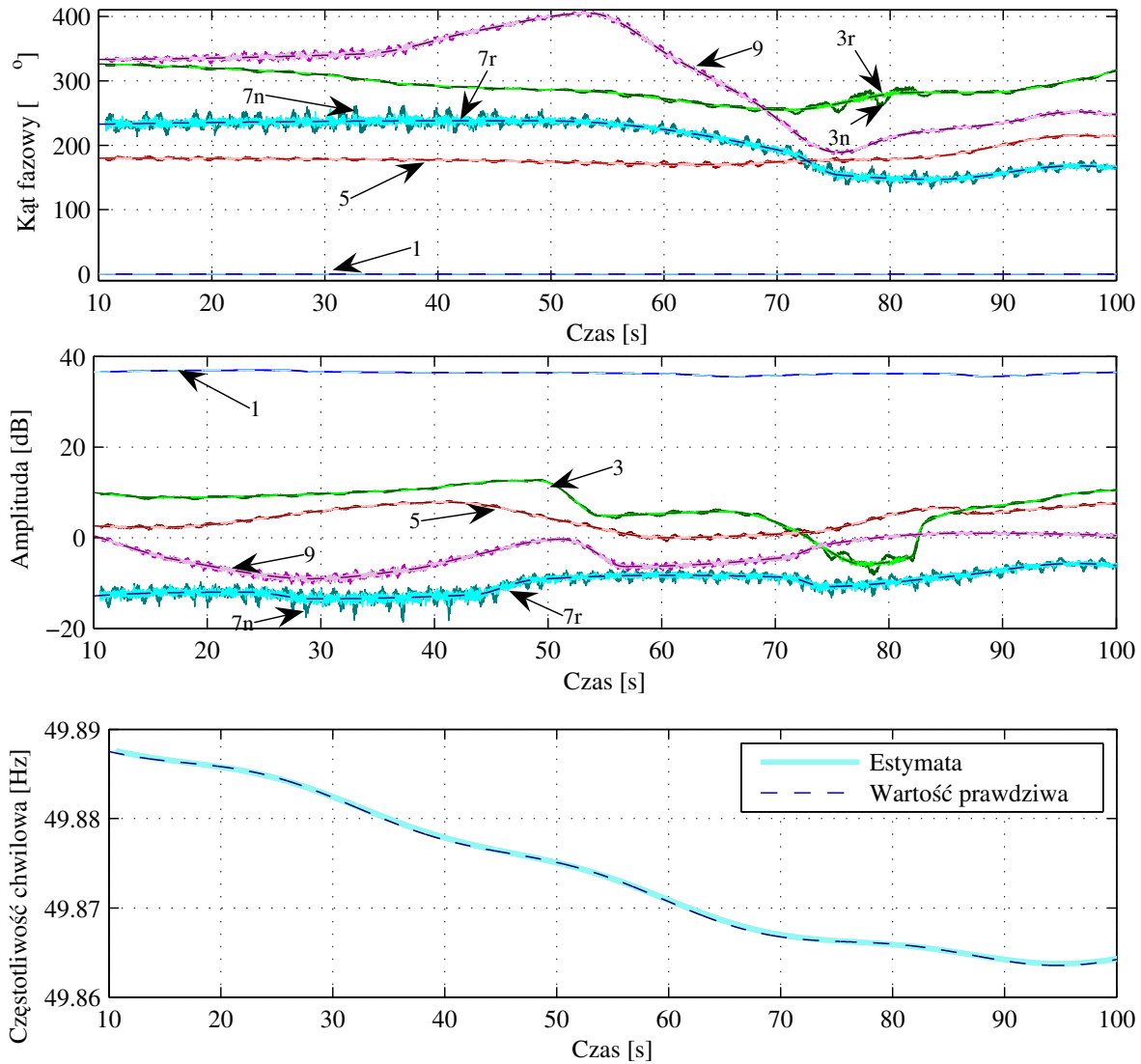
Na rysunku 7.7 można zauważyć moment załączenia baterii kondensatoróv kompensujacych (około 12 sekundy). Przełączenie spowodowało znaczną zmianę amplitud i kątów fazowyc harmonicznyc. Obliczony kąt fazowy 9-tej harmonicznej sygnału zrepróbkiwanego po załączeniu baterii kondensatoróv jest o 360° mniejszy niż kąt fazowy sygnału nierepróbkiwanego, czyli de facto jednakowy, ze względu na okresowość funkcji trygonometrycznych będących bazą przekształcenia STFT. Wskazuje to jedynie na niewielką



Rysunek 7.7: Wyniki śledzenia wybranych harmonicznych rzeczywistego sygnału. Górny wykres przedstawia zmiany kątów fazowych harmonicznych. Kąty fazowe harmonicznych sygnału nierepróbkiwanego oznaczono numerem harmonicznej i literą „n”, a kąty fazowe harmonicznych sygnału koherentnie zrepróbkiwanego literą „r”. Środkowy wykres przedstawia zmiany modułów harmonicznych sygnału. Dolny wykres przedstawia estymaty częstotliwości podstawowej systemu f_{1S} oraz estymaty częstotliwości chwilowej f_1 sygnału.

skuteczność „matlabowskiej” metody uciągania kąta fazowego (funkcja `unwrap`) w obecności zakłóceń i gwałtownych zmian kąta fazowego. Ponadto estymaty amplitud i kątów fazowych harmonicznych (szczególnie trzeciej i dziewiątej) sygnału nierepróbkiwanego wykazują silne oscylacje wokół wartości średniej. Estymaty amplitud i kątów fazowych harmonicznych zrepróbkiwanego koherentnie sygnału nie wykazują tych oscylacji. Niestety w przypadku analizy sygnału rzeczywistego wartości prawdziwe mierzonych wielkości (amplitud i kątów fazowych) są nieznane, zatem nie można z całkowitą pewnością powiedzieć, że wyniki uzyskane po zreprobkiwaniu są bliższe wartościom prawdziwym niż bez zreprobkiwania.

Aby potwierdzić, że wyniki estymacji amplitud i kątów fazowych sygnału zreprobkiwanego są bliższe wartościom prawdziwym przeprowadzono podobną analizę na sygnale



Rysunek 7.8: Wyniki śledzenia wybranych harmonicznych symulowanego sygnału. Rzędy harmonicznych zaznaczono na wykresach. Górny wykres przedstawia zmiany kątów fazowych harmonicznych. Środkowy wykres przedstawia zmiany modułów harmonicznych sygnału. Na dolnym wykresie pokazano wartości prawdziwe chwilowej częstotliwości sygnału i estymaty częstotliwości podstawowej systemu f_{1S} uzyskane przez uśrednianie estymat częstotliwości chwilowej f_1 sygnału. Estymaty amplitud i faz bez repróbkiwania narysowane są na ostatnim planie (w tle) ciemniejszym kolorem. Są widoczne, gdyż ich wariancja jest większa niż estymat po repróbkiwaniu (kolor jaśniejszy). Wartości prawdziwe zaznaczono cienkimi liniami przerywanymi.

symulowanym. Sygnał zawierał 9 pierwszych nieparzystych harmonicznych o znanych wartościach estymowanych parametrów oraz biały szum Gaussa. Wyznaczono błędy średniokwadratowe estymacji amplitud i kątów fazowych wybranych harmonicznych, określone wzorami:

$$\delta^2 \arg(X(f_h)) = \sum_k \left(\arg(\hat{X}(f_h, t_k)) - \arg(X(f_h, t_k)) \right)^2, \quad (7.4)$$

$$\delta^2 |X(f_h)| = \sum_k \left(|\hat{X}(f_h, t_k)| - |X(f_h, t_k)| \right)^2, \quad (7.5)$$

gdzie $\arg(X(\hat{f}_h, t_k))$ oznacza estymowaną wartość argumentu (fazy) harmonicznej rzędu h wyznaczonej w chwili czasowej t_k , $\arg(X(f_h, t_k))$ jest wartością prawdziwą poszukiwanego argumentu. Podobnie $|X(\hat{f}_h, t_k)|$ jest estymowaną wartością modułu (amplitudy) harmonicznej rzędu h wyznaczonej w chwili czasowej t_k , a $|X(f_h, t_k)|$ jest wartością prawdziwą poszukiwanego modułu. Wartości wyznaczonych błędów podano w tabeli 7.5.

Uzyskane wyniki potwierdziły pozytywny wpływ koherentnego repróbkiwania sygnałów na dokładność śledzenia harmonicznych. Zarówno estymaty amplitud jak i kątów fazowych sygnału spróbkiwanego w sposób niekoherentny i nierepróbkiwanego cechują się większą wariancją niż dla sygnału koherentnie zrepróbkiwanego. Przeprowadzone badania potwierdziły też oczywisty wniosek, mówiący iż zysk z koherentnego repróbkiwania jest tym mniejszy, im częstotliwość sygnału jest bliższa wartości znamionowej $f_{1N} = 50$ Hz. Wartości śledzonych amplitud i faz harmonicznych symulowanego sygnału, jak również estymaty częstotliwości podstawowej f_{1S} przedstawiono na rysunku 7.8. W przedstawianym przypadku w wyniku koherentnego repróbkiwania błędy estymacji amplitud harmonicznych zmniejszyły się średnio 6,2 raza, a błędy estymacji faz harmonicznych zmniejszyły się średnio 8,4 raza.

Harmoniczna	Błąd estymacji amplitudy		Błąd estymacji fazy	
	n	r	n	r
1	0,0042	0,0006	—	—
3	0,0042	0,0003	7,78	0,37
5	0,0017	0,0003	2,17	0,35
7	0,0010	0,0002	38,17	9,32
9	0,0006	0,0003	5,88	2,40

Tabela 7.5: Błędy średniokwadratowe (7.4), (7.5) estymacji amplitud i kątów fazowych wybranych harmonicznych symulowanego sygnału prądu. Literą „n” oznaczono wyniki dla sygnału nierepróbkiwanego, a „r” dla zrepróbkiwanego.

7.2.3 Wyznaczenie współczynnika zniekształceń harmonicznych

Jakość energii elektrycznej jest często charakteryzowana jednym z wielu współczynników określających zawartość harmonicznych w sygnale czyli inaczej poziom odkształcenia sygnału od sinusoidy [8, 57]. W normie [116] zalecane jest wyznaczanie całkowitego współczynnika odkształcenia harmonicznymi THD (ang. *Total Harmonic Distortion*) zdefiniowanego jako:

$$THD = \sqrt{\sum_{h=2}^H \left(\frac{X_{sk}(f_h)}{X_{sk}(f_1)} \right)^2}, \quad (7.6)$$

gdzie $X_{sk}(f_h)$ oznacza wartość skuteczną harmonicznej rzędu h , a H jest najwyższym rzędem analizowanych harmonicznych. Współczynnik THD powinien być wyznaczany na podstawie DFT fragmentu sygnału o długości T_{THD} równej 10 okresom podstawowej harmonicznej czyli 200 ms dla $f_1 = 50$ Hz.

Wyznaczono wartości THD dla sygnałów rzeczywistego i symulowanego (wykorzystanych w poprzednim punkcie) dla fragmentów sygnałów o długości $10M$ próbek (czyli 10 okresów dla $f_1 = 50$ Hz, gdzie M jest ilością próbek rejestrowanych w ciągu 20 ms)

rozpoczynających się w chwilach czasowych 20, 35 i 75 sekund. Za punkt odniesienia przyjęto prawdziwe wartości THD obliczone w oparciu o znane (zadane) wartości skuteczne pierwszych 9-ciu nieparzystych harmonicznycy według definicji:

$$X_{sk}(f_h) = \sqrt{\frac{1}{T_{THD}} \int_0^{T_{THD}} x(f_h, t)^2 dt}, \quad (7.7)$$

gdzie $x(f_h, t)$ jest składową (harmoniczną) o częstotliwości hf_1 badanego sygnału $x(t)$. Wyniki obliczeń przedstawiono w tabeli 7.6.

Przypadek	THD n	THD r	THD	błąd THD n	błąd THD r
sim 20 s	4,665%	4,502%	4,455%	4,71%	1,05%
sim 35 s	5,994%	5,972%	5,968%	0,44%	0,07%
sim 75 s	2,658%	2,628%	2,622%	1,37%	0,23%
real 20 s	12,94%	12,90%	—	—	—
real 35 s	12,97%	13,10%	—	—	—
real 75 s	13,99%	14,08%	—	—	—

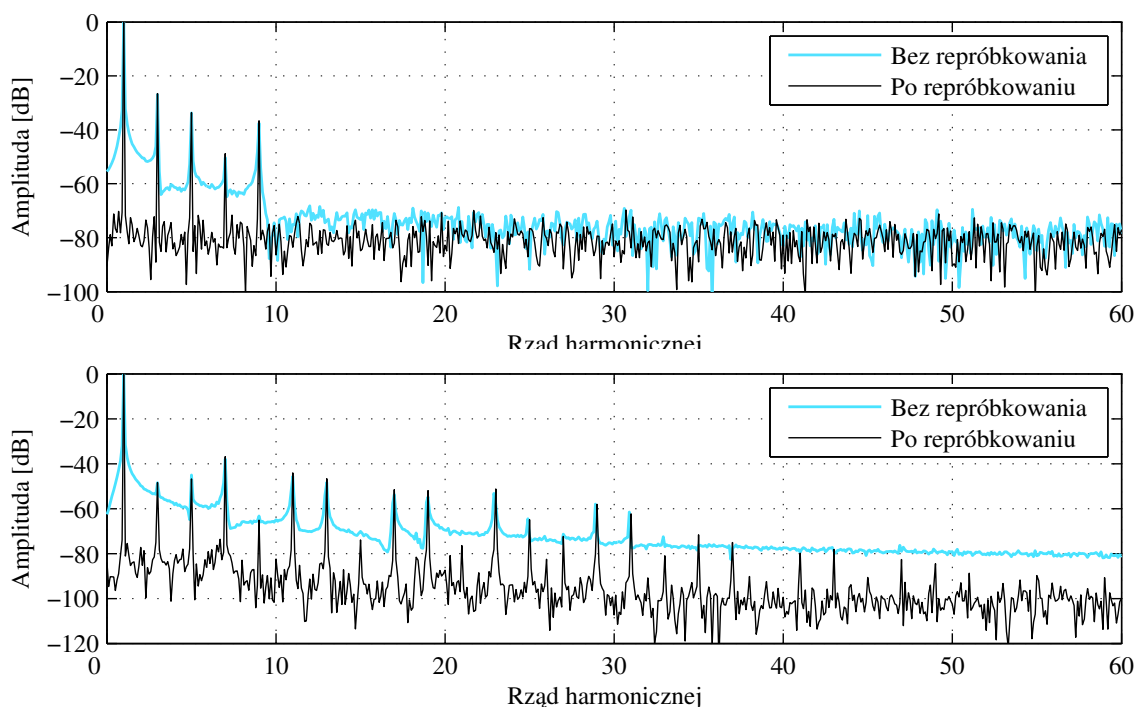
Tabela 7.6: Współczynniki całkowitego odkształcenia harmonicznymi THD (7.6) wyznaczone dla sygnałów symulowanego i rzeczywistego. Symbole THD n, THD r i THD oznaczają kolejno THD wyznaczone na podstawie DFT z sygnału nierepróbkowanego, repróbkiowanego oraz wartość prawdziwą współczynnika THD. Błąd n i błąd r to błędy względne wyznaczania THD dla sygnału nierepróbkowanego i repróbkiowanego koherentnie. Przez „sim” i „real” oznaczono odpowiednio sygnały symulowany i rzeczywisty. Dla sygnału rzeczywistego nie podano wartości prawdziwej THD oraz błędów gdyż są one nieznanne.

Wyniki (tabela 7.6) pokazują, że w efekcie repróbkiowania koherentnego współczynnik THD jest wyznaczany z mniejszym błędem niż dla sygnału próbkowanego niekoherentnie i nierepróbkowanego. W wyniku repróbkiowania błędy wyznaczania THD zmniejszyły się średnio ponad pięciokrotnie.

7.2.4 Wyznaczanie widma sygnałów energetycznych

Ilustracją poprawy dokładności estymacji własności częstotliwościowych sygnału w wyniku koherentnego repróbkiowania są wyniki wyznaczania widma DFT sygnału. Rysunek 7.9 przedstawia widma sygnałów symulowanego i rzeczywistego nierepróbkowanego i repróbkiowanego używanych w powyższych eksperymentach.

Sygnał symulowany składał się z 9-ciu pierwszych nieparzystych harmonicznycy oraz białego szumu o rozkładzie Gaussa i odchyleniu standardowym równym 0,002 (czyli -54 dB). Szum biały po rozłożeniu na wszystkie prążki widma daje wartości około -96 dB. Wartości modułów interharmonicznycy pomiędzy harmonicznymi 1-szą i 9-tą bez repróbkiowania zawierają się w granicach od -40 do -65 dB, a po repróbkiowaniu w granicach od -75 do -88 dB. Są więc one bliższe wartościom prawdziwym. Natomiast w widmie sygnału rzeczywistego poziom tłumienia nieistniejących składowycy po repróbkiowaniu jest znacznie większy niż bez repróbkiowania. Na rysunku 7.9 widać, że po repróbkiowaniu w widmie DFT widoczne są harmoniczne do rzędu 51, podczas gdy w widmie DFT sygnału nierepróbkowanego są harmoniczne o rzędzie większym od około 33 są nieodróżnialne od otoczenia, co jest skutkiem rozmycia widma.



Rysunek 7.9: Widma częstotliwościowe sygnałów symulowanego (wykres górny) i rzeczywistego (wykres dolny) wykorzystane w powyższych eksperymentach wyznaczone przed i po koherentnym repróbkowaniu.

7.3 Koherentne repróbkowanie w estymacji częstotliwościowych parametrów systemu energetycznego

Aby potwierdzić pozytywny wpływ koherentnego repróbkowania na zmniejszenie błędów estymacji impedancji zastępczej systemu elektroenergetycznego opisanego modelem Thevenina przeprowadzono identyfikację systemu w następujących przypadkach:

1. Symulowany nieliniowy model systemu elektroenergetycznego o znanej widmowej impedancji zastępczej (po jego linearyzacji w punkcie pracy).
2. Laboratoryjny, liniowy, model systemu elektroenergetycznego o znanych wartościach rezystancji R i indukcyjności L wewnętrznej źródła.
3. Rzeczywisty system elektroenergetyczny o nieznanymi prawdziwych wartościach impedancji oraz znanej w przybliżeniu wartości modułu impedancji dla podstawowej harmonicznej.

Jako miary skuteczności koherentnego repróbkowania w estymacji zastępczej impedancji Z_S systemu przyjęto następujące błędy. Bezwzględne błędy wyznaczania modułu $\Delta|Z_S(f_1)|$ i argumentu $\Delta \arg(Z_S(f_1))$ impedancji dla podstawowej harmonicznej oraz błędy skuteczne estymacji modułów $\Delta_{sk}|Z_S|$ oraz argumentów $\Delta_{sk} \arg(Z_S)$ impedancji zastępczej Z_S dla K częstotliwości od 0 do $F_{Sin}/2$ z krokiem określonym przez rozdzielczość widma DFT. Błędy te są określone następującymi zależnościami:

$$\Delta|Z_S(f_1)| = |\hat{Z}_S(f_k)| - |Z_S(f_k)|, \quad (7.8)$$

$$\Delta \arg(Z_S(f_1)) = \arg(\hat{Z}_S(f_k)) - \arg(Z_S(f_k)) . \quad (7.9)$$

$$\Delta_{sk} |Z_S| = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (|\hat{Z}_S(f_k)| - |Z_S(f_k)|)^2} , \quad (7.10)$$

$$\Delta_{sk} \arg(Z_S) = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (\arg(\hat{Z}_S(f_k)) - \arg(Z_S(f_k)))^2} . \quad (7.11)$$

7.3.1 Symulowany, nieliniowy model systemu energetycznego

Brak znajomości wartości prawdziwej zastępczej impedancji systemu energetycznego uniemożliwia ocenę błędów jej pomiaru. Z tego względu jedyną możliwością weryfikacji poprawności wyników są badania symulacyjne. Jednakże każdy model, nawet bardzo złożony, nie jest w stanie odzwierciedlić ogromnej złożoności systemu energetycznego. Zbyt proste modele mogą prowadzić do niewłaściwych (np. zbyt optymistycznych) wniosków na temat skuteczności analizowanej metody pomiarowej.

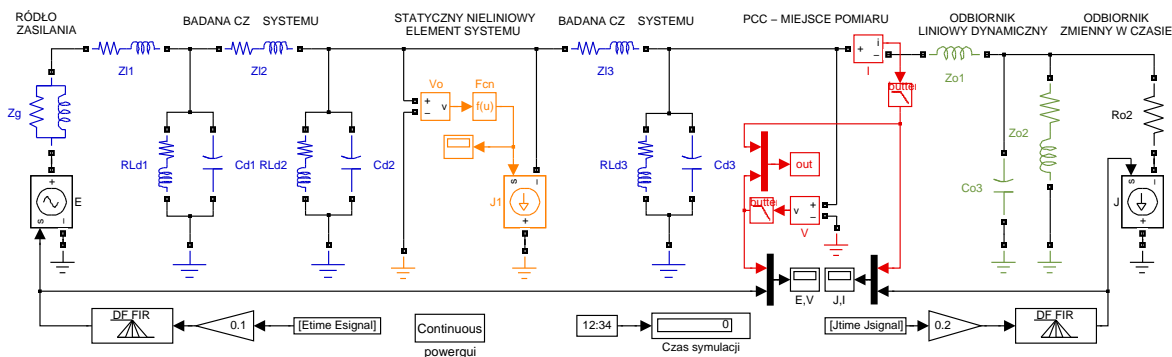
Autor rozprawy wraz z zespołem od kilku lat prowadzi badania metod pomiaru impedancji zastępczej systemu energetycznego w oparciu o naturalną zmienność obciążenia (czyli metodą bierną). W trakcie tych badań rozwijane były metody symulacji systemu zwiększające wiarygodność prowadzonych badań symulacyjnych. Wyniki badań opublikowano między innymi w pracach [16, 20, 17, 22]. Jedną z istotniejszych innowacji było zastosowanie sygnałów napięcia i prądu, zarejestrowanych w rzeczywistym systemie energetycznym, jako sygnałów pobudzających w badaniach symulacyjnych (napięcia zastępczego źródła E_S i prądu obciążenia). Taki sposób umożliwia odzwierciedlenie naturalnej zmienności (harmonicznych) obciążenia przy zachowaniu znajomości parametrów (impedancji) modelu systemu. Istotne jest, żeby sygnał przyjęty za napięcie E_S nie był rejestrowany w tym samym punkcie, w którym rejestrowany jest sygnał prądu, ale żeby był rejestrowany w tym samym przedziale czasu co sygnał prądu. Pozwoli to na zachowanie jednakowych wartości częstotliwości chwilowych w obu sygnałach, a ograniczona zostanie korelacja zmian prądu i napięcia.

Do oceny skuteczności koherentnego repróbkiwania przyjęto model systemu pokazany na rysunku 7.10. Model zbudowano w Simulinku z elementów SimPowerSystems Blockset. Zastosowano w nim dwa pobudzenia rzeczywistymi sygnałami prądu i napięcia za pomocą sterowanych źródeł prądowych. Z sygnału napięcia E_S źródła zastępczego pozostawiono, na drodze filtracji, tylko podstawową harmoniczną. Badana część systemu składała się z impedancji wewnętrznej źródła (RL), trzech szeregowych sekcji linii (RL) oraz trzech liniowych odbiorników (RLC). Aby przybliżyć model do rzeczywistości uzupełniono go o statyczny odbiornik nieliniowy po stronie badanej. Impedancyjne parametry czasowe strony badanej były niezmiennie w czasie. Nie można tego powiedzieć o napięciu E_S źródła, którego amplituda i częstotliwość ulegała niewielkim zmianom w czasie.

Symulacje prowadzone były z czasem ciągłym. Przed operacją przetwarzania A/C ciągłych sygnałów prądu i napięcia w miejscu pomiaru przeprowadzano filtrację analogową filtrem antyaliasingowym Butterwortha. Badania przeprowadzone przez autora potwierdziły znaczący wpływ aliasingu na zwiększenie błędów estymacji impedancji zastępczej, szczególnie dla wyższych harmonicznych.

Prawdziwe wartości impedancji wyznaczono przez linearyzację w punkcie pracy tego nieliniowego modelu. Wykorzystano je jako punkt odniesienia w analizie błędów.

7.3. Koherentne repróbowanie w estymacji częstotliwościowych parametrów systemu energetycznego



Rysunek 7.10: Symulacyjny model systemu energetycznego. Kolorami oznaczone pewne rodzaje elementów modelu: niebieski — liniowe elementy badanej części systemu; pomarańczowy — elementy nieliniowego odbiornika; zielony — statyczne liniowe obciążenie systemu, czarne — źródła sygnałów pobudzających napięcia źródła obciążenia.

Parametr	n	r	p
$ Z_S(f_1) $	50, 0Ω	18, 9Ω	17, 4Ω
$\Delta Z_S(f_1) $	-32, 6Ω	-1, 5Ω	—
$\Delta_{sk} Z_S $	5, 8Ω	3, 3Ω	—
$\arg(Z_S(f_1))$	69, 0°	3, 3°	18, 0°
$\Delta \arg(Z_S(f_1))$	-51, 0°	14, 7°	—
$\Delta_{sk} \arg(Z_S)$	87, 0°	8, 4°	—

Tabela 7.7: Błędy estymacji Z_S symulowanego systemu. Średnia częstotliwość w analizowanym przedziale czasu wyniosła 49,97 Hz. Literą „n” oznaczono wyniki dla sygnału nierepróbowanego, „r” dla zrepróbowanego, a „p” wartości prawdziwe.

Przedstawione w tabeli 7.7 oraz na rysunku 7.12 a) wyniki repróbowania potwierdzają pozytywny wpływ repróbowania na wyniki estymacji impedancji zastępczej symulacyjnego modelu systemu energetycznego. Ograniczenie błędów jest szczególnie widoczne dla niskich harmonicznych (do około 15-go rzędu) oraz dla najwyższych harmonicznych (estymacja modułu). W tych zakresach błędy uzyskiwane bez koherentnego repróbowania sygnałów są znacznie większe.

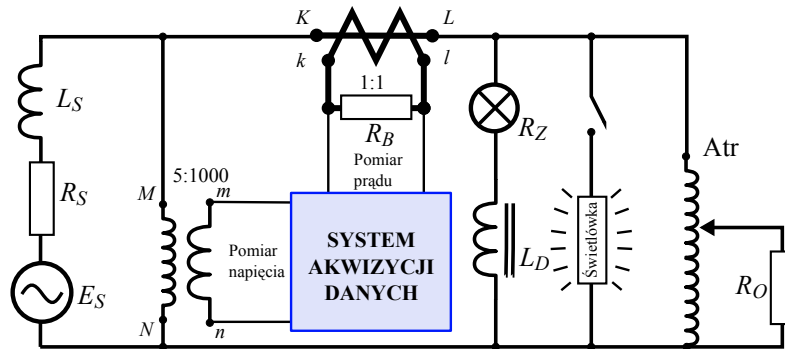
7.3.2 Laboratoryjny model systemu energetycznego

W celu praktycznego potwierdzenia skuteczności proponowanej metody koherentnego repróbowania w ograniczaniu błędów estymacji impedancji zastępczej systemu w laboratorium został zestawiony model systemu elektroenergetycznego. Schemat modelu pokazano na rysunku 7.11. Obiektem identyfikacji była w tym wypadku znana (regulowana) impedancja wewnętrzna źródła napięcia. Źródłem napięcia był generator Agilent 6812B o skutecznym napięciu wyjściowym do 300 V, mocy do 750 VA i zadawanej przez użytkownika rezystancji R_S i indukcyjności L_S źródła oraz zadawanej częstotliwości f_1 , która mogła być zmieniana w trakcie eksperymentu. Przeprowadzono kilkanaście eksperymentów, przy różnej konfiguracji generatora (stała bądź zmienna częstotliwość) oraz dla rozmaitego charakteru obciążenia i jego zmienności (obciążenie przeważnie liniowe, obciążenia nieliniowe, obciążenie nieliniowe dołączane do liniowego w dowolnych chwilach, zmienność

skokowa lub płynna mocy odbiornika liniowego).

Z uzyskanych przeprowadzonych eksperymentów wybrano taki, który pokazuje skuteczność i zasadność repróbkiwania koherentnego. Wyniki estymacji impedancji zastępczej pokazano na rysunku 7.12 b), a wyznaczone błędy w tabeli 7.8. Na rysunku widoczne są znaczne oscylacje wartości modułu impedancji wyznaczonej na podstawie próbkowanych niekoherentnie sygnałów. Największe błędy widoczne są dla częstotliwości podstawowej, dla której znajomość impedancji jest szczególnie ważna. W wynikach uzyskanych dla sygnałów repróbkiwanych znaczne błędy estymacji modułu impedancji widoczne są dla harmonicznych rzędu 30 i więcej. Na zwiększony poziom błędów estymacji impedancji zastępczej dla wyższych częstotliwości miał również wpływ braku filtracji antyaliasingowej podczas eksperymentów. Dla obu przypadków estymaty argumentów impedancji wykazują duże błędy dla harmonicznych rzędów wyższych niż 10.

Nie we wszystkich przypadkach uzyskane wyniki były tak dobre jak zaprezentowane. Wynika to po części z niedokładnej estymacji częstotliwości oraz różnicy między aktualną częstotliwością sygnału f_1 a jej wartością znamionową f_{1N} , ale głównie zależy od ilości informacji o systemie w badanych fragmentach sygnałów czyli od poziomu zmienności harmonicznych prądu i napięcia. W żadnym z przeprowadzonych eksperymentów nie udało się wiernie odzwierciedlić naturalnej zmienności obciążenia systemu, na które w rzeczywistości składa się z reguły bardzo wiele odbiorników o różnym charakterze, załączanych i odłączanych w losowych chwilach.



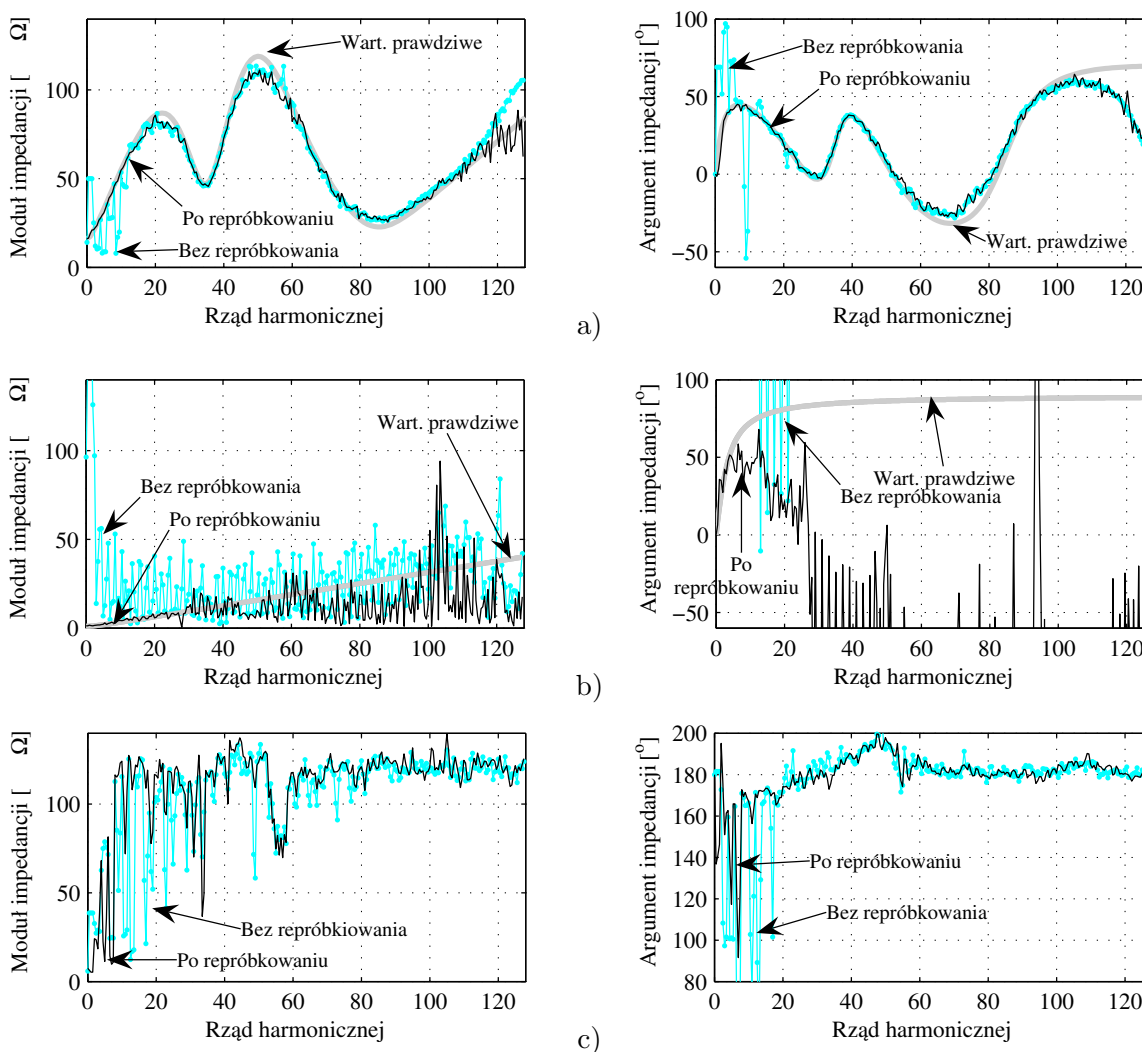
Rysunek 7.11: Laboracyjny model systemu energetycznego o znanej impedancji wewnętrznej źródła.

Parametr	n	r	p
$ Z_S(f_1) $	195,7Ω	1,62Ω	1,05Ω
$\Delta Z_S(f_1) $	-194,6Ω	-0,57Ω	—
$\Delta_{sk} Z_S $	18,6Ω	11,28Ω	—
$\arg(Z_S(f_1))$	186,2°	35,8°	17,44°
$\Delta \arg(Z_S(f_1))$	-168,8°	-18,4°	—
$\Delta_{sk} \arg(Z_S)$	681,71°	264,2°	—

Tabela 7.8: Błędy estymacji laboratoryjnego modelu systemu energetycznego. Średnia częstotliwość w analizowanym przedziale czasu wyniosła 50,2 Hz. Literą „n” oznaczono wyniki dla sygnału nierepróbkiwanego, „r” dla zrepróbkiwanego, a „p” wartości prawdziwe.

7.3.3 Rzeczywisty system energetyczny

Skuteczność metody koherentnego repróbkiwania potwierdzono wyznaczając impedancję zastępczą rzeczywistego systemu energetycznego. Do estymacji wykorzystano zarejestrowane po wtórnej stronie transformatora 110/15 kV sygnały prądu i napięcia zasilającego dużego odbiorcę przemysłowego. W zasadzie wartości zastępczej widmowej impedancji systemu, widzianej z punktu pomiaru w kierunku zasilania, są nieznane. Dane znamionowe transformatora pozwoliły jednak na oszacowanie modułu impedancji uzwojenia strony wtórnej na około 12Ω dla 50 Hz. Impedancja transformatora jest dominującą



Rysunek 7.12: Estymaty impedancji zastępczej Z_S systemu energetycznego dla trzech analizowanych przypadków: a) model symulacyjny pobudzony rzeczywistymi sygnałami, b) model laboratoryjny, c) rzeczywisty system energetyczny. Szeroka, szara linia (oznaczona na wykresach literą „p”) przedstawia wartości prawdziwe impedancji zastępczej Z_S systemu, jeśli są one znane. Linia z punktami (oznaczona literą „n”) przedstawia estymaty Z_S otrzymane z sygnałów nierepróbkiwanych; cienka, czarna linia (oznaczona literą „r”) przedstawia estymaty Z_S wyznaczone na podstawie sygnałów repróbkiwanych. Lewa kolumna wykresów przedstawia wyniki estymacji modułu impedancji, a prawa wyniki estymacji argumentu impedancji.

częścią wypadkowej zastępczej impedancji systemu widzianej z punktu pomiaru ze względu na konieczność przeliczania wartości impedancji ze strony pierwotnej na wtórną.

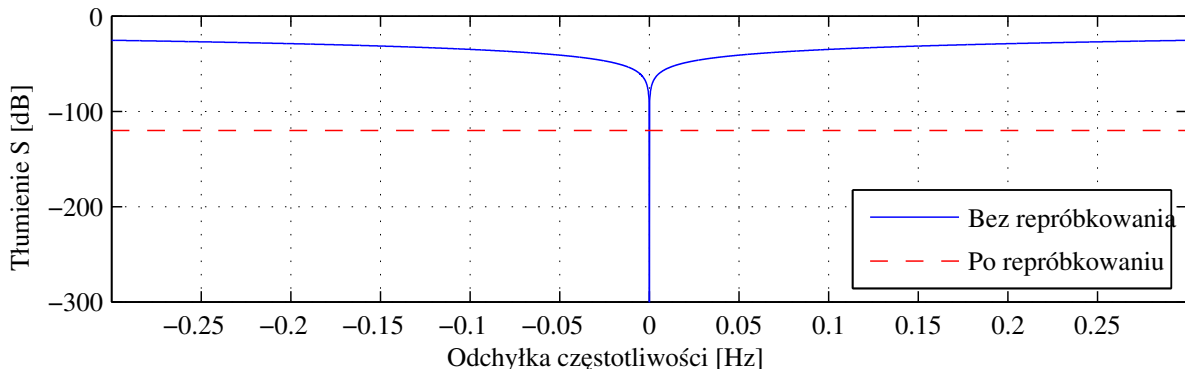
Moduł estymaty impedancji dla podstawowej harmonicznej wyznaczonej dla sygnałów nierepróbkowanych wyniósł około 40Ω , podczas gdy po repróbkowaniu około 10Ω , co jest wynikiem znacznie bliższym wartości obliczonej z danych znamionowych transformatora. Wydaje się być również wynikiem znacznie bliższym prawdy, gdyż przy założeniu znamionowego prądu obciążenia wartości 100 A (a tego rzędu prądy były tam obserwowane) oraz impedancji zastępczej 40Ω spadek napięcia na tej impedancji sięgałby 4000 V przy 15 kV znamionowego napięcia strony wtórnej, co oznacza spadek napięcia rzędu 27% . W praktyce jest to wielkością niedopuszczalną. Wyniki pokazano na rysunku 7.12 c). Widoczna jest na nim wspomniana różnica dla podstawowej harmonicznej. Dla harmonicznych między pierwszą a 50-tą widoczne są znaczne różnice w wynikach. Trudno je jednak interpretować, gdyż dla tych częstotliwości nie są znane wartości prawdziwej impedancji. Dla harmonicznych rzędów większych od 50 wyniki uzyskane bez repróbkowania i z repróbkowaniem są zbliżone.

7.4 Wrażliwość metody koherentnego repróbkowania

Metoda koherentnego repróbkowania nie jest metodą pomiarową samą w sobie i dlatego powodu trudno w jej przypadku przeprowadzić analizę wrażliwości tak jak dla metod pomiarowych. Autor przeanalizował wpływ wybranych czynników na skuteczność metody koherentnego repróbkowania czyli na ograniczenie rozmycia widma DFT sygnałów spróbkowanych niekoherentnie.

Wartość odchyłki częstotliwości sygnału f_1 od wartości znamionowej f_{1N} jest istotnym parametrem, który może decydować o zasadności stosowania koherentnego repróbkowania sygnałów. Wynika to z faktu iż repróbkowanie, jak każda operacja przetwarzania sygnału, wprowadza w sygnale pewne zmiany (choćby ze względu na błędy zaokrągleń operacji arytmetycznych [10]). Przykładowo jeśli sygnał jest próbkowany koherentnie t.j. gdy $F_{Sin} = M f_1$ operacja repróbkowania jest zbędna, a jej przeprowadzenie powoduje pogorszenie uzyskiwanych w dalszych pomiarach wyników. W pozostałych przypadkach gdy $f_1 \neq f_{1N}$ repróbkowanie jest wskazane i wpływa pozytywnie na ograniczenie błędów dalszych pomiarów. Zmiany (zniekształcenia) w sygnałach powodowane przez operację koherentnego repróbkowania są na stałym poziomie (patrz punkt 7.1.3). Poprawa, w odniesieniu do wyników pomiarów wykorzystujących sygnały nierepróbkowane, jest tym większa, im większa jest odchyłka $|f_1 - f_{1N}|$. Rezygnacja z repróbkowania przy wzroście odchyłki $|f_1 - f_{1N}|$ powoduje wzrost poziomu błędów estymacji parametrów sygnału i/lub systemu, jak pokazano na rysunku 7.13. Widać na nim, że dla $F_{Sin} = M f_{1N}$ w całym zakresie częstotliwości, z wyłączeniem wąskiego obszaru gdzie $f_1 \simeq f_{1N}$, błąd rozmycia S (7.1) jest o wiele większy niż w przypadku niepotrzebnego repróbkowania koherentnie spróbkowanego sygnału. Ze względu na zmienny bilans mocy w systemie energetycznym nie można przyjąć założenia iż $f_1 = f_{1N}$. Co więcej wszystkie, zarejestrowane przez autora, rzeczywiste sygnały energetyczne cechowała średnia częstotliwość f_1 różna o co najmniej $\pm 0,01 \text{ Hz}$ (czyli $\pm 0,02\%$) od wartości znamionowej f_{1N} . Przy odchyłce tego rzędu, wyniki pomiarów parametrów systemu i sygnałów wykonanych

w oparciu o sygnały koherentnie repróbkiwane są obarczone mniejszymi błędami niż wyniki tych samych pomiarów wykonanych w oparciu o sygnały nierepróbkiwane.

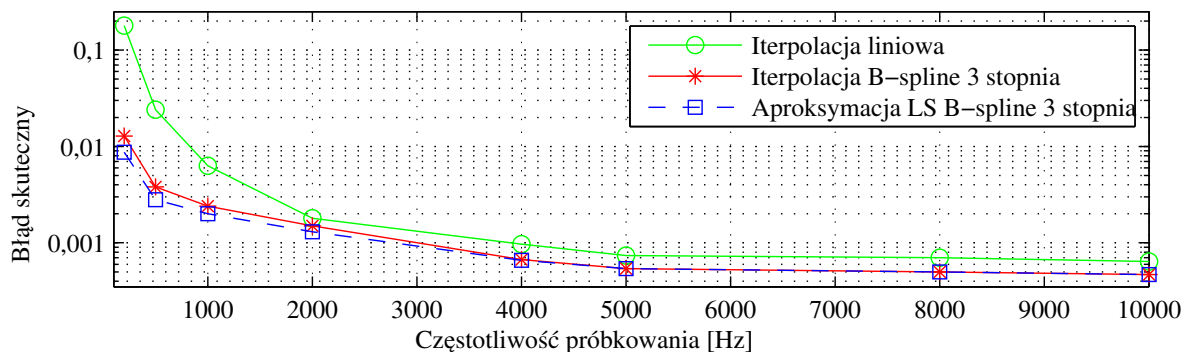


Rysunek 7.13: Zależność błędu estymacji DFT sygnału $\sin(2\pi f_1 t)$ spróbkiwanego niekoherentnie z częstotliwością $F_{Sin} = M f_{1N}$, wyrażony wartością tłumienia S nieistniejących składowych sygnału, w funkcji odchyłki jego częstotliwości podstawowej od wartości znamionowej $f_1 - f_{1N}$. Przerywana linia przedstawia błąd S po repróbkiwaniu.

Zakłócenia addytywne i precyzja obliczeń wpływają na dokładność estymacji częstotliwości chwilowej, a co za tym idzie na dokładność wyznaczania chwil repróbkiwania oraz w końcu na skuteczność algorytmu repróbkiwania. Zmiana precyzji z podwójnej na pojedynczą przy braku zakłóceń zwiększa około dwukrotnie błąd estymacji częstotliwości w stanie ustalonym. Natomiast w obecności zakłóceń harmonicznych (analizowanych w punkcie 7.1.1) oraz zakłóceń WGN o odchyleniu standardowym równym 1% amplitudy sygnału wpływ precyzji obliczeń jak i rozdzielczości kwantowania przestaje być zauważalny. Maksymalny błąd estymacji częstotliwości w tym wypadku jest rzędu 0,0026 Hz (bez uśredniania za 10 sekund). Jest to błąd około rząd wielkości mniejszy od typowej wartości odchyłki $|f_1 - f_{1N}|$ wynoszącej, wg. doświadczeń autora, około 0,02 Hz. Dodatkowa operacja uśredniania estymat częstotliwości chwilowej za okres 10 sekund znacząco zmniejsza odchylenie standardowe wyników estymacji częstotliwości (dla $F_{Sin} = 12800$ Hz i uśredniania częstotliwości za 10 sekund zmniejsza odchylenie standardowe ponad 300 krotnie) i znacząco zmniejsza wpływ zakłóceń pomiarowych (o zerowej wartości oczekiwanej). Stosowane w proponowanej metodzie repróbkiwania uśrednianie częstotliwości chwilowej powoduje, że spotykane w rzeczywistości poziomy zakłóceń jak również pojedyncza precyzja obliczeń w estymatorze częstotliwości mają pomijalnie mały wpływ na wyniki repróbkiwania.

Rodzaj i stopień funkcji bazowych stosowanych w repróbkiwaniu decyduje o jakości rekonstrukcji badanego sygnału. Przy częstotliwości próbkowania dającej ponad 60 próbek na okres podstawowej harmonicznej badanego sygnału można by podać w wątpliwość potrzebę stosowania w rekonstrukcji sygnału funkcji bazowych stopnia wyższego niż jeden zamiast interpolacji liniowej. Jednakże rodzaj i rodzaj przeprowadzanej operacji (aproksymacja LS B-spline 3-go, interpolacja B-spline 3-go stopnia lub interpolacja liniowa) wpływa na jakość rekonstrukcji wyższych harmonicznych, w przypadku których na jeden okres harmonicznej może przypadać

zaledwie kilka próbek. Dla potwierdzenia wyznaczono błędy skuteczne przybliżenia sygnału znanego analitycznie, próbkowanego niekoherentnie, sygnałem repróbkiwanym wymienionymi metodami. Sygnał repróbkiwany był postaci $\sin(2\pi f_1 t)$ gdzie $f_1 = 49,7$ Hz. Znaną częstotliwość sygnału wykorzystano w celu pominięcia estymacji częstotliwości, która mogłaby mieć wpływ na otrzymane wyniki. Wyznaczone błędy pokazano na rysunku 7.14. Widać na nim, że błędy interpolacji i aproksymacji B-spline 3-go stopnia różnią się tylko dla częstotliwości próbkowania mniejszych niż 5000 Hz. Interpolacja liniowa cechuje się znacznie większymi błędami dla wszystkich częstotliwości próbkowania. Dla wyższych częstotliwości nie są to różnice duże. Jednak, gdy rozważymy przypadek, w którym chcemy rekonstruować wyższą harmoniczną, na której okres przypada przykładowo 10 próbek sygnału (co na rysunku odpowiada częstotliwości próbkowania 500 Hz przy częstotliwości sygnału około 50 Hz), to widzimy, że błąd przy interpolacji liniowej jest 10-cio krotnie większy niż w aproksymacji B-spline. W tym samym punkcie błąd interpolacji B-spline jest o 30% większy niż w aproksymacji B-spline. Jest to wystarczającym uzasadnieniem wykorzystania w proponowanym algorytmie aproksymacji B-spline 3-go stopnia. Zastosowanie funkcji bazowych wyższych rzędów (np. 4 lub 5) powoduje nieznaczną poprawę przy znacznym wzroście złożoności obliczeniowej [101].



Rysunek 7.14: Błąd skuteczny reprezentacji sygnału analogowego, spróbkowanego niekoherentnie, sygnałem zrepróbkiwanym koherentnie w zależności od częstotliwości próbkowania i rodzaju (metody) repróbkiwania.

Częstotliwość próbkowania sygnałów wejściowych determinuje użyteczne pasmo repróbkiwanych sygnałów. Wpływ operacji repróbkiwania objawia się w postaci dodatkowego ograniczenia pasma użytecznego, wynikającego z niejednostkowego wzmocnienia toru repróbkiwania (patrz punkt 7.1.3). Dlatego aby móc analizować wyższe harmoniczne sygnałów poddanych repróbkiwaniu, należy przyjąć częstotliwość próbkowania F_{Sin} wyższą o około 50% niż wynikająca z twierdzenia o próbkowaniu. Rozsądne jest przyjęcie częstotliwości próbkowania około 5 do 6-ciu razy większej od najwyższej interesującej nas częstotliwości.

Rozdział 8

Podsumowanie i kierunki dalszych badań

8.1 Wnioski

Popularność metod DFT oraz FFT w estymacji parametrów sygnałów energetycznych oraz parametrów systemu energetycznego wynika po pierwsze z jasnej i jednoznacznej interpretacji wyników DFT/FFT z oknem prostokątnym (np. w odróżnieniu od wyników analizy falkowej), a po drugie z istnienia bardzo efektywnego obliczeniowo algorytmu FFT [29]. Znane są jednakże problemy związane z estymacją widma sygnału wynikające z ograniczonej rozdzielczości analizy DFT oraz z niekoherentnego próbkowania sygnałów energetycznych objawiające się tzw. rozmyciem widma [115]. Z rozmyciem widma można walczyć przez stosowanie okien czasowych innych niż prostokątne, zwiększanie rozdzielczości widma jak również przez koherentne próbkowanie sygnałów (rozwiązanie sprzętowe) lub koherentne repróbkowanie sygnałów (rozwiązanie programowe). Norma [116] zaleca stosowanie koherentnego próbkowania sygnałów wraz z oknem prostokątnym. Zapewnienie synchronizacji próbkowania z częstotliwością sygnału badanego skutkuje znacznym ograniczeniem lub całkowitą eliminacją¹ rozmycia widma i umożliwia stosowanie okna prostokątnego. Koherentne próbkowanie pozwala zatem na uniknięcie błędów pomiarów pośrednich opartych na analizie DFT.

Spełnienie zaleceń normy [116] wymaga zastosowania systemu akwizycji danych wyposażonego w układ synchronizacji próbkowania z częstotliwością podstawową sygnału. Układem synchronizacji najczęściej jest pętla synchronizacji fazowej (PLL). System akwizycji danych musi mieć możliwość podania zewnętrznego sygnału wyzwalającego próbkowanie. Większość prostych systemów akwizycji danych nie daje takiej możliwości. W wielu innych przypadkach istnieje potrzeba analizy zarejestrowanych wcześniej, spróbkowanych niekoherentnie sygnałów. W sytuacji koherentne próbkowanie sygnałów jest niemożliwe, alternatywą może być zastosowanie, proponowanej przez autora rozprawy, metody koherentnego repróbkowania sygnałów.

Przedstawiona w niniejszej pracy metoda koherentnego repróbkowania sygnałów energetycznych wykorzystuje filtr Kalmana do śledzenia częstotliwości badanego sygnału oraz ciągle repróbkowanie sygnałów zrealizowane w postaci kaskady filtrów FIR: prefiltra ana-

¹Tylko w przypadku sygnału harmonicznego i idealnej synchronizacji z częstotliwością podstawową sygnału rozmycie widma może zostać wyeliminowane całkowicie.

lize i filtra syntezy B-spline 3-go stopnia o zmiennych w czasie współczynnikach. Prefiltr analizy zaprojektowano tak by tor przetwarzania realizował aproksymację średniokwadratową badanego sygnału. Głównym celem działania prezentowanej metody jest ograniczenie rozmycia widma DFT podobne jak przy zastosowaniu próbkowania synchronizowanego przez PLL. Dodatkowym celem jest ograniczenie błędów pomiarów pośrednich wybranych parametrów częstotliwościowych zarówno sygnałów jak i systemu energetycznego, wyznaczanych w oparciu o analizę DFT sygnałów.

Porównanie metody programowego, koherentnego repróbkowania z rozwiązaniem sprzętowym wykorzystującym PLL wskazuje zarówno zalety jak i wady proponowanego rozwiązania. Wadą programowego koherentnego repróbkowania jest konieczność wykonywania dodatkowych obliczeń jak również błędy wprowadzane przez operacje arytmetyczne (błędy zaokrągleń, błędy estymacji częstotliwości, nieperfekcyjną rekonstrukcję sygnału). Przewaga proponowanej metody nad rozwiązaniem sprzętowym polega na większej szybkości odpowiedzi filtra Kalmana, zależnej od przyjętego współczynnika zapomnienia, na gwałtowne zmiany częstotliwości sygnału. Ma to znaczenie np. przy śledzeniu zmian harmonicznym. Dodatkową zaletą koherentnego repróbkowania jest, niedostępna w rozwiązaniach z PLL, możliwość zastosowania metody repróbkowania off-line czyli do zarejestrowanych wcześniej, niekoherentnie spróbkowanych sygnałów. Dla przykładu zespół badawczy, zajmujący się pomiarami energetycznymi w Katedrze Metrologii AGH, jest w posiadaniu wielu zarejestrowanych sygnałów energetycznych spróbkowanych w sposób niekoherentny. Zwiększenie dokładności częstotliwościowej analizy tych sygnałów jest możliwe dzięki wykorzystaniu metody programowego, koherentnego repróbkowania. Dodatkową korzyścią płynącą z koherentnego repróbkowania jest również możliwość korekcji opóźnienia międzykanałowego obecnego w wielokanałowych systemach akwizycji z multipleksowaniem kanałów wejściowych.

W celu weryfikacji pozytywnego wpływu koherentnego repróbkowania na ograniczenie błędów pomiarów częstotliwościowych parametrów sygnałów i systemu energetycznego przeprowadzono szereg badań symulacyjnych oraz eksperymentów na sygnałach rzeczywistych. Badania te polegały na porównaniu wyników pomiarów pośrednich opartych o DFT sygnałów repróbkowanych koherentnie z wynikami tych samych pomiarów opartych o DFT sygnałów spróbkowanych niekoherentnie (nierepróbkowanych). W przypadku badań symulacyjnych wyniki uzyskane dla sygnałów repróbkowanych i nierepróbkowanych zostały odniesione do znanych wartości prawdziwych. Przeprowadzono analizę skuteczności prezentowanej metody repróbkowania w wyznaczaniu widma DFT pojedynczego sygnału, śledzeniu zmieniających się w czasie amplitud i kątów fazowych harmonicznym, wyznaczaniu współczynnika zniekształceń harmonicznym THD, estymacji zastępczej impedancji systemu energetycznego na podstawie zmienności obciążenia.

Przedstawiany w rozprawie algorytm repróbkowania udostępnia dodatkowo istotny parametr, mówiący o bilansie energetycznym systemu, jakim jest estymata częstotliwości podstawowej systemu. Jest ona, zgodnie z definicją podaną w normie [119], średnią z częstotliwości chwilowej napięcia za okres dziesięciu sekund.

Przedstawione w rozdziale 7 rozprawy wyniki potwierdziły postawioną na wstępie rozprawy tezę, mówiącą iż dzięki zastosowaniu prezentowanej metody koherentnego repróbkowania możliwe jest ograniczenie błędów estymacji częstotliwościowych parametrów systemu elektroenergetycznego. W zależności od wyboru estymowanego parametru oraz od wartości odchyłki częstotliwości podstawowej badanych sygnałów od wartości znamionowej ograniczenie błędów może być kilkukrotne (np. przy wyznaczaniu DFT i śledzeniu

harmonicznych) lub nawet kilkudziesięciokrotne (np. w estymacji zastępczej impedancji systemu dla częstotliwości podstawowej).

Dodatkowym celem, który przyświecał autorowi była możliwość działania algorytmu repróbkiowania w czasie rzeczywistym na sygnałach o nieograniczonej długości, t.j. bez określenia z góry długości analizowanego sygnału, np. podczas rejestracji ciągłych. Cel ten został osiągnięty, co zostało potwierdzone udaną implementacją algorytmu repróbkiowania w procesorze sygnałowym, opisaną w rozdziale 6, jak również pozytywnymi wynikami repróbkiowania długich sygnałów.

Przedstawiona w rozprawie metoda repróbkiowania wykorzystywana jest w pracach realizowanych przez zespół badawczy, do którego należy również autor rozprawy, zajmujący się w Katedrze Metrologii AGH pomiarami energetycznymi. Wysoka skuteczność metody koherentnego repróbkiowania przekonuje autora o celowości jej opracowania oraz potwierdza postawioną na początku rozprawy tezę.

8.2 Oryginalne elementy pracy

Za oryginalne elementy niniejszej pracy należy uznać:

1. Idea połączenia istniejących już metod aproksymacyjnych, przetwarzania sygnałów oraz estymacji częstotliwości w algorytm koherentnego repróbkiowania.
2. Zastosowanie iteracyjnej procedury śledzenia częstotliwości w postaci filtra Kalmana o krótkim (definiowanym) czasie odpowiedzi, w miejsce metod opartych na detekcji przejść przez zero. Dzięki temu możliwe jest stosowanie w reprobkiowaniu estymat częstotliwości chwilowej f_1 (przy analizie tylko jednego sygnału), nawet w przypadku szybkich zmian częstotliwości sygnału, bądź estymat częstotliwości uśrednionej f_{1S} (w estymacji zastępczych parametrów systemu energetycznego).
3. Realizacja reprobkiowania ciągłego za pomocą kaskady filtrów FIR (prefiltra analizy LTI i filtra syntezy LTV) zamiast najczęściej stosowanej aproksymacji blokowej. Dzięki temu możliwe było równe rozłożenie obciążenia procesora w czasie oraz ciągłe reprobkiowanie sygnałów.
4. Implementacja przedstawianej metody na procesorze sygnałowym pozwalająca na reprobkiowanie sygnałów o nieograniczonej długości w czasie rzeczywistym.
5. Zastosowanie funkcji wagowej (5.3) w celu lepszego dopasowania charakterystyki prefiltra FIR aproksymującej charakterystykę prefiltra dualnego do funkcji syntezy B-spline w obszarze niskich częstotliwości.
6. Idea zastosowania sygnałów rejestrowanych w rzeczywistym systemie energetycznym jako sygnałów pobudzających w badaniach symulacyjnych systemu energetycznego. Umożliwia to wierne odzwierciedlenie własności rzeczywistych odbiorników energii.
7. Wyniki szeregu badań, zarówno symulacyjnych jak i eksperymentalnych, prezentowanej metody reprobkiowania. Przeprowadzone badania pozwoliły ocenić skuteczność działania metody oraz jej wrażliwość na wybrane czynniki. Uzyskane wyniki badań potwierdziły postawioną w rozprawie tezę.

8.3 Kierunki dalszych prac

Bezpośrednią przyczyną opracowania prezentowanej metody repróbki były niezadowalające wyniki estymacji zastępczej impedancji systemu energetycznego. Badania prowadzone w tym zakresie od dłuższego czasu doprowadziły do szeregu spostrzeżeń i wniosków. Najważniejszym wnioskiem jest świadomość, że jakkolwiek koherentne reprobki wydaje się być niezbędnym elementem biernej metody pomiaru impedancji zastępczej to jednak nie jest ono wystarczające dla uzyskiwania poprawnych wyników w każdym przypadku. Poza niekoherentnym próbkowaniem sygnałów prądu i napięcia istnieją także inne czynniki, które w znaczący sposób wpływają na błędy estymacji. Problemem wymagającym rozwiązania, nad którym obecnie pracuje autor pracy, jest wyłanianie z analizowanych sygnałów fragmentów niosących interesującą nas informację. W związku z powyższym za kierunki dalszych prac związanych z estymacją zastępczych parametrów systemu energetycznego autor uznaje:

- opracowanie algorytmów selekcji fragmentów sygnałów charakteryzujących się wystarczającą zmiennością,
- opracowanie algorytmów selekcji fragmentów sygnałów niosących informację o stronie badanej systemu, a nie o stronie obciążenia (patrz punkt 2.5.2),
- opracowanie metod szacowania niepewności estymowanych parametrów systemu,
- zdefiniowanie i określenie własności miary podatności systemu energetycznego na przenoszenie zaburzeń o określonej częstotliwości,
- wykorzystanie metod dekompozycji falkowej w estymacji zastępczej impedancji systemu z pominięciem reprobki oraz próba interpretacji wyników przy wybranej rodzinie funkcji bazowych,
- dalsza optymalizacja kodu algorytmu reprobki na procesor sygnałowy w celu zwiększenia częstotliwości próbkowania i liczby reprobkiowanych jednocześnie sygnałów.

8.4 Podsumowanie

Uzyskane wyniki badań modelowych i eksperymentalnych należy uznać za w pełni satysfakcjonujące. Postawiona teza została dowiedziona, a zaprezentowana w rozprawie metoda ma duże znaczenie praktyczne. Przeprowadzone badania jak i opracowana metoda są jednakże tylko częścią bardzo szerokiego zagadnienia badawczego jakim jest pomiar widmowej, zastępczej impedancji systemu energetycznego. W opinii autora, wyniki przedstawione w rozprawie są istotnym przyczynkiem do opracowania metody pomiaru zastępczej impedancji systemu wykorzystującej naturalną zmienność obciążenia.

Bibliografia

- [1] Aboy, M., McNames, J., Márquez, O. W., Hornero, R., Thong, T., Goldstein, B.: *Power Spectral Density Estimation and Tracking of Nonstationary Pressure Signals based on Kalman Filtering*. W *Proc. of the 26th Annual International Conference of the IEEE EMBS*. San Francisco, USA, September 2004.
- [2] Ahlberg, J. H., N. E., Walsh, J. L.: *Theory of splines and their applications*. London Academic Press, London, 1967.
- [3] Arrilaga, J., Neville, W. R.: *Power system harmonics*. John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, 2003. ISBN 0-470-85129-5.
- [4] Backmutsky, V., Zmudikov, V., Agizim, A., Vaisman, G.: *A new DSP method for precise dynamic measurement of the actual power-line frequency and its data acquisition applications*. *Measurement*, 18(3):321–328, October 1996.
- [5] Bendat, J. S., Piersol, A. G.: *Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych*. Polskie Wydawnictwa Naukowe, Warszawa, 1995.
- [6] Bettini, P., De Lorenzi, A.: *400-kV-Network Harmonic Impedance Evaluation from Harmonic Distortion Measurements at RFX Site*. *European Trans. on Electric Power*, 8(1), February 1998.
- [7] Bień, A.: *Metrologia jakości energii elektrycznej w obszarze niskoczęstotliwościowych zaburzeń napięcia sieci*. Rozprawa habilitacyjna, Wydział EAIiE AGH, Kraków, 2003.
- [8] Bień, A., Buchała, G., Morończyk, A.: *THD factor measurement with using watch filtration of the fundamental frequency*. W *5th International Conference Electrical Power Quality and Utilisation*. Cracow, Poland, September 1999.
- [9] Bigaj, D., Hanzelka, Z.: *Metody lokalizacji źródeł wyższych harmonicznych w sieciach zasilających*. *Półrocznik Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie*, 23(1), 2004.
- [10] Bjorck, A., Dahlquist, G.: *Metody Numeryczne*. Polskie Wydawnictwa Naukowe, Warszawa, 1997. ISBN 83-01-04276-1.
- [11] Blu, T., Unser, M.: *Approximation Error for Quasi-Interpolators and (Multi-)Wavelet Expansions*. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 47(6):219—251, 1999.
- [12] Blu, T., Unser, M.: *Quantitative Fourier Analysis of Approximation Techniques: Part I — Interpolators and Projectors*. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 47(10):2783–2795, October 1999.
- [13] Bolkowski, S.: *Elektrotechnika*. Wydawnictwa szkolne i pedagogiczne, Warszawa, 1993. ISBN 83-02-05981-1.
- [14] Borkowski, D.: *Pomiar częstotliwości i amplitudy napięcia sieci energetycznej za pomocą systemu z procesorem sygnałowym*. Praca magisterska, Wydział EAIiE AGH, Kraków, 2000.
- [15] Borkowski, D.: *A digital system to measure frequency and amplitude of power grid voltage*. *Electrical Power Quality and Utilization*, 7(2), August 2001.
- [16] Borkowski, D.: *Analiza możliwości wykorzystania naturalnej zmienności prądu obciążenia do estymacji impedancji harmonicznej systemu energetycznego*. W *Symposium Modelowanie i Symulacja Systemów Pomiarowych*. Krynica, Poland, September 2004.

- [17] Borkowski, D.: *Numerical aspects of power system modelling targeted at simulation study of non-invasive power system impedance measurement method*. W *8th Int. Conf. on Electrical Power Quality and Utilisation*. Cracow, Poland, September 2005.
- [18] Borkowski, D.: *On improving power system signals coherent resampling algorithm*. W *Signal Processing'2005 Workshop*. Poznan, Poland, September 2005.
- [19] Borkowski, D.: *On-line instantaneous frequency estimation and voltage/current coherent resampling method*. *Metrology And Measurement Systems*, XII(1), 2005.
- [20] Borkowski, D.: *Symulacyjne badanie nieparametrycznej metody estymacji impedancji sieci energetycznej*. W *Symposium Modelowanie i Symulacja Systemów Pomiarowych*. Krynica, Poland, September 2005.
- [21] Borkowski, D.: *Modele nieliniowości systemu energetycznego*. *Pomiary, Automatyka, Kontrola*, (10bis wyd. spec. dodatkowe), September 2006.
- [22] Borkowski, D.: *Zastosowanie metody synchronicznego próbkowania sygnałów energetycznych w pomiarze zastępczej impedancji systemu elektroenergetycznego*. *Przegląd Elektrotech.*, (7/8), 2006.
- [23] Borkowski, J.: *LIDFT — The DFT Linear Interpolation Method*. *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, 49(4), 2000.
- [24] Brandt, S.: *Analiza danych*. Polskie Wydawnictwa Naukowe, Warszawa, 1998. ISBN 83-01-12986-7.
- [25] Bronsztejn, I. N., Siemiendajew, K. A.: *Matematyka Poradnik encyklopedyczny*. Polskie Wydawnictwa Naukowe, Warszawa, 1995. ISBN 83-01-11658-7.
- [26] Carlosena, A., Macua, C., Zivanovic, M.: *Instrument for the measurement of instantaneous frequency*. *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, 49(4):783–788, August 2000.
- [27] Castiglioni, P., Di Rienzo, M., Yosh, H.: *A computationally efficient algorithm for online spectral analysis of beat-to-beat signals*. *Computers in Cardiology*, 417–420, September 2002.
- [28] Condat, L., Blu, T., M., U.: *Beyond Interpolation: Optimal Reconstruction by Quasi-Interpolation*. W *IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing*. Genova, Italy, September 2005.
- [29] Cooley, J. W., Tukey, J. W.: *An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series*. *Math. Computing*, (19), 1965.
- [30] Czarnecki, L. S., Staroszczyk, Z.: *On-line measurement of equivalent parameters of distribution system and its loads for harmonic frequencies*. W *Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurements Technology Conference IMTC 1995*, 692–698. Boston, USA, April 1995.
- [31] Duda, K.: *Analiza zakłóceń w sieci energetycznej z zastosowaniem dyskretnej, zespolonej transformaty falkowej wyznaczanej w podwójnym drzewie falkowym*. *Pomiary, Automatyka, Kontrola*, (10bis wyd. spec. dodatkowe), September 2006.
- [32] Duda, K., Bień, A.: *Projekt rejestratora zakłóceń szybkozmiennych w sieci energetycznej*. W *Materiały XV sympozjum: Modelowanie i symulacja systemów pomiarowych*. Krynica, Poland, September 2005.
- [33] Emanuel, A. E.: *On the Assessment of Harmonic Pollution*. *IEEE Trans. on Power Delivery*, 10(3), July 1995.
- [34] Evangelista, G.: *Design of digital systems for arbitrary sampling rate conversion*. *EURASIP J. Signal Processing*, 83(2):377–387, February 2003.
- [35] Fortuna, Z., Macukow, B., Wąsowski, J.: *Metody numeryczne*. Wyd. Naukowo–Techniczne, Warszawa, 2001. ISBN 83-204-2772-X.
- [36] Gajda, J.: *Statystyczna analiza danych pomiarowych*. AGH, Kraków, Polska, 2002.
- [37] Gajda, J., Sroka, R.: *Pomiary kąta fazowego — metody — układy — algorytmy*. Drukarnia Narodowa, Kraków, Polska, 2000.
- [38] Gajda, J., Szyper, M.: *Modelowanie i badania symulacyjne systemów pomiarowych*. Jartek, Kraków, 1998. ISBN 83-909019-5-1.

- [39] Gašior, M., Gonzales, J. L.: *Improving FFT Frequency Measurement Resolution by Parabolic and Gaussian Spectrum Interpolation*. W *BIW 2004 — 11th Beam Instrumentation Workshop*. Knoxville, Tennessee, USA, May 3–6 2004.
- [40] Girgay, M. M., Sadchev, M. S.: *Off-nominal frequency measurements in electric power system*. IEEE Trans. on Power Delivery, 4(3):1573–1578, July 1989.
- [41] Girgis, A. A., McManis, R. B.: *Frequency domain techniques for modeling distribution or transmission networks using capacitor switching induced transients*. IEEE Trans. on Power Delivery, 4(3), July 1989.
- [42] Gonbeau, O., Berthet, L., Javerzac, J.-L., Boudou, D.: *Method to determine contribution of the customer and the power system to the harmonic disturbance*. W *Proc. of XVII International Conference on Electricity Distribution CIRED'2003*. Barcelona, 2003.
- [43] Gotchev, A.: *Spline-based techniques for image interpolation and decimation*. Rozprawa doktorska, Tampere University of Technology, Finland, 2003.
- [44] Guziak, T., Kamińska, A., Pańczyk, B., Jan, S.: *Metody numeryczne w elektrotechnice*. Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej, Lublin, 2002. ISBN 83-89246-55-4.
- [45] Haber, R., Keviczky, L.: *Nonlinear System Identification — Input-Output Modeling Approach*. Springer, Piscataway, NJ 08854, 1999. ISBN 0792358589.
- [46] Hauer, J., Beshir, M. J., Mittelstadt, W. A.: *Dynamic Performance Validation in the Western Power System*. W *WCSS Performance Validation Task Force, APEX 2000 Conference*. Kananaski, USA, 2000.
- [47] Henker, M., Fettweis, G.: *Extended algorithms for sample rate conversion*. W *Proc. of the 2-nd Karlsruhe Workshop on Software Radios*, 20–21. Karlsruhe, Germany, March 2002.
- [48] Hentschel, T., Fettweis, G.: *Sample Rate Conversion for Software Radio*. W *Proc. of the 1-st Karlsruhe Workshop on Software Radios*, 29–30. Karlsruhe, Germany, March 2000.
- [49] Jankowska, J., Jankowski, M.: *Przegląd metod i algorytmów numerycznych*. Wyd. Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1998. ISBN 83-204-1039-8.
- [50] Kaczorek, T.: *Teoria sterowania i systemów*. Polskie Wydawnictwa Naukowe, Warszawa, 1996. ISBN 83-01-12072-X.
- [51] Kay, S. M.: *Modern Spectral Estimation*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1988.
- [52] Kay, S. M.: *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993. ISBN 0-13-345711-7.
- [53] Kootsookos, P. J.: *A Review of the Frequency Estimation and Tracking Problems*, 1993. URL <http://eprint.uq.edu.au/archive/00000955/01/comparison-t.pdf>.
- [54] Krishnaswamy, S.: *Short-circuit current estimation from measurements of voltage and current during disturbances*. IEEE Transactions on Industry Applications, 1061–1064, July/August 1997.
- [55] Kujszczyk, S.: *Nowoczesne metody obliczeń elektroenergetycznych sieci rozdzielczych*. Wyd. Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1979. ISBN 83-204-0018-X.
- [56] Kusljevic, M.: *A Simple Recursive Algorithm for Frequency Estimation*. IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, 53(2):335–340, April 2004.
- [57] Kuśmierk, Z.: *Harmoniczne w systemach elektroenergetycznych*. Przegląd Elektrotech., (6), 2006.
- [58] Kłosiński, R.: *Wyznaczanie immitancji i ocena odkształcającego charakteru dwójników pasywnych o okresowo zmiennych parametrach*. Przegląd Elektrotech., (6), 2004.
- [59] Li, C., Xu, W., Tayjasanant, T.: *A 'Critical Impedance'-based method for identifying harmonic sources*. IEEE Trans. on Power Delivery, 19(2), April 2004.
- [60] Liu, S.: *An adaptive Kalman filter for dynamic estimation of harmonic signals*. W *Proceedings of 8th International Conference on Harmonics and Quality of Power*, tom 2. Warszawa, Poland, October 1998.

- [61] Lyons, R. G.: *Wprowadzenie do cyfrowego przetwarzania sygnałów*. Wydawnictwa komunikacji i łączności, Warszawa, 1999. ISBN 83-206-1318-3.
- [62] Lähdesmäki, H.: *Spline Interpolation and Splines in Signal and Image Processing*. URL http://www.students.tut.fi/~harrila/DIP2_Splines.pdf.
- [63] Łobos, T., Rezmer, J.: *Wavelet transform for realtime estimation of transmission line impedance under transient conditions*. W *IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*, 756–760. Brussels, Belgium, June 1996.
- [64] Łobos, T., Rezmer, J.: *Wavelet transform for realtime estimation of transmission line impedance under transient conditions*. *Electrical Engineering*, 84, 2002.
- [65] Maalouli, G., Stephens, D. R.: *Joint fractional resampler with delay equalization for high synchronization accuracy with a reduced number of samples per symbol*. W *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Image Processing*. Montreal, Canada, May 2004.
- [66] Machowski, J., W., B. J., Bumby, J. R.: *Power system dynamics and stability*. Jaohn Wiley and Sons, Chichester, England, 1998. ISBN 0-471-97174-X.
- [67] Mańczak, K., Nahorski, Z.: *Komputerowa identyfikacja obiektów dynamicznych*. Polskie Wydawnictwa Naukowe, Warszawa, 1983. ISBN 83-01-02889-0.
- [68] McKelvey, T.: *Frequency domain identification methods*. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 21(1):39–55, 2001.
- [69] Menchetti, A., Sasdelli, R.: *Measurement Problems in Power Quality Improvement*. *European Trans. on Electric Power*, 4(5), February 1994.
- [70] Mikołajuk, K., Staroszczyk, Z.: *Measurement aspects of the Voltage Distortion Compensation*. *European Trans. on Electric Power*, 4(5), September/October 1994.
- [71] Moore, P. J., Carranza, R. D., Johns, A. T.: *Model system tests on a new numeric method of power system frequency measurement*. *IEEE Trans. on Power Delivery*, 11(2):696–701, April 1995.
- [72] Mzyk, G.: *Zastosowanie metody zmiennych instrumentalnych do identyfikacji systemów Hammersteina–Wienera*. *Pomiary, Automatyka, Kontrola*, 7/8:35–40, 2001.
- [73] Nagpal, M., Xu, W., Sawada, J.: *Harmonic impedance measurement using three-phase transients*. *IEEE Trans. on Power Delivery*, 13(1), January 1998.
- [74] Nelles, O.: *Nonlinear System Identification*. Springer–Verlag, Berlin, 2001. ISBN 3-5410-67369-5.
- [75] Oppenheim, A. V., Schaffer, R. W., Buck, J. R.: *Discrete-Time Signal Processing*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, USA, 1999. ISBN 0137549202.
- [76] Park, S. K., Schowengerdt, R. A.: *Image sampling, reconstruction, and the effect of sample–scene phasing*. *Applied Optics*, 21:3142–3151, 1982.
- [77] Piróg, S.: *Energoelektronika: Negatywne oddziaływania układów energoelektronicznych na źródła energii i wybrane sposoby ich ograniczenia*. Wydawnictwa AGH, Kraków, 1998.
- [78] Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P.: *Numerical Recipes in C: the art of scientific computing*. Cambridge University Press, Warszawa, 1995. ISBN 0-521-43108-5.
- [79] Robert, A., Deflandre, T.: *Guide for assessing the network harmonic impedance. Synthesis of contributions received*. W *Proc. of XIV International Conference on Electricity Distribution CIRED'97*. Stockholm, 1997.
- [80] Rosołowski, E.: *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów w automatyce elektroenergetycznej*. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa, 2002. ISBN 83-87674-38-9.
- [81] Rybicki, G. B., Press, W. H.: *Fast Algorithm for Spectral Analysis of Unevenly Sampled Data*. *Astrophysical Journal*, 338:277–280, 1989.
- [82] Saccomanno, F.: *Electric Power Systems: analysis and control*. IEEE Press, Piscataway, NJ 08854, 2003. ISBN 0-471-23439-7.

- [83] Sedáček, M., Blaška, J.: *Use of the Integral Transforms for Estimation of Instantaneous Frequency*. Measurement science review, 1(1), 2001.
- [84] Sedáček, M., Blaška, J.: *Low uncertainty power-line frequency estimation for distorted and noisy harmonic signals*. Measurement, (35):97–107, July 2004.
- [85] Sedáček, M., Titěra, M.: *Interpolations in frequency and time domains used in FFT spectrum analysis*. Measurement, (23):185–193, July 1999.
- [86] Shannon, C. E.: *Communication in presence of noise*. IRE Proceedings, 6:10–21, January 1949.
- [87] Sidhu, T.: *Accurate measurement of power system frequency using a digital signal processing technique*. IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, 48(1):75–81, February 1999.
- [88] Sidhu, T., Sachdev, M. S.: *An Iterative Technique for Fast and Accurate Measurement of Power System Frequency*. IEEE Trans. on Power Delivery, 13(1), January 1998.
- [89] Smith, S. W.: *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*. California Technical Publishing, San Diego, 1997. ISBN ISBN 0-9660176-3-3.
- [90] Staroszczyk, Z.: *Wide frequency band power system linear and linear time variant model identification — signal processing problems*. W *11th IMEKO TC-4 Symposium on Trends in Electrical Measurements and Instrumentation*. Lisbona, Portugal, September 2001.
- [91] Staroszczyk, Z.: *Power system nonstationarity and accurate power system identification procedures*. W *Proceedings of the ICHQP2002*. Rio de Janeiro, Brasil, October 2002.
- [92] Staroszczyk, Z.: *Power system time variance - LPTV model implementation and identification problems*. W *International Conference on Harmonics and Quality of Power ICHQP2004*. Lake Placid, New York, USA, September 2004.
- [93] Staroszczyk, Z.: *A method for real-time, wide-band identification of source impedance in power systems*. IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, 54(1):377–385, 2005.
- [94] Staroszczyk, Z., Mikołajuk, K.: *New invasive method for localisation of harmonic distortion sources in power systems*. European Trans. on Electric Power, 8(5):321–328, October 1998.
- [95] Staroszczyk, Z., Mikołajuk, K.: *Opis i identyfikacja periodycznej zmiennej w czasie impedancji sieci elektrycznej*. Przegląd Elektrotech., (6), June 2004.
- [96] Staroszczyk, Z., Mikołajuk, K.: *Periodical variability in power systems: small-signal models*. L'Energia Elettrica, 81:97–102, 2004.
- [97] Stoica, P., Moses, R.: *Introduction To Spectral Analysis*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1997.
- [98] Sumner, M., Palethorpe, B., Thomas, D. W. P., Zanchetta, P., Di Piazza, M. C.: *A technique for power supply harmonic impedance estimation using a controlled voltage disturbance*. IEEE Transactions on Power Electronics, 17(2), 2002.
- [99] Tarvainen, M. P., Hiltunen, J. K., Ranta-Aho, P. O., A., K. P.: *Estimation of nonstationary EEG with Kalman smoother approach: An application to event-related synchronization (ERS)*. IEEE transactions on biomedical engineering, 51(3):516–524, 2004.
- [100] Terzija, V. V., Djurić, M. B., Kovačević, B. D.: *Voltage phasor and local system frequency estimation using Newton type algorithm*. IEEE Trans. on Power Delivery, 9(3):1368–1374, July 1994.
- [101] Unser, M.: *Splines: A perfect fit for signal/image processing*. IEEE Signal Processing magazine, 16(6):22–38, November 1999.
- [102] Unser, M., Aldroubi, A.: *A General Sampling Theory for Nonideal Acquisition Devices*. IEEE Trans. on Signal Processing, 42(11):2915–295, November 1994.
- [103] Unser, M., Aldroubi, A., Eden, M.: *B-Spline Signal Processing: Part I — Theory*. IEEE Trans. on Signal Processing, 41(2):821–833, 1993.
- [104] Vaidyanathan, P. P.: *Generalizations of the Sampling Theorem: Seven Decades After Nyquist*. IEEE Trans. on Circuits and Systems, 48(9):1094–1109, September 2001.

- [105] Varga, R. S.: *Matrix iterative analysis*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs N.Y., 1965.
- [106] Vesma, J., Lopez, F., Saramaki, T., Renfors, M.: *The effects of quantizing the fractional interval in interpolation filters*. W *IEEE Nordic Signal Processing Symposium*. Sweden, June 2000.
- [107] Welch, P. D.: *The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra: A Method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms*. IEEE Transactions on Audio Electroacoustics, AU-15:39–55, June 1967.
- [108] Wiszniewski, A.: *Przekładniki w elektroenergetyce*. Wyd. Naukowo–Techniczne, Warszawa, 1982.
- [109] Wit, R.: *Metody programowania nieliniowego: minimalizacja funkcji gładkich*. Wyd. Naukowo–Techniczne, Warszawa, 1986.
- [110] Wright, P. S.: *Short-time Fourier transforms and Wigner–Ville distributions applied to the calibration of power frequency harmonic analyzers*. IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, 48(2), April 1999.
- [111] Xu, W., Ahmed, E. E., Zhang, X., Liu, X.: *Measurement of network harmonic impedances: practical implementation issues and their solutions*. IEEE Trans. on Power Delivery, 17(1), January 2002.
- [112] Zangrandini, R. A. D.: *Piecewise Cubic Hermite Interpolation*, 2003.
- [113] Zayezdny, M. A., Adler, Y., Druckmann, I.: *Short Time Measurement of Frequency and Amplitude in Presence of Noise*. IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, 41(3), 1992.
- [114] Zieliński, T.: *Joint time–frequency resolution of signal analysis using Gabor transform*. W *IMTC/99: proceedings of the 16th [sixteenth] IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*. Venice, Italy, May 1999.
- [115] Zieliński, T. P.: *Od teorii do cyfrowego przetwarzania sygnałów*. Wydział EAIiE AGH, Kraków, 2002. ISBN 83-88309-55-2.
- [116] *Kompatybilność elektromagnetyczna (EMC). Metody badań i pomiarów. Ogólny przewodnik dotyczący pomiarów harmonicznyc i interharmonicznyc oraz stosowanyc do tego celu przyrządów pomiarowyc dla sieci zasilajęcyc i przyłączonyc do nich urzędzeń*. Rap. tech. PN-EN 61000-4-7, Polski Komitet Normalizacyjny, December 1998. Tłumaczenie normy EN 61000-4-7:1993.
- [117] *Kompatybilność elektromagnetyczna (EMC) - Część 2-2: Środowisko - Poziomy kompatybilności zaburzeń przewodzonyc malej częstotliwości i sygnałów przesyłanyc w publicznych sieciach zasilajęcyc niskiego napięcica*. Rap. tech. PN-EN 61000-2-2, Polski Komitet Normalizacyjny, October 2003. Norma europejska EN 61000-2-2:2002.
- [118] *Kompatybilność elektromagnetyczna. Środowisko. Poziomy kompatybilności dotycząc zaburzeń przewodzonyc malej częstotliwości w sieciach zakładów przemysłowyc*. Rap. tech. PN-EN 61000-2-4, Polski Komitet Normalizacyjny, October 1997. Tłumaczenie normy EN 61000-2-4:1999.
- [119] *Electromagnetic Compatibility (EMC), Part 4-30: Testing and Measurement Techniques - Power Quality Measurement Methods, Basic EMC publication*. Rap. tech. IEC 61000-4-30, International Electrotechnical Commission, December 2000.
- [120] *TMS320C6713 DSK*. Rap. tech. 506735-0001 Rev. B, Spectrum Digital, Inc., October 2003.
- [121] *TMS320C6713 floating point digital signal processor*. Rap. tech. SPRS186B, Texas Instruments Incorporated, November 2002.
- [122] *Circular Buffering on TMS320C6000*. Rap. tech. SPRA645A, Texas Instruments Incorporated, April 2001.

Skorowidz

- śledzenie
 - częstotliwości napięcia, 113
 - harmonicznych, 114
- aliasing, 73, 80, 113, 120
- analiza, 70
 - częstotliwościowa, 22
 - czasowo–częstotliwościowa, 23
 - falkowa, 23
 - stanu sinusoidalnego ustalonego, 22
- analiza wrażliwości, 40
- aproksymacja
 - średniokwadratowa, 71
 - B-spline, 68
 - liniowa, 47
 - LS *zob.* aproksymacja średniokwadratowa 71
- B-form, 62, 63
- B-spline, 68
- błąd
 - aproksymacji, 71
 - B-spline, 73
 - estymacji
 - amplitudy, 117
 - fazy, 117
 - impedancji zastępczej, 120
 - THD, 118
 - interpolacji Lagrange’a, 58
- baza
 - funkcji interpolujących, 45
- bieg jałowy, 19
- bilans mocy, 15, 45
- blurring, 73
- bufor cykliczny, 88, 101
- cardinal spline, 77
- charakterystyka
 - amplitudowa filtra, 67
 - statyczna, 20
- chwila
 - repróbkiowania, 85
- ciągłość
 - funkcji interpolującej, 62
- cubic spline *zob.* funkcja sklejana
 - trzeciego stopnia 61
- częstotliwość
 - chwilowa napięcia, 43
 - podstawowa sygnału, 4, 9
 - podstawowa systemu, 43
 - próbkiowania, 85, 126
 - repróbkiowania, 85, 107
 - znamionowa systemu, 3
- czas
 - odpowiedzi, 44
- dekompozycja ortogonalna, 45
- detekcja przejść przez zero, 45, 47
- DFT *zob.* przekształcenie Fouriera
 - dyskretne 2
- DSP/BIOS, 97
- dwójnik pasywny, 19
- eksperyment identyfikacyjny, 19
 - bierny, 21
 - czynny, 20
- estymacja
 - częstotliwości, 45
 - częstotliwości
 - podstawowej systemu, 45
 - impedancji zastępczej, 47
 - parametrów modelu, 19
 - rekursywna, 48
- estymator
 - częstotliwości chwilowej, 103, 113
 - najmniejszych kwadratów, 46
 - rekursywny, 46
 - RLS, 46
 - zmiennych stanu, 48
- FFT *zob.* przekształcenie Fouriera
 - szybkie 2
- filtr
 - analizy, 74
 - antyaliasingowy, 82, 120
 - antyprzyczynowy, 75
 - autokorelacji, 72
 - Kalmana, 46, 48, 113
 - liniowy, 46
 - rozszerzony, 46, 50
 - LTV, 82
 - odwrotny, 72
 - przyczynowy, 75

- syntezy, 89
 - B-spline, 70, 88
- filtracja
 - cyfrowa, 64
 - dolnoprzepustowa, 47
- flicker, 15
- funkcja
 - analizy, 70
 - bazowa, 58, 66, 125
 - trzeciego stopnia, 61
 - bazowa B-spline, 68
 - celu, 46
 - dualna, 72, 75
 - interpolująca, 56
 - nieliniowa, 49
 - przejścia, 10
 - sklejana, 60
 - trzeciego stopnia, 61
 - syntezy, 66
 - wagi, 75
 - wagowa, 88
- generator harmoniczných, 20
- HGD *zob.* generator harmoniczných 20
- idealny interpolator, 66
- identyfikacja
 - systemu energetycznego, 19, 119
- iloraz różnicowy, 48
- imaging, 73, 79
- impedancja
 - transformatora, 123
 - zastępcza systemu, 1, 3, 14
- implementacja
 - na komputer PC, 93
 - na procesor sygnałowy, 94
- inicjalizacja algorytmu, 52, 87, 90
- interfejs JTAG, 96
- interpolacja
 - B-spline, 68
 - funkcjami sklejanymi, 60
 - Hermite'a, 59
 - kawałkami sześcienna, 47, 60
 - Lagrange'a, 56
 - liniowa, 47
 - sześcienna, 47
 - Taylora, 59
 - widma, 45
 - wielomianowa, 56
- interpolator
 - idealny, 67
- interpolujący filtr Sinc, 66
- jądro
 - aproksymacji B-spline, 74
 - częstotliwościowe
 - przekształcenia całkowego, 73
 - interpolacji B-spline, 74
 - splotu, 65
 - jakość energii, 1
 - Jakobian, 50, 52
 - kodek, 95
 - kompilator, 97
 - konwersja
 - częstotliwości próbkowania, 64, 79
 - kryterium jakości, 46, 71
 - kumulacja błędów, 104
 - kwantowanie, 104, 108
 - linearyzacja
 - modelu, 52
 - równań stanu, 49
 - listek główny okna, 4
 - listki boczne okna, 4
 - macierz
 - diagonalnie dominująca, 63
 - kowariancji pomiaru, 51
 - kowariancji procesu, 51
 - trójdiagonalna, 63
 - Vandermonde'a, 57
 - masa wirująca, 15, 44
 - metoda
 - Levenberga-Marquardta, 88
 - metryka przestrzeni L^2 , 71
 - miara
 - skuteczności repróbkiowania, 119
 - model
 - laboratoryjny, 119
 - liniowy, 24
 - nieliniowy pomiaru, 52
 - nieparametryczny, 28
 - parametryczny, 28
 - sinusoidalny, 51
 - systemu energetycznego, 19
 - Thevenina, 119
 - modulacja fazy, 44
 - nakładanie się widm *zob.* aliasing 73
 - naturalna zmienność obciążenia, 21
 - nieliniowość
 - statyczna systemu, 17
 - strukturalna systemu, 17
 - nieliniowość elementów systemu, 16, 17
 - obciążenie procesora, 100
 - obiekt
 - aktywny, 13, 21
 - bierny, 12
 - czynny, 13
 - dynamiczny, 10
 - liniowy, 11

- LTI, 13, 20
- LTV, 13
- MIMO, 9
- MISO, 9
- nieliniowy, 11
- niezmienny w czasie, 12
- o parametrach rozłożonych, 12
- o parametrach skupionych, 12
- pasywny, 12
- SIMO, 9
- SISO, 9
- statyczny, 9
- zmienny w czasie, 12
- odbiorniki
 - liniowe, 18
 - nieliniowe, 18
- odchyłka
 - częstotliwości podstawowej, 89, 124
- odkształcenie sygnałów, 16
- odpowiedź
 - impulsowa, 11, 67
 - filtra, 66
- okno czasowe, 3
 - Hanninga, 36
 - nieprostokątne, 67
 - prostokątne, 67
- okres
 - repróbkiowania, 48, 87, 90
 - sygnału, 2
- optymalizacja
 - nieliniowa, 46, 49
- pętla synchronizacji fazowej, 3, 86
- pamięć
 - podręczna, 95
- pasmo
 - przejściowe, 67
- perfekcyjna rekonstrukcja, 73
- platforma sprzętowa, 94
- PLL *zob.* pętla synchronizacji fazowej 3
- pobudzenie
 - szerokopasmowe, 20
- pochodna
 - funkcji interpolowanej, 48
- PP-form, 64
- próbkiowanie, 3
 - koherentne, 3, 4
 - odpowiedzi impulsowej, 88
 - spójne *zob.* próbkiowanie
 - koherentne 3
 - synchroniczne *zob.* próbkiowanie
 - koherentne 3
- prążek widma, 2, 107
- precyzja obliczeń, 104
- prefiltr, 70
 - asymptotycznie optymalny, 75
 - interpolacji B-spline, 75
 - optymalny, 74
- prefiltracja, 70, 88
- proces
 - autoregresji, 46
- procesor sygnałowy, 95
- projekcja ortonormalna, 74
- przebieg widma *zob.* rozmycie widma 2
- przekształcenie
 - Fouriera, 65
 - dyskretne, 2
 - krótkoczasowe, 23, 45
 - szybkie, 2
 - Gabora, 23
 - Hilberta, 45
- przenoszenie zaburzeń, 16
- przepływ danych, 98
- przestrzeń L^2 , 71
- przetwornik
 - A/C, 95
- przetwornik A/C, 108
- punkt pracy, 13
- quasi-interpolacja, 74
- równanie
 - pomiaru, 49
 - procesu, 49
 - stanu, 10, 49
- realtime, 87, 94, 100
- rejstry procesora, 95
- rekonstrukcja
 - perfekcyjna, 66
- repróbkiowanie
 - koherentne, 85, 117
 - w dowolnych momentach, 80
- reprezentacja numeryczna, 108
- rozmycie
 - widma, 23
- rozmycie widma, 2, 44, 107
- rozwiniecie
 - w szereg Taylora, 50
- rząd harmonicznej, 8
- schemat Hornera, 56
- składowa
 - harmoniczna, 9, 118
 - interharmoniczna, 9
 - podstawowa sygnału, 9
 - subharmoniczna, 9
- śledzenie
 - częstotliwości napięcia, 51
- SNR *zob.* stosunek sygnału do szumu 20
- splot sygnałów, 65
- stan
 - równowagi systemu, 14
 - ustalony sinusoidalny, 22
- STFT, 114

- stosunek sygnału do szumu, 20
- struktura
 - ARMA, 10
- struktura aplikacji, 98
- SVD, 29
- sygnał
 - analityczny, 46
 - deterministyczny, 7
 - lokalnie stacjonarny, 8, 16
 - losowy, 8
 - monoharmoniczny, 7
 - niestacjonarny, 8
 - odpowiedzi, 9
 - pobudzający, 9, 19
 - poliharmoniczny, 7
 - prawie okresowy, 8
 - stacjonarny, 8
 - symulowany, 116
- synchronizacja próbkowania, 21
- synteza, 70
- system
 - akwizycji danych, 85
 - rzeczywisty, 119
 - symulowany, 119
- system operacyjny
 - czasu rzeczywistego, 97
- THD *zob.* współczynnik odkształcenia harmonicznymi 117
- transformacja
 - Gabora *zob.* przekształcenie Gabora 23
 - Hilberta *zob.* przekształcenie Hilberta 45
- transformata
 - Fouriera, 26
 - Laplace'a, 10
- transmitancja operatorowa, 10
- twierdzenie
 - Nyquista, 64, 66
 - o próbkowaniu, 66
- uśrednianie
 - częstotliwości chwilowej, 44, 52, 88
- ułamkowe opóźnienie, 89
- układ równań
 - nadokreślony, 29
- uwarunkowanie zadania, 57
- węzły
 - funkcji sklejaney, 60
 - interpolacji, 55, 56
 - równoodległe, 61, 64
- własności dynamiczne toru repróbkiwania, 112
- wahania
 - fazy, 44
 - niskoczęstotliwościowe napięcia, 15
 - wartość skuteczna, 118
- warunki brzegowe
 - interpolacji, 61
- wektor
 - stanu, 48
- wielomian
 - bazowy, 58
 - interpolacyjny Lagrange'a, 58
- wrażliwość
 - metody koherentnego repróbkiwania, 124
- wskaźnik jakości
 - estymacji częstotliwości, 104
 - estymacji widma, 108
- współczynnik
 - odkształcenia harmonicznymi, 117
 - repróbkiwania, 78, 89
 - reprezentacji B-spline, 63, 70
 - zapominania, 51
- wstrzykiwanie harmonicznym, 20
- wzór interpolacyjny Newtona, 58
- złożoność obliczeniowa, 49
- założenie
 - lokalnej niezmienności parametrów, 19
 - lokalnej stacjonarności sygnałów, 19
- zadanie
 - aproksymacji, 55
 - interpolacji, 55
 - repróbkiwania, 77
- zakłócenia
 - addytywne, 125
 - miarowe, 104
- zmienne stanu, 11, 49
- zmiennosc
 - częstotliwości, 15
 - czasowa parametrów systemu, 19